13

L'éveil aux langues pour travailler sur la construction du nombre à l'école

Caroline Poisard – Université de Brest, CREAD
Delphine D'Hondt – Académie de Rennes
Estelle Moumin – Académie de Rennes
Élodie Surget – Académie de Rennes

Introduction

Les langues disent de ce que l'on voit et comprend du monde et les mathématiques modélisent le monde qui nous entoure. Les mathématiques étudient des objets et les relations entre ces objets. Lorsque l'on étudie des savoirs d'un usage social répandu comme les nombres, la description des numérations de différentes cultures permet de mettre à jour différents modèles mathématiques. Prenons l'exemple du nombre *18*. *Dix-huit* en français laisse entendre 10 + 8, tout comme le maori *tekau mā waru ;* en anglais *eighteen* réfère à 8 + 10, tout comme l'allemand *achtzehn ;* en breton *triwec'h* renvoie à 3 × 6 soit trois groupes de six [1]. L'étude de la diversité linguistique dans ces quelques langues montre les relations arithmétiques suivantes : 18 = 10 + 8 = 8 + 10 = 3 × 6. Selon l'usage social des nombres et les rencontres des langues au cours des temps, la manière de dire les nombres s'est façonnée différemment dans le monde. L'analyse de cette diversité permet de montrer les règles mathématiques sous-jacentes aux noms des nombres : règle additive ou multiplicative, commutativité de l'addition, groupements, etc. Nous pensons que l'approche d'éveil aux langues est une ressource pour travailler sur la construction du nombre en classe. Tout d'abord, nous présentons le contexte de notre recherche : la rencontre de la didactique des mathématiques et du plurilinguisme. Ensuite, nous détaillons la méthodologie et les concepts retenus. Enfin, nous analysons les savoirs relatifs aux numérations orales, écrites et digitales (c'est-à-dire numération sur les doigts appelée aussi

---

1. En maori, *tekau* signifie 10 et *waru* 8 ; le mot de liaison *mā* entre les dizaines et les unités signifie *et* ce qui correspond mathématiquement à l'addition. En anglais, *eight* signifie 8 et le *teen* renvoie à « + 10 ». En relation avec le français, on montre ici la commutativité de l'addition 18 = 10 + 8 = 8 + 10. En allemand, *acht* signifie 8 et *zehn* 10. En breton, *tri* (masculin) signifie 3 et *c'hwec'h* 6.

dactylonomie) ainsi que deux mises en œuvre dans des classes de niveau CP (élèves de 6-7 ans).

1 Contexte de la recherche : la rencontre de la didactique des mathématiques et du plurilinguisme

1.1. La recherche en didactique des mathématiques et les questions de langues et cultures

La didactique des mathématiques est un domaine de recherche qui décrit et analyse les pratiques d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques de la maternelle à l'université (dans et en dehors de l'institution scolaire). Dans les travaux de didactique des mathématiques francophones, les analyses sont essentiellement centrées sur le savoir mathématique qui évolue dans des institutions et des milieux. Des travaux, surtout en langue anglaise, sur l'usage de différentes langues en classe de mathématiques se sont développés dans différents contextes bilingues et plurilingues. Citons par exemples les recherches : en Nouvelle-Zélande sur le bilinguisme maori-anglais et le vocabulaire mathématique (Barton *et alii* 1998), en Afrique du Sud sur des questions de plurilinguisme (Adler 2001, Setati 2005), aux USA sur le bilinguisme espagnol-anglais (Moschkovich 2002), etc. Pour notre part, nous avons travaillé sur le contexte des classes bilingues breton-français (Poisard *et alii* 2014, Kervran *et alii* 2015) et nous avons ensuite prolongé nos questions sur des environnements plurilingues (Poisard *et alii* 2018). Barton (2008) présente le *langage des mathématiques* à travers le monde en s'intéressant aux domaines de l'espace et des quantités en particulier. Détaillons un exemple en géométrie sur le thème du repérage dans l'espace en langue maorie qui est une langue polynésienne (*ibid* : 18). En anglais et en français, considérons une discussion entre deux personnes, il y a quelqu'un qui parle (moi) et quelqu'un qui écoute (vous). Deux formulations sont alors possibles pour repérer par exemple un arbre : cet arbre, *celui-ci*, près de moi (*this* en anglais) et cet arbre, *celui-là*, à une certaine distance de nous deux (*that* en anglais). Graphiquement, ceci correspond aux systèmes de coordonnées cartésiennes (deux axes perpendiculaires) ou polaires (un angle et une distance) enseignés dans les classes. Intéressons-nous maintenant à la langue maorie (et aux langues polynésiennes plus généralement), nous observons alors trois formulations possibles : cet arbre (*tenei rakau*), cet arbre près de vous (celui qui écoute) (*tena rakau*) et cet arbre à une certaine distance de nous deux (*tera rakau*). Et pour représenter graphiquement cette manière de voir le monde, c'est un système de coordonnées à double-angle qu'il est nécessaire d'utiliser ce qui n'existe pas dans les classes de mathématiques (Barton 2008 : 21). Ainsi, les langues comportent des caractéristiques spécifiques pour exprimer les relations du monde qui nous entoure et le modèle mathématique sous-jacent est alors spécifique. Ceci a des conséquences sur les mathématiques utilisées dans les classes et donc les apprentissages des élèves.

Les travaux d'Adler (2010) nous permettent de penser la langue comme une ressource. Une ressource en classe est considérée comme un moyen de ressourcer l'enseignement et l'apprentissage, c'est son usage qui est important, et non simplement le fait qu'elle soit présente ou absente. Différentes catégories de ressources sont envisagées par Adler : matérielles, humaines, sociales et culturelles. Les langues et langages sont des ressources culturelles et leur usage en classe de mathématiques permet de ressourcer l'enseignement des mathématiques. À ce sujet, d'autres auteurs ont proposé des développements plus récents (Planas 2018, Barwell 2018) et plusieurs études internationales montrent l'intérêt des chercheurs en didactique des mathématiques sur les questions de langues (Barwell *et alii* 2015) et de cultures (Rosa *et alii* 2017).

Le concept d'ethnomathématique a été introduit par D'Ambrosio (1985) :

> *Making a bridge between anthropologists and historians of culture and mathematicians is an important step towards recognizing that different modes of thoughts may lead to different forms of mathematics ; this is the field which we may call ethnomathematics.* (D'Ambriosio 1985 : 44)

Pour Radford (2017), l'ethnomathématique est « une des approches fondatrices de la perspective socioculturelle de l'éducation mathématique » (*Ibid* :176). L'auteur précise que la didactique des mathématiques jusque récemment était essentiellement centrée sur des approches épistémologiques et psychologiques. Des questions portant sur des dimensions sociales, politiques et culturelles sont de plus en plus présentes dans les travaux. En ethnomathématique, nous retenons les travaux d'Ascher (1998) sur les pratiques de sociétés traditionnelles concernant les nombres, les formes et les jeux, de Zaslavsky (1973/1999) et Gerdes (2009) sur les pratiques liées aux nombres et aux formes dans différentes régions d'Afrique. Les analyses montrent que des savoirs mathématiques peuvent expliquer ces pratiques mais que ceci n'est pas formalisé par les individus. La formalisation est l'objectif de notre travail : décrire les mathématiques associées aux manières de dire, d'écrire et de montrer les nombres.

1.2 Approches plurielles, plurilinguisme et éveil aux langues

Les travaux cités dans cette partie portent sur des recherches où les langues et cultures sont au centre du travail (sociolinguistique, didactique des langues et du plurilinguisme en particulier).

Candelier (2008) définit l'approche plurielle de la manière suivante :

> Par définition, on appellera *approche plurielle* toute approche mettant en œuvre des activités impliquant à la fois plusieurs variétés linguistiques et culturelles. En tant que telle, une approche plurielle se distingue d'une *approche singulière*, dans laquelle le seul objet d'attention est une langue ou une culture particulière, prise isolément. (Candelier 2008 : 68)

L'auteur précise que les approches plurielles comprennent quatre courants : l'approche interculturelle, la didactique intégrée, l'intercompréhension entre les langues parentes et l'éveil aux langues. Dans notre travail, c'est la notion d'*éveil aux langue*s que nous retenons particulièrement comme une ressource pour faire des mathématiques et s'ouvrir sur le monde. Nous nous référons à la définition suivante :

> Préparer les élèves à vivre dans des sociétés linguistiquement et culturellement diverses et construire des compétences linguistiques qui puissent être réinvesties dans l'apprentissage d'une ou plusieurs langue(s), tels sont les objectifs que se fixe l'approche d'éveil aux langues. En effet, il s'agit de mettre les élèves en contact avec un grand nombre de langues et de construire avec eux des démarches de découverte qui vont leur permettre d'aborder le plurilinguisme comme richesse, afin d'envisager l'apprentissage des langues de façon confiante. (Candelier *et alii* 2003 : 57)

La notion de diversité est centrale pour les approches plurielles (De Pietro 2003, Kervran 2006) : diversité des langues, diversité des fonctionnements de ces langues, diversité des élèves et de leurs cultures. Ces travaux montrent que la prise en compte de ces diversités permet une ouverture sur le monde et favorise les apprentissages langagiers (grammaire, genre, aptitudes métalinguistiques, connaissances sur les langues, etc.). Comparer les langues, les familles de langues permet de mieux comprendre chacune d'elles.

Le plurilinguisme est une richesse pour les sociétés, pour les individus, pour l'institution scolaire, pour la classe de mathématiques. Toutes les langues de nos environnements proches et moins proches, les langues issues de l'immigration, les langues régionales, les langues officielles, les langues des signes, etc. constituent des ressources pour la classe de mathématiques. Les langues connues des élèves sont des leviers de motivation pour valoriser les langues et les cultures du monde et permettre de montrer la diversité des pratiques mathématiques. Nous présentons maintenant nos choix méthodologiques et l'approche théorique qui nous permet d'analyser des savoirs mathématiques liés aux langues et cultures.

2 Méthodologie et concepts pour notre travail

Nous retenons deux principes pour notre travail :

(1) les langues et cultures du monde sont des ressources pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ;

(2) le plurilinguisme est une richesse tant pour les individus que pour la société et l'école.

2.1 Méthodologie de travail et de recueil de données

Le groupe de recherche Cleam (Cultures et langages pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, INSPE de Bretagne) permet un travail collaboratif entre chercheurs, formateurs et professeurs des écoles. Notre méthodologie de travail pour le recueil des données comprend des réunions de travail, des observations de séances filmées et traitées, le recueil de travaux d'élèves, des entretiens avec les élèves et les professeurs, etc. Le groupe a un double objectif : au niveau de la recherche, décrire et analyser les savoirs en jeu ainsi que des mises en œuvre en classe, et également produire des ressources pour la classe. Actuellement des ressources pour les cycles 1 et 2 sont accessibles en ligne (Poisard 2021) et d'autres sont en cours de finalisation. Une première partie de notre travail a consisté en l'analyse de ressources plurilingues existantes (comme Kervran 2013 et les fiches pédagogiques sur le site de l'association Dulala « d'une langue à l'autre »).

2.2 Concepts théoriques pour l'analyse

Nous combinons deux cadres théoriques pour notre analyse : la notion de registre de représentation sémiotique (Duval 1996) et l'analyse praxéologique (Chevallard 1999). Pour Duval, les *représentations sémiotiques* peuvent être des « productions discursives (en langue naturelle, en langue formelle) ou non discursives (figures, graphiques, schémas…). » (Duval 1996 : 356). Un *changement de registre* est défini comme la « conversion de la représentation de quelque chose en une représentation de cette même chose dans un autre système sémiotique. » De plus, « les apprentissages requièrent une coordination des différents registres qu'une connaissance mobilise ». (Duval 1996 : 357). D'autre part, pour Chevallard (1999), l'évolution du rapport au savoir se décrit par les différentes « manières de faire » appelées *techniques* et l'analyse des *praxéologies* propose de décrire la pratique (*technique*) et le discours (*technologie*) pour une tâche donnée. Dans une étude précédente (Poisard 2017), nous avons utilisé l'articulation de ces deux cadres théoriques pour analyser des tâches d'inscription de nombres sur le boulier chinois (matériel, virtuel (logiciel) ou dessiné sur une feuille). Nous montrons comment ces tâches peuvent être résolues par des élèves dans différents registres (matériel, logiciel, papier-crayon, mains, oral) ce qui est important pour la compréhension des élèves et également pour l'activité des professeurs. Pour ce travail, nous analysons le type de tâche *lire un nombre* pour quatre tâches : *lire quatre, lire cinq, lire six* et *lire sept.* Nous présentons trois registres de représentation sémiotique : la numération orale (aussi désigné par numération parlée, c'est le nom des nombres en différentes langues que l'on écrit en toutes lettres ici), la numération écrite (les symboles utilisés à l'écrit, les chiffres ou tout autre codage écrit) et la numération digitale (le comptage sur les doigts).

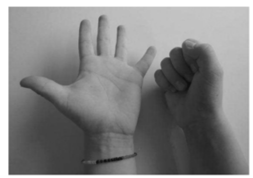
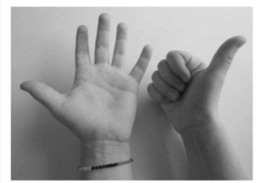
3 Les numérations orales, écrites et digitales de 0 à 10

3.1 Construction du nombre et éveil aux langues

Les ressources pour la classe issues du travail du groupe CLEAM sont disponibles en ligne (Poisard 2021). La séquence CLEAM qui nous intéresse s'intitule « De 0 à 10 dans tous les sens » (numérations orale, écrite et digitale) et est complétée par un album à compter et calculer plurilingue : « Sur le bout des doigts dans le monde de 0 à 10 ». Le niveau scolaire est celui de GS-CP (cinq à sept ans) mais peut être adapté à d'autres niveaux en modifiant le domaine numérique en jeu. Ces ressources montrent différentes manières de représenter les nombres dans leur diversité, sans hiérarchie, dans une approche historique et culturelle. Cette séquence est à enrichir des langues de la classe afin de faire rentrer dans la classe de mathématiques les langues et cultures connues des élèves et de les valoriser. L'objectif mathématique principal de cette séquence est de travailler les décompositions additives des nombres de 0 à 10 qui sont des connaissances à acquérir pour pouvoir ensuite réaliser des tâches de calcul mental réfléchi, de calcul posé en colonne (calculs intermédiaires) et de résolution de problèmes. Les trois registres de représentations que nous avons choisi permettent par exemple de travailler sur la décomposition du quatre : 4 = 2 + 2, 4 = 1 + 1 + 1 + 1, 4 = 5 – 1, le nombre qui suit *trois* (4 = 3 + 1), etc. Pour analyser les tâches de lecture des nombres, nous faisons la distinction entre plusieurs techniques pour dénombrer des quantités (c'est-à-dire trouver le nombre d'éléments d'une collection). Le *comptage* de un en un est une technique utilisée par de jeunes élèves mais aussi plus tardivement. La *reconnaissance globale* d'une quantité (ou *subitizing*) permet en un coup d'œil de dénombrer, l'œil est capable de le faire jusqu'à maximum cinq éléments. Au-delà de cinq éléments, la reconnaissance globale se couple à une autre technique. Par exemple pour la tâche *lire sept qui est inscrit sur les doigts avec cinq et deux doigts levés*, différentes techniques sont possibles : 1) reconnaître *cinq* puis surcompter à partir de *cinq* : *six, sept*, le résultat est *sept* ; 2) compter les doigts à partir de *un* jusqu'à *sept* ; 3) ou encore après avoir reconnu *cinq* et *deux*, avoir recours à une technique de calcul : 5 + 2 = 7.

3.2 Analyse des techniques et technologies associées (connaissances sur les nombres) dans les trois registres de représentation

Notre propos analyse les techniques utilisées pour les tâches dans les trois registres (numérations orale, écrite, digitale, voir le document 1 ci-dessous) et les technologies associées aux techniques (document 2). Le type de tâche est *lire un nombre*, qui est associé au type de tâche *écrire ou dire (à l'oral) ou inscrire (sur ses doigts) un nombre*. Nous avons choisi de nous centrer sur les quatre tâches : *lire quatre, lire cinq, lire six* et *lire sept.* Les techniques décrivent les manières de dire, d'écrire et de montrer sur les doigts dans le monde.

Registres	Exemples	4	5	6	7
Oral	**Kwanyama (Afrique)**	Na	Tano	Tano-na-mwe	Tano-na-vali
	Nahuatl (Mexique)	Nahui	Maccuilli	Chicuace (ce=1)	Chicome (ome =2)
Écrit	**Romain**	IV	V	VI	VII
	Maya	● ● ● ●	▬	● ▬	●● ▬
Sur les doigts Celui qui signe regarde ses mains	**France**	Comptage :  Pour montrer 4 : 			
	Chambaa (Afrique)				

Doc. 1 : Les techniques utilisées pour les tâches dans les trois registres.

Registres	Exemples	Lire 4	Lire 5	Lire 6	Lire 7
Oral	**Kwanyama (Afrique)**	Nouveau mot	Nouveau mot	6 = 5 + 1	7 = 5 + 2
	Nahuatl (Mexique)	Nouveau mot	Nouveau mot	6 = 5 + 1	7 = 5 + 2
Écrit	**Romain**	4 = 5 – 1 Soustraction	Nouveau signe	6 = 5 + 1	7 = 5 + 1 + 1 Si reconnaissance globale du 2 : 7 = 5 + 2
	Maya	4 = 1 + 1 + 1 + 1 Reconnaissance globale possible	Nouveau signe	6 = 5 + 1	7 = 5 + 1 + 1 Si reconnaissance globale du 2 : 7 = 5 + 2
Sur les doigts	**France**	Une main 4 = 1 + 1 + 1 + 1 Reconnaissance globale possible	Une main 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 Reconnaissance globale possible	Deux mains 6 = (1 + 1 + 1 + 1 + 1) + 1 Si reconnaissance globale du 5 : 6 = 5 + 1	Deux mains 7 = (1 + 1 + 1 + 1 + 1) + (1 + 1) Si reconnaissance globale du 5 : 7 = 5 + 1 + 1 Si reconnaissance globale du 5 et du 2 : 7 = 5 + 2 (calcul)
	Chambaa (Afrique)	Une main avec les doigts collés par deux 4 = 2 + 2 (*Deux* en Chambaa : deux doigts écartés)	Nouveau signe Une main : le poing fermé Les doigts repliés semblent compter	Deux mains 6 = (1 + 1 + 1) + (1 + 1 + 1) Si reconnaissance globale du 3 : 6 = 3 + 3 (*Trois* en Chambaa : trois doigts écartés)	Deux mains 7 = 2 + 2 + (1 + 1 + 1) Si reconnaissance globale du 3 : 7 = 2 + 2 + 3 Si reconnaissance globale du 4 et du 3 : 7 = 4 + 3

Doc. 2 : Les technologies associées aux techniques décrites dans le document 1.

La particularité de notre travail par rapport à d’autres sur les numérations est de décrire précisément le savoir mathématique en jeu appelé technologie et de l’écrire selon un modèle mathématique c’est-à-dire une égalité (document 2). Il nous semble important que l’écriture des égalités soit une ressource pour le professeur en classe pour la construction du nombre.

Numérations orales (ou parlées) dans le monde

Certains travaux en didactique des mathématiques analysent les numérations orales en prenant en compte les spécificités mathématiques proposent des catégorisations (Mounier 2012). Nous portons un regard différent sur les numérations orales en pointant deux aspects : l'intérêt de situations d'éveil aux langues pour enseigner et apprendre la numération décimale et la nécessité d'une étude mathématique par les élèves des numérations orales par l'écriture des décompositions additives et multiplicatives. Dans un travail précédent (Poisard *et alii* 2017), nous présentons les numérations orales de 0 à 100 en français, anglais, breton et maori, langues nationales, internationales et régionales. Dans ces quatre langues, il existe un mot nouveau pour dire les nombres de 0 à 10 et aucune règle mathématique ne relie ces nombres. Il existe certaines langues ou les nombres après *cinq* sont formées à partir de *cin*q : par exemples en kwanyama en Afrique (Zaslavsky 1973/1999 : 41) et en nahuatl au Mexique (Ascher 1998 : 19). Zaslavsky présente de façon détaillée les numérations utilisées en Afrique et montre une très grande variété des pratiques orales et sur les doigts. Par exemples, certaines langues huku codent *sept* comme 7 = 6 + 1 alors que les langues bantoues et sudaniques utilisent pour *six :* 6 = 3 + 3 et pour *sept* : 7 = 4 + 3. Revenons à nos deux exemples (document 1) : l'Afrique et le Mexique, deux régions géographiquement éloignées qui ont développé le même codage des nombres pour dire *six* et *sept* en appui sur le *cinq* (6 = 5 + 1 et 7 = 5 + 2) ! En kwanyama, le *cinq* se retrouve dans les noms de *six* et *sept* alors que pour le nahuatl, le mot cinq possède une mutation puis est suivi du mot *un* ou *deux*. Dans ces deux langues, les mots *un, deux, trois, quatre* et *cinq* suffisent à dire les nombres jusqu'à dix, sans création de nouveau mot.

Numérations écrites (chiffres et autres codages) dans le monde

Guitel (1966) propose une synthèse hiérarchisée des numérations écrites selon trois types : type d'addition, hybride et écrite de position. Les exemples des régions suivantes selon différentes époques sont en particulier étudiés : l'Égypte hiéroglyphique, Aztèque, Latin (romain), Babylone, Chine, Arabes, Indes, etc. Pour la séquence CLEAM, nous avons retenu les numérations écrites de 0 à 10 en romain, maya et les idéogrammes chinois. Nous présentons ici les nombres romains et mayas (Cauty 2000 pour des détails de la numération maya). Pour former le *quatre* en chiffres romains le codage IV correspond à une soustraction : 4 = 5 − 1 alors que la maya utilise 4 = 1 + 1 + 1 + 1. Notons que l'usage du IIII pour *quatre* chez les Romains a aussi existé même si ce n'est pas le codage enseigné de nos jours dans les classes (l'usage des nombres romains est encore répandu de nos jours en cours d'histoire). Pour *six* et *sept*, les mayas comme les romains s'appuient sur le *cinq* qui est un nouveau mot : 6 = 5 + 1 et 7 = 5 + 1 + 1 = 5 + 2.

Numérations digitales (sur les doigts) dans le monde

Le comptage sur les doigts fait l'objet de travaux en psychologie, Guedin *et alii* (2017) proposent une revue de littérature des travaux sur la relation entre l'usage des doigts et les comportements et performances des individus (adultes et enfants) sur des tâches liées au nombre. Ils montrent la dimension culturelle de l'usage des doigts pour compter, apprentissage qui n'est « ni universel, ni spontané » (*ibid* : 387). Ils précisent que l'usage des doigts est important pour la réussite des apprentissages sur le nombre :

> En somme, au début de la scolarité, les doigts aident et même prédisent la réussite ultérieure puis, au fur et à mesure de l'avancée dans le cursus scolaire, ils cessent d'aider parce que d'autres stratégies plus efficaces sont mobilisées. (Guedin *et alii* 2017 : 390)

Dans une approche historique, Gavin et Schärlig (2014) montrent que l'usage des doigts pour compter et également calculer a varié au cours des temps des Anciens à la Renaissance : usage des doigts pour inscrire des nombres jusqu'à 9 999, pour retenir les tables de multiplication, etc. Dans la séquence CLEAM de 0 à 10, nous proposons de compter sur les doigts comme les anglo-saxons (en commençant par l'index), en chinois (comptage jusqu'à dix sur une seule main) et japonais (les doigts sont abaissés et non levés pour compter), en makondé, yao et chambaa (Gerdes 2009) et en langue des signes française (LSF) c'est-à-dire le français signé. Ici, nous détaillons le français en France et le chambaa en Afrique[2] (documents 1 et 2). En France, le comptage commence par le pouce et la comptine numérique se forme avec l'ajout d'un doigt supplémentaire. Pour le *quatre*, le comptage du pouce à l'annulaire nécessite un entraînement au niveau de la motricité fine. Le *quatre* peut aussi se marquer directement de l'index à l'auriculaire, en réponse à la question : *Montrer quatre sur vos doigts*. En réponse, les élèves pourront également choisir de monter deux doigts sur chaque main (4 = 2 + 2), ce qui est une tâche scolaire mais non sociale. Selon le niveau des élèves, la main c'est-à-dire cinq doigts levés est perçue en reconnaissance globale comme *cinq* sans avoir à compter chaque doigt. Mais pour de jeunes élèves, le comptage des doigts est nécessaire. C'est la même chose pour les quantités *deux, trois* et *quatre* qui nécessitent un apprentissage pour être reconnues globalement sur les doigts. En chambaa, l'inscription des nombres sur les doigts relève des

---

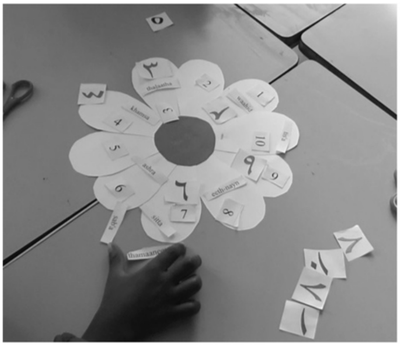
2. Les images (document 1) montrent quelqu'un qui compte sur ses doigts en regardant ses doigts : main gauche à gauche et main droite à droite. Lorsque quelqu'un montre ses mains à quelqu'un d'autre (un professeur aux élèves), pour celui qui regarde la main gauche est à droite et la droite est à gauche. Cela dépend également de la main choisie pour commencer à compter ce qui semble être variable selon les individus (Fayol 2017). Avec le *sep*t en France et la reconnaissance globale du *cinq* et du *deux*, on a 7 = 5 + 2 ou 7 = 2 + 5 mais comme l'addition est commutative, on a bien la quantité *sept* représentée.

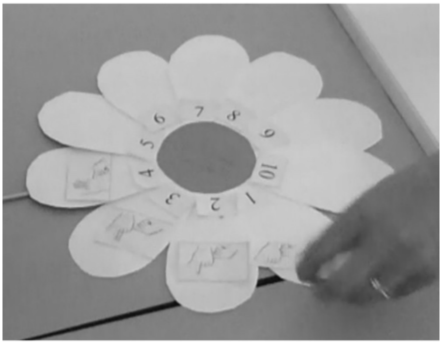
décompositions additives relatives à la construction du nombre. Le *quatre* (4 = 2 + 2) et le *six* (6 = 3 + 3 en reconnaissance globale) font appel aux doubles alors que le *sept* montre 7 = 2 + 2 + 3. Le *cinq* lui est un poing fermé ce qui correspond en France au *zéro* (sa représentation n’est pas d’usage courant). Le document 2 détaille les technologies associées aux techniques (avec ou sans reconnaissance globale des quantités).

3.3 Exemples de mises en œuvre dans les classes

3.3.1 Les fleurs des nombres

Deborah est professeur des écoles et formatrice, elle enseigne au niveau CP. Elle a mis en œuvre en classe la séquence Cleam sur les numérations orales, écrites et sur les doigts de 0 à 10. Elle s’est inspirée également du travail intitulé *Les langues de chat au cycle 2* (Dulala) et a proposé aux élèves de fabriquer des fleurs des nombres en utilisant certaines représentations de la séquence Cleam et en y ajoutant les langues de la classe : l’italien et l’arabe (document 3).





Doc. 3 : Les fleurs des nombres.

Lors d’un entretien, Deborah nous explique que pour les numérations orales, elle a projeté le tableau aux élèves en leur demandant de « repérer des caractéristiques communes et différentes dans les numérations orales pour *sept* en français, anglais et breton qui débutent par la même lettre et le même son : *sept, seven, seizh.* Par contre, pour l’apprentissage du maori, le constat a été qu’il n’y avait pas de caractéristiques communes a priori ». Deborah poursuit sur les numérations écrites et utilise dans son discours les relations mathématiques (5 + 1) et (5 – 1) :

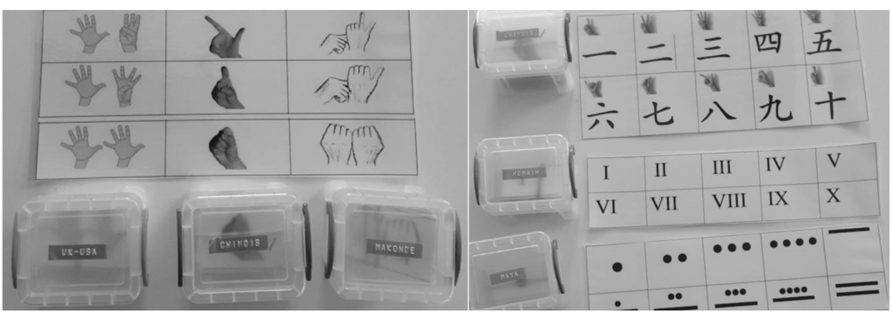
> Lors de la deuxième séance, les élèves ont accompli les mêmes tâches mais en les abordant par la numération écrite. Nous avons choisi de leur présenter la numération romaine, maya et chinoise. Les élèves ont tout de suite associé la barre des mayas à la quantité cinq (on est donc dans une forme d’abstraction). La barre et ajouté un point, l’écriture mathématique (5 + 1) a découlé. Pour l’écriture romaine : V égale cinq. Et la position de la barre avant ou après l’écriture mathématique est

> associée (5 + 1) ou (5 – 1). L'écriture chinoise n'ayant pas de caractéristiques communes pour les chiffres. (Entretien avec Deborah)

Les numérations orales et écrites sont des ressources pour Deborah pour travailler sur les décompositions additives des nombres. Lors de la réalisation des fleurs des langues, Deborah a ajouté la numération écrite en arabe et la numération orale en italien.

3.3.2 Les jeux de cartes

Toujours à partir de la séquence Cleam de 0 à 10, Ester qui est formatrice a mis en œuvre la séquence dans une classe de CP. Lors de la première séance la question est posée pour connaître les langues de la classe. Dans cette classe, ce sont dix langues qui sont parlées à la maison en plus du français : l'espagnol, le roumain, l'anglais, le russe, le géorgien, le marocain, le shimaore, le shibuschi, le malgache et le chinois. Ester réalise alors un tableau de synthèse des nombres à l'oral de 0 à 10 dans les onze langues de la classe. Pour les séances suivantes, elle fabrique également des jeux de cartes à partir de la séquence Cleam (document 4). Après une présentation des cartes en groupe classe, les élèves sont répartis par groupes pour classer les cartes de 1 à 10 dans différentes langues en se mettant d'accord sur la réponse. En outre, elle demande aux élèves qui savent compter sur leurs doigts dans d'autres langues que le français de faire des vidéos pendant la classe ce qui servira également pour montrer la variété des représentations sur les doigts.



Doc. 4 : Les jeux de cartes.

Nous proposons un extrait de transcription de quelques minutes de la séance de présentation par Ester des cartes en chambaa :

> Ester : En chambaa, le *six* c'est comme ça. [Montre *trois* et *trois* sur chaque main.] Le *quatr*e c'est comme ça. [Montre *deux* et *deux* sur une main.] Et le *sept* c'est quoi ? Si on veut faire avec les deux mains ?
>
> Élève 1 : Ben on peut pas !
>
> [Élève 2 montre cinq doigts et trois doigts.]
>
> Ester : Ça fait combien *cinq* et *trois* ?

Élève 1 : *Huit.*

Ester : *Huit*, moi je veux le *sept* ! Rappelez-vous comment on fait le *quatre*.

Élève 3 : C’est ce que j’essaie de faire mais…

[Ester remontre le *quatre* à la classe, les élèves l’imitent.]

Ester : Et du coup, attention. [Montre *sept* en chambaa : *deux* et *deux* sur une main, *trois* sur l’autre.] Ça fait bien *sep*t. [Tous les élèves font le *sept* sur leurs mains.]

Élèves : Ah !

Ester : Là, sur ma main, exactement. [Une élève (élève 4) a croisé les doigts des deux doigts]. Tu les croises les doigts comme ça t’es sûre qu’ils ne s’en vont pas. Eh bien, tu as raison ! C’est pareil, ça fait *quatre* d’un côté et *trois* de l’autre. Là, en chambaa, vous avez le *sept*. [Tous les élèves montrent le *sept* sur les doigts en chambaa.] »

Ester travaille donc à partir des représentations en chambaa du *six* et du *quatre* sur la décomposition du *sept,* 7 = 2 + 2 + 3 = 4 + 3. L’importance d’un travail régulier en motricité fine est essentiel afin que les élèves aient suffisamment de temps pour s’entraîner à inscrire des nombres sur les doigts. Dans cette classe, un élève ne marque pas le *deux* et *deux* pour *quatre* mais doit recourir à sa deuxième main (élève 3) et une autre élève croise chaque paire afin d’y arriver (élève 4). En effet, l’usage des doigts pour compter et calculer est moindre que par le passé (Gavin et Schärlig 2014) alors que les travaux en psychologie montrent leur nécessité pour les apprentissages sur le nombre et la numération.

Conclusions

La diversité linguistique et culturelle des numérations dans le monde nous permet de proposer un travail en mathématiques sur les décompositions des nombres et la variété des relations arithmétiques envisageables pour un même nombre. Notre travail se centre sur différentes représentations des nombres de 0 à 10 et permet de faire le lien entre ces différentes représentations des nombres et leur quantité associée. Un enjeu important est de découvrir d’autres représentations des nombres utilisées dans le monde et de prendre en compte les numérations connues par les élèves et leur famille. L’analyse de tâches de lecture de nombres dans différents registres de représentation sémiotique (oral, écrit, digital) montre que les techniques (manières de dire, d’écrire, de faire) se réfèrent à des technologies (savoirs mathématiques sous-jacents) différentes selon les langues. L’analyse des trois tâches : *lire quatre, lire cinq, lire six et lire sept* montre les décompositions additives suivantes qui sont associées aux techniques des différents registres : 4 = 5 – 1 = 2 + 2, 6 = 5 + 1 = 3 + 3 et 7 = 5 + 2 = 4 + 3. L’écriture de ces relations arithmétiques permet de prendre en compte et de coordonner les différents registres de représentations. De plus, ces décompositions sont essentielles pour travailler sur la construction du nombre à l'école. Elles permettent aux élèves d'être performants en calcul automatisé et réfléchi et également de pouvoir effectuer de manière efficace (rapide et juste) les calculs intermédiaires des opérations posées en colonne. Nous avons fait le choix suivant : les numérations orales en kwanyama (Afrique) et en nahuatl (Mexique), les numérations écrites en romain et en maya et les numérations digitales en français (France) et en chambaa (Afrique). Afin que la dimension plurilingue soit adaptée à chaque contexte de classe, il nous semble important d'ajouter à la séquence les langues parlées ou connues des élèves et de leur famille. Les langues des élèves sont alors invitées dans la classe et deviennent des ressources pour faire des mathématiques.

Travaux cités

Adler Jill, 2010, « La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques », dans G. Gueudet et L. Trouche (dir.). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques,* Rennes, Presses Universitaires de Rennes et INRP, p. 23-37.

Adler Jill, 2001, *Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms,* Dordrecht, Boston and London, Kluwer.

Ascher Marcia, 1998, *Mathématiques d'ailleurs. Nombres, formes et jeux dans les sociétés traditionnelles,* Paris, Seuil.

Barton Bill, 2008, *The Langage of Mathematics. Telling Mathematical Tales,* New York, Springer.

Barton Bill, Fairhall Uenuku and Trinick Tony, 1998, "Tikanga Reo Tatai : Issues in the development of a Maori mathematics register", *For The Learning of Mathematics*, vol. 18, issue 1, p. 3-9.

Barwell Richard, 2018, "From language as a resource to sources of meaning in multilingual mathematics classrooms", *Journal of Mathematical Behavior*, n° 50, p. 155-168.

Barwell Richard, Clarkson Philip, Halai Anjum, Kazima Mercy, Moschkovich Judit, Planas Nuria, Setati-Phakeng Mamokgethi, Valero Paola and Villavicencio Ubillus Martha, 2015, *Mathematics Education and Language Diversity*, 21st ICMI Study, New York, Springer.

Candelier Michel, 2008, « Approches plurielles, didactiques du plurilinguisme : le même et l'autre », *Recherches en didactique des langues et des cultures*, n° 5, disponible en ligne.

Candelier Michel, Kervran Martine et Rémy-Thomas Florence, 2003, « Une approche plurielle des langues à l'école primaire », *Le français aujourd'hui,* n° 142, p. 55-67.

Cauty André, 2000, « Numérations à deux "zéros" chez les mayas », *Repères IREM*, n° 41, p. 25-31.

Chevallard Yves, 1999, « L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique », *Recherches en didactique des mathématiques*, t. 19, fasc. 2, p. 221-266.

D'Ambrosio Ubiratan, 1985, « Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics », *For the Learning of Mathematics,* vol. 5, issue 1, p. 44-48.

De Pietro Jean-François, 2003, « La diversité au fondement des activités réflexives », *Repères*, n° 28, p. 161-185.

Dulala, « Fiches pédagogiques sur "Les langues de chat" », *Association Dulala D'une langue à l'autre,* Cycles 2 et 3, Site Internet Dulala.

Duval Raymond, 1996, « Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? » *Recherches en didactique des mathématiques*, t. 16, fasc. 3, p. 349-382.

Gavin Jérôme et Schärling Alain, 2014, *Sur les doigts jusqu'à 9 999. La numération digitale des Anciens à la Renaissance,* Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes.

Gerdes Paulus, 2009, *Ethnomathématiques en Afrique.* Centre des études mozambicaines et l'ethnoscience, Université Pédagogique, Maputo, Mozambique.

Guedin Nolwenn, Thevenot Catherine et Fayol Michel, 2017, « Des doigts et des nombres », *Psychologie française*, n° 63, p. 379-399.

Guitel Geneviève, 1966, « Classification hiérarchisée des numérations écrites », *Annales*, n° 5, p. 959-981.

Kervran Martine, 2013, *Les langues du monde au quotidien, Cycle 1,* Rennes, Scéren CRDP-CNDP.

Kervran Martine, 2006, « Pourquoi et comment faire appel à la diversité des langues du monde à l'école primaire ? », *Spirale*, n° 38, p. 27-35.

Kervran Martine , Poisard Caroline, Le Pipec Erwan, Sichler Marianne et Jeudy-Karakoç Nathalie, 2015, « Langues minoritaires locales et conceptualisation à l'école : l'exemple de l'enseignement des mathématiques en breton », dans M. Kervran et P. Blanchet (dir.), *Langues minoritaires locales et éducation à la diversité des dispositifs didactiques à l'épreuve,* Paris, L'Harmattan, « Espaces discursifs », p. 65-82.

Moschkovich Judit, 2002, "A situated and sociocultural perspective on bilingual mathematics laeaners", *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 4, issue 2 & 3, p. 189-212.

Mounier Éric, 2012, « Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, Application à la numération parlée en France », *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n° 17, p. 27-58.

Poisard Caroline, 2017, “Introducing an old calculating instrument in a new technologies environment: a praxeological analysis of students’ tasks using different registers”, *ReSMICTE Review of Science, Mathematics and ICT Education*, Vol. 11, issue 2, p. 47-67.

Poisard Caroline, 2021, *Langages et mathématiques,* Fabric@maths, Carnet de chercheur en ligne.

Poisard Caroline, Kervran Martine, Le Pipec Erwan, Alliot Stephan, Gueudet Ghislaine, Hili Hélène, Jeudy-Karadoc Nathalie et Larvol Gwenola, 2014, « Enseignement et apprentissage des mathématiques à l’école primaire dans un contexte bilingue breton-français », *Spirale*, p. 54, p. 129-150.

Poisard Caroline, Kervran Martine, Surget Élodie et Moumin Estelle, 2018, « Étudier des numérations orales en classe : quels savoirs mathématiques et langagiers ? », *Au fil des maths*, n° 528, p. 38-45.

Planas Nuria, 2018, “Language as a resource: a key notion for understanding the complexity of mathematics learning”, *Educational Studies in Mathematics,* Vol. 98, Issue 2, p. 215-229.

Radford Luis, 2017, « Réflexions sur l’éthnomathématique », dans J. Adihou, A. Giroux, D. Guillemette, C. Lajoie, & K. Mai Huy (dir.), *Actes du colloque du groupe de didactique des mathématiques du Québec 2016*, p. 168-177.

Rosa Milton, Shirley Lawrence, Gavarrete Maria Elen and Alangui Wilfredo, 2017, *Ethnomathematics and its Diverse Approaches for Mathematics Education*, ICME-13 Monographs. New York, Springer.

Setati Mamokgethi, 2005, “Teaching mathematics in a primary multilingual classroom”, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 36, issue 5, p. 447-466.

Zaslavsky Claudia, 1973, rééd. 1999, *Africa counts, Number and pattern in African cultures,* Chicago, Lawrence Hill Books.