

# MATHÉMATIQUES

## CLASSE DE SECONDE

### NOUVEAU PROGRAMME APPLICABLE

### À COMPTER DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2000-2001

#### INTRODUCTION

La seconde est une classe de détermination. Pour que l'élève puisse définir son orientation, il doit avoir pris conscience de la diversité de l'activité mathématique. Chercher, trouver des résultats partiels, se poser des questions, appliquer des techniques bien comprises, étudier une démonstration qu'on n'aurait pas trouvée soi-même, expliquer oralement une démarche, rédiger au brouillon puis au propre, etc. sont quelques-uns des aspects de cette activité. Il importe donc que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe ; parmi ceux-ci les travaux écrits faits à la maison restent absolument essentiels à toute progression de l'élève.

L'utilité et la pérennité des mathématiques ne sont pas à prouver. Néanmoins, il faut que chaque élève, à son niveau, puisse faire l'expérience personnelle de l'efficacité des concepts mathématiques et de la simplification que permet la maîtrise de l'abstraction. Il doit, pour cela, pouvoir prendre le temps de faire des mathématiques, de bâtir un ensemble cohérent de connaissances et d'accéder au plaisir de la découverte et à l'expérience de la compréhension.

Le programme qui suit est écrit dans le cadre d'une seconde de détermination. Il est composé de trois grands chapitres : statistique, calcul et fonctions, géométrie. Pour chaque chapitre, les capacités attendues, en nombre volontairement limité, constituent la base commune sur laquelle se fonderont les programmes des années ultérieures. De plus, un ensemble de thèmes d'études est proposé, dans lequel l'enseignant pourra puiser au gré du questionnement et des motivations de ses élèves ; ces thèmes, entourant le contenu du chapitre, permettent de faire vivre l'enseignement au-delà de l'évaluation sur les capacités attendues et de prendre en compte dans une certaine mesure l'hétérogénéité des classes. L'enseignant a toute liberté pour choisir les thèmes au-delà de ces propositions.

A titre indicatif, le temps à consacrer aux différents chapitres pourrait être de 1/8 pour les statistiques, le reste se répartissant équitablement entre les deux autres chapitres.

L'informatique, devenue aujourd'hui absolument incontournable, permet de rechercher et d'observer des lois expérimentales dans deux champs naturels d'application interne des mathématiques : les nombres et les figures du plan et de l'espace. Cette possibilité d'expérimenter, classiquement plus propre aux autres disciplines, doit ouvrir largement la dialectique entre l'observation et la démonstration, et, sans doute à terme, changer profondément la nature de l'enseignement. Il est ainsi nécessaire de familiariser le plus tôt possible les élèves avec certains logiciels ; en seconde l'usage de logiciels de géométrie est indispensable. Un des apports majeurs de l'informatique réside aussi dans la puissance de simulation des ordinateurs ; la simulation est ainsi devenue une pratique scientifique majeure : une approche en est proposée dans le chapitre statistique.

Chaque chapitre est l'occasion de constater l'économie de pensée qu'apportent des notations adaptées et d'éprouver la nécessité d'avoir à ce propos des conventions claires. Le développement de l'argumentation et l'entraînement à la logique font partie intégrante des exigences des classes de lycée. A l'issue de la seconde, l'élève devra avoir acquis une expérience lui permettant de commencer à détacher les principes de la logique formelle de ceux de la logique du langage courant, et, par exemple, à dissocier implication mathématique et causalité.

Le programme est une trame à partir de laquelle le professeur construit son enseignement. Il ne doit pas perdre de vue que, par le choix des exemples traités et de la progression suivie, par le vocabulaire imagé employé, par sa manière personnelle de raconter l'histoire de certaines idées, il transmet une image des mathématiques importante pour l'avenir de ses élèves.

#### Statistique

##### Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
<i>Exemples conduisant à lire et établir des relevés statistiques sous forme de tableaux ou de représentations graphiques, éventuellement en utilisant un ordinateur.</i>	<i>Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires. Classes, effectifs. Fréquences.</i>	<i>Effectifs cumulés, fréquences cumulées. Moyennes pondérées. Initiation à l'usage des tableurs-grapheurs. Valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles.</i>	<i>Caractéristiques de position d'une série statistique. Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique. Initiation à l'utilisation des tableurs-grapheurs en statistique.</i>

##### En seconde le travail sera centré sur :

- la réflexion conduisant au choix de résumés numériques d'une série statistique quantitative ;
- la notion de fluctuation d'échantillonnage vue ici sous l'aspect élémentaire de la variabilité de la distribution des fréquences ;
- la simulation à l'aide du générateur aléatoire d'une calculatrice. La simulation remplaçant l'expérimentation permet, avec une grande économie de moyens, d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences. On verra ici la diversité des situations simulables à partir d'une liste de chiffres.

L'enseignant traitera des données en nombre suffisant pour que cela justifie une étude statistique ; il proposera des sujets d'étude et des simulations en fonction de l'intérêt des élèves, de l'actualité et de ses goûts.

La notion de fluctuation d'échantillonnage et de simulation ne doit pas faire l'objet d'un cours. L'élève pourra se faire un "cahier de statistique" où il consignera une grande partie des traitements de données et des expériences de simulation qu'il fait, des raisons qui conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de ses propres expériences et de celles de sa classe. Ce cahier sera complété en première et terminale et pourra faire partie des procédures d'évaluation annuelle.

En classe de première et de terminale, dans toutes les filières, on réfléchira sur la synthèse des données à l'aide du couple moyenne, écart-type qui sera vu à propos de phénomènes aléatoires gaussiens et par moyenne ou médiane et intervalle inter-quartile sinon. On amorcera une réflexion sur le problème de recueil des données et sur la notion de preuve statistique ; on fera un lien entre statistique et probabilité. L'enseignement de la statistique sera présent dans toutes les filières mais sous des formes diverses.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Résumé numérique par une ou plusieurs mesures de tendance centrale (moyenne, médiane, classe modale, moyenne élaguée) et une mesure de dispersion (on se restreindra en classe de seconde à l'étendue).	Utiliser les propriétés de linéarité de la moyenne d'une série statistique.  Calculer la moyenne d'une série à partir des moyennes de sous-groupes.  Calcul de la moyenne à partir de la distribution des fréquences.	L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur la nature des données traitées, et de s'appuyer sur des représentations graphiques pour justifier un choix de résumé. On peut commencer à utiliser le symbole $\bar{x}$ . On commentera quelques cas où la médiane et la moyenne diffèrent sensiblement. On remarquera que la médiane d'une série ne peut se déduire de la médiane de sous séries. Le calcul de la médiane nécessite de trier les données, ce qui pose de problèmes de nature algorithmique.
Définition de la distribution des fréquences d'une série prenant un petit nombre de valeurs et de la fréquence d'un événement.  Simulation et fluctuation d'échantillonnage.	Concevoir et mettre en œuvre des simulations simples à partir d'échantillons de chiffres au hasard.	La touche "random" d'une calculatrice pourra être présentée comme une procédure qui, chaque fois qu'on l'actionne, fournit une liste de n chiffres (composant la partie décimale du nombre affiché). Si on appelle la procédure un très grand nombre de fois, la suite produite sera sans ordre ni périodicité et les fréquences des dix chiffres seront sensiblement égales. Chaque élève produira des simulations de taille n (n allant de 10 à 100 suivant les cas) à partir de sa calculatrice ; ces simulations pourront être regroupées en une simulation ou plusieurs simulations de taille N, après avoir constaté la variabilité des résultats de chacune d'elles. L'enseignant pourra alors éventuellement donner les résultats de simulation de même taille N préparées à l'avance et obtenues à partir de simulations sur ordinateurs.

Calcul et fonctions

Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
Nombres et calcul numérique. Ecriture décimale et opérations + - $\times$ . Division par un entier et valeur approchée. Ecritures fractionnaires du quotient de 2 entiers.	Expressions numériques. Produit de deux fractions. Comparaison, somme et différence de deux fractions.	Opérations sur les relatifs en écriture décimale ou fractionnaire. Puissance d'un exposant entier ou relatif. Touches $\sqrt{\quad}$ cos, 1/x de la calculatrice.	Calculs comportant des radicaux. Exemples d'algorithmes simples ; application numérique sur ordinateur. Fractions irréductibles.
Calcul littéral. Substitution de valeurs numériques dans une formule.	$k(a + b)$ ; $k(a \times b)$ Test par substitution de valeurs dans une expression littérale	Développement d'expressions. Effets sur l'ordre de + et de $\times$ . Equations du premier degré.	Factorisation (identités) Problèmes se ramenant au 1er degré Systèmes d'équations à 2 inconnues
Application d'un pourcentage. Etude de situations relevant ou non de la proportionnalité. Lecture et réalisation de tableaux, de graphiques.	Mouvement uniforme. Reconnaissance et mise en œuvre de la proportionnalité.	Vitesse moyenne. Applications de la proportionnalité. Initiation à l'usage de tableaux-graphes.	Effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires et des volumes. Fonctions linéaires et affines.

### Objectifs :

- Approfondir la connaissance des différents types de nombres.
- Expliciter, sous différents aspects (graphique, calcul, étude qualitative), la notion de fonction.
- Etudier quelques fonctions de références, préparant à l'analyse.
- Progresser dans la maîtrise du calcul algébrique, sans recherche de technicité, toujours dans la perspective de résolution de problèmes ou de démonstration.
- Utiliser de façon raisonnée et efficace la calculatrice pour les calculs et pour les graphiques.

La plupart de ces objectifs concernent les trois années de lycée.

Le calcul numérique et le calcul algébrique ne doivent pas constituer un chapitre de révision systématique, mais se retrouvent au travers des différents chapitres. En particulier, ils seront traités en relation étroite avec l'étude des fonctions. Comme la géométrie, les activités de calcul doivent être l'occasion de développer le raisonnement et l'activité de démonstration.

Lors de la résolution de problèmes, on dégagera, pour certains exemples étudiés, les différentes phases du traitement : mathématisation et mise en équation, résolution, contrôle de la cohérence des résultats et exploitation.

On exploitera les possibilités offertes par les tableurs, par les grapheurs et par les logiciels de géométrie.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Nature et écriture des nombres. Notations $\mathbf{N}$ , $\mathbf{Z}$ , $\mathbf{Q}$ , $\mathbf{R}$ . Représentation des nombres dans une calculatrice. Nombres premiers.	Distinguer un nombre d'une de ses valeurs approchées. Interpréter un résultat donné par une calculatrice. Organiser un calcul à la main ou à la machine. Décomposer un entier en produit de nombres premiers.	On admettra que l'ensemble des réels est l'ensemble des abscisses des points d'une droite. On travaillera sur les ordres de grandeur. On donnera un ou deux exemples de limites d'utilisation d'une calculatrice. On fera quelques manipulations de nombres en écriture scientifique. On se limitera à des exemples (du type $56 \times 67$ ) pour lesquels la connaissance des tables de multiplication suffit.
Ordre des nombres. Valeur absolue d'un nombre.	Choisir un critère adapté pour comparer des nombres. Comparer $a$ , $a^2$ et $a^3$ lorsque $a$ est positif. Caractériser les éléments d'un intervalle et le représenter.	La valeur absolue d'un nombre permet de parler facilement de la distance entre deux nombres.
Fonctions.	Identifier la variable et son ensemble de définition pour une fonction définie par une courbe, un tableau de données ou une formule.  Déterminer, dans chacun des cas, l'image d'un nombre.	On étudiera des situations issues, entre autres, de la géométrie, de la physique, de l'actualité ou de problèmes historiques. On réfléchira sur les expressions <i>être fonction de</i> et <i>dépendre de</i> dans le langage courant et en mathématiques. On donnera des exemples de dépendance non fonctionnelle (poids et taille, note au bac et moyenne de l'année). Les fonctions abordées ici sont généralement des "fonctions numériques d'une variable réelle" pour lesquelles l'ensemble de définition est donné. On pourra voir quelques exemples de fonctions définies sur un ensemble fini ou même de fonctions à deux variables (aire en fonction des dimensions). L'utilisation de calculatrice ou d'ordinateur amènera à considérer une fonction comme un dispositif capable de produire une valeur numérique quand on introduit un nombre (c'est-à-dire comme une "boîte noire"). Les notations $f(x)$ , déjà introduite au collège, et $f$ seront systématiquement utilisées. Il importe d'être progressif dans l'utilisation de ces écritures : le passage du nombre $f(x)$ à l'objet mathématique "fonction" noté $f$ est difficile et demande un temps de maturation individuelle qui peut dépasser la classe de 2nde.
Étude qualitative de fonctions. Fonction croissante, fonction décroissante ; maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.	Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe. Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variation.	S'il s'agit des courbes, on distinguera celles pour lesquelles, par convention, l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique. La perception sur un graphique de symétries ou de périodicité pourra conduire à une formulation analytique de ces propriétés. On soulignera le fait qu'une fonction croissante conserve l'ordre, tandis qu'une fonction décroissante renverse l'ordre ; une définition formelle est ici attendue.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Premières fonctions de référence.  Fonctions linéaires et fonctions affines	Etablir le sens de variation et représenter graphiquement les fonctions $x \mapsto x^2$ , $x \mapsto \frac{1}{x}$ .  Connaître la représentation graphique de $x \mapsto \sin x$ et de $x \mapsto \cos x$ . Caractériser les fonctions affines par le fait que l'accroissement de la fonction est proportionnel à l'accroissement de la variable.	D'autres fonctions telles que $x \mapsto \sqrt{x}$ , $x \mapsto x^3$ , $x \mapsto  x $ , ... pourront être découvertes à l'occasion de problèmes. Les résultats les concernant pourront être admis. Les positions relatives des diverses courbes ainsi découvertes seront observées et admises. La définition de $\sin x$ et $\cos x$ pour un réel $x$ quelconque se fera en "enroulant $\mathbb{R}$ " sur le cercle trigonométrique. On fera le lien avec les sinus et cosinus de $30^\circ$ , $45^\circ$ et $60^\circ$ . Exemples de non-linéarité. En particulier, on fera remarquer que les fonctions carré, inverse, ... ne sont pas linéaires.
Fonctions et formules algébriques.	Reconnaître la forme d'une expression algébrique (somme, produit, carré, différence de deux carrés). Identifier l'enchaînement des fonctions conduisant de $x$ à $f(x)$ quand $f$ est donnée par une formule. Reconnaître différentes écritures d'une même expression et choisir la forme la plus adaptée au travail demandé (forme réduite, factorisée, ...). Modifier une expression ; la développer ; la réduire selon l'objectif poursuivi.	Les activités de calcul doivent être l'occasion de raisonner et de démontrer. On évitera une activité trop mécanique et on s'efforcera de développer, avec des expressions littérales faisant intervenir une seule lettre, deux plus rarement, des stratégies s'appuyant sur l'observation, l'anticipation et l'intelligence du calcul. On multipliera les approches et on explicitera quelques procédures simples permettant d'infirmer ou de confirmer une formule. À l'occasion de certains travaux sur tableur, on distinguera la recherche et l'observation d'une loi empirique de la démonstration d'une formule. Des activités liées aux fonctions, aux équations ou aux inéquations mettront en valeur l'information donnée par la forme d'une expression et motiveront la recherche d'une écriture adaptée.
Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations.	Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré. Utiliser un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction. Résoudre graphiquement des équations ou inéquations du type : $f(x) = k$ ; $f(x) < k$ ; $f(x) = g(x)$ ; $f(x) < g(x)$ ; ...	Pour un même problème, on combinera les apports des modes de résolution graphique et algébrique. On précisera les avantages et les limites de ces différents modes de résolution. On pourra utiliser les graphiques des fonctions de référence et leurs positions relatives. On ne s'interdira pas de donner un ou deux exemples de problème conduisant à une équation qu'on ne sait pas résoudre algébriquement et dont on cherchera des solutions approchées.

## Géométrie

## Rappel des programmes antérieurs :

SIXIÈME	CINQUIÈME	QUATRIÈME	TROISIÈME
Parallépipède rectangle : description, représentation et patrons.	Prismes droits, cylindres de révolution : description, représentation et patrons.	Pyramide et cône de révolution.	Sections d'une sphère ; d'un cube, d'un parallépipède rectangle, d'un cône de révolution, d'une pyramide dans des cas simples.
Dans le plan, transformation de figures par symétrie axiale : construction d'images, construction de figures simples ayant un axe de symétrie, énoncé de propriétés.	Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale.	Translation.	Polygones réguliers. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translation.
Reproduction de figures planes simples.	Parallélogramme ; caractérisation angulaire du parallélisme. Cercle circonscrit.	Milieux et parallèles dans un triangle, triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; droites remarquables. Cercle et triangle rectangle.	Théorème de Thalès et réciproque. Vecteurs : somme de 2 vecteurs.
Abscisses positives sur une droite graduée. Repérage dans le plan par des entiers relatifs.	Repérage sur une droite graduée et dans le plan.	Alignement de points et proportionnalité.	Coordonnées du milieu d'un segment, d'un vecteur ; distance de deux points à partir de leurs coordonnées.
	Somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque.	Distance d'un point à une droite et tangente à un cercle. Pythagore et sa réciproque. Cosinus d'un angle aigu.	Relations trigonométriques dans un triangle rectangle.

### Objectifs :

Deux objectifs principaux sont assignés à cette partie du programme :

- développer la vision dans l'espace ;

- proposer aux élèves des problèmes utilisant pleinement les acquis de connaissances et de méthodes faits au collège. Pour dynamiser la synthèse et éviter les révisions systématiques, trois éclairages nouveaux sont proposés : les triangles isométriques, les triangles de même forme et des problèmes d'aires.

Le calcul vectoriel et analytique est limité au minimum : entretien des acquis du collège ; utilisation en physique. Aucune notion nouvelle sur les transformations n'est envisagée.

On utilisera les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Géométrie dans l'espace. Positions relatives de droites et plans : règles d'incidence. Orthogonalité d'une droite et d'un plan.	Manipuler, construire, représenter des solides. Effectuer des calculs simples de longueur, aire ou volume. Connaître les positions relatives de droites et plans de l'espace.	On mettra en œuvre les capacités attendues sur un ou deux exemples: construction d'un patron, représentation en perspective cavalière, dessin avec un logiciel de construction géométrique, calcul de longueurs, d'aires ou de volumes.
Les configurations du plan.  Triangles isométriques, triangles de même forme.	Utiliser, pour résoudre des problèmes, les configurations et les transformations étudiées en collège, en argumentant à l'aide de propriétés identifiées. Reconnaître des triangles isométriques. Reconnaître des triangles de même forme. Résoudre des problèmes mettant en jeu formes et aires.	Les problèmes seront choisis de façon - à inciter à la diversité des points de vue, dans un cadre théorique volontairement limité, - à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive, - à conduire vers la maîtrise d'un vocabulaire logique adapté (implication, équivalence, réciproque). A partir de la construction d'un triangle caractérisé par certains de ses côtés ou de ses angles, on introduira la notion de triangles isométriques. On pourra observer que deux triangles isométriques le sont directement ou non. On pourra utiliser la définition suivante : "deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre" (il s'agit donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme. Pour des formes courantes (équilatéral, demi-carré, demi-équilatéral), on fera le lien avec les sinus et cosinus des angles remarquables. On s'interrogera, à partir de décompositions en triangles, sur la notion de forme pour d'autres figures de base (rectangle, quadrilatère quelconque,...).
Repérage dans le plan.  Multiplication d'un vecteur par un réel.  Équations de droites.  Système d'équations linéaires.	Repérer des points d'un plan, des cases d'un réseau carré ou rectangulaire; interpréter les cartes et les plans. Un repère étant fixé, exprimer la colinéarité de deux vecteurs ou l'alignement de trois points. Caractériser analytiquement une droite. Reconnaître que deux droites sont parallèles. Déterminer le nombre de solutions d'un système de deux équations à deux inconnues. Résoudre des problèmes conduisant à de tels systèmes.	On pourra réfléchir aux avantages des divers types de repérage. On évoquera, en comparant les repérages sur la droite, dans le plan (voire sur la sphère ou dans l'espace), la notion de dimension. On n'utilisera le calcul vectoriel que pour faciliter le repérage des points, justifier le calcul de coordonnées et caractériser des alignements. On démontrera que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$ , soit de la forme $x = c$ .

### THÈMES D'ÉTUDE

Pour chacun des chapitres, le professeur choisira, pour l'ensemble des élèves ou pour certains seulement en fonction de leurs centres d'intérêt, un ou plusieurs thèmes d'étude dans la liste ci-dessous.

#### Statistique

- Simulations d'un sondage ; à l'issue de nombreuses simulations, pour des échantillons de taille variable, on pourra introduire la notion de fourchette de sondage, sans justification théorique. La notion de niveau de confiance 0,95 de la fourchette peut être introduite en terme de "chances" (il y a 95 chances sur 100 pour que la fourchette contienne la proportion que l'on cherche à estimer); on pourra utiliser les formules des fourchettes aux niveaux 0,95, 0,90 et 0,99 pour une proportion observée voisine de 0,5 afin de voir qu'on perd en précision ce qu'on gagne en niveau de confiance. On incitera les élèves à connaître l'approximation usuelle de la fourchette au niveau de confiance 0,95, issue d'un sondage sur  $n$  individus ( $n > 30$ ) dans le cas où la proportion observée  $\hat{p}$  est comprise entre 0,3 et 0,7, à savoir :  $[\hat{p} - 1/\sqrt{n}; \hat{p} + 1/\sqrt{n}]$ .

- Simulations de jeux de pile ou face : distribution de fréquences du nombre maximum de coups consécutifs égaux dans une simulation de 100 ou 200 lancers de pièce équilibrée; distribution de fréquences du gain sur un jeu d'au plus dix parties où on joue en doublant la mise (ou en la triplant) tant qu'on n'a pas gagné. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des pièces pour bien faire sentir la notion de simulation..
- Simulations du lancer de deux dés identiques et distribution de la somme des faces. On pourra aussi faire directement l'expérience avec des dés pour bien faire sentir la notion de simulation....
- Simulations de promenades aléatoires sur des solides ou des lignes polygonales, fluctuation du temps et estimation du temps moyen mis pour traverser un cube ou pour aller d'un sommet donné à un autre sommet donné d'une ligne polygonale.
- Simulations de naissances : distribution du nombre d'enfants par famille d'au plus quatre enfants lorsqu'on s'arrête au premier garçon, en admettant que pour chaque naissance, il y a autant de chances que ce soit un garçon ou une fille.

#### Calcul et fonctions

- Calculatrices et grands nombres.
- Etude détaillée d'un exemple concret de fonction (tarifs téléphoniques, montant de l'impôt en fonction du revenu) : lecture de texte, représentation graphique, variations.
- Sur tableur, explicitation des différentes étapes du calcul d'une formule en appliquant d'une colonne à l'autre une seule opération (+, -,  $\times$ , /, carré, ...). Explicitation de l'enchaînement des fonctions conduisant de  $x$  à  $f(x)$ . Recherche de la formule permettant de passer de la cellule donnant  $f(x)$  à la valeur de la cellule recevant  $x$ .
- Problèmes historiques sur les nombres, irrationalité de  $\sqrt{2}$ , crible d'Ératosthène, ...
- Croissance et fonction du temps. Suites de données annuelles : mesure absolue  $f(t+1) - f(t)$  et mesure relative (coefficient multiplicateur)  $\frac{f(t+1)}{f(t)}$ . On observera que l'évolution relative n'est pas visible sur un graphique à graduation régulière.
- Construction, prévision des variations de la somme ou différence de fonctions données par leurs représentations graphiques (on pourra se servir de la demi-somme, plus facile à construire, pour prévoir les variations de la somme).
- Caractérisation des éléments de  $\mathcal{D}$  et de  $\mathbb{Q}$ , soit en terme de développement décimal fini ou périodique, soit comme quotient irréductible d'entiers (le dénominateur étant ou non de la forme  $2^p \times 5^q$ ).
- Fonction affine par morceaux conforme à un tableau de variation ou un tableau de valeurs et problèmes d'interpolation linéaire.
- A l'aide d'un traceur de courbes, ajustement fonctionnel d'un tableau de valeurs (issues du champ de la physique, de l'économie, ... ou reprise d'un problème important dans l'histoire des sciences). On pourra observer que les solutions sont diverses, proposer de se limiter à tel ou tel type de fonctions et s'interroger sur ce que pourrait signifier l'expression "cette solution est" meilleure "que telle autre". À propos d'ajustement linéaire, on réfléchira sur le fait que la description affine de  $y$  à partir de  $x$  n'implique pas de causalité entre  $x$  et  $y$ .

#### Géométrie

- Patrons de pyramides non régulières.
- Repérage sur la sphère; application à la géographie, à l'astronomie.
- Exemples de pavages périodiques du plan.
- Les solides de Platon.
- Exemples de démonstrations classiques par les aires : théorème de Pythagore, théorème de Thalès, ...
- Représenter en perspective cavalière et en vraie grandeur une section plane d'un solide de référence dans des cas simples.
- Reconstitution d'un objet à partir de trois vues.
- Reconstitution d'un objet à partir d'une suite de coupes parallèles.
- Empilement de boules et cylindres de même diamètre.
- Exemples de réseaux dans le plan et l'espace (description, exemple des cristaux, ...).
- Puzzle 3D (décomposition d'un cube, ...).
- Projections orthogonales d'une sphère ou d'un disque sur un plan.