ENSEIGNEMENTS ÉLÉMENTAIRE ET SECONDAIRE

BACCALAURÉAT | NOR : MENE9802841N RLR : 544-0a | NOTE DE SERVICE N°98-217 DU 4-11-1998 | MEN DESCO A3

Formulaires de mathématiques autorisés aux épreuves des séries ES et S du bacccalauréat général

Texte adressé aux recteurs d'académie ; au directeur du service interacadémique des examens et concours de l'Ile-de-France

■ Vous trouverez annexés à la présente note de service les formulaires de mathématiques concernant les classes terminales préparant aux épreuves du baccalauréat général des séries ES et S.

Il s'agit d'une actualisation de deux formulaires antérieurs, publiés au B.O. n°4 du 22 mars 1995, qui prend en compte les contenus des programmes de mathématiques des classes terminales des séries ES et S et de l'option mathématiques appliquées de la première ES, publiés au B.O. hors-série n° 4 du 12 juin 1997.

Ces formulaires sont autorisés aux épreuves écrites et aux épreuves orales de contrôle de mathématiques.

Il appartient aux recteurs d'académie de veiller à ce que ces formulaires soient mis en place dans les centres d'examen en même temps que les sujets de mathématiques pour les épreuves écrites et disponibles en nombre pour les épreuves orales, et à ce que le contenu de la présente note de service soit diffusé dans les meilleurs délais dans les établissements concernés, afin que chaque candidat dispose d'un délai suffisant pour entrer en possession d'un exemplaire du formulaire de mathématiques correspondant à sa formation et se familiariser avec son utilisation.

Outre qu'elle place les candidats dans des conditions voisines de celles qu'ils rencontreront dans la poursuite de leurs études et de leur vie professionnelle, cette disposition permet d'apprécier leurs capacités à utiliser efficacement une documentation.

Elle contribue également à éviter que les résultats obtenus soient liés aux performances des calculatrices de poche autorisées aux examens, dont les capacités de mémorisation sont très variables : les modèles les plus perfectionnés sont ceux dont le prix est le plus élevé, et ces écarts sont de nature à introduire des inégalités entre les candidats. La mise à disposition de ces formulaires doit donc être considérée comme une mesure d'équité.

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de la recherche et de la technologie
et par délégation,
Le directeur de l'enseignement scolaire
Bernard TOULEMONDE

(voir formulaires pages suivantes)

BACCALAURÉAT, SÉRIE ES
ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE ET ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i \; ; \; V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

Droites de régression

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \bar{x}\,\bar{y}$$

$y = ax + b$, où $a = \dfrac{\sigma_{xy}}{V(x)}$

$x = a'y + b'$, où $a' = \dfrac{\sigma_{xy}}{V(y)}$

Coefficient de corrélation linéaire

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

II. COMBINATOIRE - DENOMBREMENTS *(SPÉCIALITÉ)*

Soit E un ensemble de n éléments

Nombre de sous-ensembles de p éléments de E :

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n(n-1) \cdots (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

où $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$; $0! = 1$

$$C_n^p = C_n^{n-p} \; ; \quad C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$$

III. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Si $A_1, \cdots, A_n$ forment une partition de A, $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

Dans le cas équiprobable :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$$

Probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$; $P(A|B)$ se note aussi $P_B(A)$

Cas où A et B sont indépendants : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Formule des probabilités totales

Si les événements $B_1, B_2, \cdots, B_n$ forment une partition de Ω, alors $P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \cdots + P(A \cap B_n)$

Variable aléatoire

Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leqslant x)$

Espérance mathématique : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Variance : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - (E(X))^2$

Ecart type $\sigma_x = \sqrt{V(X)}$

*Loi binomiale **(SPÉCIALITÉ)***

$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$; $E(X) = np$

IV. ALGÈBRE

A. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + b^n$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

B. *ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ*

Soient a, b, c des nombres réels, $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, une solution réelle double

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

C. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $S_n = n + 1$

V. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp x = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x \ln a}$ $(a > 0)$

$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$

$\left(e^a\right)^b = e^{ab}$

$\ln a^x = x \ln a$

2. Fonctions puissances

$x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$ $(x > 0)$

$x^0 = 1$

$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$

$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$

$\left(x^\alpha\right)^\beta = x^{\alpha\beta}$

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = +\infty$

Croissances comparées à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
x^n, $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
x^α, $\alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$

D. *CALCUL INTEGRAL*

Formule fondamentale

Si F est une primitive de f, alors $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

Formule de Chasles

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

$$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$$

Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$$

Positivité

Si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)dt \geqslant 0$.

Intégration d'une inégalité

Si $a \leqslant b$ et $f \leqslant g$, alors $\int_a^b f(t)dt \leqslant \int_a^b g(t)dt$

Si $a \leqslant b$ et $m \leqslant f \leqslant M$,

alors $m(b-a) \leqslant \int_a^b f(t)dt \leqslant M(b-a)$

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$

E. *EQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur I
$\frac{f'}{f} = k$, $f > 0$ sur un intervalle I	$f(x) = Ce^{kx}$, $C > 0$

BACCALAURÉAT, SÉRIE S
ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE ET ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. COMBINATOIRE - DÉNOMBREMENTS

Soit E un ensemble de n éléments

Nombre de sous-ensembles de p éléments de E :

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n(n-1) \quad \cdots \quad (n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

où $n! = 1\times 2\times 3\times\cdots\times n$; $0! = 1$

$$C_n^p = C_n^{n-p} \; ; \quad C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Si $A_1, \cdots, A_n$ forment une partition de A, $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega}$

Probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé

$P(A\cap B) = P(A|B)P(B)$; $P(A|B)$ se note aussi $P_B(A)$

Cas où A et B sont indépendants : $P(A\cap B) = P(A)P(B)$

Variable aléatoire

Fonction de répartition : $F(x) = P(X \leqslant x)$

Espérance mathématique : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Variance : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - (E(X))^2$

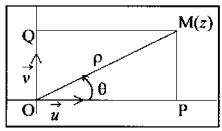
Ecart type $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

III. ALGÈBRE

A. *NOMBRES COMPLEXES*

Forme algébrique : $z = x + iy$

Forme trigonométrique : $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho e^{i\theta}, \rho > 0$



$\overrightarrow{OM} = x\vec{u} + y\vec{v}$

$\overline{OP} = x = \mathfrak{Re}(z) = \rho\cos\theta$

$\overline{OQ} = y = \mathfrak{Im}(z) = \rho\sin\theta$

$OM = \rho = |z| = \sqrt{x^2+y^2}$

Opérations algébriques

$z + z' = (x+iy) + (x'+iy') = (x+x') + i(y+y')$

$zz' = (x+iy)(x'+iy') = (xx'-yy') + i(xy'+x'y)$

Conjugué

$z = x+iy = \rho e^{i\theta} \quad ; \quad \overline{z} = x - iy = \rho e^{-i\theta}$

$x = \frac{1}{2}(z+\overline{z}) \quad ; \quad y = \frac{1}{2i}(z-\overline{z})$

$\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'} \quad ; \quad \overline{zz'} = \overline{z}\,\overline{z'}$

$z\overline{z} = x^2 + y^2 = |z|^2$

$\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{z\overline{z}} = \frac{x}{x^2+y^2} + i\frac{-y}{x^2+y^2} = \frac{1}{\rho}e^{-i\theta}$

Module et argument d'un produit, d'un quotient

$zz' = (\rho e^{i\theta})(\rho' e^{i\theta'}) = \rho\rho' e^{i(\theta+\theta')}$

$|zz'| = |z||z'|$

$\frac{z}{z'} = \frac{\rho e^{i\theta}}{\rho' e^{i\theta'}} = \frac{\rho}{\rho'} e^{i(\theta-\theta')}$

$\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$

$z^n = (\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$, $n \in \mathbb{Z}$

Inégalité triangulaire

$\big||z| - |z'|\big| \leqslant |z+z'| \leqslant |z| + |z'|$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

(valables sur $\mathbb{C}$ et donc sur $\mathbb{R}$)

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

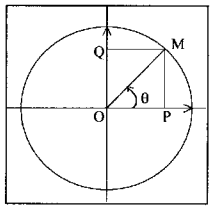
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \cdots + C_n^k a^{n-k}b^k + \cdots + b^n$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$; $a^2 + b^2 = (a+ib)(a-ib)$

C. TRIGONOMÉTRIE



$\overline{OP} = \cos\theta$

$\overline{OQ} = \sin\theta$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \theta \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Formules d'Euler

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right) \quad ; \quad \sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$$

Formules d'addition

$$e^{i(a+b)} = e^{ia}e^{ib}$$

$$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}; \quad \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a\tan b}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2\sin a\cos a$$

$$\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos 2a) \; ; \; \sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a)$$

Valeurs remarquables

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0

Formules de Moivre et applications

Pour tout entier naturel non nul n, $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$

soit encore $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

D. *ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ*

Soient a, b, c des nombres réels, $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $az^2 + bz + c = 0$ admet :

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles
$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
- si $\Delta = 0$, une solution réelle double
$$z_1 = z_2 = -\frac{b}{2a}$$
- si $\Delta < 0$, deux solutions complexes conjuguées
$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

Dans tous les cas : $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$.

$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}, \quad z_1 z_2 = \frac{c}{a}$$

E. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES*

(formules valables sur $\mathbb{C}$ et donc sur $\mathbb{R}$)

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $S_n = n + 1$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t} \quad (x > 0)$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp x = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$

$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$

$\ln 1 = 0$

$e^0 = 1$

$\ln e = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$\left(e^a\right)^b = e^{ab}$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

$\ln a^x = x \ln a$

2. Fonctions puissances

$x^\alpha = e^{\alpha \ln x} \quad (x > 0)$

$x^0 = 1$

$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$

$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$

$\left(x^\alpha\right)^\beta = x^{\alpha\beta}$

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $x \in [0, +\infty[$ et $y \in [0, +\infty[$,

$y = \sqrt[n]{x}$ équivaut à $x = y^n$

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS ET DE SUITES*

1. Fonctions

Comportement à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{x \to 0} x^\alpha = +\infty$

Croissances comparées à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine de $\ln(1+x)$, e^x, $\sin x$, $(1+x)^\alpha$

$\lim_{h \to 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$

$\lim_{h \to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$

$\lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1$

$\begin{cases} (1+h)^\alpha = 1 + \alpha h + h\varepsilon(h) & (\alpha \neq 0) \\ \lim_{h \to 0} \varepsilon(h) = 0 \end{cases}$

2. Suites

Si $\alpha > 0$, $\lim_{n \to +\infty} n^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{n \to +\infty} n^\alpha = 0$

Si $\alpha > 0$ et $a > 1$, $\lim_{n \to +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$

Si $a > 1$, $\lim_{n \to +\infty} a^n = +\infty$; si $0 < a < 1$, $\lim_{n \to +\infty} a^n = 0$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n\in\mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n},\ n\in\mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$x^\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u'+v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v+uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

$(v\circ u)' = (v'\circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1}u'$

D. *CALCUL INTÉGRAL*

Formules fondamentales

Si F est une primitive de f, alors $\int_a^b f(t)dt = F(b)-F(a)$

Si $g(x)=\int_a^x f(t)dt$, alors $g'(x)=f(x)$

$f(x)-f(a)=\int_a^x f'(t)dt$

Formule de Chasles

$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$

$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$

Linéarité

$\int_a^b (\alpha f(t)+\beta g(t))dt = \alpha\int_a^b f(t)dt + \beta\int_a^b g(t)dt$

Positivité

Si $a\leqslant b$ et $f\geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)dt \geqslant 0$.

Intégration d'une inégalité

Si $a\leqslant b$ et $f\leqslant g$, alors $\int_a^b f(t)dt \leqslant \int_a^b g(t)dt$

Si $a\leqslant b$ et $m\leqslant f\leqslant M$,

alors $m(b-a)\leqslant \int_a^b f(t)dt \leqslant M(b-a)$

Valeur moyenne de f sur $[a,b]$: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$

Intégration par parties

$\int_a^b u(t)v'(t)dt = \left[u(t)v(t)\right]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$

E. *ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y'-ay=0$	$f(x)=ke^{ax}$
$y''+\omega^2 y=0$	$f(x)=A\cos\omega x + B\sin\omega x$