

## Les mathématiques par les jeux Du Backgammon aux probabilités



Une ressource produite  
dans le cadre de la  
stratégie mathématiques  
en partenariat avec le  
réseau des IREM.

*irem*

Ce jeu est destiné aux élèves de cycle 4.

### Introduction

Les jeux de « plateau », qui se jouent avec des pions se déplaçant de case en case selon le tirage d'un dé ou de deux dés, forment une famille de jeux très répandus<sup>1</sup>, assez simples dans leur principe mais aux règles parfois complexes et mettant en scène à la fois des questions arithmétiques (additions et parfois divisibilité pour savoir si on « tombe au bon endroit », et calcul fractionnaire) et probabilistes (pour estimer les chances d'apparition de tel ou tel coup).

### Objectifs et liens avec les programmes

D'après le préambule du programme de cycle 4, « le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances).»

### Prérequis

Aucun prérequis n'est nécessaire pour jouer. Il est préférable d'avoir découvert la notion (ou l'idée) de probabilité avant de traiter les exercices proposés ; le jeu de Backgammon permet justement, à travers le lancement de deux dés, de faire découvrir une première situation non équiprobable, qui pourra être formalisée par la suite.

### Compétences travaillées

<b>Chercher</b>	Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.
<b>Raisonner</b>	Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions. Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion. Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.
<b>Calculer</b>	Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).

1. Ainsi, le jeu des « petits chevaux », le jacquet, le trictrac, etc.

## Attendus de fin de cycle, connaissances et compétences associées

### ATTENDUS DE FIN DE CYCLE

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.  
Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.

### CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.  
Calculer des probabilités dans des cas simples.

- Notion de probabilité.
- Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'événements certains, impossibles, incompatibles, contraires.

Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre.

- Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales.

## Description du jeu

### Organisation matérielle

- Durée indicative : une ou plusieurs séances pour faire apprendre les règles du Backgammon puis des exercices d'application du cours sur les probabilités qui peuvent être proposés en classe, comme en travail à la maison.
- Pour jouer : photocopies plastifiées du jeu. 15 pions blancs et 15 pions noirs par jeu. Le « fond du jeu » est diffusé conjointement à ce document<sup>2</sup> et peut être réutilisé sans restriction.
- Pour les exercices : aucun.

### Déroulé

Le jeu du Backgammon est un support pour amener les élèves à raisonner et à calculer des probabilités. Il permet également de réinvestir le travail sur les écritures fractionnaires. Enfin, il amène les élèves à réfléchir sur les relations logiques du type « et » et « ou ».

Il faut prendre un peu de temps pour expliquer les règles aux élèves. L'idéal est de jouer une partie en ligne projetée devant la classe en commentant les règles du jeu. Il existe différents sites internet pour cela (voir la bibliographie/sitographie).

On pourra également commencer à jouer avec un nombre plus restreint de pions. Les premiers exercices proposés peuvent être abordés avant même d'avoir présenté toutes les règles.

On peut ensuite proposer aux élèves de jouer chez eux, en ligne, ou en classe (avant des vacances, par exemple) afin qu'ils maîtrisent les règles et se rendent compte qu'il existe des stratégies plus efficaces que d'autres.

Les stratégies de ce jeu sont liées aux probabilités d'obtenir un résultat en lançant deux dés à 6 faces. On peut ainsi proposer un certain nombre de questions aux élèves, aussi bien en classe qu'en devoir maison. Voici quelques propositions.

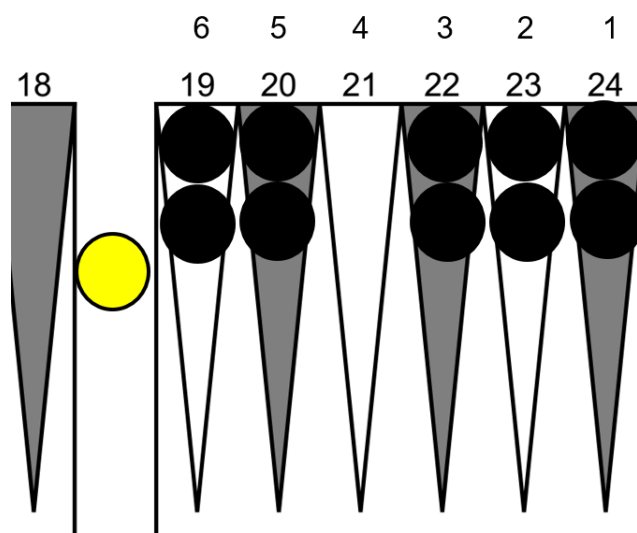
2. Formats vectoriels PDF, ODG (s'ouvre avec Libreoffice) et SVG (s'ouvre avec Inkscape).

Télécharger ici le matériel de jeu « [Backgammon](#) »



## Exercice 1

Le pion jaune doit « rentrer ». Quelle est la probabilité de rentrer au premier coup ?



**Note** : le joueur ne peut faire « rentrer » son pion placé sur la barre qu'en faisant un tirage lui permettant d'accéder à une case libre ; ici, les cases 1, 2, 3, 5 et 6 sont libres (numérotation pour le joueur jaune).

### Réponse

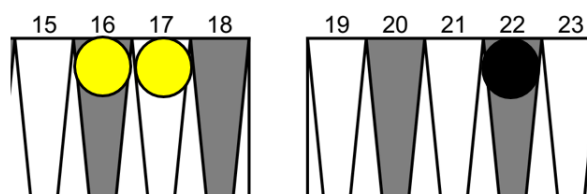
Il faut que l'un des deux dés (au moins) donne un 4 (numéro de la rangée libre). On peut résumer les possibilités dans un tableau donnant le résultat de chacun des 2 dés ainsi que la somme obtenue. Pour le décompte, le « double 4 » ne doit cependant pas compter deux fois. On a donc une probabilité de  $11/36$  (un peu moins d'un tiers).

dés	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

## Exercice 2

C'est aux noirs de jouer.

Quelle est la probabilité que le pion noir prenne<sup>3</sup> au moins un pion jaune ? Expliquer. Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.



**Réponse : 27/36 soit 3/4**

Les élèves doivent réfléchir ici aux possibilités qui s'offrent au pion noir pour prendre un pion jaune : il doit faire 5 ou 6. On peut résumer les possibilités dans un tableau donnant le résultat de chacun des 2 dés ainsi que la somme obtenue. Les lignes et colonnes « 5 » et « 6 » représentent des cas favorables, de même que les autres tirages dont la somme est 5 ou 6.

dés	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Quelle est la probabilité que le pion noir prenne les 2 pions jaunes ? Expliquer.

**Réponse**

Les seuls lancers qui conviennent sont : 1-5 et 5-1. Dans ce cas, le pion noir prend le premier pion jaune (en avançant de 5) puis le suivant (en avançant de 1). La probabilité que le pion noir prenne les 2 pions jaunes est de 2/36 soit 1/18.

Quelle est la probabilité que le pion noir prenne un seul pion jaune ? Expliquer.

**Réponse : 27/36 soit 3/4**

On devrait logiquement prendre les possibilités de la première question et retirer les cas favorables pour prendre 2 pions. Seulement, il est possible de jouer 1 puis 5 et donc de ne prendre qu'un seul pion. C'est pourquoi on retrouve les résultats de la première question.

dés	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Retrouvez Éduscol sur

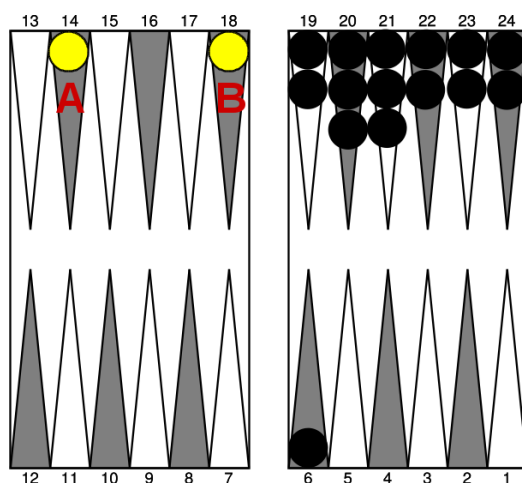


3. On dit aussi « frapper » au lieu de « prendre ».

## Exercice 3

C'est aux jaunes de jouer. Les dés donnent 2 et 3. Si un pion jaune se fait prendre, il ne peut plus rentrer et les jaunes risquent de perdre.

Il s'agit donc d'anticiper le tour suivant, en évitant le plus possible qu'un pion noir ne prenne un pion jaune.



Où faut-il placer les pions jaunes ? Expliquer.

### Réponse

Il y a 4 cas à étudier :

#### CAS n°1

Le joueur jaune avance le pion A de 5. Le joueur noir prend un des pions s'il fait 3 ou 12.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Probabilité que le noir prenne le jaune :  $\frac{14}{36}$  soit  $\frac{7}{18}$ .

#### CAS n°2

Le joueur jaune avance le pion B de 5. Le joueur noir prend un des pions s'il fait 7 ou 8.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Probabilité :  $\frac{12}{36}$  soit  $\frac{1}{3}$  (attention à la règle des doubles : le double-deux permet de prendre !).

Retrouvez Éduscol sur



**CAS n°3**

Le joueur jaune avance le pion A de 3 et le pion B de 2. Le joueur noir prend un des pions s'il fait 5 ou 10.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Probabilité :  $\frac{17}{36}$ .

**CAS n°4**

Le joueur jaune avance le pion A de 2 et le pion B de 3. Le joueur noir prend un des pions s'il fait 6 ou 9.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Probabilité :  $\frac{18}{36}$  soit  $\frac{1}{2}$ .

**Après comparaison des fractions, on choisit donc le cas n°2 qui minimise la probabilité de prise.**

## Prolongements

Le jeu du Backgammon comporte de nombreux autres aspects mathématiques ; on pourra notamment s'intéresser au « dé doubleur », qui permet d'influer sur le calcul du score au fil des parties. Ce dé fait apparaître sur ses faces les nombres : 2, 4, 8, 16, 32, 64.



## Bibliographie

- [Règle du jeu](#)
- Un bon site dédié : [Jeu-backgammon.net](http://Jeu-backgammon.net)
- Deux articles sur les mathématiques du backgammon, parus sur le site de référence [Bkgm.com](http://Bkgm.com) (en anglais) :
  - [Mathematics and Backgammon](#), Bob Koca
  - [Backgammon Mathematics](#), Kit Woolsey
- Un autre article sur les calculs de probabilités et d'espérance : [Backgammon](#).

Retrouvez Éduscol sur

