

Annexe II

Mathématiques

INTRODUCTION POUR LE CYCLE CENTRAL

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits dans l'introduction générale des programmes de mathématiques pour le collège demeurent valables pour le cycle central : consolider, enrichir et structurer les acquis des classes précédentes, conforter l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques, développer la capacité à utiliser les mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines), notamment à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence.

Comme en classe de sixième, l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves, et concourt à celle du citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

Le travail expérimental (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l'aide ou non d'instruments de dessin et de logiciels) permet d'émettre des conjectures. La résolution de problèmes vise à donner du sens aux connaissances travaillées, puis à en élargir les domaines d'utilisation. Ces démarches s'accompagnent de la formulation de définitions et de théorèmes. Elles s'inscrivent tout à fait dans le cadre de la démarche d'investigation décrite dans l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques. Les élèves sont conduits à distinguer conjecture et théorème, à reconnaître les propriétés démontrées et celles qui sont admises.

L'initiation au raisonnement déductif permet aux élèves de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples, dans le domaine numérique comme dans le domaine géométrique.

Si l'activité de l'élève est indispensable, les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes ne doivent pas être négligés. Les activités de formation ne peuvent pas se réduire à la mise en œuvre des compétences exigibles et doivent donc être aussi riches et diversifiées que possible. Elles sont l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie.

Le programme du cycle central du collège a pour objectifs principaux :

- **dans la partie « organisation et gestion de données, fonctions »** : affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité (notamment au niveau de ses applications : pourcentages, indices, changements d'unités...); initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère ;

acquérir les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquence, moyenne) utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de tout citoyen ;

- **dans la partie « nombres et calculs »** :

poursuivre la pratique du calcul mental et l'utilisation rationnelle des calculatrices ;

assurer la maîtrise des calculs sur les nombres décimaux relatifs et sur les nombres en écriture fractionnaire (quatre opérations, puissances) ;

initier les élèves au calcul littéral : priorités opératoires, développement, mise en équation et résolution ;

- **dans la partie « géométrie »** :

connaître et utiliser les propriétés et les relations métriques relatives à des figures de base (triangles, parallélogrammes, cercles)

se familiariser avec les représentations de figures de l'espace ;

poursuivre l'étude des symétries (symétrie centrale) ;

s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure ;

- **dans la partie « grandeurs et mesure »** :

compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux angles, aux masses et aux durées ;

savoir calculer les aires et volumes de figures ou de solides usuels ;

poursuivre l'étude du système d'unités de mesure des volumes ;

commencer l'étude de grandeurs quotients (vitesse moyenne).

Ce programme traduit la volonté de mieux équilibrer les notions étudiées au cycle central et en classe de troisième. Il doit être lu en se référant au programme de la classe de sixième (en particulier pour le programme de la classe de cinquième) et à celui de la classe de troisième (en particulier pour le programme de la classe de quatrième qui a donné lieu au plus grand nombre de modifications).

Comme en classe de sixième, le vocabulaire et les notations nouvelles (\leq , \geq , a^n , a^{-n} , cos) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité.

CLASSE DE CINQUIÈME

1. Organisation et gestion de données, fonctions

En classe de cinquième, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient.

La partie relative au traitement et à la représentation de données a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et

à l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et de mettre en évidence la relativité de l'information représentée. Les travaux correspondants sont conduits à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines : sciences de la vie et de la terre, technologie, géographie..., et l'étude des thèmes de convergence.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>1.1. Proportionnalité</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p>- Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.</p> <p>- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : comparer des proportions, calculer et utiliser un pourcentage, calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité..</p> <p>[SVT, Géographie, Physique, Technologie]</p>	<p>Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs. Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec un contexte doit occuper une place limitée.</p> <p>Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur, toute autre variable étant fixée, par exemple dans le cas :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de la longueur d'un arc de cercle, - de l'aire d'un triangle, d'un parallélogramme, d'un disque, d'un secteur circulaire, - du volume ou de l'aire latérale d'un cylindre ou d'un prisme droit. <p>Des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » sont utilisées, mais toute définition de la notion de fonction est exclue.</p> <p>Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même nature qu'en classe de sixième :</p> <p>passage par l'image de l'unité utilisation d'un rapport de linéarité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient utilisation du coefficient de proportionnalité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient.</p> <p>Mais leur usage par chaque élève évolue en fonction notamment de la meilleure maîtrise qu'il a de la notion de quotient. La propriété additive de la linéarité est également utilisée. L'utilisation répétée du coefficient de proportionnalité est l'occasion d'exploiter certaines fonctions de la calculatrice (opérateurs constants, mémoire...) ou d'un tableur [B2i]. L'usage du « produit en croix » est réservé à la classe de quatrième où il pourra être justifié en liaison avec l'égalité des quotients (programme de la classe de quatrième § 1.2 et 2.2).</p> <p>La constitution d'un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère amène à une première reconnaissance de la proportionnalité par une propriété graphique.</p> <p>Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion (voir § 2.2).</p> <p>La mise en œuvre de la proportionnalité sur les notions de pourcentage et d'échelle vise la maîtrise de procédés généraux. En revanche, le traitement des problèmes relatifs au mouvement uniforme repose directement sur la proportionnalité sans recours à la relation $d = vt$ qui sera mise en œuvre en classe de quatrième.</p>
<p>1.2. Expressions littérales</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>Utiliser une expression littérale.</p> <p>Produire une expression littérale.</p>	<p>De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).</p> <p>De même dans le domaine numérique, certaines situations se prêtent particulièrement à la production d'expressions littérales, par exemple : recherche du « milieu » de deux nombres, expression du fait qu'un nombre est multiple de 7.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>1.3. Activités graphiques</p> <p>Repérage sur une droite graduée.</p> <p>Repérage dans le plan.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>Sur une droite graduée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - lire l'abscisse d'un point donné, - placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte) <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]</p> <ul style="list-style-type: none"> - déterminer la distance de deux points d'abscisses données. <p>Dans le plan muni d'un repère orthogonal :</p> <ul style="list-style-type: none"> lire les coordonnées d'un point donné, placer un point de coordonnées données, <p>Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.</p> <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique ...]</p>	<p>Les nombres utilisés dans ces activités peuvent être des entiers, des décimaux ou des quotients simples. Ce travail est conduit en lien avec l'étude des nombres relatifs (§ 2.3), dans des situations où l'interprétation graphique contribue à développer la compréhension des outils usuels de représentation que sont la droite graduée et le plan repéré.</p> <p>Les activités graphiques conduisent :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à établir la correspondance entre nombres et points d'une droite graduée (une même droite peut être graduée de plusieurs façons) ; - à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine ; - à choisir l'échelle permettant de placer une série de nombres sur une portion de droite graduée. <p>Des activités dans lesquelles les élèves ont eux-mêmes à graduer une droite ou à produire un graphique sont proposées.</p>
<p>1.4 Représentation et traitement de données</p> <p>Classes, effectifs.</p> <p>Fréquences.</p> <p>Tableau de données, représentations graphiques de données.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>Calculer des effectifs et des fréquences.</p> <p>Regrouper des données en classes d'égale amplitude.</p> <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau, ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme). - Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme. <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]</p>	<p>Dans un premier temps, les calculs d'effectifs et de fréquences peuvent être réalisés indépendamment de la notion de classe.</p> <p>Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat.</p> <p>Le calcul d'effectifs cumulés n'est pas une compétence exigible, mais il peut être entrepris, en liaison avec d'autres disciplines dans des situations où les résultats peuvent être interprétés.</p> <p>La notion de fréquence est souvent utilisée pour comparer des caractéristiques de populations d'effectifs différents. Les élèves sont sensibilisés aux problèmes engendrés par l'interprétation de ce type de comparaisons. Les écritures $\frac{4}{10}$, $\frac{2}{5}$, 0,4 (ou en notation anglo-saxonne 0.4 ou .4), 40% sont utilisées pour désigner une fréquence : elles permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.</p> <p>Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée. Pour les données relatives à un caractère qualitatif trois types de représentations graphiques sont utilisés : le diagramme en tuyaux d'orgue, le diagramme en bandes (ou diagramme linéaire), le diagramme à secteurs (circulaires ou semi-circulaires). Pour les données à caractère quantitatif discret (ou à valeurs discontinues) le diagramme utilisé est le diagramme en bâtons ; pour les données à caractère continu, un histogramme est utilisé (en se limitant au cas de classes d'égale amplitude).</p> <p>L'utilisation d'un tableur permet d'enrichir ce travail en le prolongeant à des situations plus complexes que celles qui peuvent être traitées « à la main ».</p> <p>[B2i]</p>

2. Nombres et calculs

Comme en classe de sixième, cette partie du programme s'appuie fondamentalement sur la résolution de problèmes. Ces problèmes, en associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des diverses écritures numériques et littérales. Dans la continuité de ce qui est fait en classe de sixième, les problèmes proposés sont issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. Il convient de ne pas multiplier les activités de technique pure. Toutes les activités numériques fournissent des occasions de pratiquer le calcul exact ou approché

sous toutes ses formes, utilisées en interaction : calcul mental, automatisé ou réfléchi, calcul posé, emploi d'une calculatrice. A travers ces activités, plusieurs objectifs sont visés, en particulier ceux qui contribuent au développement des capacités à :

- prévoir des ordres de grandeur,
- opérer en conservant l'écriture fractionnaire,
- utiliser le vocabulaire approprié (terme, facteur, numérateur, dénominateur),

• contrôler ou anticiper des résultats par des calculs mentaux approchés.

L'entretien et le développement des compétences en calcul mental sont indispensables, ces compétences étant nécessaires dans de nombreux domaines. Pour ce qui concerne le calcul posé, les nombres utilisés sont de taille raisonnable.

Les nombres relatifs, entiers et décimaux, sont introduits ainsi que l'addition et la soustraction de tels nombres.

L'initiation aux écritures littérales se poursuit. Le calcul littéral, au sens de transformation d'écriture, fait l'objet d'un premier travail en classe de cinquième et se développe en classe de quatrième.

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p>2.1. Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers</p> <p>Enchaînement d'opérations</p>	<p>Effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, posé ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.</p>	<p>L'acquisition des priorités opératoires dans un cadre numérique sera réinvesti dans la pratique du calcul algébrique. Les questions posées à propos de résultats obtenus à l'aide de calculatrices peuvent offrir une occasion de dégager les priorités opératoires usuelles.</p> <p>Les exemples numériques traités sont du type : $a + b \times c$, $a \times b \times c$, $a + \frac{b}{c}$, $\frac{a}{b+c}$, $\frac{a}{\frac{b}{c}}$</p> <p>Une attention particulière est portée à l'interprétation d'écritures comme $\frac{a}{\frac{b}{c}}$ qui selon le cas désigne $\frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)}$ ou $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{c}$. La signification de $\frac{a}{\frac{b}{c}}$ est bien souvent fournie par la position d'un des deux traits de fraction à hauteur $\frac{3}{5}$ d'un signe d'égalité, comme dans $\frac{4}{5} = \dots$, ou à hauteur d'un signe opératoire, comme dans $3 + \frac{5}{4}$. Dans tous les cas, l'utilisation de parenthèses permet de lever l'ambiguïté.</p> <p>L'ambiguïté introduite par la lecture courante, comme par exemple « 3 multiplié par 18 plus 5 » pour $3 \times (18 + 5)$, pour l'auditeur qui n'a pas l'écriture sous les yeux, conduit à privilégier l'utilisation du vocabulaire et de la syntaxe appropriés, par exemple : « le produit de 3 par la somme de 18 et de 5 ». C'est l'occasion de faire fonctionner le vocabulaire associé : terme d'une somme, facteur d'un produit.</p>
<p>Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition</p>	<p>Sur des exemples numériques ou littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.</p>	<p>L'utilisation de ces égalités recouvre deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'égalité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture « inverse » : $ka + kb = k(a + b)$. L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique dans lesquels des identités comme $5(x + 1) = 5x + 5$, $2x + 2y = 2(x + y)$, $5(3x - 4) = 15x - 20$ sont travaillées. La convention usuelle d'écriture bc pour $b \times c$, $3a$ pour $3 \times a$ est mise en place, ainsi que les notations a^2 et a^3 utilisées dans les formules d'aires et de volumes.</p>
<p>Division par un décimal</p>	<p>- Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier et savoir l'effectuer.</p>	<p>Ce travail est à conduire en relation avec les égalités d'écritures fractionnaires.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>Multiples et diviseurs, divisibilité</p>	<p>- Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.</p>	<p>Les notions de multiple et diviseur sont entretenues. La reconnaissance de multiples ou de diviseurs est faite soit en utilisant les critères de divisibilité installés en classe de sixième, soit en ayant recours au calcul mental ou à la division (posée ou instrumentée).</p>
<p>2.2. Nombres positifs en écriture fractionnaire : sens et calculs</p> <p>Sens de l'écriture fractionnaire</p>	<p>- Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion.</p>	<p>La classe de cinquième s'inscrit, pour le travail sur les écritures fractionnaires, dans un processus prévu sur toute la durée du collège. Au cycle 3, l'écriture fractionnaire a été introduite en relation avec la signification « partage » ($\frac{3}{5}$, c'est 3 fois $\frac{1}{5}$). En sixième, la signification a été étendue : $\frac{3}{5}$ désigne le cinquième de 3 (le nombre dont le produit par 5 est égal à 3). En relation avec le travail sur la notion de fréquence, une nouvelle signification est introduite : $\frac{3}{5}$ exprime la relation entre une partie d'une population et la population totale (la proportion de filles dans le collège est de $\frac{3}{5}$). Un travail de mise en relation de ces différentes significations est conduit avec les élèves.</p>
<p>Ordre</p>	<p>- Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$.</p> <p>- Comparer deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.</p>	<p>L'égalité $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ fait l'objet d'une justification à l'aide d'un exemple générique.</p> <p>En classe de sixième, la simplification a été abordée et est donc utilisée en classe de cinquième. C'est l'occasion d'envisager la notion de fraction irréductible, mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet.</p> <p>Différents cas peuvent être envisagés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - dénominateurs égaux - numérateurs égaux - dénominateurs et numérateurs différents dans des exemples simples (la généralisation est faite en classe de quatrième). <p>Différentes procédures sont mises en œuvre dans ce dernier cas :</p> <ul style="list-style-type: none"> - comparaison à un même entier (exemple : comparer $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{4}$ à 1) ; - mise au même dénominateur (dans des cas accessibles par le calcul mental) ; - calcul des quotients approchés. <p>La systématisation de la réduction au même dénominateur est traitée en classe de quatrième.</p>
<p>Addition et soustraction</p>	<p>- Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.</p>	<p>Dans le cadre de la résolution de problèmes, les élèves sont confrontés à des sommes de fractions du type $\frac{3}{4} + \frac{7}{6}$: pour les traiter, ils utilisent des procédures réfléchies (qui participent alors du problème à résoudre), mais l'objectif n'est pas d'aboutir à une règle de calcul. Celle-ci sera établie en classe de quatrième.</p>
<p>Multiplication</p>	<p>- Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.</p>	<p>Le travail porte à la fois sur les situations dont le traitement fait intervenir le produit de deux nombres en écritures fractionnaires (en relation avec différentes significations de ces écritures) et sur la justification du procédé de calcul.</p> <p>Exemples de calculs : $\frac{7}{8} \times \frac{5}{3}$; $6 \times \frac{22}{7}$; $4,8 \times \frac{5}{11}$; $\frac{5,24}{2,1} \times \frac{2}{3}$</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>2.3. Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs Notion de nombre relatif</p> <p>Ordre</p> <p>Addition et soustraction de nombres relatifs</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Utiliser la notion d'opposé.</p> <p>Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.</p> <p>- Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs. Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, - et éventuellement des parenthèses. - Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.</p>	<p>La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible).</p> <p>Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan (cf. § 1.2). Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux. L'étude de l'ordre sur les nombres relatifs est liée aux questions de graduation et ne donne pas lieu à des formalisations excessives. La notion de valeur absolue n'est pas introduite.</p> <p>Il est établi que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.</p> <p>Les élèves sont entraînés à organiser et gérer un programme de calcul mettant en jeu des additions et des soustractions avec ou sans calculatrice. Les règles de suppression de parenthèses à l'intérieur d'une somme algébrique sont étudiées en classe de quatrième (programme de la classe de quatrième § 2.1).</p>
<p>2.4. Équation</p>	<p>- Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.</p>	<p>Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.</p> <p>Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que $3y = 4x + 2$, les élèves en testent la valeur de vérité pour diverses valeurs de x et y qu'ils sont amenés à choisir. Ce type d'activité permet de mettre en évidence une nouvelle signification du signe =. Des situations conduisant à des inégalités sont également étudiées.</p>

3. Géométrie

En classe de cinquième, l'étude des figures planes se poursuit. Une deuxième transformation géométrique, la symétrie centrale, permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures, dont certaines propriétés peuvent être démontrées. Le programme s'organise autour du parallélogramme et du triangle. Dans l'espace, les études expérimentales s'amplifient, elles fournissent un terrain pour poursuivre la mise en place des notions de parallélisme et d'orthogonalité dans l'espace.

Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l'aide des instruments de dessin et de mesure, ou dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des

autres rubriques. Les diverses activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en classe de sixième. Les élèves sont ainsi initiés à ce qu'est l'activité mathématique en géométrie, tout en veillant à ne pas leur demander de prouver des propriétés perçues comme évidentes. Certaines propriétés admises permettent d'en générer d'autres qui, elles, peuvent être démontrées par les élèves avec l'aide de l'enseignant ou, en quelques occasions, par l'enseignant devant la classe. Chaque propriété caractéristique fait l'objet de deux énoncés (propriété directe et propriété réciproque).

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>3.1 Figures planes Parallélogramme.</p>	<p>- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.</p>	<p>Le travail entrepris sur la symétrie centrale permet de justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme que les élèves doivent connaître.</p>

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.	- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange. <i>[Technologie]</i>	Un travail de synthèse est réalisé, faisant apparaître chacune de ces figures (rectangle, losange, carré) comme un parallélogramme doté de propriétés particulières, notamment en ce qui concerne les diagonales
Caractérisation angulaire du parallélisme.	Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.	Les connaissances relatives aux quadrilatères usuels sont sollicitées dans des problèmes de construction et permettent de justifier les procédures utilisées pour construire ces quadrilatères. Ces problèmes sont l'occasion de mettre en œuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie. Ils peuvent également être proposés sur papier quadrillé ou pointé. A cette occasion, le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires. Les propriétés sont formulées et utilisées dans les deux sens (direct et réciproque), mais certaines réciproques peuvent être déclarées admises sans démonstration.
Triangle : Somme des angles d'un triangle.	- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.	La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés. Exemples d'utilisation : trouver quels triangles isocèles ont un angle de 80 degrés.
Construction de triangles et inégalité triangulaire.	Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire. - Construire un triangle connaissant : - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, - les longueurs des trois côtés. - Sur papier uni, reproduire un angle au compas.	Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu. L'inégalité triangulaire est mise en évidence à cette occasion et son énoncé est admis : $AB + BC \geq AC$. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC]. Ces constructions permettent un premier contact (implicite) avec les trois cas d'isométrie des triangles (théorèmes rencontrés en classe de seconde).
Cercle circonscrit à un triangle	- Construire le cercle circonscrit à un triangle.	La caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en classe de sixième. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concurrentes et justifie la construction du cercle circonscrit à un triangle.
Médianes et hauteurs d'un triangle	- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.	Ces notions sont à relier au travail sur l'aire d'un triangle (cf. § 4.3). Des activités de construction ou l'usage d'un logiciel de géométrie permettent de mettre en évidence les propriétés de concours des médianes et des hauteurs d'un triangle. La démonstration de ces propriétés n'est pas envisageable en classe de cinquième, mais possible en classe de quatrième.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.2 Prismes droits, cylindres de révolution	<ul style="list-style-type: none"> - Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron. - Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné. - Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides. <i>[Technologie]</i> 	<p>Comme en classe de sixième, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail, lequel pourra être fait en liaison avec l'enseignement de la technologie. L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables.</p> <p>Un patron de prisme droit peut être dessiné directement à partir des mesures données, alors que, pour le cylindre, le problème est centré sur la production du rectangle (surface latérale du cylindre) lorsque le rayon du cercle de base est connu (réinvestissement du périmètre du cercle).</p> <p>L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure analyse de ces solides.</p> <p>Les travaux permettent de consolider les connaissances déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité : arêtes perpendiculaires et arêtes parallèles, faces parallèles et faces perpendiculaires.</p> <p>Le parallélépipède rectangle, rencontré en classe de sixième, est reconnu comme un cas particulier de prisme droit.</p>
3.3 Symétrie centrale	<ul style="list-style-type: none"> - Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle. - Construire ou compléter la figure symétrique d'une figure donnée ou de figures possédant un centre de symétrie à l'aide de la règle (graduée ou non), de l'équerre, du compas, du rapporteur. <i>[Technologie]</i> 	<p>Comme en classe de sixième, un travail expérimental permet d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale.</p> <p>Ces travaux conduisent à :</p> <ul style="list-style-type: none"> la construction de l'image d'une figure simple, l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (cf. § 3.1) ; la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation (cf. § 3.1) ; la justification de formules relatives aux aires (cf. § 4.3). <p>La symétrie centrale n'a, à aucun moment, à être présentée comme application du plan dans lui-même.</p>

4. Grandeurs et mesures

Cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante. Les compétences acquises en sixième dans ce domaine sont entretenues et réinvesties dans des problèmes de synthèse en liaison avec les paragraphes précédents (notamment : nombres et calcul, géométrie) et les autres disciplines : technologie, arts plastiques, sciences de la vie et de la terre, sciences physiques et chimiques. Certains de ces problèmes qui conduisent à exprimer une grandeur en fonction d'une autre sont l'occasion de faire fonctionner

les propriétés opératoires (cf. § 2.1) en utilisant une lettre. Le travail sur les aires et les volumes s'étend à de nouveaux objets géométriques. Comme en classe de sixième, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à faciliter le contrôle et à en soutenir le sens. Les questions de changement d'unités sont reliées à l'utilisation de la proportionnalité de préférence au recours systématique à un tableau de conversion.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
4.1 Longueurs, masses, durées	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer le périmètre d'une figure. - Calculer des durées, des horaires. 	<p>Pour les polygones (dont le parallélogramme), la compréhension de la notion de périmètre suffit à la détermination de procédés de calcul (les formules sont donc inutiles).</p> <p>Le calcul sur des durées ou des horaires, à l'aide de procédures raisonnées, se poursuit.</p>
4.2 Angles	<ul style="list-style-type: none"> - Maîtriser l'utilisation du rapporteur. 	

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
4.3 Aires parallélogramme, triangle, disque.	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un parallélogramme. - Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée. - Calculer l'aire d'un disque de rayon donné. - Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables. 	<p>La formule de l'aire du parallélogramme est déduite de celle de l'aire du rectangle.</p> <p>La formule de l'aire du triangle est déduite de celles de l'aire du parallélogramme, du triangle rectangle ou du rectangle. Le fait que chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire est démontré.</p> <p>Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque.</p> <p>Les élèves peuvent calculer l'aire latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution à partir du périmètre de leur base et de leur hauteur.</p>
4.4 Volumes Prisme, cylindre de révolution.	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer le volume d'un prisme droit, en particulier celui d'un parallélépipède rectangle. - Calculer le volume d'un cylindre de révolution. - Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure. <i>[Technologie : contrôler des mesures, des dimensions, des pièces]</i> 	<p>Contrairement à la notion d'aire, abordée dès l'école primaire, celle de volume n'est travaillée que depuis la classe de sixième. Elle doit donc être consolidée en classe de cinquième.</p> <p>Une relation est établie entre les calculs de volume du prisme droit et du cylindre : dans les deux cas, l'aire de la surface de base du solide est multipliée par sa hauteur.</p> <p>Le fait que le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution est proportionnel :</p> <ul style="list-style-type: none"> - à sa hauteur, lorsque la base est constante - à l'aire de sa base, lorsque la hauteur est constante <p>est mis en évidence.</p>

CLASSE DE QUATRIÈME

1. Organisation et gestion de données, fonctions

Le programme de la classe de quatrième propose d'approfondir et de prolonger l'étude de notions introduites dans les classes antérieures. Le lien avec les autres disciplines, notamment scientifiques, et avec l'éducation à la citoyenneté est maintenu et renforcé, en particulier à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence. Comme en classe de cinquième, le mot "fonction" est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.

Les tableurs-grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés. La pertinence de l'utilisation de tel ou tel graphique dans une situation donnée est examinée en comparant l'information mise en valeur par différentes représentations.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
<p>1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle</p> <p>Calculs faisant intervenir des pourcentages</p> <p>[Thèmes de convergence]</p> <p>Représentations graphiques</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p>- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.</p> <p>[SVT, Géographie, Physique, Technologie]</p> <p>- Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.</p> <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]</p>	<p>Aux diverses procédures étudiées en classes de sixième et de cinquième pour rechercher une quatrième proportionnelle, s'en ajoute une nouvelle, communément appelée « produit en croix » qui doit être justifiée (en lien avec l'égalité de quotients : voir § 2.2 ci-dessous).</p> <p>Le fait que, dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un seul couple de valeurs homologues non nulles est mis en évidence.</p> <p>Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité, en particulier sous forme de pourcentage, et des quantités ou des effectifs.</p> <p>En liaison avec d'autres disciplines (géographie...) ou d'informations tirées de l'actualité, la notion d'indice donne lieu à illustrations et calculs mais sans développements théoriques.</p> <p>Les élèves travaillent sur des exemples de situations de proportionnalité et de non proportionnalité. Ils peuvent démontrer que si les points sont alignés avec l'origine, alors il y a proportionnalité entre les suites définies par les abscisses et les ordonnées de ces points. La réciproque est admise. Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.</p>
<p>1.2. Traitement des données Moyenne pondérée</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Calculer la moyenne d'une série de données.</p> <p>[SVT, Histoire, Géographie, Physique, Technologie]</p>	<p>Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre : somme des n données divisée par n ou moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs. Ils apprennent à interpréter des moyennes et à comprendre par exemple les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles. De même, le pourcentage relatif à un caractère sur toute la France n'est pas égal à la moyenne des pourcentages relatifs au même caractère, connus par région.</p> <p>Deux constats sont à dégager :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la moyenne n'est pas forcément égale à l'une des données ; - la moyenne est rarement égale à la moyenne des valeurs extrêmes. <p>Le fait que la moyenne est toujours comprise entre les valeurs extrêmes fournit un moyen de contrôle pour le calcul.</p> <p>Le calcul de fréquences cumulées n'est pas une compétence exigible, mais il peut être entrepris, en liaison avec d'autres disciplines, dans des situations où les résultats peuvent être interprétés.</p> <p>Les tableurs permettent un traitement direct des calculs de moyennes : il n'est donc pas indispensable pour obtenir une valeur approchée d'une moyenne dans des situations à grands effectifs d'avoir recours à un regroupement en classes d'intervalles.</p>

2. Nombres et calculs

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier. La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :

- la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées,

- l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,
- la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

Contenus	Compétences	Exemples d'activité, commentaires
<p>2.1. Calcul numérique Opérations (+, -, ×, ÷) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer le produit de nombres relatifs simples. - Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs). - Connaître et utiliser l'égalité $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$. - Multiplier ou diviser deux nombres écrits sous forme fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres décimaux relatifs. - Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire. - Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. - Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes. 	<p>Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs. La mise en place des règles de calcul peut s'appuyer sur le problème de l'extension de tables de multiplication aux entiers négatifs ou à la généralisation de règles provenant de l'addition, par exemple :</p> <p>$3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$. Sur des exemples, la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est mobilisée pour justifier la règle des signes.</p> <p>Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un nombre non nul et les notations $\frac{1}{x}$ et x^{-1} sont utilisées, ainsi que les touches correspondantes de la calculatrice. A cette occasion, le fait que diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse est mis en évidence.</p>
<p>Puissances d'exposant entier relatif</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5 ; (ab)^2 = a^2 b^2 ; \frac{a^2}{a^5} = a^{-3},$ <p>où a et b sont des nombres relatifs non nuls.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n} ; \frac{1}{10^n} = 10^{-n} ;$ $(10^m)^n = 10^{mn}$ <p>où m et n sont des entiers relatifs.</p> <p>[SVT, Physique...]</p>	<p>L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire demande un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers dans des cas où un calcul mental est possible. La recherche du PPCM et du PGCD pour l'obtention de la forme irréductible est hors programme.</p> <p>A la suite du travail entrepris en classe de cinquième avec des nombres décimaux positifs, les élèves s'entraînent au même type de calculs avec des nombres relatifs. Ils sont ainsi familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écriture ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.</p> <p>Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules.</p> <p>En liaison avec les sciences expérimentales, en particulier avec la physique, qui aborde le domaine microscopique d'une part, l'échelle astronomique d'autre part, les activités insistent sur l'usage des puissances de 10. A cet effet, les élèves utilisent largement la calculatrice dont ils doivent maîtriser l'utilisation des touches correspondantes.</p>
[Thèmes de convergence]		

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Notation scientifique [Thèmes de convergence]	- Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10. - Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul. <i>[SVT, Physique...]</i>	Par exemple, le nombre 25698, 236 peut se mettre sous la forme : $2,5698236 \times 10^4$ ou 25698236×10^{-3} ou $25, 698236 \times 10^3$.
2.2. Calcul littéral Développement	- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques. - Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2 \dots$ - Développer une expression de la forme $(a + b)(c + d)$.	L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul. L'intégration des lettres et des nombres relatifs dans les expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. A cette occasion, le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prend tout son intérêt. Le travail proposé s'articule autour de trois axes - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ; - utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique). La transformation d'une expression littérale s'appuie nécessairement sur la reconnaissance de sa structure (somme, produit) et l'identification des termes ou des facteurs qui y figurent. L'attention de l'élève sera attirée sur les formes réduites visées du type $ax+b$ ou $ax^2 + bx+c$. Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et répondre à chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général). En particulier, les expressions à plusieurs variables introduites a priori sont évitées. Les activités de développement prolongent celles qui sont pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité $k(a + b) = ka + kb$. Le développement de certaines expressions du type $(a + b)(c + d)$ peut conduire à des simplifications d'écriture ou de calcul, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif reste de développer pas à pas l'expression puis de réduire l'expression obtenue. Les activités de factorisation prolongent celles qui ont été pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité $ka + kb = k(a + b)$ et se limitent aux cas où le facteur commun est du type a , ax ou x^2 .

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Ordre et opérations	<ul style="list-style-type: none"> - Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser : <ul style="list-style-type: none"> • l'équivalence entre $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $ad = bc$ (b et d étant non nuls) ; • l'équivalence entre $a \leq b$ et $a - b \leq 0$; • l'équivalence entre $a \geq b$ et $a - b \geq 0$. - Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que a et b : $a + c$ et $b + c$; $a - c$ et $b - c$ - Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ac et bc sont dans le même ordre que a et b si c est strictement positif, dans l'ordre inverse si c est strictement négatif. - Ecrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient ...). 	<p>La première équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles.</p> <p>Le fait que x est strictement positif (respectivement x strictement négatif) se traduit par $x > 0$ (respectivement $x < 0$) est mis en évidence.</p> <p>Le fait que "comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence", intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé. Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.</p> <p>Les tests par substitution de valeurs numériques à des lettres sont utilisés pour mettre en évidence cette propriété qui peut être démontrée à partir de l'étude des signes de $a - b$ et de $ac - bc$.</p>
Résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue	<ul style="list-style-type: none"> - Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue. 	<p>Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. A chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.</p> <p>Le choix des problèmes doit faire l'objet d'une attention particulière. Des situations qui aboutissent à une équation du type $ax + b = cx + d$ permettent de mettre en évidence les limites des méthodes de résolution arithmétique ou par essais et ajustements et de faire percevoir l'intérêt de la méthode de résolution algébrique.</p> <p>Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type $(x - 2)(2x - 3) = 0$ sont hors programme.</p>

3. Géométrie

En classe de quatrième, la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à ces objets demeurent des objectifs majeurs. S'y ajoutent de nouvelles caractérisations pour certains d'entre eux (triangle rectangle, cercle, bissectrice).

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangle, cercle, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects

numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.

Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une différenciation explicite. Le travail sur la caractérisation des figures usuelles est poursuivi, en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.

Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
3.1 Figures planes Triangle : milieux et parallèles	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté. 	Ces théorèmes peuvent être démontrés en utilisant la symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou les aires.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes	<p>Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième côté en son milieu.</p> <p>Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.</p> <p>- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes :</p> <p>Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si (MN) est parallèle à (BC), alors</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$	<p>L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport. Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demi-droites [AB) et [AC). Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.</p>
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et sa réciproque	<p>- Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque.</p> <p>- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.</p> <p>En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\quad}$ d'une calculatrice.</p>	
Triangle rectangle : cosinus d'un angle	<p>- Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.</p> <p>- Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :</p> <ul style="list-style-type: none"> - du cosinus d'un angle aigu donné ; - de l'angle aigu dont le cosinus est donné. 	<p>La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueur.</p> <p>Les différentes connaissances relatives au triangle rectangle peuvent être synthétisées, en mettant en évidence que :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la donnée de deux côtés permet de déterminer le troisième côté et les deux angles aigus ; - la donnée d'un côté et d'un angle aigu permet de déterminer les deux autres côtés et l'autre angle aigu. <p>Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences sont hors programme.</p>
Triangle rectangle : cercle circonscrit	<p>- Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.</p> <p>- Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.</p>	<p>Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent est étudié. La propriété : "Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse", ainsi que sa réciproque sont mises en place.</p>
Distance d'un point à une droite	<p>- Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.</p>	<p>L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues auparavant, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore.</p>
Tangente à un cercle	<p>- Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.</p>	

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
Bissectrices et cercle inscrit	<ul style="list-style-type: none"> - Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donné par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle. - Construire le cercle inscrit dans un triangle. 	Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit. L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.
3.2 Configurations dans l'espace Pyramide et cône de révolution	<ul style="list-style-type: none"> - Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données. [Technologie] 	Comme dans les classes précédentes, l'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables. Les activités sur les pyramides exploitent des situations limitées et simples : pyramides dont une arête latérale est aussi la hauteur, pyramides régulières à 3, 4 ou 6 faces latérales. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité. La réalisation du patron d'un cône de révolution donné n'est pas une compétence exigible mais peut être envisagée comme situation problème intéressante.
3.3 Agrandissement et réduction	<ul style="list-style-type: none"> - Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir. 	<p>Des activités de construction (avec éventuellement l'utilisation de logiciels de construction géométrique) permettent aux élèves de mettre en évidence et d'utiliser quelques propriétés : conservation des angles (et donc de la perpendicularité) et du parallélisme, multiplication des longueurs par le facteur k d'agrandissement ou de réduction...</p> <p>Certains procédés de construction peuvent être analysés en utilisant le théorème de Thalès.</p> <p>Ce travail prépare celui qui sera effectué en classe de seconde sur les triangles semblables.</p>

4. Grandeurs et mesures

Comme en classes de cinquième et sixième, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante et aux autres disciplines. Le travail sur les aires et les volumes se poursuit. Il permet en particulier d'aborder la variation d'une grandeur en fonction d'une autre.

Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées

en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité.

La notion de vitesse en tant que grandeur quotient est abordée en classe de quatrième. Elle est la première grandeur quotient étudiée.

Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, commentaires
4.1 Aires et volumes Calculs d'aires et volumes	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{1}{3} B h$. 	<p>La formule donnant le volume de la pyramide peut être justifiée expérimentalement dans des cas simples.</p> <p>L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de nouvelles formules, en liaison avec la pratique du calcul littéral. Les formules d'aires ou de volumes offrent l'occasion d'étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.</p> <p>La recherche de l'aire latérale d'une pyramide et d'un cône de révolution est proposée, à titre de problème.</p>
4.2 Grandeurs quotients Vitesse moyenne [Thèmes de convergence]	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$. - Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure). <p>[Technologie, Physique...]</p>	<p>La notion de vitesse moyenne est définie.</p> <p>Les situations où interviennent les vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60 km, où l'aller se parcourt à 20 km.h⁻¹ et le retour à 30 km.h⁻¹.</p> <p>Le vocabulaire "kilomètre par heure" et la notation km/h, issus de la vie courante, sont à mettre en relation avec la notation km.h⁻¹.</p> <p>Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unité méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.</p>