1 - QUELQUES HYPOTHÈSES SUR LES DIFFICULTÉS RENCONTRÉES DANS L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS

Jean-Claude GIRARD

L'introduction des probabilités, quel que soit le niveau où elle a lieu, fait l'objet de difficultés peu comparables avec ce qu'on connaît dans les autres parties des mathématiques. Les élèves rencontrent des raisonnements d'un type différent de ceux qu'ils connaissaient auparavant et qui les déroutent. Les professeurs sont déconcertés par cette partie du programme où ils sont moins à l'aise. Certains vont jusqu'à les rejeter - "Ce ne sont pas des vraies maths !" - ou à se demander si tout cela est sérieux.

Il me semble que ces difficultés peuvent avoir plusieurs origines.

A - Obstacles épistémologiques

Définir le hasard n'est pas simple. Cela suppose au préalable que l'on admette son existence. Le fait que le hasard existe n'est pas une évidence pour tout le monde.

Pour Aristote, *"les faits que nous appelons faits de fortune ou de hasard sont des rencontres, d'ailleurs rares, de séries qui n'étaient pas comprises dans un même projet, dans une même intention"*¹.

Mais d'après Laplace², le hasard n'est que *"la conséquence de l'ignorance où nous sommes des véritables causes"* de ce que nous observons. Il faut se souvenir que l'époque de Laplace marque l'apogée du déterminisme : *"Nous*

1 - Cité par J.P. BENZECRI, *Histoire et préhistoire de l'analyse des données*, Editions Dunod, Paris, 1982.

2 - Pierre Simon de LAPLACE, *Théorie analytique des probabilités*, Courcier imprimeur, Paris, 1814.

*devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre*³.

Pour Poincaré⁴, un des aspects du hasard se rencontre dans une situation pour laquelle toute prédiction est impossible car présentant une grande sensibilité aux conditions initiales c'est-à-dire qu'un changement imperceptible dans les conditions de départ peut provoquer d'énormes différences dans l'état final.

La théorie récente du chaos déterministe, dont Poincaré fut le précurseur, reprend cette conception dans la caractérisation d'un régime chaotique. De plus, la connaissance du système, pendant un temps aussi long que l'on veut, ne permet pas de prévoir son évolution ultérieure.

Pour la biologie moderne ou la physique quantique, le hasard fait partie de la théorie elle-même. La connaissance de l'état passé et présent ne permet pas de prédire l'état futur mais seulement de mesurer la vraisemblance de chacun des états possibles⁵.

Pour avoir fait de nombreuses fois l'expérience avec des étudiants (ayant déjà reçu ou non un enseignement de probabilités) il est amusant de voir que l'on retrouve ces différences de vues au sujet du hasard.

Après avoir lu un texte de Laplace⁶ ou de Poincaré⁷, les étudiants sont invités à répondre à la question : Parmi les trois phrases suivantes, quelle est celle qui correspond le plus à votre idée ?

- a - le hasard n'est que la conséquence de notre ignorance,
- b - le hasard dissimule l'ordre divin,
- c - le hasard a constitué l'univers dans l'ordre où nous le voyons.

Au début de la séquence, une « grosse moitié » choisit la première opinion, montrant une foi sans limites dans le déterminisme et le progrès de la science pour trouver les « variables cachées ». Leur argument principal est que toute chose doit avoir une cause.

Une « petite moitié » opte pour la proposition c. Ces étudiants pensent que le hasard existe vraiment dans les choses elles-mêmes et que l'on ne

3 - *ibid.*

4 - Henri POINCARÉ, *Science et méthode*, Editions Flammarion, Paris, 1908.

5 - Voir Charles RULHA, *La physique du hasard*, Editions Hachette, Paris, 1989.

6 - Introduction, *op. cit.*

7 - Extrait du chapitre *Le hasard*, *op. cit.*

pourra pas tout savoir et tout calculer, rejoignant en cela la science moderne. Ils citent, quand on les pousse un peu, la théorie du big-bang, Mendel ou Darwin.

Entre les deux, quelques courageux osent dire qu'ils choisissent la proposition b.

Au cours de la discussion qui ne manque pas de s'instaurer, les avis évoluent, certains changent d'opinion. Je me garde évidemment de trancher (comment le faire ?), mais j'apporte quelques arguments à chaque groupe sous la forme de citations :

"Tout ce qui existe dans l'Univers est le fruit du Hasard et de la Nécessité"
(Démocrite).

"You believe in a God who plays dice, and I in a complete law and order"
(Albert Einstein).

"Un peu de science éloigne de Dieu, beaucoup de science y ramène..."
(Saint Augustin ?).

Sans vouloir disserter sur la médiocrité des connaissances de la jeunesse actuelle (il ne me semble pas que les dernières générations ont été différentes), de telles réflexions ont peu de chances d'avoir lieu spontanément avant que le problème ne soit abordé en philosophie en classe de terminale. D'autant plus que l'incertain n'a pas beaucoup sa place dans l'enseignement, ni à l'école ni au collège, au pays de Descartes. Il serait souhaitable, avant d'aborder les probabilités, de présenter quelques activités ayant pour objet de montrer que les choses ne sont pas toujours sûres et que, dans tous les phénomènes, physiques, biologiques, génétiques, sociaux, il existe une certaine variabilité (et c'est heureux !).

Définir les probabilités n'est pas plus simple. Il faut, là encore, admettre au préalable qu'elles existent.

Dans l'introduction de son *Calcul des probabilités* écrit en 1908, Poincaré commence le premier chapitre par cette phrase : *"On ne peut guère donner une définition satisfaisante de la Probabilité."*

C'était bien sûr avant la définition axiomatique de Kolmogorov (1930). Mais en 1970, B. de Finetti écrit (en gros caractères) dans la préface de son ouvrage sur la Théorie des Probabilités : *"LA PROBABILITE N'EXISTE PAS."*⁹

8 - Vous croyez dans un Dieu qui joue aux dés et moi dans un ordre et une loi.

9 - Cité par Gilbert SAPORTA, *Probabilités, analyse des données et statistique*, Editions Technip, Paris, 1990.

Il apparaît donc qu'il est un peu naïf de penser que les probabilités que l'on va enseigner aux élèves ne vont pas plus loin que celles de Pascal et que cela ne pose pas de problèmes !

B - Obstacles didactiques

Compte tenu des deux dernières remarques, comment définir sans ambiguïté la probabilité d'un événement ?

Les programmes de seconde et première privilégient l'approche fréquentiste. Est-ce la plus naturelle ? Est-ce la plus « rigoureuse » ?

Remarquons d'abord que cette définition ne s'applique qu'à des événements qu'il est possible de répéter !

D'autre part, comment comprendre le sens de cette « limite » qui n'en est pas une ? (au sens classique et en supposant qu'il soit acquis par des élèves de Première).

Enfin, cette définition repose sur la loi des grands nombres dont la démonstration est basée sur les propriétés des probabilités. La boucle est bouclée !

Une deuxième définition possible, plus naturelle à première vue, est basée sur les principes de symétrie. C'est la « géométrie du hasard », selon les termes de Pascal. Un dé régulier a six faces, chacune a une probabilité de $1/6$ d'apparaître, par raison de symétrie.

Malheureusement, un dé régulier, ça n'existe pas, pas plus que les fourmis de dix-huit mètres ni les vrais triangles rectangles d'ailleurs ! D'autre part, comment savoir si un dé peut être considéré comme régulier sans faire un grand nombre de lancers et voir si chacune des faces apparaît bien « approximativement » avec une fréquence de $1/6$? De nouveau, la boucle est bouclée.

Ces deux approches de la notion de probabilité sont qualifiées d'objectives en ce sens qu'elles supposent, ce qui est loin d'être admis par tout le monde, qu'il existe une probabilité liée seulement à l'épreuve aléatoire et indépendante de l'observateur.

Pour ceux qui dénie l'existence d'une probabilité objective, une autre définition de la probabilité est possible, elle est qualifiée de subjective. La probabilité d'un événement est la mesure de l'incertitude que nous avons dans sa réalisation. Cette définition est à rapprocher de la cote à laquelle nous sommes prêts à parier qu'il va se réaliser¹⁰.

10 - Voir T. H. WONNACOTT et R. J. WONNACOTT, *Statistique*, Editions Economica, Paris, 1991.

Autrement dit, *"We must remember that the probability of an event is not a quality of the event itself, but a mere name for the degree of ground which we, or someone else, have for expecting it"*¹¹. (J. Stuart Mill¹²)

Il est alors possible de définir la probabilité d'événements dont il n'est pas nécessaire d'admettre la répétition.

En économie, par exemple, on chiffrera a priori la probabilité de certains événements élémentaires avant de calculer par les théorèmes classiques la probabilité d'autres événements afin de prendre une décision sur des bases moins aléatoires.

Ceci rejoint la définition d'Emile Borel¹³ : *"le but principal du calcul des probabilités est de calculer les probabilités d'événements complexes en fonction des probabilités, supposées connues, de phénomènes plus simples"*.

La difficulté est de chiffrer ces probabilités a priori. Sur quelles bases ? Avec quelles arrière-pensées ?

Par exemple, quelle confiance peut-on avoir dans cette déclaration du ministre de l'environnement : *"une catastrophe comme celle de Tchernobyl n'a qu'une chance sur 100 de se produire en France"* ?

Un autre exemple, auquel j'aurais tendance à accorder plus de crédit, *"la probabilité qu'une tartine de confiture tombe du mauvais côté est proportionnelle au prix de la moquette"*.

Les probabilistes appelés Bayésiens définissent également une probabilité a priori mais, à la lumière de résultats obtenus dans une première série d'expériences, ils recalculent, à l'aide du théorème de Bayes, une nouvelle probabilité a posteriori.

Bayésiens et non-Bayésiens sont bien entendu opposés sur le fait de croire ou non à la possibilité de définir dans tous les cas une probabilité a priori.

Une dernière définition, axiomatique, permet de définir un ensemble de règles mathématiques cohérentes et non contradictoires, à l'image des axiomes d'incidence en géométrie ou de la théorie axiomatique des ensembles. Assez récente (1933), elle est l'œuvre du mathématicien russe A. Kolmogorov.

11 - On doit se rappeler que la probabilité d'un événement n'est pas une qualité de l'événement lui-même mais un simple nom pour le degré de confiance que nous, ou quelqu'un d'autre, avons dans sa réalisation.

12 - Cité par Albert JACQUARD, *Les Probabilités*, Editions PUF, Paris, 1974.

13 - Emile BOREL, *Probabilités et certitude*, Editions PUF, Paris, 1950.

Plus besoin de savoir ce qu'est la probabilité d'un événement ni même de savoir si elle existe. De même qu'il n'est pas besoin de définir un point ni de savoir s'il existe pour bâtir la géométrie euclidienne. Nul besoin, non plus, de savoir s'il existe un vrai triangle rectangle pour démontrer le théorème de Pythagore.

Seules sont nécessaires quelques idées de départ assez intuitives et le reste est une construction mathématique.

La seule justification, pour la géométrie, est que ça marche ! Du moins concernant le monde qui nous entoure ou alors, une autre géométrie doit être construite et utilisée.

Il en est de même pour les probabilités.

Laissons la conclusion à Borel : *"les probabilités doivent être regardées comme analogues à la mesure des grandeurs physiques, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent jamais être connues exactement mais seulement avec une certaine approximation."*

C - Obstacles mathématiques

En plus de ces problèmes de définitions qui sont déjà un petit peu déroutants, les élèves sont confrontés à d'autres difficultés mathématiques. Nous savons tous que les pourcentages sont une grande source d'erreurs au niveau de l'enseignement (et même dans la population adulte). Sur quels ensembles les calcule-t-on ? Ces ensembles sont-ils disjoints ou non, inclus l'un dans l'autre, etc... ? Les pourcentages vont-ils se multiplier ou s'ajouter ?

On retrouve les mêmes difficultés dans les probabilités. Peut-on les ajouter, les multiplier ? d'où les obstacles dans les notions d'indépendance, d'incompatibilité et de probabilités conditionnelles.

Plus subtil, l'effet de structure. Par exemple : entre deux années de référence, le prix du riz de luxe a augmenté de 15 % et celui du riz ordinaire de 25 %. Comment se fait-il que le prix moyen, les deux qualités confondues, ait augmenté de 32 % ? Essayez avec des chiffres¹⁴ et vous aurez envie de dire comme Cantor à propos des résultats qu'il obtenait sur l'infini : *"je le vois et je n'arrive pas à le croire !"*

14 - Par exemple, si la production de riz de luxe était de 10 Mt à 200 unités la tonne et celle du riz ordinaire de 100 Mt à 100 unités la tonne et que l'année suivante, les productions étaient respectivement de 86 Mt et 24 Mt.

Les programmes actuels ajoutent une difficulté supplémentaire puisque l'on ne dispose plus des ensembles. C'est bien entendu le moment d'en parler mais il ne faut pas croire qu'ils vont être opérationnels immédiatement.

Il faut encore mentionner, pour mémoire, les difficultés de langage : la différence, d'ordinaire négligée, entre « un », « un exactement », « au moins un », « un au plus » etc... et les erreurs de logique (autre partie des mathématiques que l'on considère comme trop difficile à étudier pour elle-même jusqu'à un certain niveau et qui est supposée acquise à partir de ce même niveau sans enseignement spécial) : « A entraîne B » ne signifie pas que « B entraîne A », si « A entraîne B » alors « (non B) entraîne (non A) » et pas le contraire. Le contraire de blanc n'est pas noir (enfin pas toujours !), le contraire de 0 n'est pas forcément 1, le contraire de « jamais » n'est pas « toujours », etc...

D - Obstacles dus aux conceptions des élèves

Il est bien facile d'admettre que l'événement impossible a comme probabilité 0, mais comment admettre qu'un événement de probabilité 0 puisse se produire ?

Mieux, on peut admettre qu'un événement de probabilité « très petite » puisse être qualifié d'impossible. Borel donne l'exemple célèbre des singes dactylographes : des singes tapent au hasard sur une machine à écrire, quelle est la probabilité pour qu'ils écrivent les oeuvres de Shakespeare au complet et sans erreur ? Un tel événement a une probabilité si petite que l'on peut le qualifier d'impossible. Borel distingue d'ailleurs les événements impossibles à l'échelle humaine (ceux dont la probabilité est inférieure à 10^{-15}), impossible à l'échelle cosmique (ceux dont la probabilité est inférieure à 10^{-50}), impossible à l'échelle supercosmique (ceux dont la probabilité est inférieure à 10^{-110}).

Par contre, si une variable continue peut prendre toutes les valeurs réelles, chacune de ces valeurs a pour probabilité 0 et pourtant une de ces valeurs sera réalisée au cours de l'expérience aléatoire !

Une autre conception erronée¹⁵ est liée à la nature du hasard. Celui-ci, dans la répétition d'une même épreuve aléatoire, devrait faire se réaliser un événement qui ne s'est pas réalisé depuis longtemps (le hasard compense). Par contre, si un événement s'est réalisé plusieurs fois, il va continuer à se

15 - En anglais, on utilise le terme imagé de "misconception".

réaliser (c'est la célèbre loi des séries!). Ces conceptions erronées de la loi des grands nombres sont parfaitement incompatibles entre elles et pour cette raison, elles ne sont pas mobilisées par les mêmes individus dans une même situation sauf dans les « pronostics » du jeu de loto : il y a des numéros « en déficit » qu'il faut jouer parce qu'ils vont sortir (le hasard compense) et des numéros « en forme » qu'il faut jouer aussi (la loi des séries).

La première conception rejoint l'idée qui est que la normalité (si j'ose dire !), c'est la loi uniforme (bien qu'ici, c'en soit une !). Tous les numéros doivent sortir régulièrement, sans trop d'écart par rapport à ce qui est prévu sur le court terme et sans écart du tout sur le moyen terme.

Malheureusement, ce n'est pas la loi uniforme qui s'applique le mieux à la réalité, mais plutôt la loi normale.

Partout où une distribution uniforme apparaît, on reconnaît plutôt la main de l'homme que l'intervention du hasard (Dieu ou la nature ! voir la discussion du début).

Une autre idée fréquente est qu'un événement a toujours une chance sur deux de se produire, car comme disent les élèves, il y a toujours deux cas possibles "ou il se produit ou il ne se produit pas". Par exemple, je pose souvent la question suivante : "Un événement a 1 chance sur 100 de se produire au cours d'une épreuve aléatoire, quelle est la probabilité de le voir se réaliser (au moins une fois) si on répète 100 fois cette épreuve (en ayant 1 chance sur 100 à chaque fois) ?" L'erreur attendue est évidemment 100 chances sur 100 mais à chaque expérience quelques élèves répondent 1 chance sur 2 avec l'argument cité ci-dessus. J'ai l'impression que l'on retrouve cette réponse chez certains élèves chaque fois qu'ils n'ont aucune idée du résultat, ni de la méthode pour le calculer.

Il faut remarquer, à leur décharge, que la loi uniforme, dans laquelle tous les cas possibles ont la même probabilité, constitue le postulat Bayésien (voir le paragraphe précédent) c'est-à-dire la distribution a priori choisie en l'absence d'information, mais on n'est pas obligé d'être Bayésien !

Pour finir et pour compliquer encore la tâche des héroïques professeurs qui doivent enseigner les probabilités, certaines expressions de la vie courante viennent créer des confusions regrettables. Par exemple, quand un élève dit "avec un dé équilibré, la face 6 sortira en moyenne une fois sur 6", quel sens met-il derrière le mot « moyenne » ? Que signifie, pour lui, le rapport de 1 sur 6 ? Sa phrase signifie-t-elle que si on répétait un grand nombre de fois l'expérience qui consiste à jeter un dé 6 fois de suite, la moyenne du nombre de réussite dans une expérience serait de 1/6 ? Ou emploie-t-il, plus simplement, l'expression « en moyenne » comme synonyme « d'à peu près » ?

C'est cet amalgame entre fréquence et moyenne qui fait que, de temps en temps, certaines probabilités ont l'indélicatesse de dépasser 1.

Il faut bien reconnaître que ces complications de vocabulaire sont présentes dans tous les domaines des mathématiques. Par exemple, comment faire comprendre à un élève ce qu'est une démonstration quand, pour lui, cela consiste en une accumulation d'arguments plus ou moins reliés les uns aux autres ?

E - Obstacles dus aux conceptions des professeurs

Une autre difficulté est liée cette fois aux conceptions des professeurs par rapport aux probabilités et à la façon de les enseigner. La plupart d'entre eux ont reçu, quand ils en ont reçu, un enseignement axiomatique très éloigné de ce qu'ils sont supposés enseigner à leurs élèves (théorie de la mesure par exemple) et ils considèrent alors que cette partie des mathématiques qui fait appel uniquement, au moins au lycée, aux 4 opérations et aux pourcentages n'est pas très glorieuse à enseigner, d'autant plus qu'elle ne se fait pas sans douleur.

Certains se demandent : comment le hasard, concept mal défini et par essence insaisissable, pourrait-il faire partie d'une théorie à l'intérieur des mathématiques, par nature précises et rationnelles ?

D'autres l'admettent mais pensent que l'on ne peut pas enseigner « proprement » les probabilités au lycée (sous-entendu avant d'avoir vu la théorie de la mesure !). Ils ne se demandent pas si l'on peut faire proprement une démonstration de géométrie avant d'avoir étudié la logique formelle, s'il est loisible d'apprendre à ajouter les entiers naturels avant d'avoir vu les axiomes de Peano ou encore si l'on est autorisé à calculer le périmètre d'un cercle avant d'avoir démontré la transcendance de π ? On peut multiplier les exemples à l'infini.

De plus, on est obligé de trouver des exemples « concrets » et de se compromettre dans la pluridisciplinarité au risque bien connu d'y être moins à l'aise que dans les mathématiques éthérées.

Pour finir, certains vont jusqu'à penser que l'intérêt et l'utilité de cette partie de l'enseignement des mathématiques sont loin d'être prouvés ! Pourtant, la capacité au raisonnement probabiliste ou statistique est une des formes de l'intelligence. Elle fait cruellement défaut quand on n'y a pas été formé.

Une étape déterminante a été franchie avec les programmes de 1991 qui ont abandonné presque complètement ce morceau de bravoure que

constituait la combinatoire au point que pour les anciens étudiants, reproduisant peut-être les conceptions de leurs professeurs, probabilités et dénombrements étaient synonymes.

La question qui se pose maintenant à certains professeurs est donc : comment faire des probabilités sans les C_n^k ?

Un autre critique touche les difficultés de l'évaluation de la partie statistique du programme, tournée vers l'observation et l'expérimentation. Comment évaluer quand les calculatrices font tout ? On peut remarquer, cependant, que les derniers modèles font aussi le calcul formel et les dessins géométriques (en attendant les démonstrations !). C'est une évidence, il va falloir changer nos évaluations, vite et pas seulement en probabilités ou en statistique !

Un dernier argument, peut-être le plus fort, concerne le peu de sujets de bac traitant des probabilités (ou des statistiques) dans certaines séries (en C puis en S). Il permet, sans trop d'état d'âme, d'expédier rapidement ou même de renvoyer « à la maison » l'étude de ces chapitres.

F - Obstacles psychologiques

Une autre difficulté dans l'appréhension des probabilités tient à ce que l'on a tendance à donner inconsciemment une valeur plus grande à la probabilité d'un événement lorsque les conséquences de sa réalisation sont importantes (positives ou négatives), par exemple l'existence de Dieu dans le pari de Pascal ou le fait d'avoir 6 bons numéros au loto ou encore le risque d'avoir un accident d'avion alors que l'on sait par ailleurs, d'après les statistiques, que c'est un des moyens de transport parmi les plus sûrs.

G - Obstacles liés à la modélisation de la réalité (ou d'une réalité)

D'après David Ruelle¹⁶, *“une théorie physique consiste à coller une théorie mathématique sur un morceau de réalité. Pour certains de ces morceaux de réalité, il existe des idéalizations qui font intervenir les probabilités. On s'intéresse à ces idéalizations parce qu'elles sont utiles”*.

16 - David RUELLE, *Hasard et Chaos*, Editions Odile Jacob, Paris, 1991.

Il faut bien reconnaître que nous sommes dans une des rares parties des mathématiques où l'on s'intéresse à la réalité ! Il faut trouver le meilleur modèle à appliquer à la réalité ou à ce que nous percevons de la réalité avant de passer à l'application proprement dite. On n'est jamais sûr qu'un modèle soit juste. Une théorie ne s'applique que dans un cadre donné (d'où l'invention de différentes géométries, de la logique floue ou de l'analyse non standard) et une théorie n'est bonne que jusqu'à ce qu'on trouve une faille. On est alors amené à en trouver une meilleure ou une plus générale (par exemple la théorie de la relativité en renfort de la gravitation de Newton).

On est confronté à ce problème quand on veut faire comprendre à des élèves le modèle lié à l'expérience qui consiste à lancer deux dés et à faire la somme des points apparus. Certains pensent qu'il faut considérer les résultats $6 + 5$ et $5 + 6$ comme différents, d'autres comme identiques. Le trouble est si profond que des étudiants peuvent être tentés de penser qu'il y a plusieurs réalités (suivant que les dés sont de la même couleur ou de couleurs différentes, ce qui ne change pourtant pas la somme des points !).

La raison est que l'on croit travailler sur la réalité, alors que l'on est déjà dans un modèle ! Il y a plusieurs modèles possibles mais il n'y a qu'une réalité. Peut-être qu'une expérimentation, ou une simulation (à l'ordinateur ou avec une table de nombres au hasard), pourrait donner une idée du modèle qu'il faut choisir. On travaillerait alors, non seulement les probabilités, mais aussi le point si délicat et si général de la modélisation.

On passe souvent sous silence ces difficultés liées à la modélisation dans l'enseignement des probabilités. Les conditions de l'expérience devraient être définies clairement et sans ambiguïté mais, dans les faits, les énoncés contiennent toujours beaucoup d'implicite. C'est en partie pour cela que les enseignants peuvent trouver que tous les exercices de probabilités se ressemblent alors que les élèves ou les étudiants pensent qu'ils sont toujours différents.

Enfin, parle-t-on de l'expérience physique qui doit avoir lieu ou d'une épreuve aléatoire déjà idéalisée ou encore du modèle mathématique sous-jacent ? Comment explique-t-on alors la pertinence de ce modèle par rapport à l'expérience décrite ?

"Les sciences n'essayent pas d'expliquer ; c'est tout juste si elles tentent d'interpréter ; elles font essentiellement des modèles. Par modèle, on entend une construction mathématique qui, à l'aide de certaines interprétations verbales, décrit les phénomènes observés. La justification d'une telle construction mathématique réside uniquement et précisément dans le fait qu'elle est censée fonctionner." (John Von Neumann¹⁷)

17 - Cité par James GLEICK, *La théorie du chaos*, Editions Albin Michel, Paris, 1989.

En conclusion, si l'on rencontre tellement de difficultés dans l'enseignement des probabilités, n'est-ce pas parce que le hasard est difficile à appréhender, plus que la géométrie de l'univers qui nous entoure, par exemple ? Pourquoi privilégier une approche qui n'est pas sans difficultés de logique, alors que le concept de probabilité se construit (comme beaucoup d'autres) comme synthèse de ses différents aspects ? De plus, n'a-t-on pas tendance à sous-estimer les difficultés conceptuelles liées à la nature du hasard et des probabilités ? Beaucoup de philosophes et de mathématiciens, d'Aristote à René Thom, ont réfléchi sur ces notions et le débat entre hasard et déterminisme n'est pas éteint. Ce n'est sûrement pas un hasard (justement !) s'il a fallu attendre le XVII^e siècle pour voir apparaître les premiers balbutiements du calcul des probabilités et 1930 pour l'axiomatisation de la théorie. En comparaison, la géométrie était déjà largement étudiée bien avant notre ère et les éléments d'Euclide datent du IV^e siècle av. J.C.