

# Grandeur en sixième

Marc PICOT - IREM de LILLE

## Qu'est-ce qu'une grandeur ?

*“Voilà un de ces mots dont tout le monde croit avoir une idée nette et qu'il est pourtant assez difficile de bien définir [...]*

*Quoiqu'il en soit, les mathématiciens définissent ordinairement la grandeur : ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution”*.

(Diderot - D'Alembert)

## Pourquoi un travail spécifique sur les grandeurs ?

*“...au cours du même siècle, [le XX<sup>e</sup>] les grandeurs ont disparu des mathématiques. Alors qu'elles avaient été au long de l'histoire, le matériau même de l'élaboration des nombres...”*<sup>1</sup>

Nous pensons qu'il est fondamental de développer la notion de grandeur avant et indépendamment de la mesure : ainsi, les grandeurs seront, pour l'élève, un support solide pour le numérique. Une fois l'idée de grandeur amorcée, la mesure viendra conforter le concept de grandeur.

Il est important que les élèves comprennent qu'à un même objet puissent être associés différentes grandeurs. Par exemple pour chaque individu, on peut parler de sa taille et de son poids. Il est important qu'ils apprennent à ne pas les confondre (ce qui arrive souvent avec aire et périmètre !).

L'activité suivante a pour objectif de les aider à prendre conscience de cette diversité des grandeurs et à éviter les confusions qui peuvent s'ensuivre.

## Activité : Classement d'objets d'après leur grandeur

Pour faire émerger le concept de grandeur, on propose aux élèves de classer des “objets” d'après leur *grandeur* :

**Que signifie la phrase : “Cet objet est aussi grand qu'un autre ?”**

Une liste de mots est écrite au tableau :

En voici deux exemples :

*Premier exemple de liste* : (avec des adjectifs)

Sac à dos ; mi-temps ; mer ; taille ; boule de pétanque ; parfum ; périmètre ; chanson ; tapis ; pause ; hauteur ; bébé ; odeur ; triangle ; sac de

---

<sup>1</sup> Le Sens de la Mesure Nicolas Rouche, professeur à l'Université de Louvain-la-Neuve

plomb ; largeur ; casserole ; affiche ; fusée ; rouge ; étendue ; vie ; disque ; ficelle ; glace ; pré ; air ; peinture ; clocher ; paquet ; poster ; train ; profondeur ; trousse ; récréation ; toiture ; verre ; valise ; rapide ; court ; léger ; spacieux ; ouvert ; fermé ; cher ; ...

*Deuxième exemple de liste* : (sans adjectif)

livre ; armoire ; collège ; trousse ; ficelle ; ballon ; champ ; table ; maison ; jardin ; oeil ; cravate ; récréation ; repas ; chaussure ; chaise ; spaghetti ; cours ; route ; vacances ; règle ; équerre ; classe ; cartable ; chemise ; arbre ; terrain de foot ; voiture ; département ; électricité ; ...

### **Consigne** :

On dira que deux objets choisis dans la liste sont comparables si la question suivante a un sens : “ lequel des deux objets est le plus grand ? ”

Dans un premier temps, on trace au tableau quelques colonnes, sans titre. Dans chaque colonne, on écrit une liste d'objets comparables. On ajoutera des colonnes si nécessaire.

On traite des exemples avec les élèves :

\* exemple où deux objets seront écrits dans la même colonne :

“ *le jardin est plus grand que la cour* ”. On peut dire : le jardin est plus étendu que la cour. En tête de la colonne où figureront les mots *jardin* et *cour*, on écrit l'adjectif : *étendu* ; les élèves proposent d'écrire aussi : *vaste*. (voir le tableau en annexe).

\* exemples “non” :

“ *la cour est plus grande que la ficelle* ” ; les deux mots *cour* et *ficelle* ne peuvent pas figurer dans la même colonne.

“ *le parfum est plus grand que ... ?* ” Qu'est-ce que la grandeur “parfum” ? On ouvre une colonne des inclassables. Notons que cette colonne peut évoluer : “ *j'ai consommé plus d'électricité que mon voisin* ”. Qu'est-ce que la grandeur “électricité” ?

Les élèves (individuellement ou en groupe) ont un temps de réflexion pour proposer des appariements.

Pendant la première séance, les colonnes sont remplies d'après les adjectifs proposés : colonne des objets longs, courts, larges, colonne des objets étendus, vastes, immenses, colonne des gros, volumineux, spacieux, colonne des lourds, légers, celles des inclassables, celles des “autres”. Parfois, les élèves proposeront des nouvelles colonnes : celles des longs en durée, des chauds, froids. Plus tard, on ajoutera des colonnes : [angle], [vitesse] <sup>2</sup>.

Dans tous les cas, un mot n'ira dans une colonne que s'il obtient l'adhésion de la classe.

### **Gestion des ambiguïtés :**

“la trousse est plus longue que la ficelle” L’élève place la ficelle à côté de la trousse et on voit bien qu’on peut dire vrai ou faux ! Le débat lèvera cette ambiguïté : on parlera de la largeur, de la hauteur de la trousse.

“la salle 4 est plus grande que la salle 12 ” . On parle de l’aire des salles ; on pourrait parler de son “volume ”.

“la table est plus grande que la trousse” : la trousse tient sur la table donc elle plus petite que la table ! Il faudra convaincre les élèves que : *tient sur* n’est pas synonyme de : *est plus petite que*.

Les débats apprendront à préciser les différentes notions attachées à un objet ; on apprendra à préciser : la hauteur du pavé, le volume du pavé, à moins que le contexte ne permette de décider sans ambiguïté.

### **Validation :**

Rangement des objets : deux objets figurent dans une même colonne s’ils permettent de formuler des phrases du type

... est aussi grand que ...

... est plus petit que ...

... est deux fois plus grand (petit) que ...

en précisant que les adjectifs grand ou petit peuvent être avantageusement remplacés par un autre adjectif (écrit dans la même colonne que les mots étudiés).

### **Mise en forme du travail réalisé :**

On donne un nom à chaque colonne. On remarque alors que les élèves nomment *surface* la colonne des étendues, qu’ils sont surpris de trouver la largeur, la profondeur et la hauteur dans la colonne des longueurs. Les élèves ajoutent par exemple la colonne “angle” lors de la rencontre de cette notion.

Ce travail fait émerger les difficultés liées au choix des modèles mathématiques et aux unités de mesures. Il débouchera sur un tableau , qui sera complété au long de l’année (lignes et colonnes). (Le tableau proposé en annexe est celui obtenu par mes élèves après plusieurs mises au point).

Ce tableau permet aux élèves de distinguer différentes grandeurs. Ils apprennent à préciser le point de vue sous lequel ils étudient un objet : le polygone est vu sous plusieurs aspects : son périmètre, sa surface, son encombrement.

Cette différenciation des grandeurs nous semble suffisante en sixième, mais on ne peut pas évidemment se limiter à cette différenciation pour que le concept de grandeur se construise.

<sup>2</sup> la vitesse n’est jamais apparue spontanément chez les élèves de sixième

## Réflexion sur grandeur

Nous proposons un condensé des réflexions qui nous a conduit à faire ce travail sur les grandeurs.

### 1) Grandeur et mesure :

Ces deux notions sont étroitement liées.

Le numérique envahit nos habitudes : les machines de notre siècle donnent directement la *mesure* de l'objet sur un cadran : poids, prix, longueur, vitesse ...

La mesure est le lien entre l'objet et le nombre, le pont entre la géométrie et le numérique. Elle est indispensable pour la notion de nombre réel.

La distinction entre la grandeur et sa mesure n'est pas toujours très claire. Par exemple, au fil des années, le mot surface va prendre le statut de *l'objet*, alors qu'en 1960, il servait plutôt à rendre compte de la *grandeur*, l'aire servant à mesurer, pour être aujourd'hui considérée comme la grandeur.

L'usage répand cette confusion entre grandeur et mesure : dès qu'on parle d'aire, on se réfugie souvent dans la formule. Nous pensons que l'emploi prématuré des formules opacifie la notion de grandeur et favorise les confusions entre les diverses grandeurs attachées au même objet.

### 2) Grandeurs mesurables ; grandeurs repérables :

Nous n'avons abordé que la notion de classement des grandeurs. Nous avons laissé volontairement de côté des notions importantes attachées à cette notion. Nous en dirons quelques mots, sans aucun développement.

Il convient de distinguer les grandeurs "mesurables" (celles qu'on peut sommer, découper), et les grandeurs "repérables". Les longueurs, les aires sont "mesurables"; tandis que les températures, les dates, les pressions ne le sont pas.

Notons que l'enseignement au Collège rend certaines grandeurs ambiguës : les angles posent peu de problèmes tant qu'on reste plus petit que l'angle plat (difficulté liée à l'usage courant du rapporteur de 0 à 180 degrés), mais on a du mal à les sommer... ou bien on change d'angle ? (et d'instrument aussi).

Il faut distinguer ces deux aspects des grandeurs : on ne traite pas la grandeur "heure" de la même manière que la grandeur "durée", la grandeur "température" de la même manière que la grandeur "quantité de chaleur". On rapprochera cette distinction avec les relatifs : les relatifs "repérés" n'ont pas le même statut que les relatifs "dynamiques", ceux que l'on somme algébriquement.

Existe-t-il des grandeurs qui ne seraient ni repérables, ni mesurables ?

Un gros chagrin (voir tableau) ? Reste à convaincre les élèves que ce ne sont pas des grandeurs !

### **Conception unidimensionnelle ou pluridimensionnelle :**

Une autre notion attachée à celle de grandeur est sa conception unidimensionnelle ou pluridimensionnelle.

L'exemple du volume sera éclairant :

*“Le volume est une grandeur physique qui peut être mesurée directement (cas des récipients) : elle supporte à ce titre des propriétés unidimensionnelles (G. Vergnaud)”*

On peut transporter un certain volume de liquide d'un récipient à un autre, le répartir entre plusieurs récipients. A condition de ne rien perdre dans la manipulation, le volume global n'est pas altéré. On peut comparer un volume à un autre, le mesurer par rapport à une unité choisie ; tout cela qu'il soit plein, creux, liquide, solide.

*“ En même temps, la mesure du volume peut être calculée par une combinaison sur des grandeurs d'une autre nature ( surface - longueur, ou bien longueur - longueur - longueur ) ; cela met en oeuvre , au-delà des formules, une conception bi ou tridimensionnelle du volume (ib.)*

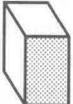
Acquérir le volume en temps que quantité pluridimensionnelle, c'est réaliser que le volume du parallélépipède est le produit d'une aire et d'une longueur ou de trois longueurs, qu'une homothétie de rapport  $k$  sur les longueurs multiplie le volume par  $k^3$ . Cela suppose la capacité pour l'élève de différencier les différentes quantités attachées à un objet. Ces capacités dépassent l'élève de sixième.

En général, les adolescents maîtrisent aires et volumes sous leur caractère unidimensionnel. Mais il faut noter qu'à ce stade, les élèves établissent un lien entre les grandeurs. Exemple : “ les deux parallélépipèdes ont le même volume, car ils ont le même poids, bien qu'un l'un soit plus penché que l'autre ”. Mais le même élève affirmera qu'ils ont aussi la même aire latérale, ou il acceptera que le volume du cône tend vers 0 quand le sommet part à l'infini .

### **Grandeurs quotients ; grandeurs produits :**

Nous mettons à part l'étude de ces grandeurs, les programmes les renvoient aux classes ultérieures. Elles seront source de nouvelles difficultés dans l'apprentissage : comment sont définies des vitesses, des débits, des masses volumiques, une puissance électrique ? Comment “ somme-t-on ” ces grandeurs ? Pourquoi la vitesse moyenne n'est-elle pas la moyenne des vitesses ?

## Annexe

...est aussi grand que ...		... est plus petit que ...			... fait deux fois plus que ...			
NOMS	LONGUEUR	SURFACE <sup>1</sup>	VOLUME	MASSE	ANGLES	DURÉE	AUTRES	INCLASSABLE
<b>ADJECTIFS</b>	long, court	étendu, vaste	volumineux, gros, spacieux	lourd, léger	ouvert, fermé	long, court	chaud	foncé, tendre
<b>EXEMPLES</b>	taille, ficelle, profondeur, largeur, hauteur, fil tendu, périmètre, chemin, cravate, chaussure...	tapis, feuille, mer, tableau, disque, affiches, cour, jardin, champ...	valise, doseur, dé, trousse, ballon, vase, bouteille, maison...	sucré, fruit	angle	pause, récréation, cours, vacances, repas	température, pression	couleur, yeux, parfum
								
<b>MODÈLES</b>	segment, cercle	carré, rectangle, disque	cube, parallélépipède sphère					
<b>MESURE UNITÉ</b>	mètre	mètre carré	mètre cube (2)	kilogramme	degré	heures, minutes, secondes		

<sup>1</sup> Ce n'est pas une coquille : dans un premier temps, les élèves veulent le mot surface. On le corrigera après.

<sup>2</sup> Les élèves n'ont pas pensé au titre. Les grandeurs Volume et Capacité sont-elles différentes ?