

Le Théâtre au service de l'algèbre au collège

Michèle MUNIGLIA

IREM de Lorraine

Le sujet de cet atelier est le résultat d'un travail de recherche et d'expérimentation de deux ans en classe de 5ème, mais vous pourrez voir que son contenu mathématique dépasse largement le programme de cette classe. En effet, seules les équations de type $x + a = b$, $-x + a = b$ et $ax = b$ (a et b entiers) sont exigibles à ce niveau du collège. Il n'était cependant pas possible de limiter l'expérimentation à ces seules difficultés, la richesse venant notamment de la façon dont cette méthode permet des clarifications par rapport aux obstacles "classiques", en particulier en ce qui concerne la confusion entre *transposition* et *division*. C'est pourquoi il ne faut pas être surpris par des équations plus complexes qui mettent en présence plusieurs difficultés : transposition, division, fraction et même essai de littéralisation...

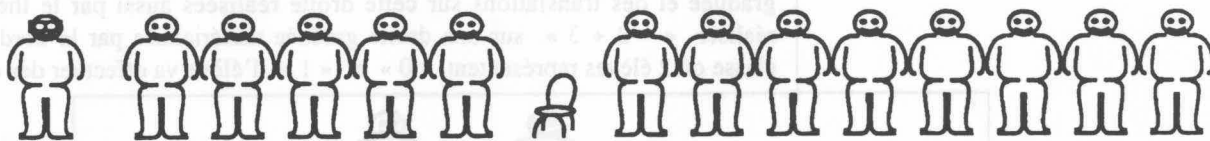
Je voudrais aussi ajouter que l'objectif essentiel de cette séquence est d'apprendre à résoudre des équations. Il ne s'agit pas de l'étude de la mise en équation d'un problème qui pourra se faire en parallèle ou plus tard, mais de l'étude du savoir-faire qui permet, après la mise en équation, de trouver correctement la solution de l'exercice proposé.

PREMIÈRE PARTIE

La méthode "théâtrale" de résolution d'équations commence sans préalable c'est-à-dire sans énoncer de règles quelles qu'elles soient.

1 — Demi-tour et regroupement :

A la première séance, on écrit au tableau : $x + 5 = 8$ en disant au passage aux élèves qu'il s'agit de ce que l'on appelle en mathématique une *équation*, le but étant de découvrir le nombre représenté par la lettre x , puis on passe tout de suite à la mise en scène :

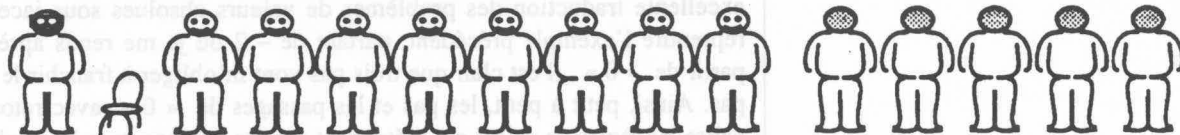


Quatorze élèves sont sollicités : l'un d'eux porte un masque et représente x , cinq d'entre eux se placent côte à côte à la suite de celui qui représente x en ménageant un petit espace, puis on dispose une chaise et les 8 derniers se placent à leur tour. Tous les enfants sont alors *face au public*.

Avant de donner des règles de déplacement appelées aussi mouvements de scène, on fait répéter aux enfants spectateurs la traduction mathématique de la mise en scène qu'ils ont sous les yeux.

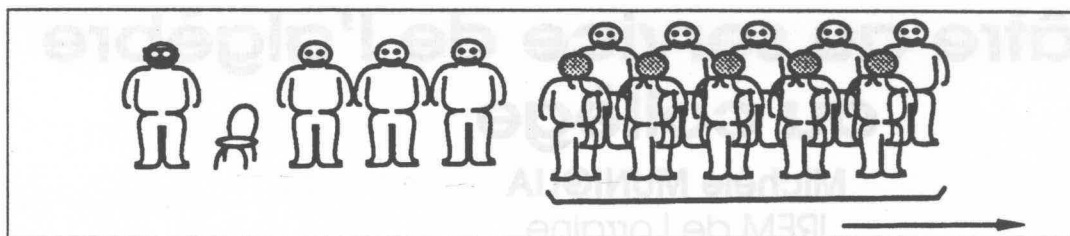
Le premier "mouvement de scène" a pour but d'*isoler le personnage masqué*. Pour cela, les 5 camarades ont la possibilité de se déplacer autour de la chaise dans le sens de la marche ; le mouvement terminé, la situation est alors : un personnage masqué isolé à gauche de la chaise, la chaise, puis les 8 camarades qui n'ont pas bougé et les 5 autres qui, du fait de leur déplacement, se retrouvent dos au public ce qui se traduit par :

$$x = 8 - 5$$

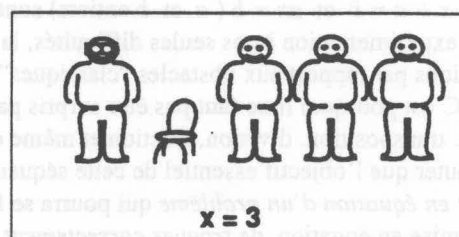


grâce à l'introduction d'une règle supplémentaire : si l'on est situé face au public, on est positif, si l'on est dos au public on est négatif.

Le mouvement de scène suivant consiste à réaliser des couples avec les enfants qui ont la possibilité de se mettre face à face. Ainsi les 5 enfants qui tournent le dos au public vont se décaler pour se placer en face de cinq enfants parmi les 8 qui sont situés face au public. Après s'être donné la main, les couples ainsi formés quittent la scène.



Il reste alors l'élève masqué, la chaise et 3 enfants face au public ce qui se lit :



On propose ensuite aux enfants de réaliser seuls la mise en place et les mouvements de scène correspondant aux équations suivantes :

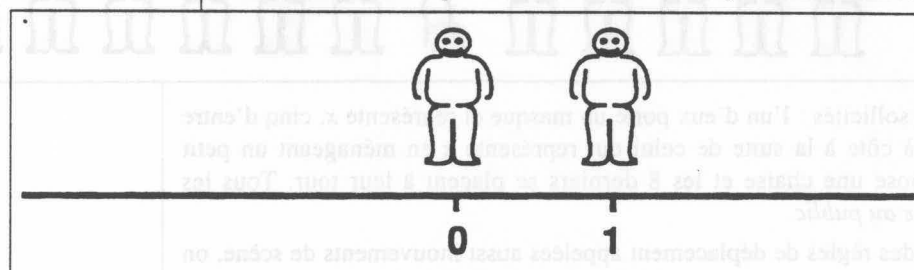
$$x - 3 = 7$$

$$x + 2 = -5$$

$$x - 5 = -7$$

L'intérêt des exercices présentés réside dans le fait que chemin faisant, les élèves effectuent des opérations telles que $8 - 3$, $7 + 3$, $-5 - 2$, $-7 + 5$, par la simple création de couples "particule-antiparticule" : c'est le calcul "en action" qui peut être pratiqué sans discours préalable, sans règle. On pourrait d'ailleurs imaginer de lancer cette séquence sans avoir abordé le calcul sur les relatifs.

Pour ma part, dans ma progression, la séquence arrive après avoir introduit les relatifs, l'ordre sur ceux-ci, et les opérations. Cette étude est faite pas le biais de la droite graduée et des translations sur cette droite réalisées aussi par le théâtre. Ainsi pour réaliser « $-2 + 3$ » sur une droite graduée matérialisée par le bord des dalles de la classe où 2 élèves représentent « 0 » et « 1 », l'élève va effectuer des déplacements :



1- il se positionne en -2 ; sur proposition des enfants il est situé deux pas à gauche de « 0 » et il est dos au public, ce qui est redondant, bien sûr.

2- Ajouter 3 signifie avancer de 3 pas, c'est-à-dire se déplacer de la gauche vers la droite. Avec 2 pas, l'élève se retrouve à « 0 », se retourne et il lui reste un pas à faire donc $-2 + 3 = 1$

La redondance signalée est en fait intéressante car le retournement ou non est une excellente traduction des problèmes de valeurs absolues sous jacents : en effet, pour reprendre l'exemple précédent, partant de -2 où je me rends après avoir fait 2 pas à partir de « 0 », il est clair que trois pas vont m'obliger à franchir le « 0 » de $3 - 2 = 1$ pas. Ainsi, petit à petit, les pas et les passages de « 0 » avec retournement vont faire naître les règles de calcul qui s'étendent ensuite aux nombres à virgule.

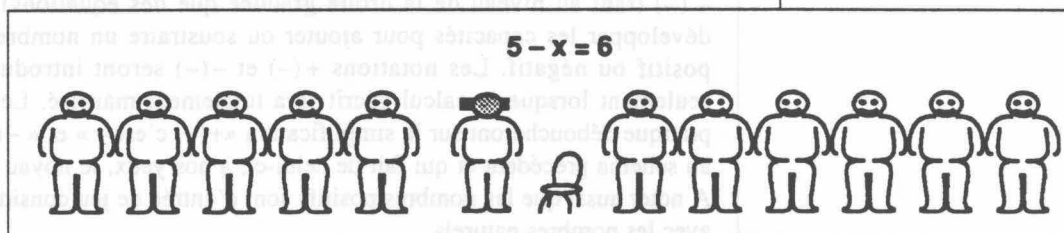
C'est dans ce contexte de savoirs sur les opérations qu'est abordé le problème des équations. La mise en scène "particule-antiparticule" est donc une deuxième méthode d'approche et permet une révision et parfois un déblocage. En effet, l'image mentale des couples qui s'annulent est peut-être plus facile à retrouver que l'image de la translation. On peut à ce niveau tenter une hypothèse "didactique" : la méthode des translations ne fait pas quitter le domaine mathématique. En effet, il faut avoir dans sa tête la droite graduée qui n'est pas un outil facile en début de 5^{ème} et de plus il faut posséder une bonne latéralisation pour démarrer le mouvement dans le bon sens. La deuxième méthode

(particule et antiparticule.) est entièrement théâtrale : la seule préoccupation est de savoir si les acteurs sont ou non dans le même sens par rapport au public. Dans cette façon de faire, la représentation théâtrale fait travailler sur les nombres en tant qu'entité et non en tant qu'opérateur contrairement à l'autre méthode.

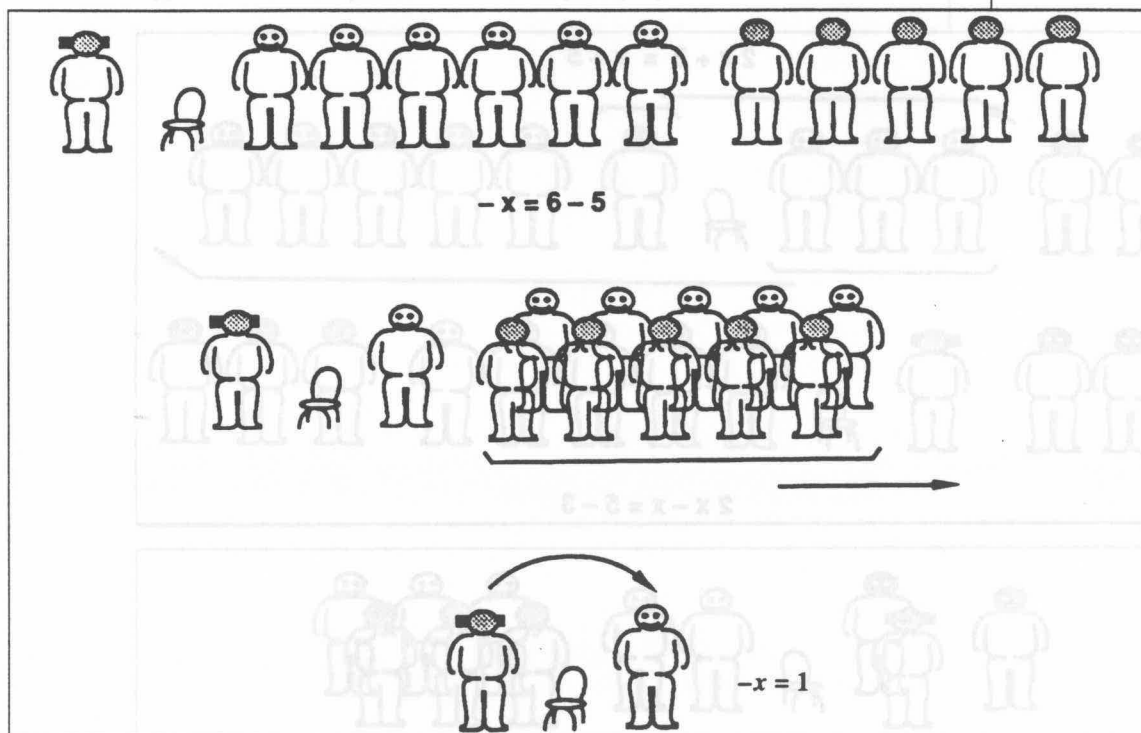
Fermons cette parenthèse et revenons au travail sur les équations. Pour faire le point : à ce stade du travail, *seule la transposition a été travaillée*. Aucune règle n'a été formulée mais les enfants ont écrit systématiquement la traduction mathématique de chaque mouvement de scène. On fait un aller-retour incessant entre expression corporelle et expression écrite qui permet à la règle formelle de transposition de "s'institutionnaliser". A noter : la traduction mathématique intervient *après* le mouvement de scène, c'est-à-dire que le tableau théâtral s'inscrit alors dans un plan perpendiculaire au sol et contenant le bord des plaques du sol sur lesquelles on s'appuie. De ce fait, la transposition est associée dans l'espace à un plan frontal.

2 — Retournement :

Pour poursuivre le travail, on peut proposer aux élèves l'équation :



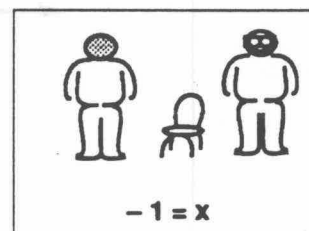
Par un jeu équivalent à celui proposé on obtient facilement $-x = 1$ et ce résultat n'est pas satisfaisant. En effet, tous les enfants ont bien noté que l'objectif est x et il est gênant que l'enfant masqué soit dos au public.



A partir de ce moment, on peut noter *une bascule* dans le comportement des élèves : d'acteurs dirigés qui ont dû accepter les règles du jeu de départ, ils deviennent créatifs en proposant des mouvements de scène qui doivent résoudre les problèmes qui se posent. Il est clair qu'alors l'élève devient acteur de son propre apprentissage. Ainsi dans la situation « $-x = 1$ », les déplacements simultanés des élèves, selon le schéma, permet d'obtenir « $x = -1$ », ou plus exactement « $-1 = x$ ».

Rappelons la difficulté notée par G. Vergnaud dans "Construction des savoirs" :

- Je m'arrête
 - Je déclare « $x = 7$ »
- $\leftarrow -x = 7 \rightarrow$



Cet "obstacle" est ici en partie inexistant : j'ai déjà expliqué que la situation "je m'arrête" est rejetée spontanément et que le mouvement proposé implique un déplacement des deux acteurs et que donc on ne peut retenir la solution $x = 7$. Le principal avantage de cette méthode est de pouvoir, par le biais du jeu, donner à un élève qui transpose « $-x = 7$ » en « $x = 7$ », une explication "incontournable". Après une pratique régulière, il n'est pas rare de voir des élèves proposer, d'entrée de jeu, de remplacer l'équation « $-x - 3 = -5$ » par « $x + 3 = 5$ ». La justification de ce résultat peut aussi être donnée de façon simple : en effet, le spectateur peut aller "voir" l'équation par derrière. Rien n'a changé pour elle, c'est donc la même mais la lecture que l'on en fait est différente selon que l'on est devant ou derrière...

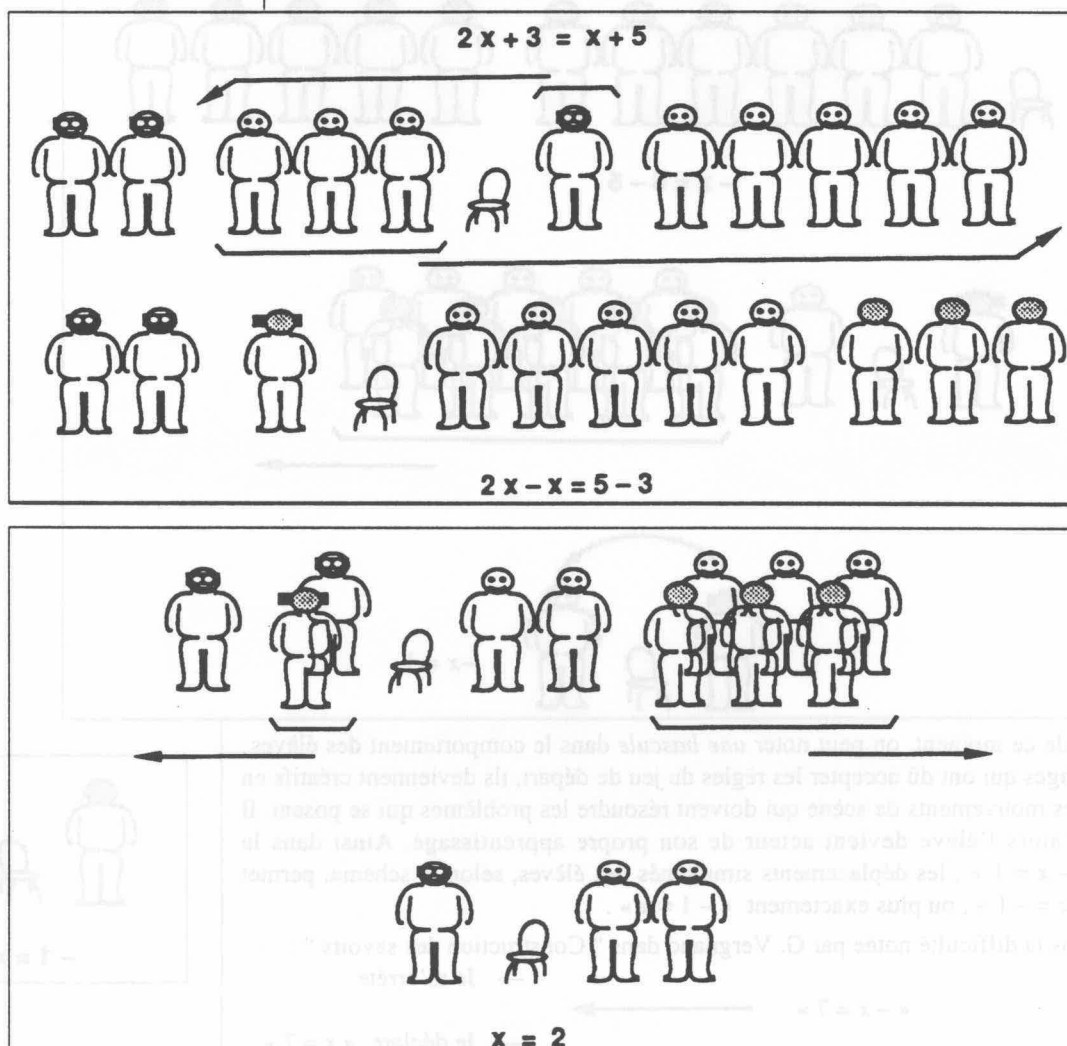
Il faut, à l'issue de cette première partie apporter quelques précisions essentielles :

- la méthode décrite ne s'embarrasse d'aucun formalisme au niveau du langage (les règles de transposition ne sont pas énoncées ou, si elles le sont, c'est sur proposition des élèves), mais demande une grande rigueur lorsque l'on passe à l'écriture. Elle joue aussi sur l'opposition entre dynamique de groupe au niveau de l'exécution théâtrale et recherche individuelle quand il s'agit de transcrire sur sa feuille.

- la méthode utilise les notations définitives et ne s'embarrasse pas de notations $+(-)$ et $-(-)$ (tant au niveau de la droite graduée que des équations). On a donc choisi de développer les capacités pour ajouter ou soustraire un nombre positif à un nombre positif ou négatif. Les notations $+(-)$ et $-(-)$ seront introduites ultérieurement et seulement lorsque le calcul décrit sera totalement maîtrisé. Leur introduction et leur pratique déboucheront sur la simplification « $+(-)$ c'est $-$ » et « $-(-)$ c'est $+$ » qui ramène au schéma précédent et qui fait de celui-ci, à nos yeux, le noyau dur de l'apprentissage. A noter aussi que les nombres positifs sont d'entrée de jeu considérés comme confondus avec les nombres naturels.

3 — En guise de synthèse :

Pour clôturer cette première étape, on peut proposer en guise de première synthèse une équation du type : $2x + 3 = x + 5$ avec introduction de x dans chaque membre. Le schéma de déroulement proposé par les élèves est le plus souvent du type :



C'est-à-dire que la mise en scène rend naturel le regroupement des gens masqués et des élèves ordinaires. La réduction des termes semblables si difficile à faire appréhender prend ici un sens physique: il ne viendrait à l'idée de personne (même des plus confus) de mélanger des "familles" différentes. La règle couple "particule-antiparticule" fonctionne aussi bien sur les gens masqués que sur les autres. L'écriture « $2x - x = 5 - 3$ » est exigée, mais selon le bon vouloir du metteur en scène, elle peut être « $-x + 2x = -3 + 5$ » et au passage on entérine le fait que $2x - x = -x + 2x$ et, qu'au fond, cela revient à faire $(2 - 1)x$. Si l'idée spontanée de regrouper les familles conduit à un déplacement différent qui mène à l'écriture: $3 - 5 = x - 2x$, on laisse l'expérience se dérouler jusqu'au bout... l'issue est la même mais la mise en scène, nécessitant plus de mouvements de scène, est délaissée au profit de l'autre. Au passage s'introduit l'idée que si plusieurs mises en scène sont possibles, il en existe peut-être de plus habiles qu'il est judicieux de choisir. Je veux même insister ici sur le fait que le deuxième jeu théâtral pour une même équation, résulte de l'imagination des élèves. Il n'est pas téléguisé, il est le fruit d'une certaine émulation qui naît du côté ludique de l'activité.

Les écritures côte à côte :

$2x + 3 = x + 5$	$2x + 3 = x + 5$
$2x - x = 5 - 3$	$3 - 5 = x - 2x$
$x = 2$	$-2 = -x$
	$x = 2$

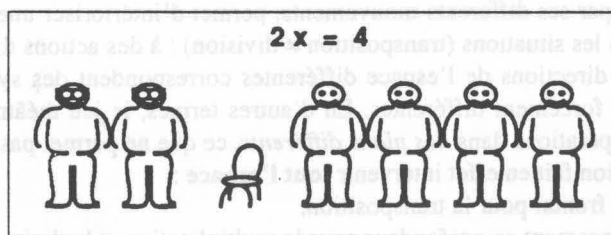
obtenues chemin faisant sont les premiers pas vers une formalisation "sans douleur" car elle repose sur une image mentale simple et fonctionnelle. A ce stade on passe progressivement à un travail classique, sous forme de résolution d'équations appartenant aux différents types. Chaque fois que le besoin s'en fait sentir, si une difficulté émerge, on revient à la mise en scène en guise de correction. Ainsi pour une faute de signe (tellement classique), on n'invoque pas le retour à la règle mais on oblige l'élève à reconstruire le scénario (ex: 3 élèves de face donnent 3 élèves de dos donc... :) d'abord effectivement puis petit à petit uniquement dans sa tête pour créer chez lui le recours à l'image mentale indispensable lorsqu'il est seul face à la difficulté.

DEUXIÈME PARTIE

Après avoir parcouru l'itinéraire précédent et pour aller plus loin, il faut aborder le problème de la division qui est, en matière d'équations, le deuxième obstacle à franchir.

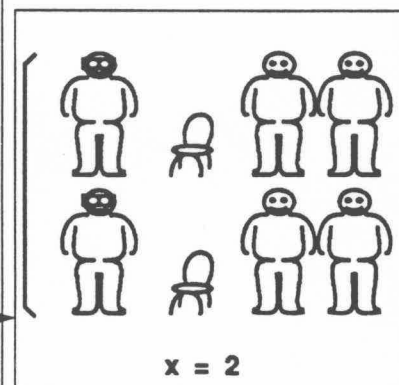
1 — L'opération "tombe juste"

On propose l'équation $2x = 4$. La première idée suggérée à partir de la mise en place :



est d'essayer d'investir la règle vue précédemment c'est-à-dire que l'un des x va se déplacer. Très rapidement la situation théâtrale met en évidence que l'isolement d'un x ne peut être réussi de cette façon. La nécessité d'un *nouveau mouvement de scène* se fait sentir et c'est cela qui est important. Même si les enfants ne sont pas capables de l'inventer complètement sans l'aide du professeur, ils en ont ressenti le besoin. La seule façon ici de séparer les x est donc de dédoubler l'équation en obligeant à un *déploiement dans l'espace* selon une direction perpendiculaire au plan de travail précédent. Ainsi assez naturellement on introduit une nouvelle chaise et tout aussi naturellement les quatre élèves vont se partager de façon équitable pour obtenir deux équations identiques $x = 2$.

est d'essayer d'investir la règle vue précédemment c'est-à-dire que l'un des x va se déplacer. Très rapidement la situation théâtrale met en évidence que l'isolement d'un x ne peut être réussi de cette façon. La nécessité d'un *nouveau mouvement de scène* se fait sentir et c'est cela qui est important. Même si les enfants ne sont pas capables de l'inventer complètement sans l'aide du professeur, ils en ont ressenti le besoin. La seule façon ici de séparer les x est donc de dédoubler l'équation en obligeant à un *déploiement dans l'espace* selon une direction perpendiculaire au plan de travail précédent. Ainsi assez naturellement on introduit une nouvelle chaise et tout aussi naturellement les quatre élèves vont se partager de façon équitable pour obtenir deux équations identiques $x = 2$.

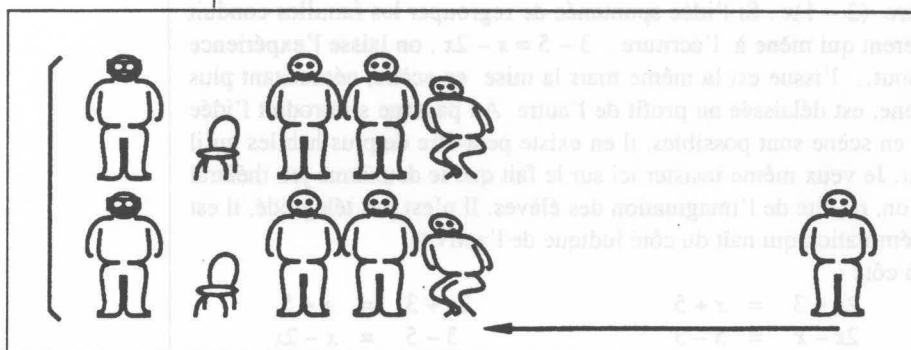


2 — L'opération "ne tombe pas juste"

L'intérêt du déplacement dans l'espace n'est pas seulement valable, comme on pourrait le penser, uniquement pour les opérations qui tombent "juste". En effet, si l'on propose $2x = 5$, le début du mouvement centre l'intérêt sur le partage en deux, ce qui est fondamental pour éviter les "valse hésitations" que l'on connaît trop entre $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{2}$.

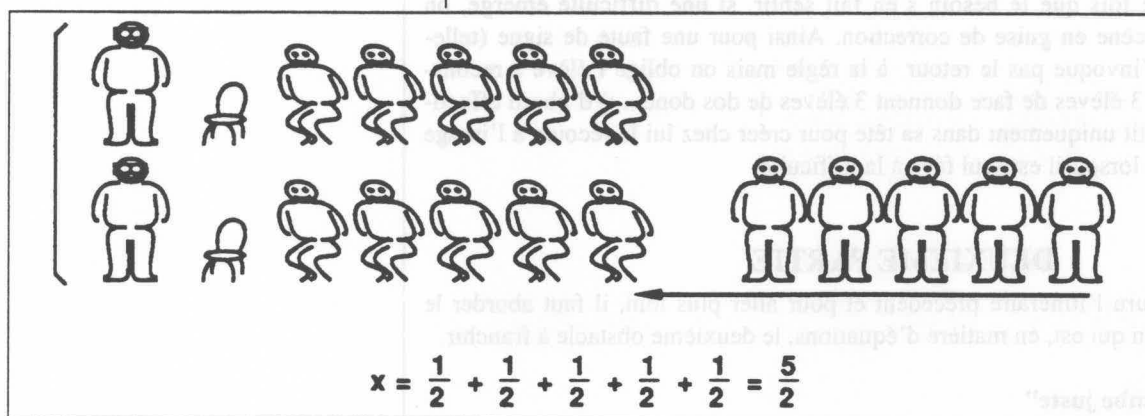
Les deux x s'étant partagés comme précédemment, reste le problème des 5 élèves. Deux stratégies sont alors possibles :

— quatre, comme tout à l'heure, se partagent en 2 et il en reste 1 pour lequel il va falloir inventer un mouvement de scène. Les propositions sont multiples et celle retenue consiste à *s'accroupir et à faire appel à un camarade* qui vient compléter la 2ème équation, ce qui correspond à une division par 2. Ainsi la solution apparaît sous la forme :



$$x = 1 + 1 + \frac{1}{2}.$$

— Chaque élève s'accroupit et fait appel à un camarade afin de compléter la 2ème équation ce qui conduit à la solution :



$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

En guise de synthèse pour cette nouvelle étape :

1 - Le jeu théâtral, par ses différents mouvements, permet d'intérioriser une image mentale différente selon les situations (transposition $\neq$ division) : à des actions différentes qui mettent en jeu des directions de l'espace différentes correspondent des symbolisations qui sont elles aussi forcément différentes. En d'autres termes, le jeu théâtral permet de déployer les deux opérations dans *des plans différents*, ce que ne permet pas le symbolisme écrit. La résolution fait en effet intervenir **tout l'espace** :

- un plan frontal pour la transposition,
- un déplacement en profondeur pour la multiplication et la division,
- la verticalité pour les fractions.

2 - Le deuxième élément de synthèse, à ce stade de l'exposé, est la notion de "régression" au sujet des fractions. En effet, l'exemple « $2x = 5$ » précédemment décrit, qui

permet d'obtenir, selon la mise en scène, $x = 1 + 1 + \frac{1}{2}$. ou

$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, constitue une approche de la fraction par le biais d'addi-

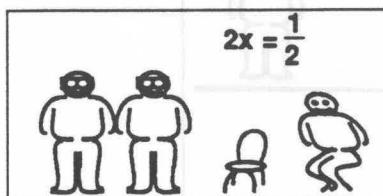
tions successives de fractions faciles à gérer telles que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$. Le jeu théâtral oblige à un tel passage et permet une évolution vers la division, comme synthèse des "régressions" successives. Un autre avantage est d'avoir un point de repère sur ce qui est divisé. C'est en effet une action bilatérale qui est opérée ici (au contraire de la transposition où la notion d'ajouter l'opposé n'est pas symbolisée) et qui est initialisée par le facteur de x . C'est lui qui détermine le partage (par le biais du déploiement dans l'espace et du rajout de chaises !) et commande de ce fait le partage dans l'autre membre. C'est

peut-être ce décalage, entre les étapes théâtrales et l'écriture qui accompagne systématiquement le mouvement théâtral, qui permet l'institutionnalisation de la division "dans le bon sens".

3 - Et si l'on introduit des fractions dans l'énoncé

Le travail engagé peut alors se poursuivre assez naturellement par l'introduction de fractions dans l'énoncé. Ainsi si l'on propose $2x = \frac{1}{2}$. La mise en place se fait selon le schéma :

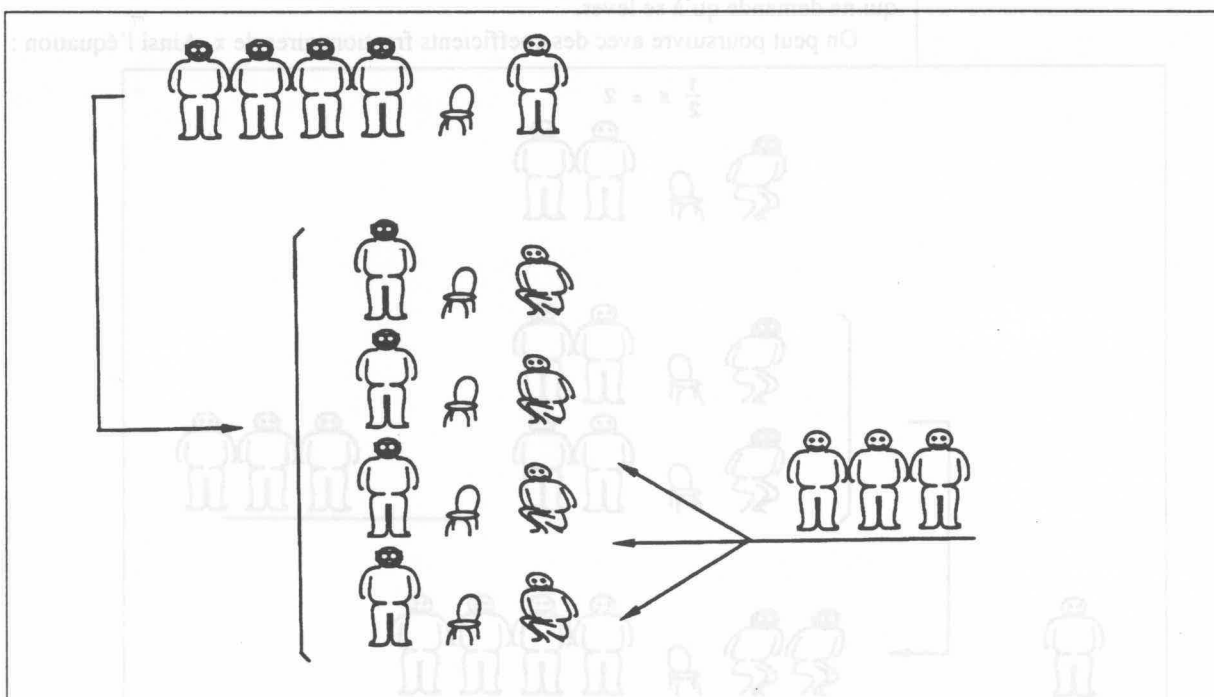
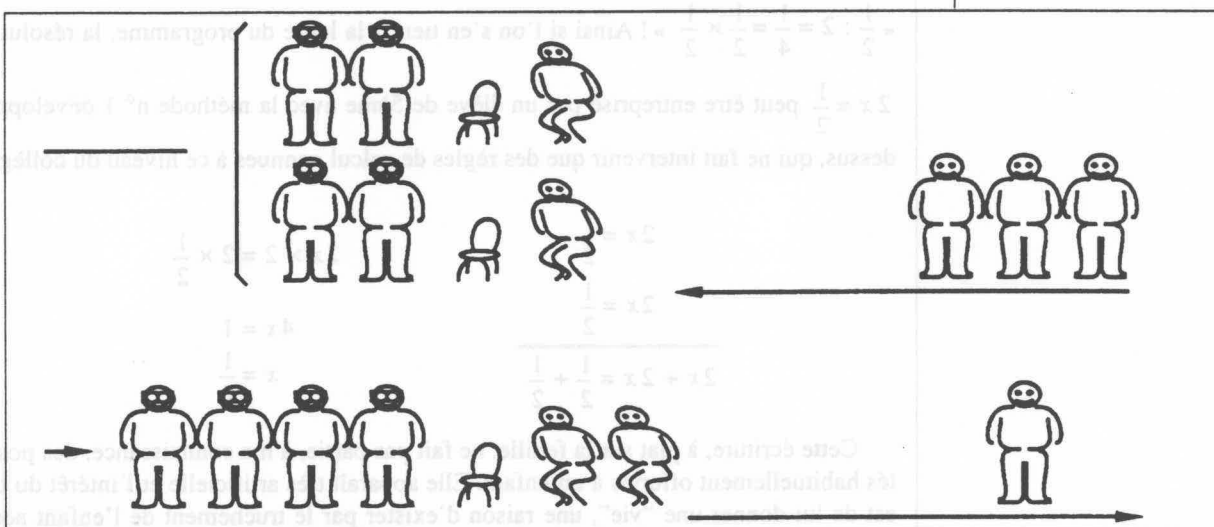
$$2x = \frac{1}{2}$$



A partir de là, deux mises en scènes sont possibles avec rapprochement des résultats :

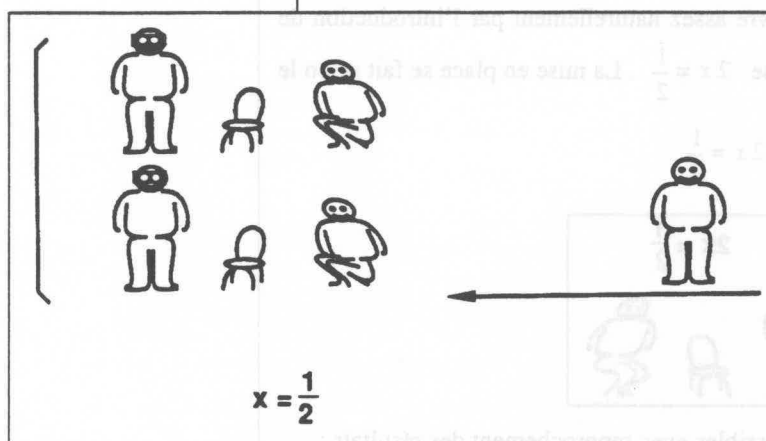
1 — l'attention est portée sur l'élève accroupi et cela induit de répéter l'équation dans une configuration en profondeur qui, ramenée dans le plan frontal, va permettre d'écrire

$4x = 1$ puis par le biais du jeu précédent $x = \frac{1}{4}$.



$$x = \frac{1}{2}$$

2 — l'attention est portée sur $2x$ et sur le déplacement en profondeur. Il faut alors faire un effort d'imagination pour trouver une nouvelle position (en général assise) à l'élève accroupi qui doit faire appel à un nouveau camarade pour se diviser par 2. La réponse obtenue alors est : $x = \frac{1}{2} : 2$.

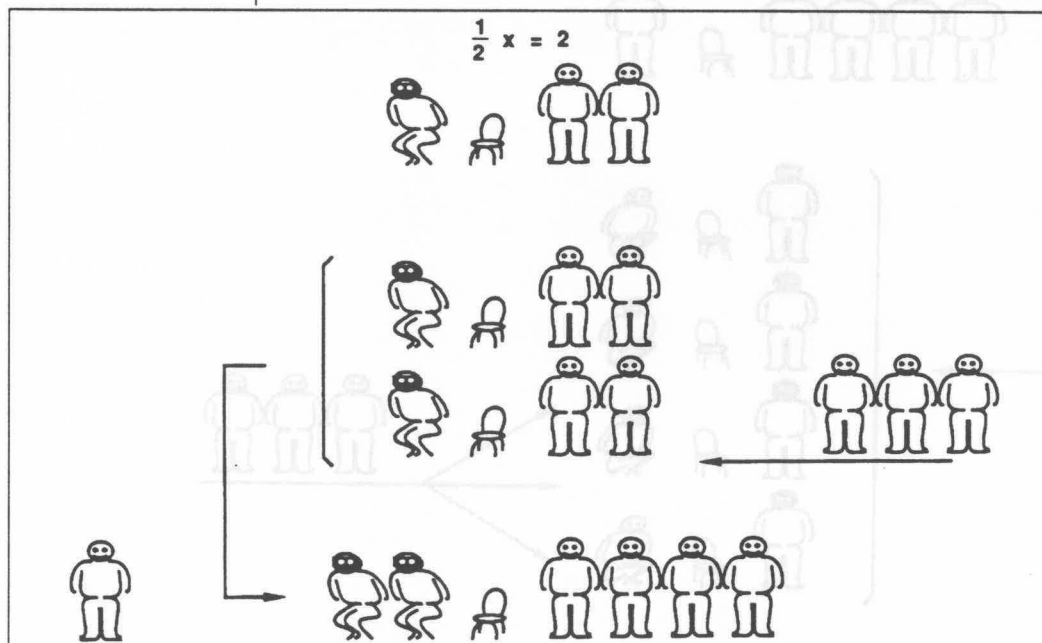


Par rapprochement des résultats $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$. Le résultat $\frac{1}{4}$ peut être obtenu indépendamment de la maîtrise de la division d'une fraction par un nombre; dès lors, la confrontation des résultats peut même être le prétexte d'introduction à la règle « $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ »! Ainsi si l'on s'en tient à la lettre du programme, la résolution de $2x = \frac{1}{2}$ peut être entreprise par un élève de 5ème avec la méthode n° 1 développée ci-dessus, qui ne fait intervenir que des règles de calcul connues à ce niveau du collège :

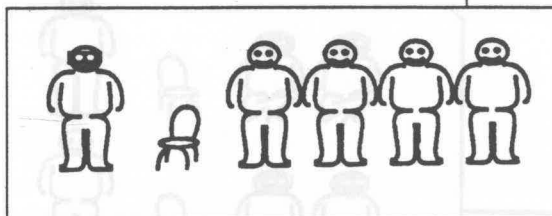
$$\begin{array}{l} 2x = \frac{1}{2} \\ 2x = \frac{1}{2} \\ \hline 2x + 2x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2x \times 2 = 2 \times \frac{1}{2} \\ 4x = 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{array}$$

Cette écriture, à plat sur la feuille, ne fait pas partie, à ma connaissance, des possibilités habituellement offertes à un enfant. Elle apparaît très artificielle et l'intérêt du théâtre est de lui donner une "vie", une raison d'exister par le truchement de l'enfant accroupi qui ne demande qu'à se lever.

On peut poursuivre avec des coefficients fractionnaires de x . Ainsi l'équation :



sera facilement résolue par dédoublement puis rassemblement pour donner :



Au passage, la multiplication par 2 ici est d'abord appréhendée sous forme d'addition et ce sont les écritures mathématiques qui permettent d'évoluer vers le « $\times 2$ ».

Si l'on propose $\frac{2}{3}x = 1$ (cf. page suivante), la première idée à avoir est évidemment

de reprendre trois fois cette équation c'est-à-dire que le résultat $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ fait son

chemin et elle est entièrement mise en œuvre au niveau du mouvement de scène qui consiste, lorsque les 6 élèves sont assis, à en faire sortir deux chaque fois que le troisième se lève pour arriver à l'écriture $2x = 3$ qui donne lieu au scénario déjà décrit. La force du jeu théâtral ici est de donner un sens (grâce au décortiquage qu'il induit) à des notations telles que $x = 1 \times \frac{3}{2}$ que l'on peut écrire $1 \times \frac{3}{2}$ pour obtenir la réponse

$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. La notion d'inverse n'est pas un prérequis à la résolution d'une telle équation mais c'est la résolution qui devient le prétexte à mettre en évidence cette notion. De ce fait, l'élément nouveau prend un sens et on peut mettre en valeur sa faculté simplificatrice en mettant en parallèle les deux écritures :

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}x &= 1 \\ \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x &= 1 + 1 + 1 \\ \frac{6}{3}x &= 3 \\ 2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}x &= 1 \\ 2x &= 1 \times 3 \\ x &= \frac{1 \times 3}{2} \\ x &= 1 \times \frac{3}{2} \\ x &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

De la même façon, si l'on exploite $\frac{1}{4}x = (-1)$ (cf. page suivante), on obtient

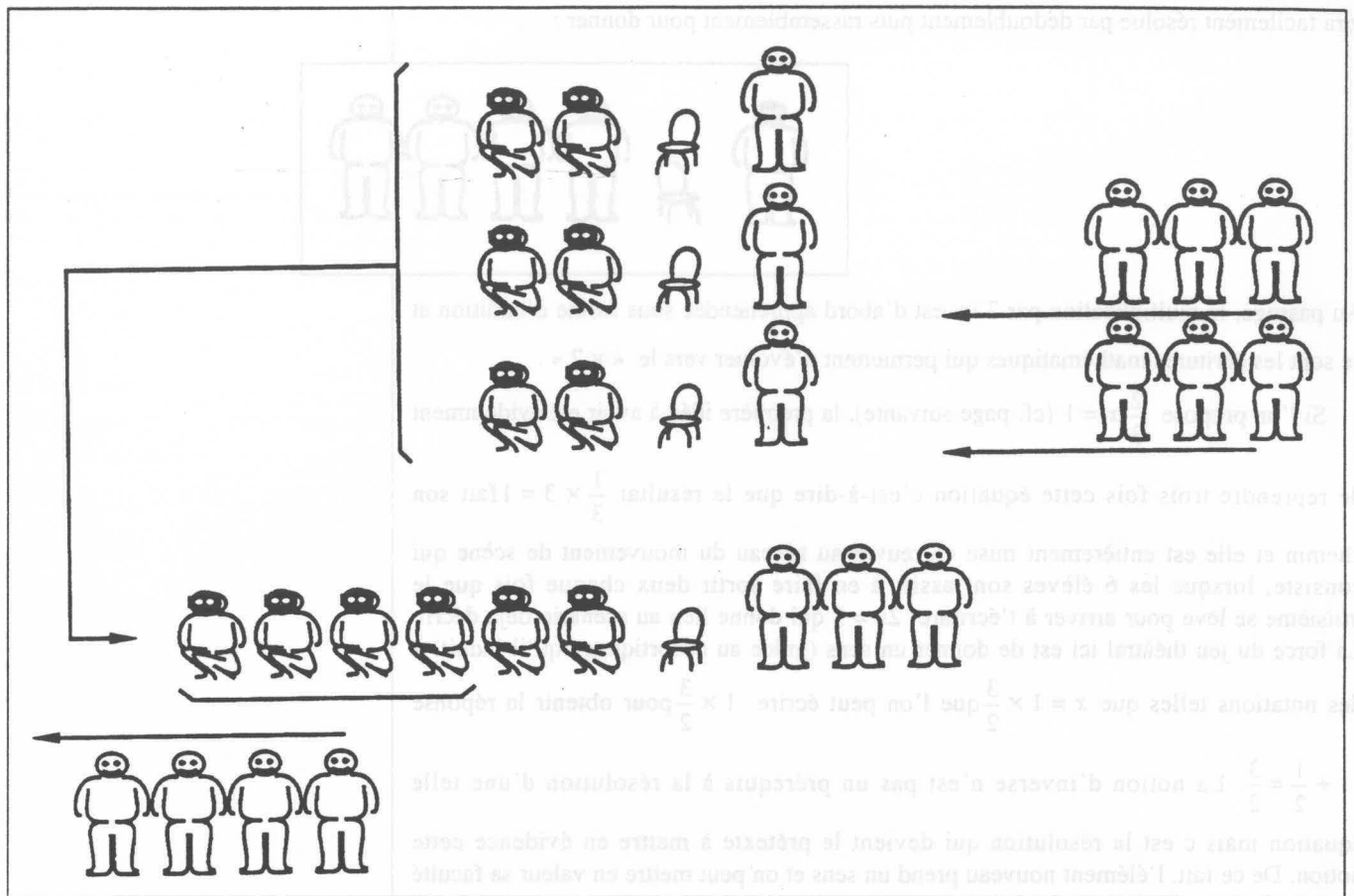
facilement :

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}x &= -1 \\ x &= -1 - 1 - 1 - 1 \\ x &= -4 = (-1) \times 4\end{aligned}$$

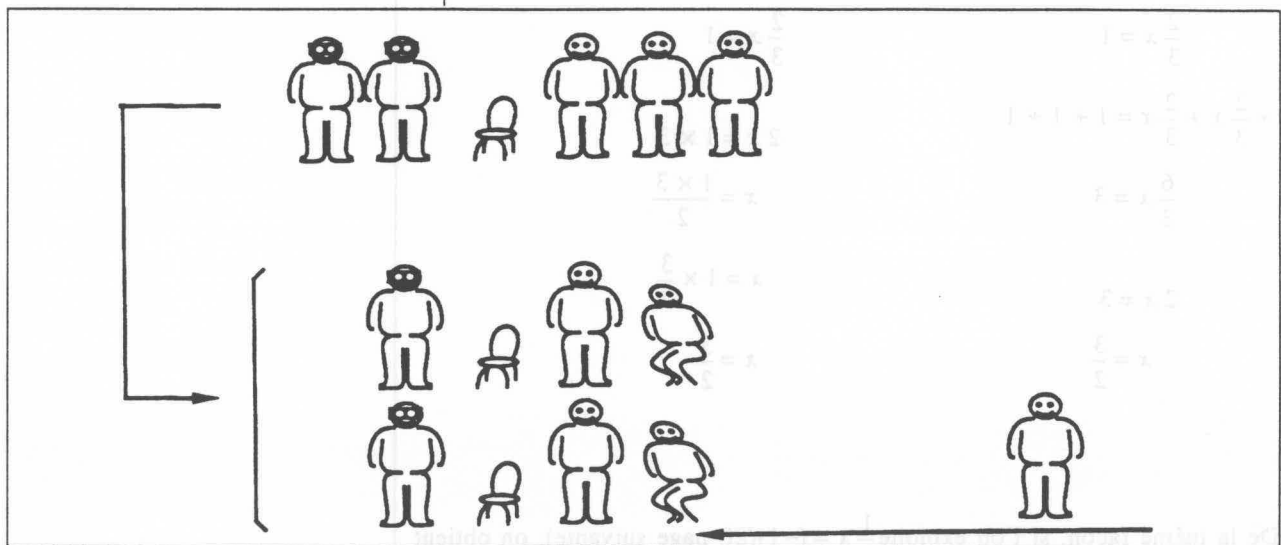
Le principe est le même que celui précédemment décrit. Le travail ne requiert pas de savoir multiplier des relatifs puisqu'il est ramené à une suite d'additions mais il peut être le prétexte à introduire de nouvelles règles de calcul sur les nombres relatifs.

$$\frac{2}{3}x = 1$$





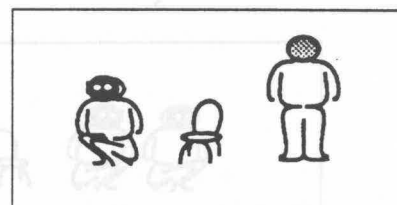
$$2x = 3$$

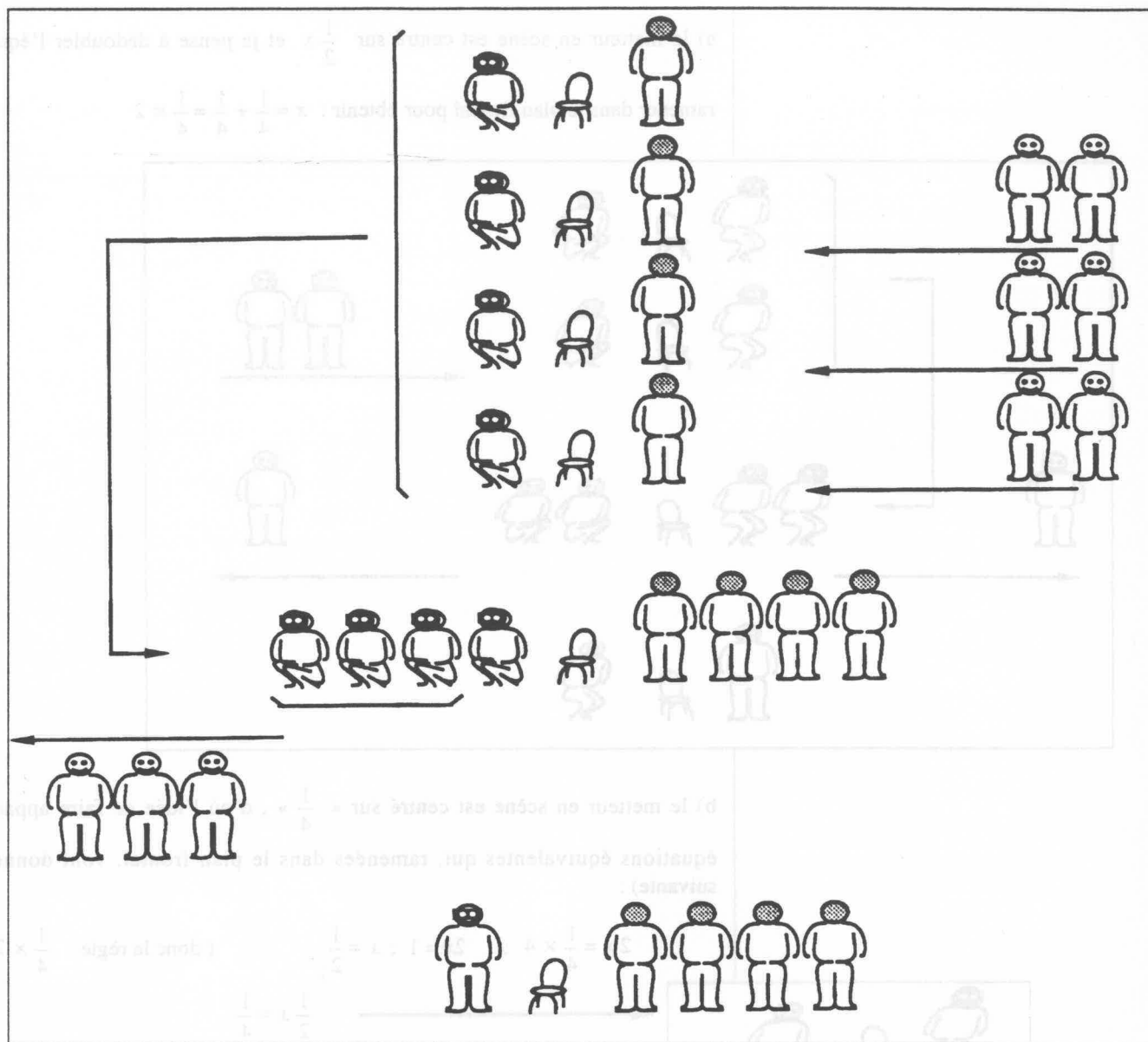


$$x = 1 + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{4}x = -1$$





$$x = -1 - 1 - 1 - 1$$

$$x = -4$$

$$[x = (-1) \times 4]$$

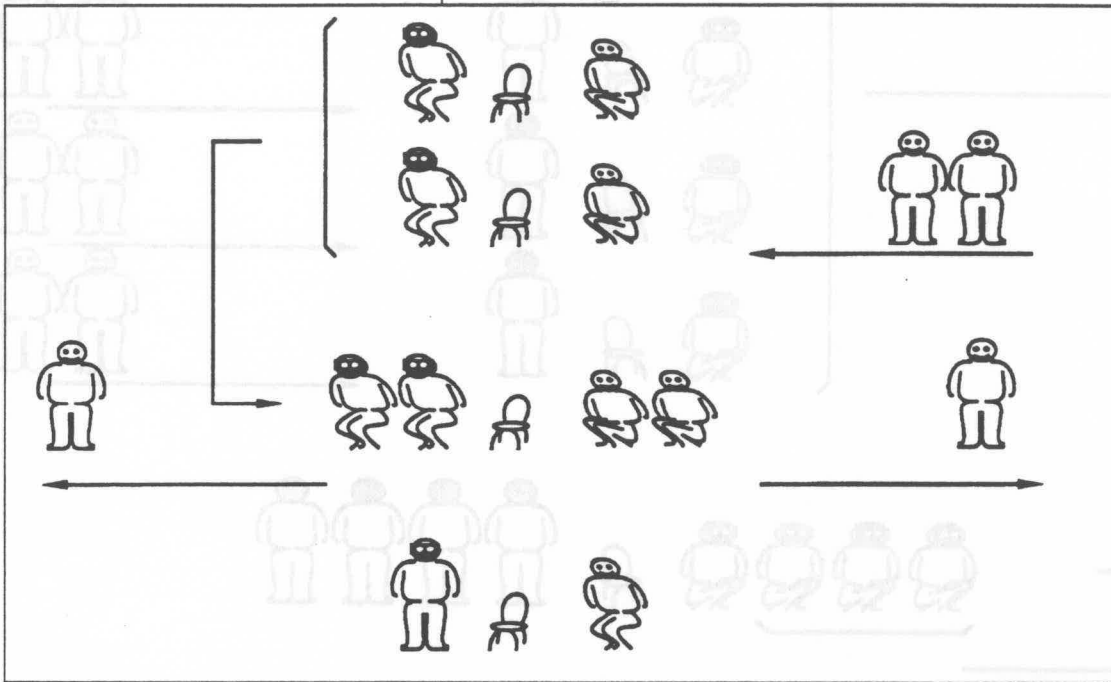
On peut ensuite proposer $\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$. Je rappelle ici que la progression dans la difficulté met en jeu l'imagination des enfants qui se trouvent confrontés à des difficultés croissantes pour lesquelles les "mouvements de scène" doivent se sophisticationner.



La mise en scène de $\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$ ne pose plus de problème deux positions différentes sont nécessaires : accroupi et par exemple assis. Compte tenu des travaux faits précédemment deux stratégies de mises en scène sont alors possibles et mises en parallèles par écrit sur la feuille :

a) le metteur en scène est centré sur $\frac{1}{2}x$ et je pense à dédoubler l'équation puis à

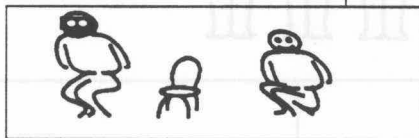
ramener dans le plan frontal pour obtenir : $x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 2$



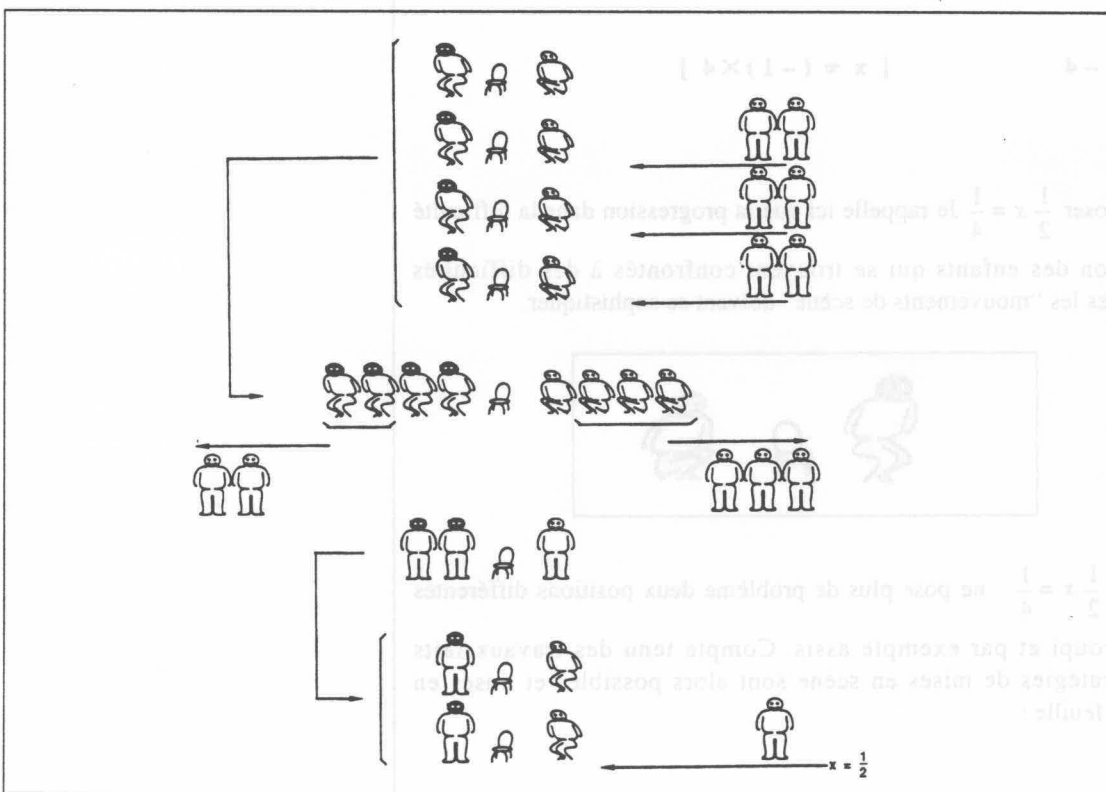
b) le metteur en scène est centré sur « $\frac{1}{4}$ », d'où l'idée de faire apparaître quatre équations équivalentes qui, ramenées dans le plan frontal, vont donner (cf. page suivante) :

$$2x = \frac{1}{4} \times 4 ; \quad 2x = 1 ; \quad x = \frac{1}{2} ;$$

(donc la règle : $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$).



$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{4}$$



Je voudrais, à ce niveau de l'exposé, relater de la façon la plus fidèle possible, une expérience vécue l'an dernier à la fin de la première année d'expérimentation de cette méthode. Je n'étais pas allée aussi loin que ce que j'ai dit ici, et je n'avais notamment pas insisté sur les fractions. A la fin de l'année, à propos d'un problème de géométrie, les élèves sont amenés à écrire l'équation

$$\frac{5}{3}x = 1000$$

Comment la résoudre ?

Deux réactions particulièrement intéressantes sont à noter :

1 — La réaction du bon élève : « il faut diviser 1000 par $\frac{5}{3}$ et je ne sais pas le faire... »,

2 — La réaction plus générale : « il faut passer par le théâtre mais l'ennui réside dans le fait qu'il n'y a pas assez d'acteurs disponibles ». Pour lever cette difficulté, et après un moment de réflexion, l'idée de remplacer 1000 par 10, de faire les mouvements de scène, de trouver x , puis de le multiplier par 100 pour résoudre le problème se fait jour. L'écriture mathématique, correspond donc à :

$$\frac{5}{3}x = 10 ; \quad 5x = 30 ; \quad x = \frac{30}{5} ; \quad x = 6 ,$$

donc : $x = 6 \times 100 = 600 \dots$ C'est alors que le bon élève dit : « pour diviser par $\frac{5}{3}$ il

faut multiplier par $\frac{3}{5}$! ».

L'exégèse de cet exemple met en évidence deux remarques fondamentales :

— le jeu théâtral oblige à réfléchir à l'importance du second membre et fait apparaître l'idée que celui-ci n'a pas d'influence sur l'opération à faire. Ainsi, dans l'exemple en question on aurait pu remplacer 1000 par 1, par 5... la démarche nécessitait le passage par « $\times 3$ » suivi de « : 5 ». On peut donc penser que le théâtre prépare l'évolution vers un second membre littéral.

— en revanche, et c'est l'objet de ma deuxième remarque, la littéralisation du coefficient de x semble rester un problème majeur que cette "ingénierie didactique" n'a pas résolu. Seul dans l'exemple, le bon, même très bon élève a fait le pas. En disant il faut diviser 1000 par $\frac{5}{3}$, il a franchi l'étape de passage entre une équation de type $2x = 1000$ et celle

proposée. Pour lui $\frac{5}{3}$ a le même statut que 2 et est à regarder comme un nombre en tant

que tel qui pourrait être remplacé rapidement par un a . Pour les autres, au contraire, et cela est renforcé par le jeu théâtral, tout les pousse à scinder le travail en successivement « $\times 3$ » puis « : 5 » ou éventuellement « : 5 » puis « $\times 3$ » qui, par un jeu d'écriture déjà

décrit, peut devenir « $\times \frac{3}{5}$ ». La différence essentielle avec la réaction du bon élève est

que le passage à « $\times \frac{3}{5}$ » ne résulte pas d'une division mais d'un jeu théâtral d'abord, puis seulement d'écritures. A cet endroit, les élèves dans leur majorité, ont appris qu'

une situation de type $\frac{5x}{3} = b$ correspondait à $x = b \times \frac{3}{5}$ mais sans savoir au fond que

c'est la même chose que $x = b : \frac{5}{3}$. Le véritable obstacle épistémologique est sans doute

à cet endroit : le résultat de mon expérience sur la deuxième année prouve que la méthode donne une consistance à "Je passe de $\frac{5}{3}$ à $\frac{3}{5}$ mais je ne suis pas encore capable

de voir que le nombre $\frac{5}{3}$ a le même statut que n'importe quel nombre entier et que

donc je peux diviser par $\frac{5}{3}$ comme je divise par 2 (on pourra se reporter sur ce sujet à

la conférence de Ph. Lombard dans la présente publication).

CONCLUSION

On peut revenir, en guise de synthèse et de conclusion, sur l'aspect purement théâtral de l'activité c'est-à-dire sur l'aspect psychologique de la démarche.

Le premier élément à dégager est qu'il s'agit d'une activité dont l'aspect ludique vient surtout d'une totale rupture avec un enseignement des maths tel qu'on peut le concevoir habituellement. Il faut en effet se dégager du contexte classe en se créant un nouvel espace : le théâtre qui nécessite, sinon une salle prévue à cet effet, du moins une restructuration de la classe devenue lieu de spectacle avec scène et emplacements pour les spectateurs. L'impact psychologique de ce décalage n'est pas à négliger. Il intervient à deux niveaux : d'abord la motivation liée à l'aspect ludique qui fonctionne aussi bien pour les bons que pour les mauvais élèves puis, surtout pour les élèves en difficulté, la levée ponctuelle d'une attitude de résignation face à l'incompréhension automatique liée à la matière et au cadre.

Le deuxième élément vient du jeu théâtral lui-même. En effet, les élèves sont tour à tour, acteur, spectateur, metteur en scène. Chaque situation entraîne des investissements différents. Le metteur en scène a un travail d'anticipation important à fournir. Il faut en effet qu'il ait une idée assez précise de l'enchaînement des différents "tableaux" théâtraux pour guider correctement ses camarades. L'acteur, quant à lui, vit la situation avec son corps et c'est l'aspect individuel qui est renforcé. Ainsi, la notion de transposition peut être associée à un mouvement que l'acteur fait réellement ce qui peut faciliter,

à l'issue de l'apprentissage, le passage à la règle formelle. Le spectateur, bien que plus passif, a lui une vision globale de chaque phase du jeu : il verra que si cinq camarades sont face à lui, le mouvement imposé conduira forcément à les placer dos à lui. Si l'on ose une comparaison, on pourrait dire que le théâtre permet de traiter les équations à la façon d'un texte littéraire. En effet, au niveau de la mise en scène, on est en présence de la vision synthétique du texte, au niveau du spectateur, on insiste sur la vision globale de la phrase et au niveau de l'acteur, c'est la vision de détail : chacun joue le rôle du mot dans la phrase. La compréhension du texte passe par la maîtrise des trois aspects décrits et donc, de la même façon, la maîtrise du calcul algébrique passe par l'ensemble des mises en situation. C'est pourquoi il est indispensable que **tout** élève passe par les trois rôles. Au départ, la répartition des rôles se fait spontanément de façon prévisible : les bons sont facilement metteurs en scène, les autres élèves se répartissent en spectateurs et acteurs selon leur tempérament. L'idéal est de les laisser réagir selon leurs capacités et envie et, si le jeu réussit, il n'est pas rare de voir tel élève en difficulté (et souvent timide) sortir de sa retenue pour devenir acteur et même metteur en scène.

Mais au-delà de tous ces éléments, je dirai simplement pour conclure qu'il faut avoir vécu ce travail avec une classe, arriver à saisir au fil des séquences les gestes d'entraide, les attitudes d'autodiscipline, les complicités accompagnant chaque "représentation", pour mesurer l'impact psychologique et par conséquent intellectuel d'une expérience qui amène sans doute les élèves aux limites du travail de groupe, là où celui-ci devient purement et simplement jeu d'équipe.

ATELIER :

Activités mathématiques pour élèves en difficulté.

Yves FLANDROIS - IREM des Pays de Loire (Centre de Nantes)

Le but de cet atelier était de présenter quelques activités mathématiques pour des élèves en difficulté (4^{ème} et 3^{ème} technologiques, B.E.P. ...)

Le premier objectif est d'intéresser les élèves et de les motiver. L'aspect ludique et nouveau de certains exercices les accroche et ils veulent absolument trouver la réponse par eux-mêmes. A partir de ces activités, motivation et participation étant acquises, il est possible d'introduire quelques notions mathématiques importantes (calculs sur les entiers relatifs, équations, etc ...) et aussi des méthodes de travail et de raisonnement.

Activités présentées :

- *Autour du carré magique* : Variante du très classique carré magique, cette activité permet d'introduire les propriétés de l'addition des entiers naturels (associativité et commutativité) et également de faire respecter des consignes précises qui sont données tout au long de l'exercice.

Les élèves trouvent assez facilement les valeurs des trois signes. Il est surtout intéressant d'étudier en détail avec eux les méthodes de recherche qu'ils proposent et de montrer qu'un signe quelconque peut remplacer un nombre, donc d'introduire les équations. On peut montrer aussi que trois égalités sont suffisantes pour trouver la solution (une équation par inconnue)

- *Les neuf points* : Cette activité permet de montrer aux jeunes que l'on s'impose souvent des données qui ne figurent

pas dans le texte et que l'on s'enferme dans un cadre restreint.

Au cours de l'atelier les collègues ont été amenés à tester en situation les différentes activités proposées. Une large discussion a ensuite permis de voir l'intérêt ou non de tels exercices en classe. Il a été largement admis que pour être efficaces de tels exercices devaient être proposés régulièrement et s'inscrire dans une progression.

$$@ + @ + \Delta + \Delta + \text{Apple} = 22$$

$$\Delta + \Delta = @ + @ + @$$

$$@ + \Delta = \text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple}$$

$$@ + @ + @ + \Delta + \Delta = 24$$

Retrouver la valeur de chaque signe, sachant qu'elle est comprise entre 1 et 9.

Bibliographie :

Les jeux logiques et mathématiques - Franco AGOSTINI (Encyclopédie et connaissances).

Les chemins de la logique - Yves FLANDROIS (IREM DE Nantes).