Finalement on complétera au tableau:

"A,B,D,F alignés
A,C,E alignés et (BC)//(DE) alors AC/AB = AE/AD
=1,25

Ensuite ils généralisent l'écriture pour calculer AG sous la forme:

"si AC/AB = AE/AD
alors je peux écrire AC/AB = AE/AD = AG/AF
et alors AG = AF × 1,25 et on a (FG)//(BC)"

CONCLUSION

Les conceptions premières des élèves les diverses recherches qu'ils ont effectuées pour trouver un lien entre les séries de mesures montrent que la mise en évidence de rapports égaux ne va pas de soit.

Proposer le calcul *a priori* les empêche de se faire leur propre opinion sur la validité éventuelle d'autres types de calculs et sur l'unicité de la solution

L'utilisation de CABRI permet de bien montrer l'alignement des points, la continuité de leurs déplacements. C'est cet outil qui, nous semble-t-il, permet aux élèves qui ont travaillé sur cette situation d'écrire très majoritairement des rapports exacts quelle que soit la forme de la figure.

Des tests passés ultérieurement dans des classes ayant ou non travaillé avec la situation décrite semblent montrer qu'il y a des effets sur:

L'attention que les élèves portent à l'alignement des points.
La différentiation de la propriété et de sa réciproque
Les conditions d'écriture de la propriété.

Des questions restent soulevées:

Faut-il faire un travail préliminaire sur les proportions ?
Comment cerner les difficultés spécifiques des théorèmes instanciés du premier cycle (Thalès ,Pythagore) ?
Approfondir le travail sur l'exact et l'approché
ETC....

Atelier
Évaluation et aide à l'apprentissage

Raymond CHUZEVILLE - IREM de Grenoble

Mon intervention dans cet atelier a été axée sur les deux points suivants :

- présentation d'un schéma "points de repère" dont le but est de faire prendre conscience aux élèves de leurs démarches dans les divers apprentissages en mathématiques et en particulier lorsqu'ils résolvent des problèmes.
- présentation de ma pratique d'évaluation.

Pour le premier point, voir le fascicule "module en seconde. tome f". publié par l'IREM de GRENOBLE (Septembre 1992} ; pour le second point, voir l'article "correction des devoirs de mathématiques". bulletin APMEP de septembre 1990.

PRÉSENTATION DU SCHÉMA " POINTS DE REPÈRE"

Dès le premier cours, je pose aux élèves un exercice dont le but est de présenter les différents éléments du schéma "points de repère (schéma joint en annexe). De plus, ce schéma me permet d'introduire la fiche d'évaluation par compétences qui sera utilisée lors des devoirs surveillés (fiche jointe en annexe).

Exemple d'exercice posé en seconde

ABC désigne un triangle quelconque.
Démontre que les points *B* et *C* sont équidistants de la médiane issue de *A*.

Cet exercice a été choisi pour son énonce court facile à analyser) et pour son niveau de difficulté (aucun élève n'est parvenu à le faire seul).

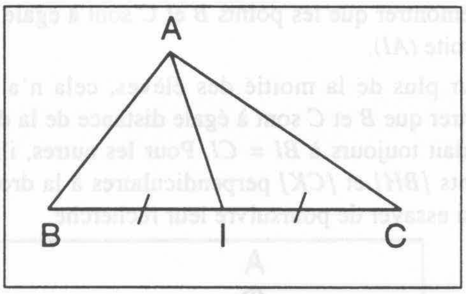
De plus, j'ai donné à mes élèves les consignes suivantes :

- travailler seul (sans l'aide de leurs voisins),
- me poser toutes les questions qu'ils désiraient, mais par écrit,
- m'appeler lorsqu'ils auront terminé leur démonstration.

Je leur demande de me poser des questions par écrit, pour les obliger à se centrer sur un problème. D'ailleurs, assez souvent., en écrivant leur question, ils trouvent seuls la réponse qu'ils cherchent.

Quatre élèves ont dessiné un triangle isocèle. Après que je leur aie souligné les mots "triangle quelconque" de l'énoncé, ils ont pris conscience qu'ils n'avaient pas tenu compte de cette partie des données.

Mes élèves ont commencé par faire une figure de la forme suivante et très vite ils m'ont appelé pour m'indiquer qu'ils avaient terminé.



Deux élèves seulement m'ont demandé ce qu'était une médiane. Mais une fois la question mise par écrit, l'un d'eux s'est rappelé ce qu'était une médiane (il a alors dessiné une figure semblable à celles de ses camarades) ; quant à l'autre élève, je lui ai dit d'essayer de me dessiner une médiane, ce qu'il est arrivé à faire, (peut-être en regardant la figure de son voisin !).

Réponse des élèves à l'exercice : *B* et *C* sont équidistants de la médiane issue de *A* car on a *BI = CI* puisque *[AI]* est la médiane issue de *A*.

J'ai demandé à chacun de comparer sa "démonstration" avec celle de son voisin. Dans la plupart des binômes qui avaient écrit la réponse ci-dessus, après une brève discussion, j'ai entendu : "ça ne doit pas être ça, car le prof nous demande de démontrer alors que l'on a $BI=CI$ puisque $[AI]$ est la médiane".

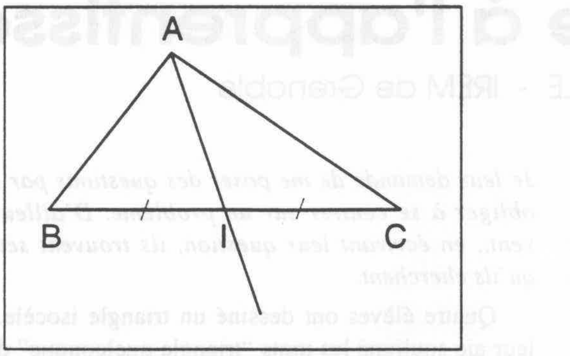
Ici, comme c'est souvent le cas, les élèves en réfléchissant à ce qu'il leur est demandé de faire, se rendent compte que leur solution ne peut convenir.

La situation étant bloquée à cause de la figure réalisée par les élèves, nous avons décidé de chercher ensemble cet exercice. Pour cela, nous avons commencé par analyser l'énoncé écrit au tableau

> ABC désigne un triangle quelconque.
> Démontrer que B et C sont équidistants de la médiane issue de A.

La première ligne et le mot "équidistant" n'ont pas posé de problème, nous avons remplacé la deuxième ligne de l'énoncé par : "Démontrer que les points B et C sont à égale distance de la médiane issue de A" *(ce qui n'a nullement débloqué la situation)*.

J'ai alors demandé aux élèves de dessiner une médiane dans un triangle quelconque, d'écrire ce qu'elle représentait pour eux, ainsi que ce qu'ils savaient sur les médianes d'un triangle. N'ayant pu obtenir la figure ci-dessous,

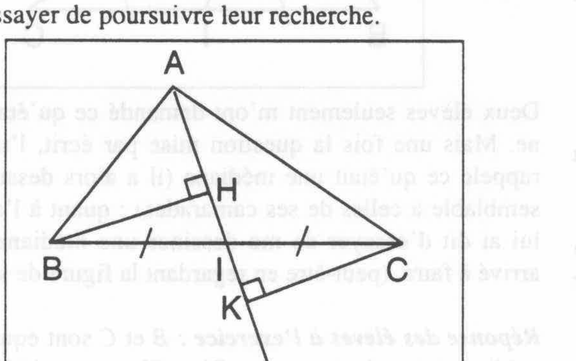


je l'ai dessinée au tableau en leur indiquant que, dans ce problème, le mot médiane était utilisé pour indiquer la demi-droite passant par A et le milieu de $[BC]$.

Une fois revue la notion de médiane, la question posée a été écrite sous la forme :

> démontrer que les points B et C sont à égale distance de la droite (AI).

Pour plus de la moitié des élèves, cela n'a rien changé : démontrer que B et C sont à égale distance de la droite (AI) correspondait toujours à $BI = CI$. Pour les autres, ils ont tracé les segments $[BH]$ et $[CK]$ perpendiculaires à la droite (AI) et ont pu ainsi essayer de poursuivre leur recherche.



Il a donc fallu revoir la notion de distance d'un point à une droite avant de pouvoir écrire la question posée sous la forme :

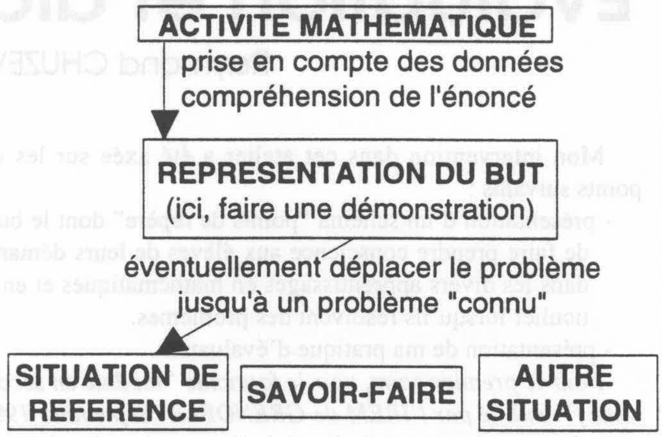
démontrer que $BH = CK$

La fin de l'heure ayant sonné, j'ai demandé aux élèves pour le cours suivant :
- d'analyser cette séquence,
- de ne pas chercher de solution à cet exercice,
- de faire des exercices d'algèbre (afin qu'ils ne cherchent pas l'exercice).

Bilan de l'analyse de la séquence par les élèves :

Les élèves ont dit :
- j'ai commencé par faire un triangle isocèle ; je n'ai pas fait attention à ce qui était écrit dans l'énoncé ;
- je n'ai pas pensé à tracer la droite (AI) pour médiane ;
- je pensais qu'une médiane était seulement un segment ;
- je me suis trompé dans la distance d'un point à une droite ;
- on ne nous donnait pas dans l'énoncé les segments $[BH]$ et $[CK]$, je ne savais pas qu'il fallait les tracer, je n'ai pas assez réfléchi ;
- vous auriez dû nous dire de tracer $[BH]$ et $[CK]$, puis de démontrer que ces segments étaient égaux ;
- etc...

Le bilan de la séance fait en classe m'a permis d'introduire le début du schéma "points de repère" :



Dans cet exercice, il fallait commencer par "comprendre et traduire l'énoncé", c'est-à-dire se ramener à $BH = CK$, égalité de deux longueurs (problème fréquent appelé situation de référence". *Souvent, lorsqu'un élève dit " Je n'y comprends rien", c'est au niveau de cette partie qu'il a des difficultés.*

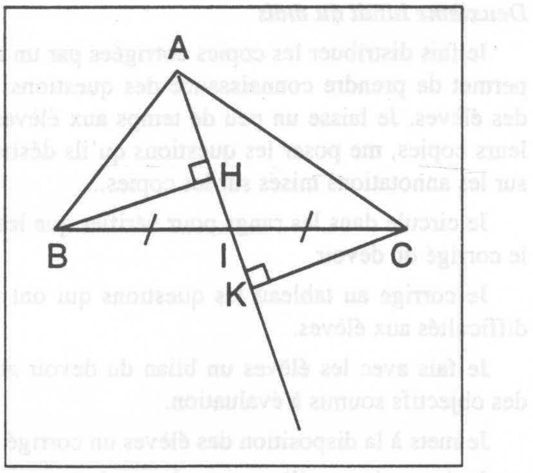
Recherche de la "solution" :
Comment démontrer que : $BH = CK$

La première réaction de mes élèves a été de dire :"on ne sait pas faire, dites-nous comment démarrer".

Nous avons donc abordé la question : comment chercher un problème? quelles démarches utiliser ?

Devant un problème, lorsqu'il est ramené à une situation de référence, on se demande de quels outils on dispose ou quelles méthodes on peut utiliser.

J'ai demandé aux élèves, ayant la figure ci-contre sous les yeux, quels "outils" ils proposaient pour le problème.



J'ai obtenu :

- configuration de Thalès,
- théorème de Pythagore,
- trigonométrie,
- symétrie de centre *I*.

J'ai demandé à chacun d'eux d'en choisir un, d'essayer de l'utiliser et de rédiger une démonstration correspondant à cet outil.

Beaucoup d'élèves ont essayé d'utiliser l'outil "théorème de Pythagore" et ont admis que les segments *[IH]* et *[IK]* avaient la même longueur. Certains ont écrit qu'il n'était pas utilisable car il n'était pas dit dans l'énoncé que $IH = IK$.

Un élève voulant au départ appliquer le théorème de Pythagore, a effectivement démontrer que les segments *[IH]* et *[IK]* avaient la même longueur en utilisant la "configuration de Thalés", a rédigé sa démonstration, puis il m'a dit qu'il était alors inutile d'utiliser le théorème de Pythagore, qu'il suffisait de voir que le quadrilatère *BHCK* était un parallélogramme (puisque ses diagonales se coupaient en leur milieu) pour conclure.

Certains ont utilisé l'outil trigonométrique dans les triangles *BIH* et *CIK*

- en écrivant : $BH = BI \cos \widehat{IBH}$ et $CK = CI \cos \widehat{ICK}$
- en mesurant l'un des angles $\widehat{IBH}$ ou $\widehat{ICK}$ et en disant que l'autre lui était égal comme angles alternes-internes.

Deux d'entre eux ont essayé d'utiliser l'outil symétrie centrale, mais ils ne sont pas parvenus à aller jusqu'au bout de leur démonstration.

Nous avons ensuite mis en commun les différentes "solutions" proposées, puis nous sommes revenus sur le schéma "points de repère" pour une activité mathématique.

La compréhension de l'énonce et sa traduction en "langage mathématique" nous a conduit à démontrer que $BH = CK$ (situation de référence : deux segments ont même longueur).

Pour démontrer que deux segments ont même longueur, la première chose à faire est de trouver un outil ou une stratégie adapté(e) au problème posé. Cette phase qui, en général, ne figure pas sur les devoirs, est la *phase d'anticipation.*

Après avoir choisi un outil (une stratégie, "vous passez à la *phase d'exécution* (réalisation), ce qui vous amène à utiliser des savoir-faire, par exemple : calculer la longueur d'un segment dans un triangle rectangle en utilisant la trigonométrie, montrer que I est le milieu de *[HK]* en utilisant la configuration de Thalès".

La *phase "(auto)contrôle"* est évidemment présente dès la phase d'anticipation, pour choisir la stratégie (l'outil). Par exemple ici, pour utiliser l'outil "Pythagore", je dois "contrôler" ses conditions d'utilisation, ne pas admettre que les segments *[IH]* et *[IK]* ont la même longueur (ce que certains d'entre vous ont fait).

L'auto évaluation est en quelque sorte un "retour" sur le problème. Elle consiste ici, par exemple, à se dire :

- je n'ai pas considéré la médiane comme demi-droite,
- je ne savais pas ce qu'était la distance d'un point à une droite (ou je le savais),
- j'ai appliqué le théorème de Pythagore, mais j'ai admis que $IH=IK$,
- j'aurais pu aussi utiliser les outils :
  - configuration de Thalès,
  - trigonométrie dans le triangle rectangle,
  - symétrie centrale
- etc...

Après chaque exercice, faire faire aux élèves un "bilan" des connaissances, des méthodes utilisées peut les aider à les mémoriser et aussi leur permettre de les utiliser dans de nouveaux problèmes.

Afin d'aider mes élèves, je leur demande de faire des fiches sur les configurations de géométrie et des fiches d'aide-méthode.

Dans les fiches configurations, les élèves notent les différentes connaissances qu'ils doivent maîtriser. Ils complètent ces fiches au fur et à mesure que le cours avance. Par exemple, nous avons commencé une fiche "médiane d'un triangle" dans laquelle les élèves ont noté les différentes connaissances revues lors de cet exercice. Ils la compléteront après le cours sur les vecteurs et celui sur l'homothétie.

Dans les fiches aide-méthode (calculer une longueur, démontrer que des droites sont parallèles,...), les élèves notent au fur et à mesure que nous faisons des exercices, les différentes méthodes que nous utilisons avec un renvoi aux exercices traités.Les élèves peuvent utiliser ces fiches chaque fois qu'ils en éprouvent le besoin, y compris en devoirs surveillés (ce qui est peut-être la principale motivation qu'ils ont à les faire).

Dans le schéma "points de repère", certains exercices conduisent à :

- des savoir-faire ; dans ce cas, l'élève connaît la démarche à utiliser, il n'a donc qu'à exécuter et à contrôler son résultat (par exemple : déterminer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle lorsqu'il connaît les longueurs des deux autres côtés),
- autre situation (situation non répertoriée dans les objectifs de référence de seconde), par exemple, démontrer qu'un quadrilatère est un losange, ce qui le conduit soit à des situations de référence, soit à des savoir-faire.

Utilisation de schéma "points de repère" :

- Pour faire un bilan après chaque activité (connaissances et méthodes utilisées,...).
- Pour dialoguer avec les élèves en cas de difficulté. Lorqu'un élève ne sait pas faire un problème, il doit essayer de me situer où se trouve la difficulté :
- Si c'est au niveau de la compréhension de l'énoncé. Dans ce cas, il doit essayer de me dire à quel niveau il est arrêté ; s'il

n'y parvient pas, il doit écrire les connaissances qu'il a sur les différents termes mathématiques utilisés dans les données;

- si c'est au niveau de la stratégie à utiliser. Dans ce cas, je lui demande d'écrire toutes les stratégies que l'on a déjà employées dans les problèmes et de m'indiquer celles qui, selon lui, ne sont pas utilisables dans ce problème.

Avec ce schéma, un élève ne peut plus arriver en cours et me dire: " Je n'ai pas su faire, je n'ai rien compris" alors qu'il n'a pas cherché.

EVALUATION DES DEVOIRS SURVEILLES

Les devoirs surveillés permettent de mettre des notes aux élèves qui contribueront à la constitution de leur moyenne trimestrielle, et aussi :

- d'apprendre aux élèves à travailler en temps limité,
- d'évaluer la maîtrise d'objectifs cognitifs,
- de faire prendre conscience aux élèves de leurs erreurs, de leurs réussites,
- etc...

La question que je me suis posée est :

Comment corriger les devoirs surveillés pour que ces derniers :

- ne se résument pas à une note mise sur une copie,
- servent à l'apprentissage des élèves et notamment pour qu'ils prennent conscience de leurs erreurs.

Je vais exposer ma pratique de correcteur. Je mentionnerai les jours où peuvent se passer les différentes actions afin d'illustrer ma manière de faire.

Premier lundi du mois : devoir surveillé

Les élèves conservent le sujet et pour le deuxième lundi du mois, ils doivent :

- faire la correction du devoir, c'est à dire le refaire. Pour cela, en cas de difficultés, ils peuvent me demander toutes les explications qu'ils désirent. Si un élève est sûr d'avoir fait correctement un exercice, il peut se dispenser de le refaire, mais en cas d'erreur, il devra rédiger un exercice semblable qui sera mis à la disposition de la classe,
- dresser la liste des objectifs soumis à évaluation dans le devoir ce que je fais avec mes élèves après chaque exercice ou problème,
- évaluer ce qu'ils ont fait pendant le devoir surveillé :
  - gestion du temps,
  - j'ai eu des difficultés pour répondre à cette question,
  - je n'ai pas su répondre à cette question,
  - écrire les questions qu'ils ont envie de me poser sur le sujet.

Durant cette semaine, je corrige les copies ramassées à la fin du devoir surveillé de la manière suivante :

- je relève sur une feuille les objectifs atteints par chaque élève ainsi que les erreurs faites (j'utilise un code par erreur);
  - * je mets une note globale ainsi qu'une appréciation pour l'ensemble du devoir;
  - * si je pense que l'élève est capable de corriger lui-même ce qu'il a fait en utilisant un corrigé, je ne mets rien (c'est notamment le cas pour les savoir-faire), ce qui signifie que l'élève ne sait pas si ce qu'il a fait est juste ou faux;
  - * si je pense qu'il n'est pas capable de retrouver son erreur, je mets des annotations qui doivent lui permettre de la retrouver.

Deuxième lundi du mois

Je fais distribuer les copies corrigées par un élève ce qui me permet de prendre connaissance des questions, des remarques des élèves. Je laisse un peu de temps aux élèves pour regarder leurs copies, me poser les questions qu'ils désirent sur le sujet, sur les annotations mises sur les copies....

Je circule dans les rangs pour vérifier que les élèves ont fait le corrigé du devoir.

Je corrige au tableau les questions qui ont posé de réelles difficultés aux élèves.

Je fais avec les élèves un bilan du devoir ainsi que la liste des objectifs soumis à évaluation.

Je mets à la disposition des élèves un corrigé photocopié.

Je demande aux élèves pour le prochain cours (le mercredi):

- de corriger eux-mêmes leurs copies en mettant en évidence leurs erreurs. Pour cela ils peuvent utiliser le corrigé qu'ils ont fait ou celui que j'ai mis à leur disposition,
- pour chaque erreur, de situer exactement à partir de quel endroit le raisonnement (ou la nouvelle égalité,...) est faux en essayant d'indiquer, lorsqu'ils le peuvent, le pourquoi d'une telle erreur (quel "théorème élève" a été utilisé,...)puis de mettre ce qu'ils auraient dû faire (le corrigé) en indiquant les connaissances ou la stratégie qu'il fallait utiliser.
- d'indiquer, lorsque c'est le cas pour quelles raisons ils n'ont pas fait une partie du devoir (manque de temps, difficultés) et comment ils y sont parvenus à la maison : sans aucune aide, en utilisant le cours, avec l'aide d'un camarade ou les explications qu'ils m'ont demandées,
- de remplir la fiche d'évaluation.

Le cours suivant (le mercredi) :

Je ramasse les copies de mes élèves dans lesquelles figurent:

- les copies du devoir surveillé corrigées par leurs auteurs (étant donné que j'ai relevé lors de ma correction toutes les erreurs, il m'est facile de vérifier que les élèves ont corrigé correctement leur devoir),
- l'analyse des erreurs faites,
- pour chaque question non traitée, la démarche détaillée comprenant toutes les propriétés utilisées qui conduit au résultat,
- la fiche d'évaluation remplie par les élèves.

Il me semble que chaque élève, grâce à ce travail, prend conscience de ses réussites ainsi que de ses erreurs et peut ainsi plus facilement surmonter les difficultés qu'il a rencontrées.

Je m'astreins à "corriger" le plus rapidement possible ces copies (en général pour le cours suivant), de manière à indiquer au plus vite à certains élèves ce qu'ils pourraient faire pour surmonter les difficultés qu'ils ont rencontrées.

Je ne note pas ces copies.

La première fois, les élèves arrivent difficilement à retrouver leurs erreurs, sans doute car ils se contentent de regarder leurs résultats et n'essaient pas de suivre pas à pas la démarche utilisée. Pour leur apprendre, après le premier devoir surveillé, je constitue des groupes de quatre élèves (dans chacun d'eux, il y a au moins un élève dont la copie comporte peu d'erreurs). Je leur demande de corriger les quatre copies et d'essayer d'analyser les différentes erreurs rencontrées.

En ce qui concerne mon travail, je comptabilise cette deuxième correction comme celle d'un devoir à la maison. Personnellement, je préfère lire l'analyse faite par les élèves de leurs erreurs que de corriger un devoir à la maison pour lequel on trouve un bon nombre de copies identiques, comportant souvent les mêmes erreurs.

Pour motiver mes élèves à essayer de surmonter leurs difficultés, je permets à tout élève ayant fait correctement le travail précédent de se faire évaluer à nouveau (en dehors de leurs heures de cours) à partir d'un sujet semblable à celui donné lors du devoir surveillé.La note obtenue au devoir de réévaluation remplace la précédente, même si elle est inférieure.

FICHE D'EVALUATION SECONDE

Nom :..................................Prénom : ....Classe :..............................

Nature des travaux										
Date										
Note										

1. Connaître les résultats du cours

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										

2. Comprendre et traduire l'énoncé

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										

3. Trouver une stratégie adaptée au problème posé

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										

4. Réaliser, exécuter le plan (la stratégie) proposé(e)

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										

5. Argumenter

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										

6. Communiquer

Activités numériques, statistiques, fonctions										
géométrie plane										
géométrie dans l'espace										