

DES ACTIVITÉS DE CONSTRUCTION AUX ACTIVITÉS DE RAISONNEMENT AU COLLÈGE

Nos choix : travailler sur le statut de la figure et observer son évolution dans les démarches des élèves.

Notre fonctionnement : dans nos classes nous avons mené des activités que nous avons préparées et analysées avec des outils de la didactique.

Exemples de ces activités :

1) Activité cercle et triangle

Dans le cadre d'un travail sur le passage à la figure et dans le contexte du programme de quatrième, nous avons élaboré une activité mettant en œuvre des outils peu usités : tangente et bissectrice.

Les livres III et IV des *Éléments* d'Euclide sont consacrés au cercle et aux constructions de polygones inscrits et circonscrits. Sans faire de véritable analyse épistémologique du concept de bissectrice à travers les propositions des *Éléments*, on peut dire que la proposition III du livre IV (*à un cercle donné, circonscrire un triangle équiangle avec un triangle donné*) est un véritable problème de description et de raisonnement sur des objets géométriques. La multiplicité des tâches et l'introduction d'éléments supplémentaires dans la démonstration d'Euclide complexifient les démarches heuristiques et les preuves de nos élèves.

La consigne de travail donnée est : *Voici un cercle de centre O ; on veut l'inscrire dans un triangle ABC dont les angles mesurent $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 80^\circ$. Comment construire un triangle ABC ? Ecrire les étapes de la construction en justifiant au fur et à mesure par les propriétés.*

L'analyse a priori de la situation permet de mettre en évidence plusieurs démarches qui utilisent la figure sous divers aspects. Soit la figure est perçue globalement et risque de masquer les propriétés. Soit la prise d'informations sur la figure conduit à utiliser des sous-figures et des calculs d'angles.

Une variable de la situation est la taille du cercle, le triangle étant alors constructible ou non sur la feuille de papier. La mesure des angles est une autre variable.

Pour commencer, tous les groupes ont construit un triangle, par tâtonnement, répondant à la consigne. Les angles ne correspondent pas forcément aux valeurs données.

Certains groupes ne trouvent pas d'autres stratégies et donc, pas de justification écrite. Pourtant, pour se persuader que leur construction convient, ils la redessinent plusieurs fois.

A chaque construction, se rappelant de la propriété du centre du cercle inscrit, ils tracent les bissectrices pour vérifier que leur point de concours coïncide avec le centre du cercle donné. Ils font autant de constructions que nécessaire en les affinant, obtenant successivement une puis deux, puis trois bissectrices qui passent enfin par le centre.

Les élèves ont employé majoritairement cette stratégie. C'est aussi celle pour laquelle l'existence de la formalisation d'une justification sont les moins réussies.

En effet, il n'est pas nécessaire d'explicitier la notion d'angles correspondants qui permet de justifier la construction de parallèles pour réaliser la figure.

De même, la construction de tangentes se fait par tâtonnement même si le concept de droite perpendiculaire au rayon est sous-jacent.

Le rayon est souvent tracé a posteriori et l'angle droit marqué (même si ce n'est pas toujours exact).

Pour cette autre stratégie, les constructions et les justifications sont bien structurées. La justification est ici concomitante à la construction du quadrilatère.

Pourtant ce raisonnement n'est pas facilement accepté par les élèves.

Un élève n'arrive pas à formaliser ; il est gêné par la non existence des angles de 140° , 100° , 120° dans le texte et refuse de les utiliser. Il va choisir comme outils la bissectrice et la somme des angles d'un triangle.

Nous avons plusieurs fois constaté que, bien qu'ayant sous les yeux les outils nécessaires pour écrire la justification, les appliquer à la situation pose un problème aux élèves. Il ne suffit pas de connaître les propriétés pour savoir quand et comment les utiliser !!...

Lorsque les groupes n'arrivent plus à avancer dans la situation, ils vont systématiquement feuilleter livres et cahiers, même si c'est au hasard.

Lors de l'atelier s'est engagée une discussion autour analyse synthèse d'une

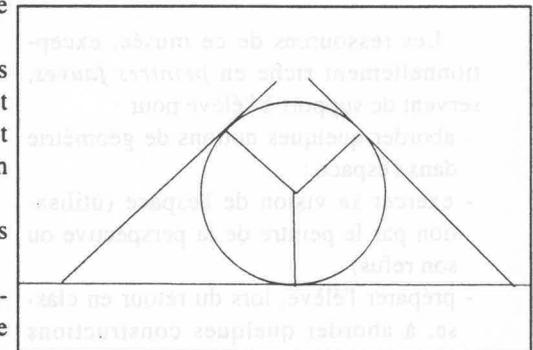
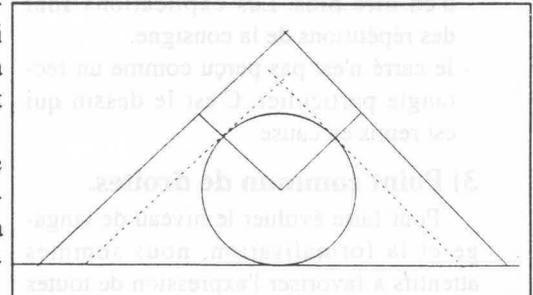


figure et non autour du raisonnement, comme pour les élèves, l'activité de construction s'est révélée comme la plus importante, d'où notre choix d'autres activités où la part de la construction est réduite pour favoriser l'émergence d'activités de raisonnement.

2) Construire un rectangle qui a deux côtés consécutifs égaux en Sixième.

Les élèves, par groupes de trois, ont pour consigne : "Tracer un rectangle ayant 2 côtés consécutifs de même longueur".

Lorsque la construction est terminée par un groupe, la question suivante lui est posée : "vous avez obtenu un carré, comment cela se fait-il ?"

Dans cette activité, la plupart des élèves se heurtent au fait que la figure obtenue est un carré.

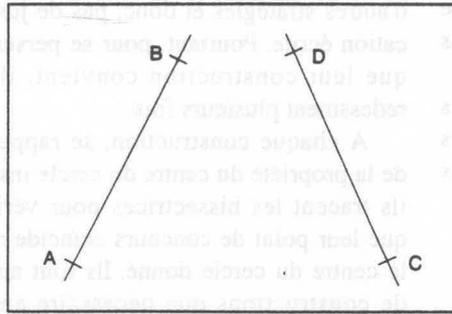
Ce qui entraîne deux sortes d'attitudes :

- comme c'est un carré, il n'y a pas lieu d'en dire plus. Les explications sont des répétitions de la consigne.
- le carré n'est pas perçu comme un rectangle particulier. C'est le dessin qui est remis en cause.

3) Point commun de droites.

Pour faire évoluer le niveau de langage et la formalisation, nous sommes attentifs à favoriser l'expression de toutes les remarques. La non différenciation

langue maternelle et langue mathématique peut être source de confusion, comme dans l'activité :



Les droites (AB) et (CD) ont-elles un point commun ?

Les erreurs sont liées au sens de point commun en langage courant : avoir la même caractéristique (avoir un segment, deux points marqués sur les droites, être toutes les deux des droites). La confusion droite et segment au travers des mesures est aussi importante. L'obligation pour certains élèves de prolonger les dessins met l'accent sur la différence entre la droite et sa représentation. L'interaction entre les élèves a permis de lever l'obs-

tacle et la séquence à servir de référence pour éliminer des erreurs ultérieurement.

Conclusion

Pour nous, l'apprentissage de la démonstration reste une réelle question. Cependant il nous semble que :

- * les phases heuristiques et de rédaction sont à distinguer nettement.
- * l'expression orale et l'écrit jouent un rôle important dans la construction du savoir des élèves et la modification de leur représentation.

Dans notre mode de fonctionnement, la relation élève-savoir est médiatisé par le professeur mais aussi par les élèves et est renforcée par une gestion de classe en groupe.

Si l'état d'esprit dans lequel nous travaillons est reproductible, il est probable que chaque situation décrite est très contextualisée et donc non reproductible telle qu'elle dans une autre classe.

Brigitte POULAIN -
Jacqueline BORREANI -
IREM de Rouen

PERCEPTION, REPRÉSENTATION DE L'ESPACE AU MUSÉE D'ART MODERNE DE TROYES

Pierre BISSEY (IREM de Reims)

Herriot, a permis à une vingtaine de participants au colloque de découvrir cet

univers riche en possibilités notamment pour les professeurs de mathématiques.

Les ressources de ce musée, exceptionnellement riche en peintres fauves, servent de support à l'élève pour :

- aborder quelques notions de géométrie dans l'espace ;
- exercer sa vision de l'espace (utilisation par le peintre de la perspective ou son refus) ;
- préparer l'élève, lors du retour en classe, à aborder quelques constructions géométriques ;
- éduquer son regard, apprendre à lire des documents (une occasion d'acquérir des clés pour pénétrer dans une œuvre) ;
- découvrir des langages, des techniques picturales, mais aussi des modes d'expression très divers où il pourra trouver un écho à sa propre sensibilité ;
- communiquer, s'exprimer ;
- travailler dans un lieu agréable, en dehors de la salle de classe, du collège.

La pratique de documents utilisés ces sept dernières années avec des élèves de collège.

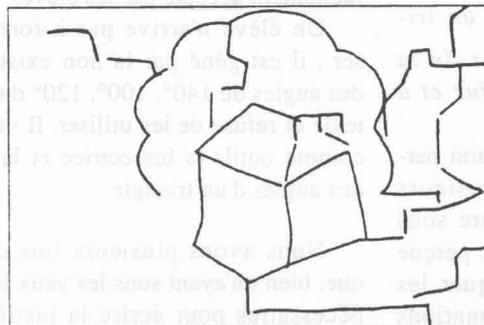
Une activité inter-disciplinaire : mathématiques, français, arts plastiques.

Cet atelier, le seul qui se soit déroulé en dehors du cadre du Lycée Edouard

En 1904, le peintre Paul Cézanne disait :

Fiche de découverte

"Il faut traiter la nature par le cylindre, la sphère, le cône, le tout mis en perspective."



Titre :
Auteur :
Date :

Jean Metzinger a-t-il respecté les règles de la perspective :

- avec soin
- un peu
- pas du tout

A-t-on une impression d'espace, de profondeur ? non oui

Si oui, par quelles techniques le peintre arrive-t-il à nous faire reconnaître les objets :

- par des effets d'ombre et de lumière
- par des effets de modelé
- par des effets de contrastes de couleurs.

S'agit-il : d'une nature morte d'un paysage

L'espace créé dans ce tableau vous semble-t-il : lointain proche

Cocher les formes géométriques (surfaces et volumes) représentées :

- carré rectangle parallélogramme disque sphère pyramide
- cube pavé droit prisme droit cylindre cône tronc de cône

Sur cette reproduction partielle de "Paysage", esquisser quelques maisons.