

A PROPOS DE LA DÉFINITION DE LA MÉDIANE

La notion de médiane est prévue dans les programmes de Troisième et de Seconde, bien qu'elle ne soit pas exigible.

L'examen des manuels de Troisième montre la nécessité de mieux distinguer le cas d'un caractère statistique discret et le cas d'un caractère continu.

Dans le cas continu, la définition de la médiane ne pose aucun problème. Son approche fournit une occasion de faire des Travaux Pratiques

- avec réinvestissement du Théorème de Thalès, de la détermination d'une équation d'une droite définie par deux points ;

- avec des activités pluridisciplinaires.

Dans le cas discret, la définition qu'on trouve couramment de la médiane m_e peut s'écrire :

$\text{card}(X \leq m_e) \geq n$ et $\text{card}(X \geq m_e) \geq n$ où n désigne l'effectif total. On peut aussi utiliser

$\text{card}(X < m_e) \leq n$ et $\text{card}(X > m_e) \leq n$ ou encore des versions équivalentes liées aux rangs dans la série ordonnée.

Pour la série $\{1 ; 8 ; 8 ; 8 ; 8\}$ une telle définition conduit à $m_e = 8$. Mais dans ce cas, se pose le problème de la pertinence de la notion de médiane, comme celle de moyenne d'ailleurs.

Peut-on vraiment dire que le "milieu" de la série est 8 alors que c'est la plus grande valeur ?

Pour ma part, je propose de retenir comme définition de la médiane celle qu'on trouve dans des ouvrages comme : Henry ROUANET, Brigitte LE ROUX, Marie-Claude BERT, Statistiques en sciences humaines : procédures naturelles, Dunod, c'est-à-dire :

$$\text{card}(X < m_e) = \text{card}(X > m_e).$$

Avec une telle définition, la série statistique précédente n'a pas de médiane. Comme la notion n'était pas pertinente, n'est-ce pas mieux ainsi ?

Daniel FREDON
IREM de LIMOGES

G É O M É T R I E

DES AIRES, OUTILS DE DÉMONSTRATION

Les pages qui suivent n'ont pas pour projet de dresser le plan, parfaitement concevable par ailleurs d'un exposé de géométrie prenant comme point de départ la notion d'aire d'une figure simple, rectangle ou triangle.

Il ne s'agit ici que de présenter des démonstrations reposant justement sur des propriétés des surfaces et démonstrations glanées dans divers ouvrages nés au cours des âges.

Faut-il s'étonner de cette abondante variété ?

Si on se reporte aux "Éléments d'Euclide", on constate déjà les géomètres grecs fondaient souvent leurs raisonnements sur des égalités établies entre les rapports de segments et rapports de surface (rapports de grandeurs et non de mesures). Ainsi au Livre 6, Proposition 1 : «les triangles et les parallélogrammes qui ont la même hauteur sont entre eux comme leurs bases».

Ce n'est qu'au XVII^e siècle - en particulier avec la géométrie d'ARNAUD - qu'un ordre d'exposition qui se voulait plus rationnel, plaçait tout ce qui a trait aux segments de droite ou de courbe avant les surfaces et abandonnait les démonstrations par les surfaces, lesquelles pouvaient être considérées comme un détour. Ensuite, une autre conception du rapport par l'intermédiaire des mesures - longueurs et aires - ainsi qu'une autre maîtrise des irrationnels allait soutenir ce changement.

Faudrait-il donc rejeter maintenant cet outil que constitue l'usage des surfaces simples, connues tôt par le débutant et souvent même avant qu'il n'ait abordé le raisonnement géométrique ?

La présente petite enquête historique peut aider qui rêve de l'exposé cité en commençant, mais montre surtout la diversité et, par là, la richesse des moyens en mathématiques pourvu qu'on ne reste pas esclave d'un certain monolithisme.

I - Pourquoi ne pas commencer par des égalités d'aires chez EUCLIDE ?

Il s'agit de propriétés de surface, mais qui seront ensuite interprétées comme propriétés de nombres en particulier chez les indiens, par exemple BHASCARA (début du XII^e siècle).

- Avec EUCLIDE :

$$\text{Carré}(a+b) = \text{Carré}(a) + \text{Carré}(b) + 2 \text{ Rectangles}(ab)$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

- Avec BHASCARA :

Dans un carré, on trace quatre triangles rectangles égaux de côtés a et b . Il reste au centre un carré de côté $(b-a)$. Si on "déplace" les deux triangles 1 et 2, on obtient une figure formée de deux carrés de côtés a et b .

Il vient : $\text{Carré}(b-a) + 4 \text{ Triangles}(ab) = \text{Carré}(b) + \text{Carré}(a)$

$$\text{Carré}(b-a) + 2 \text{ Rectangles}(ab) = \text{Carré}(b) + \text{Carré}(a)$$

$$(b-a)^2 + 2ab = b^2 + a^2$$

