BULLETIN INTER-IREM

PREMIER CYCLE - NIVEAUX D'APPROFONDISSEMENT

LIAISON
COLLEGE-SECONDE

1989-1990

Nouveaux programmes de seconde

SOMMAIRE

1ère PARTIE : INTRODUCTION

2ème PARTIE : ARTICLES GÉNÉRAUX

3ème PARTIE : THEMES

Première Partie

INTRODUCTION

Jean Claude DUPERRET
Responsable de la Commission Inter-Irem premier Cycle

La Commission Inter-Irem Premier Cycle a principalement axé son travail pendant quatre ans sur l'expérimentation des nouveaux programmes et le suivi scientifique, travail qui a donné lieu à la publication de quatre Bulletins Inter-Irem.

Mais le travail ne pouvait se concevoir sans mettre en place une réflexion sur la liaison Collège-Lycée. Aussi, dès la dernière année d'expérimentation en Troisième (1988-1989) avions-nous mis en place un travail commun avec la Commission "Objectifs et niveaux d'approfondissement" qui est plus spécialement chargée du second cycle. Ce travail s'est concrétisé par le colloque de Troyes: *"Du collège au lycée : pour mieux réussir"*. Il a permis des rencontres, des débats, des échanges d'information entre des collègue des deux cycles. Les actes de ce colloque sont disponibles auprès de l'IREM de Toulouse.

A l'heure où le nouveau programme de seconde allait être modifié en fonction des nouveaux programmes de premier cycle, il nous est apparu important de poursuivre et approfondir ce travail en commun en 1989-1990. Ce souci a donné lieu à la mise en projet d'un Bulletin commun $3^{ème}$-2^{de}, et à la constitution d'un groupe de travail commun à nos deux commissions, animé par Daniel DELEFORGE à qui nous avons laissé le soin de présenter cette brochure.

Pour notre part, nous continuons notre travail de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en premier cycle, et nous proposerons fin 91 un nouveau Bulletin Inter-IREM vous faisant part de nos différents travaux.

André ANTIBI (IREM de Toulouse)
Raymond BARRA (IREM de Poitiers)
Responsables de la commission "Objectifs et niveaux d'approfondissement"

Depuis qu'elle existe, la Commission Inter-IREM "Objectifs et niveaux d'approfondissement" a toujours participé à l'élaboration des programmes des classes de Lycées. La dite commission n'a donc pas chômé.

Sa contribution a consisté à transmettre aux responsables décideurs des propositions constructives, avant ou après examen des différents projets.

Il en fut de même pour le nouveau programme de Seconde, mais cette fois, le travail a été fait en liaison avec la commission Inter-IREM "Premier Cycle", comme cela est dit par ailleurs.

Présentation de la brochure

Daniel DELEFORGE
IREM de LILLE

"On n'est jamais si heureux ni si malheureux qu'on s'imagine ."

La Rochefoucauld

" Encore un nouveau programme de Seconde ..."
" Il y a peu de changements par rapport au précédent..."
" Mais il paraît qu'ils ont fait plus de géométrie et moins d'algèbre..."
" Je n'ai pas bien compris le compte-rendu de ceux aui sont allés à la réunion de présentation..."
" Les spécimens sont arrivés trop tard..."
" Et toi qui arrives avec ta première nomination..."

Comment aider les collègues de seconde ? Les IREM s'y emploient et souhaiteraient élargir leurs bases pour développer encore leur communication. Dans les collèges, la diffusion se fait bien. Les "Suivis Scientifiques de 6ème, 5ème, 4ème et 3ème sont très demandés et il faut s'attendre à ce qu'ils soient réclamés aussi dans les lycées qui s'attacheront à mettre en place une stratégie exceptionnelle pour ces élèves *qui ont changé.*

Voilà, le mot est lancé. Cette brochure souhaiterait compléter l'information que nous chercherons tous à la rentrée pour mieux comprendre *en quoi* ces élèves ont changé.

Bien sûr, beaucoup de conversations tourneront d'abord autour des programmes et le premier trimestre sera délicat pour tout le monde, mais ceux qui fréquentent les milieux IREM et APM sauront guider les curieux.

Comment a été réalisée cette brochure ? Avec qui ? Avec quoi ?

Tout d'abord, il a été décidé qu'elle ne devait pas être trop lourde et cela pour plusieurs raisons :
- les délais à respecter (il est souhaitable qu'elle soit disponible dans les IREM pour la rentrée de Septembre) ;
- la volonté d'avoir des avis différents et nombreux dans des textes courts
- le prix doit être raisonnable.

Les auteurs sont des directeurs ou des animateurs d'IREM ; ils sont membres d'une des deux commissions Premier-Cycle ou Niveaux d'approfondissement, souvent depuis plusieurs années, et certains ont participé aux réunions (très nombreuses) qui ont abouti à la rédaction de ce programme de Seconde.

Cependant, les habitudes, les modes de fonctionnement des deux Commissions n'ont pas toujours facilité la mise en commun des travaux, heureusement préparés par le Colloque de Troyes (Cf l'article de présentation de J.C.Duperret).

Enfin, il est difficile de ne pas retenir des documents préparés, travaillés par des collègues mais qui n'entrent pas entièrement dans le cahier des charges.

Cette brochure contient essentiellement deux parties :
- des articles généraux ;
- trois regroupements de programmes :
  Statistiques, Algébrisation-Fonctions, Géométrie.

Dans les *articles généraux*, vous aurez une première lecture des *différences* en termes de contenus. Evidemment, certains trouveront des anomalies, des excès dans la traduction ; chacun sait que le programme ne peut se résumer si rapidement. Mais c'est un document de départ, fait pour débattre et inviter quelques collègues, parfois isolés, à participer aux échanges.

Raymond BARRA et Régine DOUADY ont accepté de rédiger un texte sur les activités. Le sujet est délicat et, là aussi, certains seront pour le moins étonnés. Que cela ne déchaîne pas trop les passions et ne conforte les prétentieux !

Enfin, après quelques hésitations, deux progressions sont proposées. Je suis sûr que, dans nos établissements, nous chercherons à établir une progression commune. Elle sera peut-être différente de celles présentées. Il nous a semblé cependant intéressant de faire apparaître deux points de vue et de nous limiter à deux points de vue.

Plus encore qu'auparavant, il apparaît que les chapitres du programme perdent leur étanchéité et il faut réussir à convaincre ceux qui pensent que lorsque l'on fait beaucoup de choses en même temps, on fait n'importe quoi.

Vous verrez que dans les exemples proposés, nos collègues s'expriment en termes de dominantes mais la structure de la brochure plus que les affinités des auteurs nous a amenés à faire apparaître trois thèmes : Statistiques, Algébrisation-Fonctions, Géométrie.

Les thèmes sont présentés par des responsables de groupes ; les activités, les exemples ont été expérimentés et discutés par des collègues.

Aucun d'entre eux n'a évidemment la prétention de donner un modèle. Tous souhaitent qu'il y ait des avis constructifs sur leur démarche.

Pour avoir une idée plus précise des perspectives possibles de cette brochure, il serait intéressant de recueillir des textes comme , par exemple, celui de Michel MANTE de l'IREM de LYON :*"L'initiation au raisonnement déductif et le nouveau programme de Collège"*, texte que l'on peut lire dans le Suivi Scientifique de 5ème. Pourquoi citer ce texte plutôt qu'un des très nombreux autres que l'on trouve dans ces productions ? Parcequ'il invitera peut-être, à s'enrichir d'autres lectures avant de donner un avis sur un point peu ou pas abordé dans cette brochure : *la démonstration*. Encore un sujet qui suscitera de nombreuses réactions trop laconiques...

Pour terminer cette présentation, je voudrais remercier Jean BARBIER qui a passé une partie de ses vacances à taper tous les textes et Marc FORT président de l'ADIREM, qui nous a aidés dans la répartition des tâches.

Deuxième Partie

ARTICLES GÉNÉRAUX

ARTICLES GÉNÉRAUX

A-Etude comparative des programmes
B-A propos d'activités
C-Les activités dans le processus d'apprentissage
D-Plaidoyer pour une progression
E-Deux propositions de progressions

Étude comparative des programmes

Michèle SÉNÉMEAUD - Alain SOLÉAN - Paule KOBER
IREM de NICE

La mise en place des nouveaux programmes de collège commencée en 6$^{\text{ème}}$ durant l'année 86-87 a atteint le niveau 3$^{\text{ème}}$ à la rentrée 89. Ces programmes diffèrent des anciens tant par leur contenu que par les méthodes préconisées pour les enseigner.

Les élèves qui entreront en seconde en Septembre 1990 auront un comportement et des acquis différents et il nous paraît indispensable de les analyser afin d'assurer la meilleure continuité possible lycée-collège.

ÉTUDE COMPARATIVE DES CAPACITÉS EXIGIBLES DU NOUVEAU PROGRAMME DE 3$^{\text{ème}}$ AVEC LES ACQUIS SUPPOSÉS DE L'ANCIEN PROGRAMME

Remarque préliminaire sur l'ensemble du programme :

Les symboles $\supset$, $\cap$, $\cup$ sont hors programme ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations. Sont également exclues les notations relatives aux intervalles de réels et la notation " $\circ$ " des lois de compositions.

Les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'usage de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques et graphiques.

Travaux numériques

Le calcul littéral :

Il a été *"introduit avec prudence"* en classe de $4^{ème}$; l'entraînement des élèves se poursuit en $3^{ème}$ et aboutit à *"une relative autonomie"*.

L'introduction des égalités $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ n'est faite qu'en 3ème sur des "expressions simples" pour développer et factoriser.

L'élève doit acquériir la maîtrise du développement, mais la part donnée à la factorisation est moins importante qu'auparavant : les élèves arrivant en 2^{de} possèderont moins de technicité et d'habitude quant à la factorisation des expressions littérales puisque *"la maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif de la classe de $3^{ème}$"*.

Les racines carrées :

Plus de définition $\sqrt{a^2} = |a|$ (la notion de valeur absolue n'existe plus au collège).

Plus d'utilisation systématique des tables de carrés pour encadrer la valeur numérique de $\sqrt{a}$ (la touche $\sqrt{x}$ de la machine a été utilisée en $4^{ème}$).

L'utilisation des règles de calcul des produits et quotients de deux radicaux est au programme sur des exemples simples : *"savoir rendre rationnel un dénominateur contenant un radical n'est pas demandé"*, *"tout exercice comportant des superpositions de radicaux est exclu"*.

Les équations :

En $6^{ème}$ et $5^{ème}$, une première approche a été faite sous forme "d'exercices à trous".

Depuis la $4^{ème}$, les élèves mettent en équation et résolvent des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

En $3^{ème}$, ils apprennent à résoudre une équation de la forme A.B = 0 (mais non A/B = 0) où A et B sont des expressions du 1er degré de la même variable.

Les systèmes de deux équations à deux inconnues sont résolus par les méthodes de substitution et de combinaison. La résolution graphique se fait *"en se ramenant aux équations de droites figurant au programme"* (y = ax + b est maintenant la seule forme d'équation de droite figurant au programme, ainsi que x = k).

Les inéquations :

En $4^{ème}$, on étudie ordre et addition, ordre et multiplication par un positif et il n'y a qu'une simple initiation aux inéquations.

En $3^{ème}$, on approfondit ordre et opération et on résout une inéquation ou un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue, mais la notation de l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle n'est plus au programme.

N'est pas au programme non plus, l'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable.

D'autre part, aucune compétence n'est exigible sur les inéquations du premier degré à deux inconnues.

Travaux géométriques

Dans le plan :

Le théorème de Pythagore est étudie en $4^{ème}$ ainsi que le cosinus d'un angle aigu.

Le théorème de Thalès et sa réciproque sont appliqués uniquement dans le triangle en termes de distances, *"toute intervention de mesures algébriques est exclue"* , *"l'énoncé général du théorème de Thalès est hors programme"*.

Les angles sont mesurés en degrés décimaux ; le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont donnés sous forme de rapports dans le triangle rectangle ; les élèves utilisent la calculatrice pour en déterminer les valeurs approchées. Sont seules au programme les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $\tan x = \sin x / \cos x$ et les formules relatives aux angles complémentaires.

Les transformations : les élèves construisent les transformées de figures par symétrie axiale (6ème), symétrie centrale (5ème), translation et rotation (4ème) sans formalisme (plus d'application du plan dans lui-même). Ils savent utiliser la conservation de l'alignement, des distances, des angles.

L'étude des vecteurs est liée à celles de la translation et du parallélogramme et la lecture des coordonnées d'un vecteur sur un graphique est au programme. L'addition des vecteurs est faite *"sur des situations simples"* et reliée à la composition de deux translations. Le produit d'un vecteur par un réel n'est plus au programme.

Dans un repère, les équations de droites sont sous la forme $y = mx$, $y = mx + p$, $x = k$. *"L'équation générale sous la forme $ax + by + c = 0$ est hors programme"*. Donc plus de notion de vecteur directeur, mais une étude du coefficient directeur. Parallélisme, orthogonalité de deux droites et distance de deux points en repère orthonormal restent au programme.

Dans l'espace :

Au collège, les élèves sont entraînés à voir dans l'espace, à calculer des longueurs, des aires et des volumes.

Le pavé droit est étudié en 6ème, *le prisme droit* et *le cylindre* en 5ème, la *sphère* en 4ème, *le cône* et *la pyramide régulière* en 3ème.

Le théorème de Pythagore est utilisé pour des calculs de longueurs dans les solides, *le théorème de Thalès* dans les problèmes d'intersection d'une pyramide par un plan parallèle à la base.

Gestion de données et fonctions

Depuis la 6ème, les élèves sont habitués :
- *A traduire* une situation concrète par un tableau ou un graphique.
- *A interpréter* une représentation graphique (tableau, diagramme en bâton, histogramme, diagramme circulaire, courbe).

- En $4^{ème}$ et $3^{ème}$ sont introduites quelques notions *statistiques* (effectif, fréquence, fréquence cumulée, moyenne).

La proportionnalité est bien acquise ;

Le lien avec la *fonction linéaire* se fait depuis la $4^{ème}$. Pourcentages et échelles sont vus en $6^{ème}$ - $5^{ème}$.

La fonction affine est étudiée en $3^{ème}$ et exploitée graphiquement.

EXAMEN DES CONNAISSANCES D'UN ELEVE A L'ENTREE EN SECONDE

ACTIVITES NUMERIQUES

Thèmes du programme de Seconde	*Connaissances ne figurant en fin de Troisième*	*Connaissances d'un élève plus dans les programmes de collège*
Pratique des opérations sur les réels, décimaux rationnels.	Calcul numérique sur les nombres en écriture décimale et en écriture fractionnaire.	La construction et la notation des ensembles de nombres.
	Calculs simples avec les racines carrées.	Rendre un dénominateur rationnel
Approximation d'un nombre réel.	Valeur approchée d'un nombre par arrondi, troncature, encadrements associés. Usage de la calculatrice. Notation scientifique.	Les écritures d'intervalles
Calcul littéral	"Une autonomie relative" en calcul littéral. Développement d'expressions simples. Factorisation avec facteur commun apparent.	
Equations	Mise en équation d'un problème Résolution d'une équation du 1er degré à une inconnue. Résolution de A.B. = 0 avec A et B du premier degré.	Résolution de l'équation A/B = 0.
Inéquations	Résolution d'une inéquation du premier degré.	Pas d'écriture de l'ensemble solution sous forme d'intervalle Etude du signe du binôme ni de produit de binôme.
Systèmes	Résolution d'un système d'équations à deux inconnues	Résolution d'un système d'inéquations à 2 inconnues.
Valeur absolue	AUCUNE	La valeur absolue et sa notation.

STATISTIQUES

Thèmes du programme programmesde Seconde	*Connaissances ne figurant en fin de Troisième*	*Connaissances d'un élève plus dans les Collège*
Tableaux de données Classement de données	Lecture et interprétation de tableaux	
Représentations graphiques diverses	Représentations graphiques en bâtons, circulaires, histogrammes, courbes.	
Effectifs, fréquence, fréquences cumulées.	Effectifs, fréquences.	
Moyenne.	Moyenne.	

FONCTIONS

Thèmes du programme de Seconde	*Connaissances ne figurant en fin de Troisième*	*Connaissances d'un élève plus dans les programmes de collège*
Fonctions	Utilisation de l'expression "est fonction de ..." Représentations graphiques et exploitation des fonctions linéaires et affines. Lien fonction linéaire - proportionnalité	Toute définition de la notion de fonction ou d'application. Composition des fonctions

GÉOMÉTRIE PLANE

Thèmes du programme programmesde Seconde collège	*Connaissances ne figurant*	*Connaissances d'un élève plus dans les en fin de Troisième de*
Configurations fondamentales	Le triangle : ses droites, ses angles, ses cercles. Configuration de Thalès et sa réciproque Distance, inégalité triangulaire Régionnement du plan par la médiatrice. Triangle rectangle. Propriété de Pythagore et sa réciproque. Triangle inscrit dans un demi-cercle. Parallélogramme, losange, rectangle, carré.	Mesures algébriques
Transformations	Transformées de figures par : Symétrie orthogonale Symétrie centrale Translation. Rotation (plan non orienté). Propriétés de ces transformations.	TOUT FORMALISME SUR LES TRANSFORMATIONS.
Calcul vectoriel	Lien égalité vectorielle et parallélogramme $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$	Toute notion de vecteur comme classe d'équivalence de bipoints
Repères	Calculer, lire les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ connaissant celles de A et B. Calculer AB en repère orthonormé.	Produit d'un vecteur par un réel.
la forme y = mx + p.	Equation d'une droite définie par deux points ou par un point et un coef. directeur au signe de ax + by + c.	L'équation de droite ax + by + c = 0 Régionnement du plan lié sous
Cercles et tangentes	Position relative d'une droite et d'un cercle. Tracer et reconnaître une tangente à un cercle.	

ANGLES

Thèmes du programme de Seconde	*Connaissances ne figurant en fin de Troisième*	*Connaissances d'un élève plus dans les programmes de collège*
Angles	Angles et parallélisme Somme des angles d'un triangle	Unités différentes du degré décimal (pas de radian).
Trigonométrie	Cosinus, Sinus, Tangente d'un angle aigu Usage de la calculatrice Relation entre cosinus, sinus et tangente d'angles aigus complémentaires. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.	Usage des tables trigonométriques.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Thèmes du programme de Seconde	*Connaissances ne figurant en fin de Troisième*	*Connaissances d'un élève plus dans les programmes de collège*
Objets de l'espace	Construction et développement de : Pavés droits Prismes droits Cylindres Cônes Pyramides régulières La Sphère	
Calcul de distances d'aires de volumes	Volume et Aires des objets cités ci-dessus Application de la propriété de Pythagore dans l'espace.	

ANCIENS PROGRAMMES - NOUVEAUX PROGRAMMES

AVANT	*MAINTENANT*
1 - En Sixième	
Théorie des ensembles →	Disparue complètement
- Géométrie plane avec le langage ensembliste →	Géométrie de construction
- Aires de tous les polygônes →	Aire du carré et du rectangle
- Toute la proportionnalité les pourcentages les échelles →	Uniquement : reconnaître une situation de proportionnalité et appliquer un pourcentage.
- La soustraction dans les relatifs →	Uniquement introduction des relatifs ; additions simples.
- La valeur absolue →	On n'en parle plus.
En plus :	- Introduction des fractions - Symétrie orthogonale - Géométrie dans l'espace - Utilisation de la calculatrice.
2 - En Cinquième	
- Arithmétique →	Disparue complètement
- Les puissances →	Uniquement notation a^2 et a^3
- Les relations →	Disparues complètement
- Formalisation en géométrie dans l'espace →	Travail uniquement sur les solides (pavé, cylindre, prisme)
- Multiplication des relatifs →	Uniquement addition et soustraction
En plus :	- Simplification et multiplication des fractions - Symétrie centrale - Caractérisation angulaire du parallélisme - Etude du triangle et du parallélogramme.
3 - En Quatrième	
- Construction des ensembles Q , R., ... →	Disparue complètement
- Géométrie de la droite (mesure algébrique ...) →	Disparue complètement
- Présentation axiomatique en géométrie →	Pas de reconstruction systématique
- Addition des vecteurs →	Repoussée à la classe de 3ème
- Calcul littéral →	Plus d'identités remarquables.
En plus :	- Multiplication des nombres relatifs - Les puissances (exposants positifs et négatifs) - Th. de Pythagore et sa réciproque(usage de $\sqrt{x}$) - Projection orthogonale, cosinus d'un angle aigu - La sphère - La rotation - Effectifs et fréquences cumulés.

Paule KOBER - Michèle SÉNÉMEAUD

DE LA TROISIEME A LA SECONDE

Comparaison des contenus en fin de cycle

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Ce qui a disparu :

- Langage ensembliste ou relationnel et les notations $\supset$, $\cap$, $\cup$.
- Terminologie relative aux qualités des opérations (associativité ...)
- Construction et terminologie des ensembles de nombres **N, Z, Q, R**.
- La valeur absolue et sa notation.
- Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, PPCM, PGCD.
- Rendre rationnel un dénominateur ; écrire sous une forme simplifiée $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
- Les intervalles [a , b] , [a , +∞].
- Etude du signe d'un produit, d'un quotient.
- Résolution de $A(x) / B(x) = 0$
- Ecriture des ensembles de solutions d'une équation, d'une inéquation.
- Résolution d'un système d'inéquations.

Ce qui a été réduit :

- Degré de technicité dans le calcul littéral et les factorisations.
- Techniques de calcul sur les radicaux.

Ce qui est nouveau :

- Arrondi, troncature.
- Utilisation importante de la calculatrice.
- Situations-Problèmes (souvent à support géométrique) conduisant à des mises en équation.
- Sens donné au calcul numérique, au calcul littéral.
- Résolution d'équations par essais et corrections successifs.

II - GESTION DES DONNÉES - FONCTIONS

Ce qui a disparu :

- Toute définition de la notion de fonction ou d'application.
- La recherche d'intervalles de définition.
- Les fonctions affines par intervalles, la composition des fonctions.

Ce qui a été réduit :

- La notation fonctionnelle : *"En troisième, on pourra introduire prudemment la notation f(x)"*

Ce qui est nouveau :

- Toute la partie statistique (lecture et interprétation de tableau, représentations graphiques, effectifs, fréquence, médiane, moyenne).
- lien fonction linéaire-proportionnalité.

III - GÉOMÉTRIE

Ce qui a disparu :

- La mesure algébrique.
- Les relations métriques dans le triangle rectangle ($AB^2 = BH \times BC$ ...)
- La trigonométrie des angles obtus, le radian.
- Le théorème de Thalès en sa généralité.
- Pour les vecteurs : leur introduction par bipoints équipolents et classes d'équivalences, la notation $\vec{u}$, le vecteur nul, la norme d'un vecteur, le produit d'un vecteur par un réel, les conditions de colinéarité et d'orthogonalité.
- Les équations de droites du type $ux + vy + w = 0$.
- Les définitions des symétries, translation, projection comme des transformations du plan dans le plan.

Ce qui a été réduit :

- La pratique de l'addition vectorielle (elle ne fait que l'objet d'un travail d'initiation).
- la partie analytique *"On évitera de donner une place excessive au calcul des coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs"*.

Ce qui est nouveau :

- Les angles comme outil (caractérisation du parallélisme, angle inscrit).
- Utilisation des transformations qui depuis la sixième : action sur une figure, leur rôle comme outil, initiation au raisonnement déductif.
- La rotation dès la $4^{ème}$ (pratiquée dans des cas simples).
- Une initiation à la composition de transformations géométriques.
- Les grandeurs-produits.
- Connaissances sur les agrandissements et réductions à propos des aires, angles, volumes.
- Utilisation des grandeurs comme source de problèmes, liens entre la géométrie et le numérique.

Paule KOBER - Michème SÉNÉMEAUD
D'après une étude de H.BAREIL et J. BOUBILA parue dans le BGV de L'APMEP

A propos d'activités

R.BARRA
IREM de POITIERS

Depuis toujours, donc depuis très longtemps, j'ai mis en pratique à tous niveaux et autant que faire se peut, les méthodes pédagogiques qu'aujourd'hui on appelle "actives", et j'en ai cherché des variantes. Voici quelques remarques en guise de bilan ; et je crois bien maintenant que j'ai eu tort d'accepter d'écrire cet article, même court.

A l'actif, la présence d'activités permet un rythme de travail que presque tous apprécient ; elle donne un temps de répit à celui pour qui les choses vont trop vite et donc une possibilité de "rejoindre", elle donne le temps de prendre possession d'un problème, elle permet un dialogue plus personnalisé entre maître et élève, etc.... Lorsque les habitudes sont prises et que tout va bien, "faire la classe" redevient une aventure. Tout ceci est loin d'être négligeable, (évidemment, les choses sont plus faciles à 20 qu'à 40), et c'est pour cela que je le referais si c'était à refaire (Corneille ou Cyrano acte 5).

Au passif. Admettons, pour la gloire, que les résultats soient meilleurs que ceux obtenus par d'autres pratiques. Je ne peux pas pour autant, dire qu'ils le sont beaucoup plus (je ne peux même pas dire qu'ils sont meilleurs que ceux que j'obtiendrais si j'enseignais autrement !). La réussite reste due essentiellement à l'effort fourni en dehors des séances. Je garde *l'illusion* que les résultats sont un peu meilleurs qualitativement. Et même en admettant que les résultats soient meilleurs, la cause ne vient-elle pas de ce qu'on apprend, plutôt que ce la façon dont on l'apprend ?

Quoiqu'il en soit, si la question "comment faire apprendre" est d'importance, elle ne devrait pas en occulter d'autres, plus importantes encore:

"que doit être un enseignement scientifique ? *Que doit-on apprendre* ? Quelle attitude d'esprit doit-on développer ?...

Par exemple, puisque la dérivation figure au programme des classes de Premières et Terminales dites scientifiques, il serait légitime d'attendre d'un bachelier de ces sections des réponses suffisemment explicites aux questions suivantes : "Pourquoi est-on amené à s'intéresser à ce fameux rapport ? Pourquoi est-on obligé de passer à la limite ? (ou bien, pour ceux qui préfèrent les approximations, pourquoi veut-on un reste en $h\varepsilon(h)$ alors qu'un reste en $\varepsilon(h)$ serait plus naturel ?). Pourquoi, dans d'autres domaines une grandeur instantanée est-elle une dérivée ?" (Combien de bacheliers sauraient répondre et combien de capésiens ?). Ce qui est important dans une formation scientifique, n'est-il pas qu'un bachelier arrive à ce niveau de connaissances, en plus du reste ? Il faudrait en débattre. La question "comment l'y faire parvenir ?" apparaît alors au second plan ; et ne pourrait-on convenir qu'est "bonne" toute pratique pédagogique qui conduit à cette connaissance et "mauvaise" toute pratique qui escamote ces questions ?

La question "que doit-on faire apprendre ?" est de première importance et devrait toujours précéder la question "comment faire apprendre ?"

D'ailleurs sait-on vraiment aujourd'hui comment il faut faire apprendre ? Existe-t-il une pratique pédagogique meilleure que toutes les autres dans toutes les situations ? Je veux bien attendre pour mourir d'avoir les réponses, preuves à l'appui. Je crois, malgré les recherches en cours, ou à cause des recherches en cours, (en tout cas des théorisations foudroyantes faites par des intermédiaires), que de varier les pratiques pédagogiques est peut-être encore le meilleur moyen de limiter les dégâts. *En fait, seul le dogmatisme est intolérable.* Mais qu'on prenne garde d'identifier "cours dogmatique" et "cours magistral"(1) et d'en déduire qu'il est nécessaire et suffisant pour éviter le dogmatisme de substituer des "activités" au "cours magistral" (j'ai vu des cours magistraux dogmatiques mais j'en ai vu qui ne l'étaient pas, et j'ai vu des activités dogmatiques et d'autres qui ne l'étaient pas).

Dire que des conjonctions d'activités *suivies de brèves synthèses magistrales* suffisent à l'élève pour accéder au savoir, est *naïf, voire dangereux*. (Comme

---

(1) Un cours magistral est un cours fait par le maître. Un cours dogmatique est un cours où le maître, du haut de sa chaire, expose tout uniment les connaissances sans prendre la peine de leur donner un sens. Ainsi, cours magistral et cours dogmatique ne sont pas nécessairement identiques. Un cours magistral peut très bien prendre l'auditoire par la main et lui raconter une histoire intéressante à laquelle il participe.

les choses seraient faciles si c'était vrai !) Car si les maths sont faciles et amusantes, chacun le sait, l'accès aux concepts mathématiques, lui, ne l'est pas du tout. Et plus on avance dans la mathématique, (et en Seconde, Première, on est déjà assez avancé), moins les concepts sont directement perceptibles, moins les termes et les objets ont un sens immédiat contenu dans le seul usage que l'on en fait. *Les concepts sont alors du domaine de la pensée et ne peuvent être inférés des actions.* Le concepts nait-il au terme d'actions ? Et si oui, au terme de combien d'actions répétées, réfléchies ? Au terme de combien d'approximations successives au fur et à mesure que devient de plus en plus nette la perception de ce que l'on veut obtenir ? On croit maintenant que l'assimilation entre tables numériques et fonction ou entre touches de la calculatrice et fonctions est immédiate. Mais c'est parce que d'avance nous le savons. Sinon, pourquoi les mathématiciens qui, dans le passé ont établi des tables de correspondance sont-ils restés si éloignés de l'idée de fonction ? (Les histoires disent que même chez Descartes n'apparaît pas l'idée d'une variation de y en fonction de x). Qui a inventé la relation d'équivalence : les bibliothécaires ou les mathématiciens ?

Or c'est dans l'accès aux concepts et aux "sens" que l'apprenant a impérativement et essentiellement besoin de celui qui sait déjà, et en l'occurence, l'aide première (le premier secours) est apporté par le *langage*, le discours.

Je vais plus loin : des activités peuvent-elles permettre la découverte ? Bien plus modestement, des activités préparatoires permettent-elles de mieux comprendre la théorie ? Subsidiairement :
Comment un concept mathématique inventé pour être applicable à une infinité de situations pourrait-il naître après l'étude de deux ou trois situations particulières où interviennent tant de paramètres liés à ces particularités et qui, justement, seront volontairement rejetés lors de la phase de formalisation où l'on ne gardera que le fondamental ? Le débutant dans la théorie peut-il voir ce "fondamental" dans la situation particulière dont il a déjà tant de mal à se tirer ? (La seule façon de l'apercevoir serait justement qu'il ne puisse pas se tirer de ces situations particulières. Or, paradoxe, on souhaite que les élèves sachent résoudre les questions posées dans ces activités de découverte).

Le travail *préalable* sur les carrés magiques permet-il de mieux comprendre ensuite la théorie des espaces vectoriels . Calculer *d'abord* sur des suites permet-il de mieux comprendre les idées essentielles contenues dans la définition de la limite ?

Certains le croient : Diénès, Fletcher,... et d'autres y ont cru : moi ... Mais je n'y crois plus, outre que je dispose de fort peu de situations-problèmes dignes de ce nom, les résultats sont très *décevants*. Et je trouve finalement plus efficace, et les étudiants aussi, *d'entamer* les questions par des séquences magistrales dans lesquelles le discours tente de mettre en lumière le pourquoi et le comment, de donner un sens aux termes et aux objets, de faire ressortir les idées fortes, les techniques spécifiques,... ; les activités, qui ne sont plus alors "des activités pour découvrir", ne viennent qu'ensuite (les années où j'ai pratiqué ainsi ne sont pas parmi les plus maiuvaises, loin de là).

Autre interrogation, autre doute : les méthodes actives systématisées conviennent-elles vraiment aux élèves en difficulté ? Ceux-là n'ont-ils pas besoin de davantage d'explications magistrales ? Aurait-il "collé" l'étudiant que j'ai laissé trop longtemps travailler tout seul au lieu de lui expliquer encore plus en détail les choses jugées "élémentaires" ? Car rien n'est simple pour qui débute dans une théorie.

C'est pourquoi, soit dit en passant, je ne crois pas du tout aux "mots d'ordre" nouveaux selon lesquels "il faut aller du compliqué au simple, car c'est la complexité qui fait le sens"(2). A moins que l'on ajoute aussitôt : "mais on n'oubliera pas que pour un débutant la question la plus simple est tout de suite compliquée", si bien qu'alors, aller du compliqué au simple revient à aller du plus simple au compliqué.

Dans une pratique pédagogique réussie, quelles sont la part de la méthode et la part du coefficient personnel du maître ? Toute méthode pédagogique peut-elle convenir à tous les maîtres ?

En conclusion rapide, un seul mot d'ordre sûr : combattre le dogmatiqme. Pour le reste, qu'on nous f... la paix avec les pratiques. *La question primordiale reste encore de savoir ce qu'il faut faire apprendre.*

---

(2) Ainsi certains disent que "pour faire sens, il faut en seconde donner à chercher le nombre de solutions de l'équation $200 \sin x - x = 0$, avant l'étude systématique des fonctions trigonométriques" (Cf *"le droit à l'erreur"* A.Bouvier - bulletin n°40, IREM de Clermont). Mais comment savoir si cette équation est suffisamment compliquée pour faire sens ? Ne serait-il pas mieux de proposer : $200\sin x - x^3 = 0$? Ou $406 \log \sin x - \sqrt{3x-1} = 0$?,... Et puis, en DEUG, on apprendra calmement à résoudre $\sin x = 0{,}8$ dont je prétends quelle est suffisamment difficile pour faire sens, même pour celui qui vient de découvrir la fonction sinus.(Au fait, la résolution dans **R** de $\sin x = 0{,}8$ est hors programme en seconde).

Les activités

dans le processus d'apprentissage des mathématiques en situation scolaire

Régine DOUADY
IREM - PARIS VII

La référence aux activités dans le processus d'apprentissage d'une notion, d'une technique, d'une méthode ... s'est banalisée depuis quelques années. La grande diffusion de travaux diversifiés issus de la psychologie, de la didactique, de l'histoire des mathématiques ... développés dans le cadre de recherche institutionnelle telles que CNRS, IREM, Laboratoires universitaires, INRP - dans le cadre de la formation des enseignants ou dans celui de l'innovation ont eu à l'évidence une influence importante sur la pratique quotidienne d'une large partie de la communauté enseignante, comme sur le renouvellement des programmes. Il s'ensuit une demande d'information et de formation pour leur mise en œuvre dans les classes.

Plusieurs questions se posent à propos des activités en mathématiques.

Pourquoi des activités ? Quest-ce qu'on ententd par là : y en a-t-il de plusieurs sortes qui auraient des fonctions différentes dans l'apprentissage ? Comment les choisir les bâtir, les organiser, les gérer dans la classe pour qu'elles aient des chances de répondre aux attentes et du maître et, voire implicitement, des élèves ?

Le contenu de la brochure a pour ambition de tenter de répondre à certaines de ces questions. Nous allons préciser ici ce que nous attendons des élèves.

Nous souhaitons que les élèves sachent appliquer des savoirs déjà établis *et aussi* qu'ils soient capables d'initiative et d'adaptation devant des situations nouvelles.

Nous souhaitons que leurs connaissances soient disponibles pour analyser des situations et traiter des problèmes qui ne sont pas nécessairement formulés dans des termes habituels et routiniers, pour lesquels l'énoncé ne fournit pas *a priori* d'indication sur les *outils* adéquats. Une partie du travail des élèves consiste alors à sélectionner l'information qui paraît pertinente pour la question posée et choisir les moyens de traitement, quitte à adapter les moyens qu'ils connaissent si ceux-ci ne sont pas directement utilisables.

Nous souhaitons aussi que les élèves aient le souci de contrôler leurs productions et de les confronter aux effets attendus. Au cours d'un tel travail, les élèves peuvent être amenés à remettre en cause leurs choix et à en faire d'autres sur lesquels ils exerceraient la même vigilance. L'enseignant peut interpréter les désaccords entre les effets attendus et les effets produits comme des erreurs de la part des élèves. Ces désaccords analysés, dans la mesure où ils sont la source de nouvelles actions contrôlables et contrôlées, participent au progrès de la connaissance chez les élèves.

Un tel comportement ne se décrète pas et n'est pas non plus nécessairement un vœu pieu. Il est le fruit d'une longue éducation et demande aux enseignants et aux élèves de développer dans la classe une certaine problématique de travail. Les *activités* s'inscrivent dans cette éducation. Pour les élèves, elles représentent un maillon dans leur apprentissage. Pour l'enseignant, elles représentent une occasion d'évaluation des connaissances des élèves, dans leur fonctionnement et leur efficacité.

A travers les activités, il s'agit de proposer aux élèves l'étude de questions dont ils comprennent l'énoncé, qui a du sens pour eux, qui leur rappelle des situations déjà rencontrées et qui peuvent alors fournir des référence de traitement, mais qui vont poser problème pour les traiter complètement. Ainsi, la situation fera pression *pour adapter du connu ou inventer du nouveau.* Il est important alors que les élèves disposent de moyens de contrôle dans la situation. Un atout précieux, pour avancer dans le problème ou pour chercher des cohérences, est que les élèves puissent changer de point de vue, *changer de cadre* de façon à pouvoir mettre en œuvre des notions auxquelles ils n'avaient pas pensé dans un premier examen.

Les activités que l'enseignant propose aux élèves peuvent correspondre à des études dans un certain contexte. Les élèves peuvent tenir compte des particularités du contexte et faire appel à tout ce qu'ils connaissent. Ils peuvent être amenés à mettre en œuvre explicitement ou implicitement sous forme de convictions ou de pratiques (telles les représentations graphiques) une certaine diversité de notions, au delà de ce que l'enseignant a comme projet d'enseignement. Cela leur permet de traiter efficacement des situations qu'ils ne pourraient pas traiter en toute généralité, de traiter des situations qui prennent sens pour eux et qui, plus tard, serviront de référence pour susciter des conjectures ou favoriser des confrontations. Cela aussi les incite et les entraîne à établir des coordinations entre des notions rencontrées dans des situations différentes et apprises de façon isolée, des coordinations entre des domaines différents, leur donnant ainsi des occasions et des moyens de rechercher des cohérences.

En réservant une place *explicite* dans l'apprentissage - et cela veut dire avec pointage et institutionnalisation - au travail de mise en relation d'éléments appris séparément, l'enseignant reconnaît que cette compétence s'acquiert et ne peut pas être complètement à la charge personnelle des élèves.

La constitution d'un savoir réinvestissable dans des situations variées comporte certes un véritable engagement scientifique de la part des élèves. Les activités *suivant la façon dont l'enseignant les construit, les propose et en fait la dévolution aux élèves*, peuvent en être l'occasion. Le maître remplit là une de ses fonctions. Mais cela ne suffit pas, il faut aussi un travail de prise de distance par rapport au contexte d'introduction et aussi un travail de diffusion des idées, des méthodes ... pour que les efforts et les résultats des uns soient repris et utilisés par d'autres. On parle de décontextualisation et dépersonnalisation, de la transformation du statut d'*outils* des notions mathématiques en celui d'*objet*. Pour que ce travail puisse se réaliser, l'enseignant a besoin de s'appuyer sur l'action des élèves. Mais il a besoin aussi de développer un processus d'institutionnalisation et de réinvestissement de notions investies lors de l'analyse et du traitement des activités proposées. Là aussi, l'enseignant a un rôle incontournable à jouer. C'est lui qui sélectionne ce qu'il veut que les élèves retiennent au moins. C'est cela qu'il va institutionnaliser. Les autres notions auront contribué à donner du sens au nouveau savoir. Notons que le travail d'institutionnalisation de la part du maître semble être un travail de longue haleine et prend ses racines dans la construction même des activités et leur gestion en classe. En effet, un certain nombre d'élèves au moins ont besoin de savoir explicitement que ces activités s'inscrivent dans un projet d'apprentissage (Cf. les travaux de M.J.Perrin sur les élèves en difficulté). C'est au maître aussi que revient la charge d'organiser des occasions de réinvestissement soit en application directe soit comme outil, dans des situations et contextes différents. Ces situations sont pour les élèves des occasions de faire le point sur ce qu'il savent vraiment de façon personnelle.

Au cours des activités, il se développe beaucoup plus de mathématiques que ce qui est l'objet de l'enseignement de la part du maître. Mais les mathématiques qui interviennent n'ont pas toutes le même statut. Certaines font partie du programme de la classe, celles qui vont recevoir le statut d'objet. D'autres permettent de faire des études locales, particulières ou de poser des questions qui seront peut-être résolues plus tard. Elles participent à la constitution de représentations mentales et de situations de références qui sont des éléments clés dans l'analyse de situations nouvelles et dans les prises de décisions sur la façon de les traiter.

Le jeu de la science c'est autant de poser des questions que d'en résoudre dans un ballet incessant de situations qui interfèrent, se répondent, voire s'entrechoquent.

Plaidoyer pour une progression...

Michèle MATHIAUD
IREM PARIS VII
Jean-Pierre FORNALLAZ
IREM BESANÇON

La surprise, l'irritation peuvent apparaître à la lecture d'une proposition pour la classe de Seconde. N'oublions pas cependant nos jeunes collègues de C.P.R. qui, devant régler pour la première fois, tant et tant de questions à la fois face à un public d'élèves, souhaitent avoir un premier cadre auquel se fier momentanément. Et la mise en place d'un nouveau programme nécessite parfois aussi pour les enseignants plus anciens quelques points de repère.

Des élèves nouveaux, un programme nouveau ...

Des changements importants marquent le programme du Premier cycle en ce qui concerne en particulier deux thèmes : les statistiques et la Géométrie dans l'espace. Tout au long des quatre années de Collège, des activités diverses sont proposées aux élèves au cours desquelles est abordé tout le programme actuel de Statistique de Seconde. Des travaux sur les objets de l'espace sont maintenant étudiés de la 6ème à la 3ème, permettant une meilleure approche de l'espace qu'auparavant et une approche plus fondamentale du programme de Seconde (qui ne change que très peu à ce sujet).

De nouvelles démarches ...

Les deux progressions proposent de parsemer l'année entière d'activités géométriques de l'espace.

La progression 1 suggère d'envisager des activités concernant les Statistiques, thème relativement simple, dès le début de l'année de Seconde afin de permettre à l'enseignant d'apprendre à connaître ses élèves, aussi bien d'un point de vue cognitif que d'un point de vue comportemental.

La progression 2 offre la possibilité à l'enseignant de Seconde (90-91) de faire connaissance dans des domaines mathématiques qui lui sont familiers (problèmes à support géométrique ou de la vie courante), d'une part avec ses "nouveaux" élèves, d'autre part avec les "nouveaux" contenus des programmes de collège.

L'adaptation des élèves à la classe de Seconde s'en trouverait peut-être améliorée.

De nouvelles méthodes ...

La nouveauté sera certainement dans les méthodes d'apprentissage généralement utilisées (et préconisées) en Premier cycle, méthode que le nouveau programme de Seconde demande de poursuivre au Lycée.

Ces méthodes d'apprentissage dont le point de départ est "l'activité" ont, entre autre, l'avantage d'apporter des éléments de réponse aux questions que tout enseignant se pose en début d'année scolaire et surtout ceux de Seconde en Septembre 90, à savoir :

- quelles connaissances nos élèves actuels ont-ils de plus ou de moins que ceux de l'an passé ? Quelles sont celles qui sont mobilisables, disponibles ?
- quelles méthodes semblent les plus utilisées, les plus familières aux élèves ? Quelles sont celles qui conviennent le mieux pour mettre en place les notions nouvelles tout en réinvestissant le connu ?

OUTIL - OBJET

Les concepts mathématiques que l'élève doit appréhender peuvent être vus de deux façons :

- en tant qu'OUTIL lorsque les élèves s'appuient sur des connaissances antérieures pour résoudre des problèmes ou pour mettre en place des notions nouvelles. Ce travail est alors créateur de sens.
- en tant qu'OBJET lorsque la connaissance dégagée prend place dans l'ensemble des connaissances étudiées pour elles-mêmes. Ce travail permet de savoir ce que l'on sait.

L'outil intervient le plus souvent avant l'objet.

D'où la nécessité :
- de faire fonctionner des activités qui s'appuient sur les connaissances antérieures et qui visent la mise en place d'une notion nouvelle.
- de proposer des problèmes à support géométrique (plan, solides de l'espace) ou de la vie courante dont la résolution fait intervenir des contenus anciens ou nouvellement mis en place.
- d'utiliser différents cadres (géométrique, algébrique, numérique, graphique) dans une même activité ou un même problème afin de permettre à l'élève de contrôler sa démarche, ses résultats.

La présentation du document voudrait donc indiquer que c'est à partir d'activités suffisamment riches et signifiantes, et à travers celles-ci, que l'outil nouveau verra son statut d'objet reconnu (on institutionnalise par un cours) parce que sorti de son contexte. Ce nouvel objet sert alors d'outil dans une nouvelle activité ou de nouveaux problèmes.

Ainsi le document ne fait que suggérer un cadre jalonné de repères d'activités et de contenus assurant un bon équilibre entre les différentes parties du programme de Seconde sans supprimer de rubriques.

PROGRESSION 1- POUR LA CLASSE DE SECONDE

IREM DE BESANÇON

DATE	ACTIVITES-PROBLEMES	NUMÉRIQUE - ALGEBRE FONCTIONS-STATISTIQUES	GÉOMÉTRIE PLANE	GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE
Septemb. Mi-Octob	- Une étude statistique en liaison avec un autre enseignement (IES, Histoire-Géo). - Une activité géométrique dans l'espace avec des problèmes de géométrie plane d'un point de vue vectoriel, configuration (Thalès, centre de gravité), translation.	Statistiques : descriptive Calculs : calculette, puissance de 10 %, moyennes, fractions, angles et trigonométrie dans le triangle. Lectures graphiques : histogramme.	- vecteurs (somme, produit par k) points alignés - calcul vectoriel : effet de la projection .Thalès, Translation	- Utilisation de la géométrie du Premier cycle.
Toussaint	- Problèmes divers de mise en équation numérique s et geométriques.	- Calcul littéral, intervalles, équation du 1er degré, inéquation, produit quotient, signe de ax + b		- Fin du premier trimestre problèmes de représentation plane des solides.
Noël	- Une activité géométrique dans l'espace avec des problèmes de géométrie plane d'un point de vue configurations et transformations		- Pythagore, distance, orthogonalité configurations, ensembles de points transformations (effets, symétries)	- Utilisation de la géométrie du Premier Cycle.
       Mi-Janv.	- Problèmes de mise en équation, de proportionnalité -Problème de géométrie plane d'un point de vue analytique (ex./ translation)	- Valeur absolue, distance, mesure algébrique, intervalles, approximation. - Fonctions affines, $\|x$: premières notions de variations, courbes, images, antécédents, lecture graphique.	 - Bases, repères, colinéarité de vecteurs, droites dans un repère orthonormé : ux+vy+w=0, orthogonalité.	

Pâques	- Problèmes de mise en équation genre programmetion linéaire	- Systèmes d'équations linéaires et d'inéquations.		Fin du 2d trimestre : propriétés d'incidence.
	- Problèmes divers de mise en équation avec géométrie	- Fonctions : $x^2, \sqrt{x}$, x^3, $1/x$: calcul numérique, comparaison exemples de fonctions, lecture graphique.		
Début Mai 0 Début Juin	- Problèmes de géométrie plane avec l'homothétie. - Poursuite de l'étude statistique	- Statistique avec l'écart-type. - Trigonométrie, angles, fonctions circulaires.	- Homothétie	- Fin du 3ème trimestre : orthogonalité.

PROGRESSION 2- POUR LA CLASSE DE SECONDE

IREM DE PARIS VII

DATE	FORME DE TRAVAIL	NUMERIQUE-ALGEBRE-FONCTIONS-STATISTIQUES	GEOMETRIE PLANE	GEOMETRIE DANS L'ESPACE
DE SEPTEM A FIN OCTOB. TOUSS.	**Problèmes** dont la résolution faint intervenir les notions ci-contre :	- mise en équation ou système d'équations à 1 ou 2 inconnues - calcul littéral, identités d'ordre 2, factorisations "fréquentables" et utiles - calcul numérique sur les entiers, les rationnels, les irrationnels, les puissances de 10, arrondis, pourcentages. - représentations graphiques de fonctions affines, d'autres fonctions point par point ; ce sont des "outils" - proportionnalité	géométrie du 1er Cycle : Pythagore Thalès dans le triangle, trigonométrie dans le triangle rectangle, angles et parallèles, angle inscrit, points remarquables dans le triangle Effet des isométries sur une figure (symétrie, rotation, translation)	Les solides du Premier Cycle
DE NOV A FIN DECEM NOEL	**Activités visant** l'apprentissage des notions ci-contre : puis **exercices** puis **problèmes**	- valeur absolue, distance ; mesure algébrique, intervalles, approximations - notion de fonctions, antécédents, image à l'aide des transformations - notion de sens de variation d'une fonction.	Translation, vecteur, somme vectorielle, multiplication d'un vecteur par un réel, calcul vectoriel.	
DEBUT JANV. A MI-JAN	**Activités** en liaison avec l'I.E.S. ou l'Hist.Géog.	Statistiques du premier Cycle	Aires planes (histogramme, polygône de fréquence)	Parallélisme
DE MI-JAN A MARS PAQUES	**Activités** puis **problèmes**	- Problèmes en analytique	- Bases, repères, colinéarité de vecteurs - $ux + vy + w = 0$	dans l'espace

D'AVR. A JUIN	**Activités** puis **Problèmes**	- fonctions de référence et leurs utilisations (parité, sens de variation ; comparaison de nombres - trigonométrie sur cercle trigonométrique ; angles en radian ; fonctions circulaires - statistiques : écart-type	- les transformations dans le plan (avec repère ou sans repère) - homothétie	orthogonalit dans l'espace.

NOTES PERSONNELLES

Troisième Partie

THEMES

THEMES

A-Statistiques
B-Algebrisation et Fonctions
C-Géométrie
- Présentation
- Transformations
- L'usage prudent des transformations
- Géométrie dans l'espace
- Un point vous manque

Statistique

Synthèse de Brigitte CHAPUT et J.C.DUPERRET

IREM de REIMS

A partir des travaux du groupe statistique
et des IREM de LIMOGES, PARIS VII et REIMS.

Les statistiques ont fait leur entrée en force dans le programme de premier cycle. Le nouveau programme de Seconde leur fait une place non négligeable.

Et pourtant leur enseignement reste souvent un enseignement de "seconde zone" ! D'aucuns considèrent que ce ne sont pas vraiment des mathématiques ; d'autres argumentent sur la lourdeur du programme et la nécessité de faire des choix.

Et pourtant, que de richesses on pourrait tirer de leur utilisation tout au long des programmes. Cela est tellement vrai que l'ADIREM a tenu à créer une nouvelle Commission Inter-IREM : "Probabilités et Statistiques".

Notre groupe a pour ambition de vouloir convaincre le grande majorité des enseignants de cette richesse : lieu privilégié de communication avec les autres matières, rôle de formation sociale et civique permettant de mieux appréhender notre environnement, outil permettant d'éclairer et de réinvestir des notions mathématiques abordées dans d'autres domaines (algèbre, Géométrie,...), seule trace des mathématiques dans beaucoup d'études supérieures.

Mais c'est évidemment un pari impossible en quelques pages. Aussi avons nous fait le choix de présenter le maximum d'activités directement exploitables en Collège ou Seconde, (exceptée la dernière partie, purement théorique, et qui n'est là que pour inviter les enseignants intéressés à aller plus loin !) Pour les mêmes raisons, nous n'avons pas présenté les gammes classiques d'exercices sur les séries statistiques que l'on trouve dans tous les manuels de Premier Cycle ou de Seconde.

Précisons maintenant ce qui est présenté dans les pages suivantes.

La Partie I :

C'est un travail dirigé qui permet d'aborder l'ensemble des notions statistiques des programmes du Premier du Second cycles. Il est inspiré d'une étude faite en BTS, et qui montre comment un travail statistique permet la mise au point d'une machine. Il a été réalisé en partie en salle d'informatique sur nanoréseau.

La Partie II :

Elle propose tout d'abord la mise au clair de ce qui a été fait en Premier Cycle, de ce qui est à consolider ou à voir en Seconde. Puis trois activités exploitées en Premier Cycle (et qui peuvent l'être aussi bien en Seconde) illustrent les propos précédents.

La Partie III :

C'est un début de réflexion sur les représentations graphiques en statistique : tout d'abord une activité à propos d'une représentation graphique "originale", suivie d'une exploitation en géométrie et en analyse ; puis quelques exemples de représentations graphiques d'une même série statistique (chronologique).

La Partie V :

Quelques réflexions théoriques sur les statistiques :

- Eclairage et modélisation pour l'interprétation des statistiques.
- Interprétation géométrique des notions de moyenne et médiane.
- Une bibliographie non exhaustive (et sans ordre !)

Partie I
Une étude statistique.

Où les statistiques
permettent la mise au point d'une machine

Brigitte CHAPUT
IREM de REIMS

Ce travail dirigé permet d'aborder l'ensemble des notions de statistiques des programmes du premier et du second cycles à partir d'un problème concret qui concerne les secteurs de la mécanique et bâtiment-génie civil. Il est inspiré d'une étude publiée dans la brochure "Statistique et technologie" de Francis LABROUE publiée par l'IREM de Limoges et partiellement repris dans la brochure du groupe INTER-IREM "Lycées Techniques" : Des exercices à support concret pour secondes, premières et terminales de toutes séries.

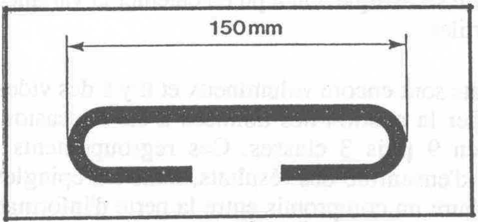
Dans la construction en béton armé, on utilise diverses formes standard pour confectionner des ferraillages : des cadres, des épingles, des étriers ... Pour réaliser des épingles à partir d'un fil de fer à béton, un prototype de machine a été réalisé au lycée d'Egleton en Corrèze en 1979-1980 par des élèves techniciens supérieurs en mécanique et automatisme.

Afin de tester les possibilités de la machine, on fabrique une série d'épingles dont on souhaite que la longueur soit voisine de 150mm. On prélève, au hasard, dans cette population un échantillon de 561 épingles dont les longueurs mesurées en millimètres donnent dans le désordre la première série de résultats ci-contre Ils ont été effectivement obtenus lors des essais et sont publiés dans les brochures citées.

Série de résultats obtenue

147	146	150	146	149	148	149	153	150	148	145
150	148	148	146	146	147	147	148	146	151	147
148	149	147	147	150	150	146	148	147	146	150
148	149	154	151	149	154	150	147	156	147	146
148	146	147	151	148	148	150	146	151	149	157
147	148	153	146	151	149	148	148	151	146	153
150	146	153	150	150	146	148	147	154	146	147
150	149	149	151	155	145	145	151	156	148	150
145	148	148	147	148	147	146	150	147	152	147
148	150	149	148	146	146	148	150	146	152	146
152	150	148	148	147	151	150	147	148	150	146
146	146	145	146	155	148	155	148	147	149	149
148	150	149	146	148	147	145	148	152	150	147
147	147	147	152	148	152	148	148	150	148	145
148	153	148	154	149	151	149	149	151	157	146
151	146	146	150	148	155	150	149	147	157	148
152	150	150	154	151	146	146	149	150	152	153
149	153	148	147	147	146	146	149	147	146	148
145	149	152	147	144	152	148	146	158	158	146
146	151	147	147	148	149	153	146	146	146	148
148	153	155	148	148	146	148	151	147	153	150
150	148	149	146	149	147	147	149	151	145	148
149	150	150	149	148	150	156	152	148	149	150
156	156	149	145	145	146	141	152	147	152	145
146	148	147	145	147	146	146	146	149	147	149
150	150	147	145	148	150	153	148	151	153	151
147	147	146	148	153	148	156	147	145	146	151
153	149	147	148	148	145	149	148	150	150	149
149	147	146	147	146	147	146	146	148	147	146
154	150	148	150	152	147	147	146	147	150	146
145	145	147	148	151	150	148	148	145	148	147
148	151	147	147	147	149	147	147	150	157	146
148	155	147	151	149	153	147	151	147	148	147
145	151	146	155	148	153	147	148	153	154	146
147	147	149	148	148	152	148	146	147	155	148
147	152	150	148	149	146	151	147	147	148	147
147	150	152	148	146	148	146	148	146	146	153
146	145	151	149	147	152	152	148	148	145	148
155	146	148	150	147	146	153	151	151	147	149
146	148	153	150	149	154	151	149	147	145	148
150	146	146	146	147	149	147	146	150	148	148

147	146	148	147	151	149	150	148	145	151	148
145	152	149	147	148	146	147	149	151	152	150
152	147	147	149	147	148	152	147	146	149	147
152	152	158	148	150	146	150	155	145	149	154
147	149	147	146	148	148	147	150	147	149	145
153	146	147	148	145	150	147	146	148	151	147
150	152	150	148	155	146	147	150	148	146	147
145	148	145	148	146	147	145	145	150	148	150
146	145	148	147	147	149	147				



une épingle

La grande dispersion des résultats obtenus et leur dissymétrie ont donné lieu à l'interprétation technologique suivante : au cours de chacun des deux pliages nécessaires pour réaliser l'épingle, le fil de fer à béton est soumis à une forte tension et il a tendance à glisser entre les galets de la machine, augmentant de manière aléatoire la longueur de l'épingle. Ce phénomène, insoupçonné jusqu'à l'étude statistique a pu être ensuite observé visuellement, puis supprimé par l'adjonction à la machine d'un étau dont les machoires se ferment et bloquent le fil de fer à béton à chaque pliage.

Présentation du travail dirigé.

Cette première série de données a été exploitée lors d'une séance de travail dirigé en salle informatique sur Nanoréseau à l'aide du logiciel : *"Imagiciel : Mathématiques et Statistiques"* (Editions A.C.L.). On trouvera en annexe les tableaux et graphiques obtenus. On a cherché à savoir si la machine donne ou non satisfaction.

L'exploitation immédiate du tableau de données est difficile et sa lecture ne permet pas de dégager des indications générales sur l'échantillon de la production. Les élèves ont souligné l'imprécision de l'indication donnée sur la longueur souhaitée des épingles.

Le travail de dénombrement est laborieux et très long, il est nécessaire de procéder à un classement, à une mise en ordre des résultats (ce qui aurait pu avoir l'inconvénient d'entraîner une perte d'information sur la chronologie de la collecte des résultats si celle-ci avait été connue). Ceci a conduit à la construction du tableau des effectifs et des fréquences, du diagramme en bâtons représentant la série statistique des mesures.

Les élèves ont regretté le manque d'information sur la façon dont ont été effectuées les mesures et en particulier sur leur précision. Il a été convenu que les épingles ont été mesurées à 0,5mm près, ce qui a permis le remplacement de chaque mesure par une classe d'amplitude 1mm et a rendu possible la construction d'un histogramme et des polygônes des fréquences et des effectifs cumulés de la série statistique. On a pu en calculer la variance, l'écart-type, la médiane, les quartiles.

Or, les résultats sont encore volumineux et il y a des vides déplaisants. Le souci de simplifier la gestion des données a été l'occasion d'effectuer des regroupements en 9 puis 3 classes. Ces regroupements permettent une meilleure vision d'ensemble des résultats, mais les épingles y perdent leur identité : il faut faire un compromis entre la perte d'information individuelle et la lisibilité des résultats. Les caractéristiques de la série ont été recalculées dans les deux cas et comparées aux résultats précédents.

Prolongement possible :

Voici ci-dessous une deuxième série de mesures de 228 épingles fabriquées après transformation de la machine.

150.7	150.1	149.5	148.8	146.0	145.9	152.3	147.0	149.0	149.8
147.6	149.5	150.1	148.5	151.2	149.8	148.7	148.1	149.5	151.1
149.9	149.3	150.5	151.4	146.9	147.8	147.5	148.4	150.2	147.1
147.3	149.5	148.1	149.8	146.6	151.8	147.9	147.7	148.4	153.1
147.4	145.7	150.5	148.9	149.5	147.1	150.0	149.9	147.8	148.4
145.4	147.9	148.5	148.3	148.2	150.4	150.2	149.4	150.5	149.8
146.8	148.4	146.3	148.7	149.2	150.5	149.3	146.7	149.1	149.1
146.4	147.8	149.3	148.6	149.2	146.9	149.3	146.5	151.2	146.5
149.9	148.9	149.9	149.5	143.4	152.2	149.4	145.7	149.2	148.5
147.6	146.4	149.4	149.5	149.0	149.0	148.2	147.9	149.2	147.9
147.3	150.0	147.5	148.3	149.6	146.5	147.0	149.5	145.0	149.3
150.2	149.4	150.0	150.6	146.1	148.5	147.9	150.9	149.1	145.1
149.1	147.4	148.8	149.8	149.0	148.2	148.3	149.9	151.5	148.5
147.7	147.8	149.1	148.5	152.3	150.2	147.4	149.2	148.8	146.8
150.6	149.8	146.3	147.6	150.5	146.7	147.5	148.5	146.9	149.3
149.7	149.7	146.1	149.5	148.1	148.1	148.2	149.0	148.6	149.8
147.9	149.9	150.5	146.5	148.5	149.2	147.5	149.9	149.2	147.6

151.1	150.9	148.1	148.1	148.4	148.3	148.4	148.6	148.6	148.8
149.2	149.3	149.1	148.3	148.6	149.2	147.3	148.9	146.2	150.3
148.3	148.4	149.9	149.9	148.1	149.3	149.2	151.2	151.0	149.2
147.5	148.5	148.9	148.8	148.7	148.7	146.6	148.0	148.6	148.4
143.4	150.5	148.1	149.0	146.5	146.0	145.0	149.8		

On peut exploiter la deuxième série de mesures en comparant les deux fonctionnements de la machine, en particulier si l'on souhaite que 95% des épingles aient une longueur égale à 150mm à 2,5mm près pour la construction traditionnelle et à 1mm près pour la construction préfabriquée.

L'adjonction de l'étau à la machine a permis d'améliorer la qualité de sa production.

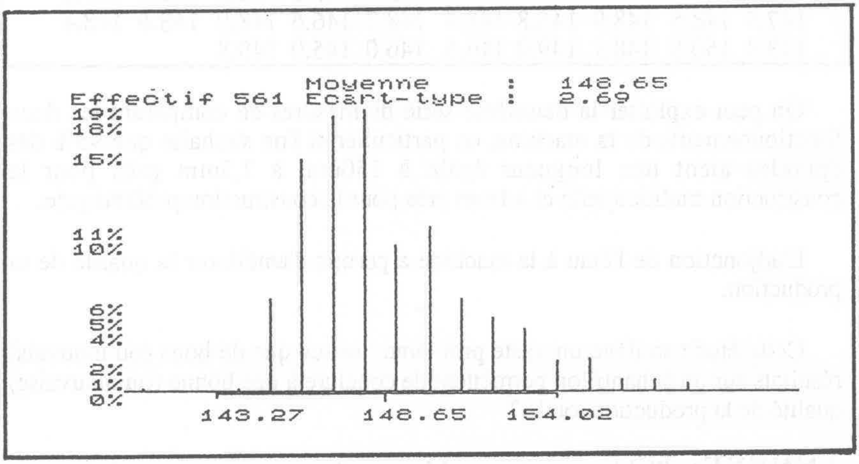
Cette étude soulève un vaste problème : est-ce que de bons (ou mauvais) résultats sur un échantillon permettent de conclure à une bonne (ou mauvaise) qualité de la production totale ?

ANNEXE: Tableaux et graphiques obtenus sur nanoréserau

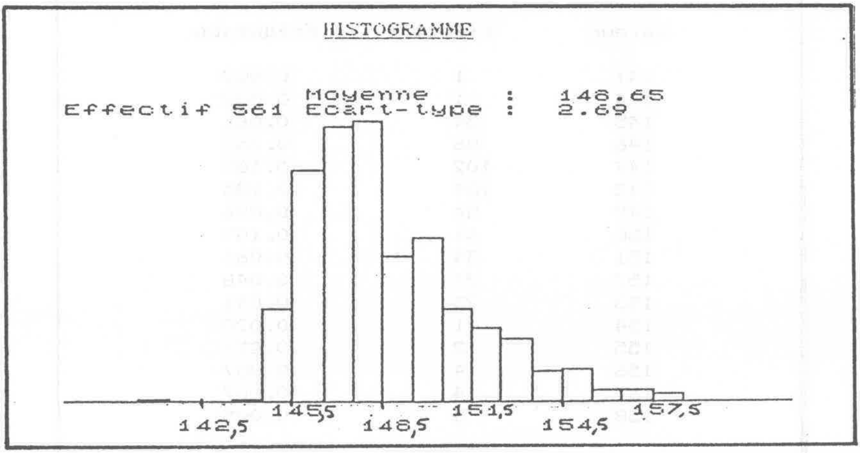
TABLEAU DES EFFECTIFS ET DES FRÉQUENCES

Valeur	Effectif	Fréquence
141	1	0.002
144	1	0.002
145	34	0.061
146	86	0.153
147	102	0.182
148	104	0.185
149	54	0.096
150	61	0.109
151	34	0.061
152	27	0.048
153	23	0.041
154	11	0.020
155	12	0.021
156	4	0.007
157	4	0.007
158	3	0.005
	TOTAL 561	1.000

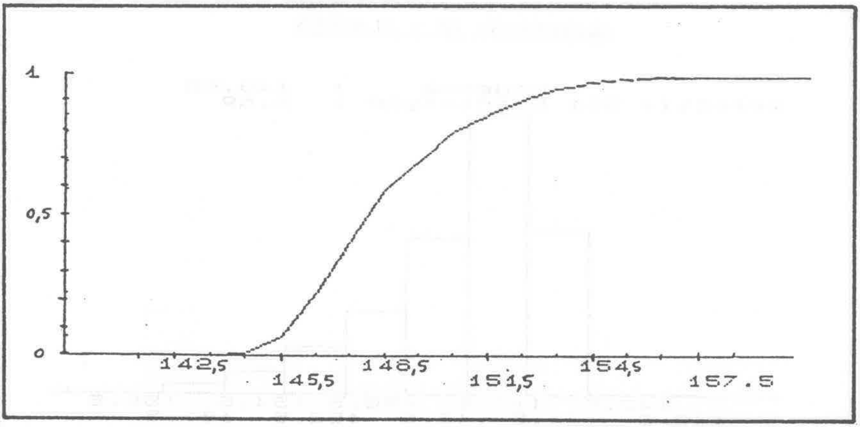
DIAGRAMME EN BATONS



HISTOGRAMME



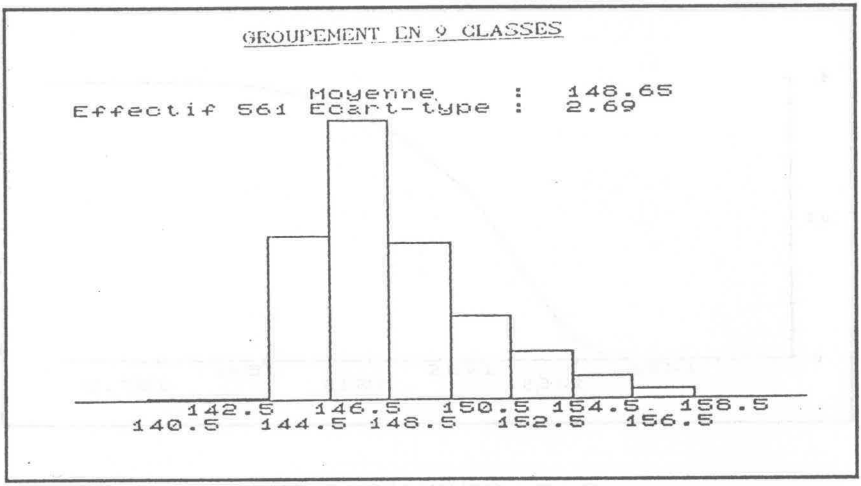
POLYGONE DES FRÉQUENCES CUMULÉES



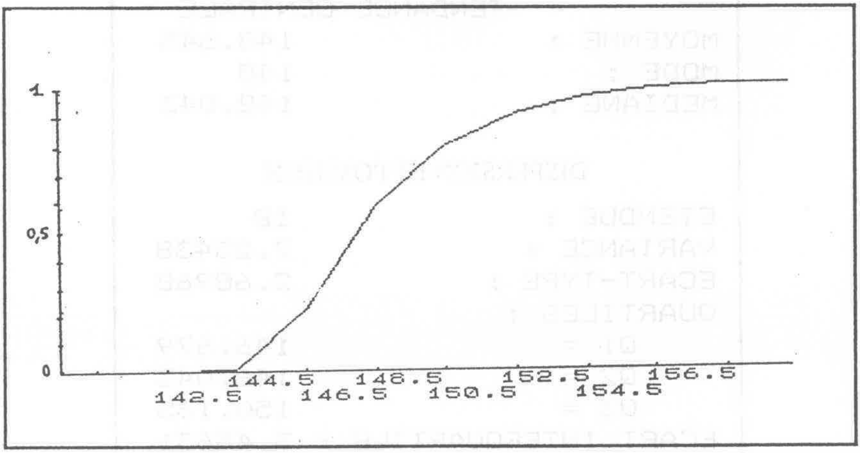
CARACTÉRISTIQUES

TENDANCE CENTRALE	
MOYENNE :	148.645
MODE :	148
MEDIANE :	148.043
DISPERSION ET POSITION	
ETENDUE :	18
VARIANCE :	7.23438
ECART-TYPE :	2.68968
QUARTILES :	
Q1 =	146.679
Q2 =	148.043
Q3 =	150.135
ECART INTERQUARTILE :	3.45631
ECART ABSOLU MOYEN :	2.13423

GROUPEMENT EN 9 CLASSES



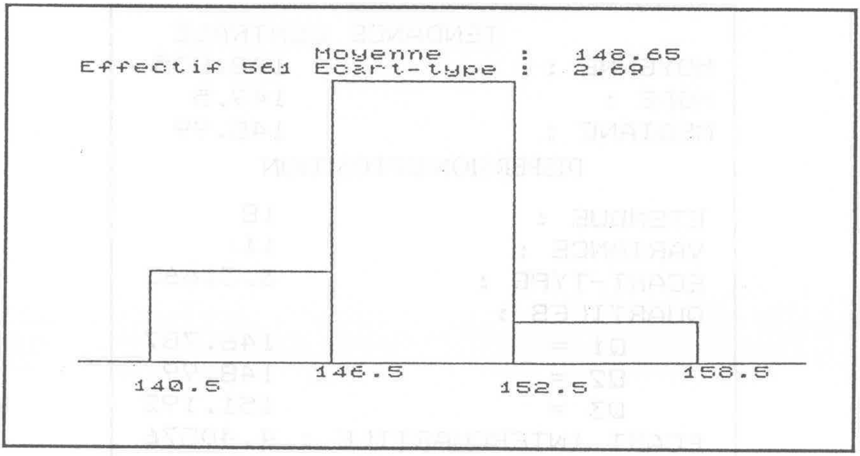
POLYGONE DES FRÉQUENCES CUMULÉES



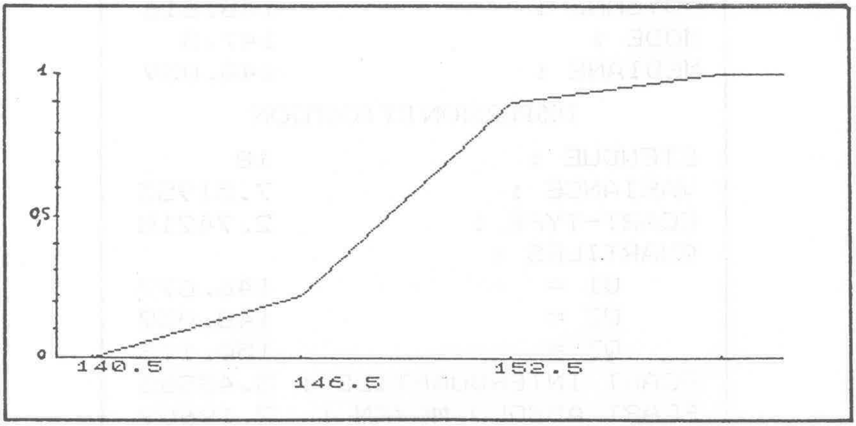
CARACTÉRISTIQUES

TENDANCE CENTRALE	
MOYENNE :	148.616
MODE :	147.5
MEDIANE :	148.039
DISPERSION ET POSITION	
ETENDUE :	18
VARIANCE :	7.51953
ECART-TYPE :	2.74218
QUARTILES :	
Q1 =	146.677
Q2 =	148.039
Q3 =	150.113
ECART INTERQUARTILE :	3.43585
ECART ABSOLU MOYEN :	2.19609

GROUPEMENT EN 3 CLASSES



POLYGONE DES FRÉQUENCES CUMULÉES



CARACTÉRISTIQUES

TENDANCE CENTRALE	
MOYENNE :	148.805
MODE :	149.5
MEDIANE :	148.99
DISPERSION ET POSITION	
ETENDUE :	18
VARIANCE :	11
ECART-TYPE :	3.31663
QUARTILES :	
Q1 =	146.787
Q2 =	148.99
Q3 =	151.192
ECART INTERQUARTILE :	4.40576
ECART ABSOLU MOYEN :	2.30726

Partie II

De la 3ème à la 2de. Quelques activités

Ce qui a été fait
en Premier Cycle

Jean Claude DUPERRET
IREM de REIMS

A - En termes de programmes

L'objectif essentiel est de gérer des situations concrètes, relevant en particulier de thèmes transversaux, à l'aide de tableaux, de diagrammes, de graphiques.

6ème - 5ème

c - Relevés statistiques

A partir d'exemples concrets (empruntés à la géographie, à l'histoire ou à des enquêtes par questionnaires ..., la distribution des réponses à une question conduira à traduire les données sous la forme d'un tableau et à utiliser des représentations sous la forme de diagrammes en bâtons, en barres, semi-circulaires ou circulaires.

- Lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de représentations graphiques.
- Traduire des données statistiques sous la forme d'un diagramme en bâtons.

4ème

2 - Exploitation de données statistiques :
Fréquences relatives et leur expression en "pour cent"; Effectifs cumulés , Fréquences cumulées.

Les travaux prendront appui sur des situations faisant référence aux thèmes transversaux.

Les effectifs cumulés et fréquences cumulées peuvent se révéler utiles à l'occasion d'activités, mais rien n'est exigible à leur sujet.

- Savoir lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences.

- A partir de données statistiques, présenter les effectifs ou les fréquences dans des tableaux et tracer les diagrammes correspondants.

3ème

2 - Exploitation de données statistiques :
moyenne ; moyennes pondérée ; médiane.

Les travaux permettront de faire la synthèse des activités analogues des années antérieures.

Les élèves seront initiés au calcul de moyennes pondérées, et la notion de médiane sera dégagée, mais aucune connaissance n'est exigible sur ces deux points.

- Savoir lire et exploiter des données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences, savoir calculer une moyenne.

- A partir de données statistiques, calculer les effectifs ou les fréquences, les présenter dans des tableaux et tracer les diagrammes correspondants.

B - En termes d'acquis

a) Trois grands axes de travail sont proposés dans les nouveaux programmes de Premier Cycle :

1 - Organiser sous forme de tableaux, la gestion d'un certain nombre de données.
2 - Traduire sous forme de graphiques ces tableaux. Etre capable de passer du tableau au graphique, et du graphique au tableau.
3 - Exploiter ces données en utilisant les notions de :
   * fréquence, fréquences cumulées ;
   * moyenne ;
   * médiane.

b) Ce qu'on peut considérer comme globalement acquis par le plus grand nombre d'élèves :

* la mise en tableau de données ;
* l'utilisation des graphique élémentaires : diagramme en bâtons, en barres, circulaires ;
* le calcul des fréquences ;
* la moyenne.

c) Ce qui est en cours d'acquisition :

* les notions d'effectifs et de fréquences cumulés, et les graphiques liés à ces notions ;
* la médiane (qui n'est pas une notion exigible en fin de 3ème)

C- Les statistiques et les élèves

C'est un domaine particulièrement "apprécié" par la majorité des élèves :

◊ il répond, sous forme de consignes précises, à leur désir d'organisation en face d'un grand nombre de données ;
◊ il leur permet, à partir d'énoncés non nécessairement liés au domaine strictement mathématique, de sortir des résultats sous différentes formes : tableaux, graphiques, fréquences, moyennes ... ;
◊ il éclaire un certain nombre de graphiques ou tableaux vus dans d'autres matières, ou dans leur environnement ;
◊ il est l'un des domaines où leur réussite est la plus forte !

D- La richesse des statistiques

a) Les statistiques sont le lieu privilégié de *communication* avec les autres matières.
b) Leur enseignement en Premier cycle a un rôle de *formation sociale et civique* : mieux appréhender l'environnement :

- en sachant utiliser et choisir les indicateurs statistiques adaptés à la situation à étudier ;
  (selon les cas, un regroupement en classes, le calcul de la moyenne ou de la médiane sont pertinents ou non ; le choix des représentations graphiques est important) ;
- en sachant interpréter et critiquer les éléments statistiques proposés pour présenter un phénomène dans un manuel scolaire, dans les journaux (par exemple, analyse du choix du type de graphique, des échelles, ...) ;
- en développant les connaissances de certaines notions (échantillon, "hasard", ...).

c) Elles peuvent permettre de réinvestir des notions mathématiques abordées dans d'autres domaines (algèbre, géométrie,...).

A titre d'exemple, voici trois types d'activités qui ont été réalisées en Premier cycle (on peut en trouver d'autres dans les brochures du Suivi Scientifique).

Elles sont tout à fait adaptées en Seconde comme exercices de réinvestissement et d'approfondissement des acquis du Premier cycle.

Un exemple d'analyse de données

Anne-Marie MON FRONT
IREM de PARIS VII

La situation suivante présentée en 4ème et 3ème a le même objectif qu'en Seconde : *"savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation"*.

Les notions nouvelles (en 4ème : autres types de graphiques, fréquences, effectifs cumulés ; en 3ème : moyenne, moyenne pondérée, médiane) sont introduites comme *des outils adaptés pour gérer et exploiter des données*, c'est-à-dire condenser, comprendre, comparer de façon à tirer des conclusions et prévoir, sans extrapolations dangereuses.

Les contraintes du programme et les difficultés des élèves ont entraîné les choix des divers statuts donnés aux notions utilisées. La constitution de tableaux d'effectifs par classe, le calcul d'effectifs cumulés et de fréquences sont explicites en tant qu'objets qui prennent leur sens dans le contexte et l'on s'attend à ce qu'ils soient réinvestis dans un autre contexte. L'histogramme, la médiane, les moyennes sont des outils implicites adaptés à la situation, celle-ci pourra être objet de référence au moment d'une étude explicite en Seconde.

PRÉSENTATION DE L'ACTIVITÉ.

Voici la liste des notes obtenues par les 22 élèves de votre classe au dernier devoir de mathématiques :

7	9	13	3	11	10	19	9	8	14
7	7	10	15	18	5	9	10	20	16
11	10								

Comment traiter ces données pour obtenir une meilleure connaissance de la classe ? En quoi consiste cette connaissance ?

PRÉREQUIS.

Cette étude se situe après diverses exploitations de données statistiques et leurs représentations graphiques. Elle est l'occasion d'un réinvestisssement de ces notions, en particulier : calcul de pourcentages, valeurs approchées, choix du diagramme, choix des unités d'un graphique.

MÉTHODES.

- La recherche se fait par groupes de deux.
- Dans le bilan, à la fin de chaque question, toutes les suggestions sont écoutées et discutées ; certaines sont retenues, mises au point et exploitées collectivement ; d'autres permettent d'ouvrir sur la question suivante.
- Chaque élève réalise les tableaux et les graphiques.

CHOIX ET RAISONS DES CHOIX . Quelques remarques sur le déroulement.

Le professeur attend des élèves une condensation de l'information permettant de dégager les particularités de la classe. Une série de notes a été choisie pour que le contexte scolaire incite à utiliser les diverses notions statistiques visées.

- La coutume de classer les élèves en niveaux A, B, C, D et E a permis un regroupement des notes *en 5 classes d'égale amplitude, puis à la constitution d'un graphique en "barres"* pour représenter ces classes. D'autres graphiques sont proposés, en particulier : les notes sont placées régulièrement de 0 à 20 sur un axe horizontal et il y a autant de points sur les verticales que d'élèves ayant obtenu la note correspondante.
  La comparaison de ces graphiques permet de comprendre qu'une condensation de l'information fournit une saisie plus claire des données, mais au détriment d'une *perte d'information*.

- D'autre part, l'importance dans ce contexte de la "moyenne", c'est à dire la note 10, peut engager les élèves à d'autres regroupements. Le choix d'un groupe nombreux entre 8 et 12 a été fait pour renforcer le désir d'utiliser la note 10 pour faire deux sous-groupes 8-10 et 10-12 et aboutir à un *histogramme avec des classes d'amplitudes inégales.*

- L'habitude de grouper les élèves "qui ont la moyenne" (10 ou plus) ou ceux "qui auront soutien" (en dessous de 8) peut être un point de départ pour calculer des effectifs cumulés croissants ou décroissants. Les élèves poursuivent de type de raisonnement en calculant le nombre de ceux qui ont "bien réussi" : pour certains, il s'agit de ceux qui ont au moins 16, pour d'autres, au moins 12, de même on s'intéresse à ceux qui n'ont pas bien réussi. On constitue ainsi des *tableaux d'effectifs qui sont de fait des* *effectifs cumulés croissants et cumulés décroissants.* On met ces titres en haut des colonnes. Les diverses façons de calculer un même nombre, les diverses formulations (au moins 8 ; 8 ou plus), les nombreuses vérifications avec l'effectif total 22 permettent une bonne assimilation de ces notions.

- La question de savoir "si la classe est bonne" doit, d'une part, donner l'idée de comparer à d'autres séries, (le professeur présentera les résultats du collège au même devoir regroupés dans les mêmes "classes"), d'autre part, elle est l'occasion de prendre conscience que les données fournies ne permettent pas de répondre à certaines questions.

- Pour *comparer ces deux séries, le calcul de pourcentages est un outil adapté*, les élèves en connaissent le sens, ils ont encore des difficultés dans la pratique du calcul du taux. La *fréquence* est introduite comme coefficient de proportionnalité à l'occasion de ces calculs.

$$f = \frac{\text{effectif de la "classe"}}{\text{effectif total}} = \frac{\text{taux du pourcentage}}{100}$$

- La *"moyenne générale"* de la classe est utilisée de façon courante. Le tableau des notes du collège regroupées par classe fournit un bon exemple de moyenne pondérée.

La notion de classement des élèves donne l'idée de chercher la note de l'élève placé au milieu : il y a souvent confusion entre la notion de moyenne et celle de *médiane* ; les élèves étaient persuadés d'obtenir la même note. Pour comprendre ce que signifie cet écart entre médiane et moyenne, le professeur modifie la série initiale en remplaçant 16, 18 et 20 par 11, 13 et 13. Mes élèves remarquent que la médiane n'a pas changé mais que lamoyenne a baissé de près d'un point alors que les 19 autres notes n'ont pas changé. Conclusion : dans les relevés trimestriels, il serait aussi intéressant d'inscrire la médiane que la moyenne !

L'étude peut se prolonger en inventant une classe ayant la même médiane et la même moyenne que la classe considérée mais très différente : notes plus groupées ou plus dispersées, deux classes modales disjointes ...

REMARQUES AU SUJET DE L'HISTOGRAMME

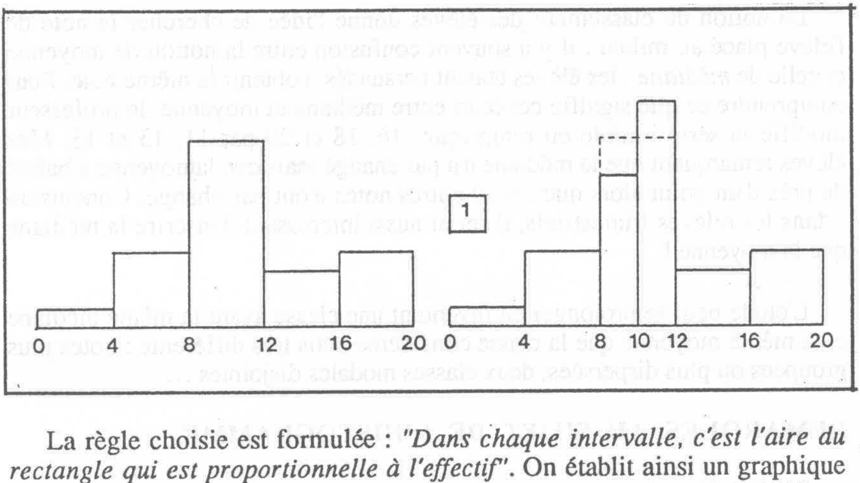
Le désir de préciser la position des notes par rapport à 10, la "moyenne", et le grand effectif de la classe 8-12, incitent les élèves à proposer une *coupure de celle-ci en deux* d'où le tableau suivant :

Notes	Effectifs
0-4	1
4-8	4
8-10	4
10-12	6
12-16	3
16-20	4

Il s'agit alors de représenter ce tableau. Plusieurs propositions sont examinées :

- Les rectangles de même largeur sont refusés car ils ne tiennent pas compte des diverses amplitudes des intervalles.

- Des rectangles de largeur proportionnelle à ces amplitudes sont donc proposés. Mais les hauteurs proportionnelles aux effectifs ne conviennent plus. Par exemple, un élève dit : "Les 4 élèves et les 6 élèves de ces nouveaux rectangles doivent prendre autant de place que lorsqu'ils étaient les 10 ensemble" ou "les 4 élèves de la classe 8-10 doivent occuper le même espace que les 4 élèves de la classe 4-8". En se plaçant sur le graphique précédent, il montre que ce que l'on enlève à gauche de 10 doit correspondre à ce que l'on ajoute à droite.



La règle choisie est formulée : *"Dans chaque intervalle, c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif"*. On établit ainsi un graphique après avoir choisi l'aire représentant un élève ou en utilisant le graphique précédent. Après la réalisation, le professeur précise le nom : c'est un ***histogramme***.

Dans de nombreux livres, on trouve des histogrammes avec des classes égales et une échelle sur l'axe vertical. Il nous a paru intéressant s'utiliser cet outil de façon correcte sur un exemple simple. L'échelle est une surface (si l'on considère le premier graphique réalisé comme un histogramme, il n'y a pas lieu d'indiquer une échelle verticale).

Cette situation est bien adaptée pour comprendre la notion d'histogramme, mais il est utile de remarquer que ce graphique n'aide pas à une visualisation claire des données : elle permet de voir le partige de la classe 8-12 en deux classes inégales, mais la comparaison avec les autres classes est difficile.

"Calcul" de la médiane en 3ème

Jean-Claude DUPERRET
IREM de REIMS

1- Réinvestissement des notions vues en 4ème

Nous allons utiliser les notions d'effectifs cumulés croissants et décroissants et les polygones correspondants vus en 4ème .

Situation proposée : On donne une série statistique des notes obtenues par les 200 candidats à un examen :

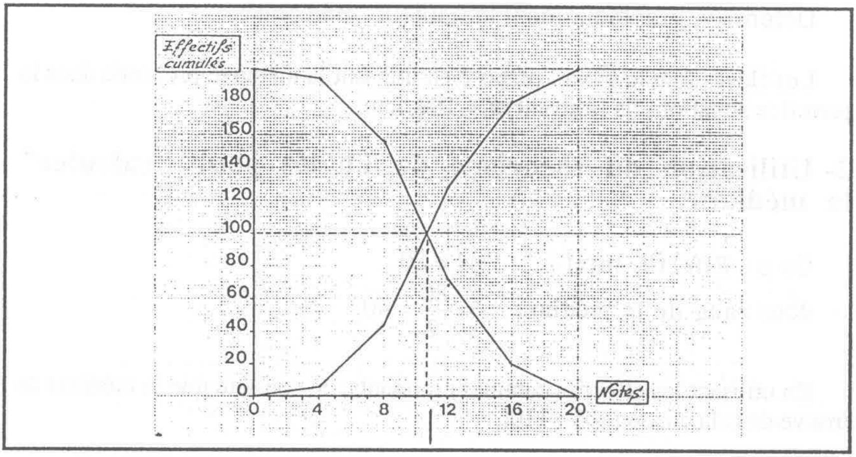
Classes de notes	Effectifs	Effect. cumulés croissants	Effect.cumulés décroissants
[0 ; 4[	6	6	200
[4 ; 8[	38	44	194
[8 ; 12[	84	128	156
[12 ; 16 [	52	180	72
[16 ; 20[	20	200	20

On admet que les valeurs se répartissent de façon "linéaire" dans chaque classe, ce qui se traduit graphiquement par la construction des polygones des effectifs cumulés croissants (ou décroissants).

Les polygones sont obtenus en représentant graphiquement le tableau :

Notes	0	4	8	12	16	20
Effectifs cumulés croissants	0	6	44	128	180	200
Effectifs cumulés décroissants	200	194	156	72	20	0
Somme	200	200	200	200	200	200

On obtient alors le graphique suivant :



Comme N = 200, la médiane est la valeur du terme de rang 100.

On lit graphiquement m ≈ 10,7.

La médiane s'obtient ainsi comme l'abscisse du point d'intersection des polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants.

Deuxième situation proposée :

Les résultats du saut en hauteur au cours d'une séance d'athlétisme sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Hauteur (cm)	Effectifs	Ef.cumulés croissants	Ef.cumulés décroissants
[90 ; 95[	2		
[95 ; 100[	8		
[100 ; 105[	12		
[105 ; 110[	25		
[110 ; 115[	14		
[115 ; 120[	10		
[120 ; 125[	9		

Complète ce tableau, puis représente graphiquement les polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants en prenant en abscisse 2cm pour 5cm et en ordonnée 1cm pour 10.

Détermine graphiquement la hauteur "médiane".

Les élèves font le travail proposé en utilisant la méthode proposée dans la première situation. Ils trouvent m ≈ 108,5cm.

2- Utilisation du théorème de Thalès pour "calculer" la médiane.

On a : **Effectif total** $N = 80$

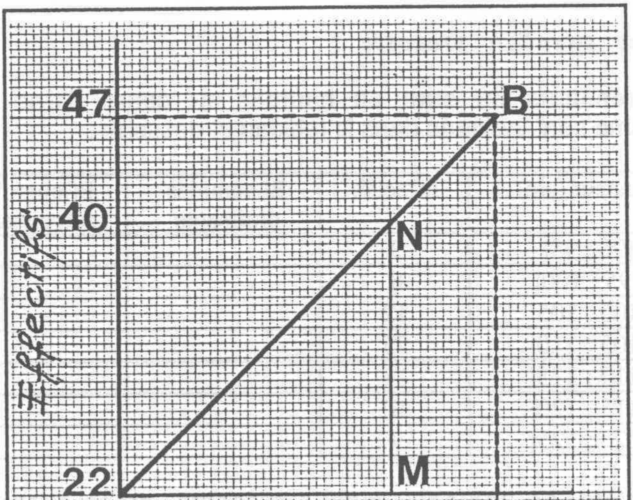
donc **rang de la médiane** $= \frac{80}{2} = 40$

En utilisant les effectifs cumulés croissants, on constate que la médiane se trouve dans la classe [105 ; 110[.

De manière plus précise, tu as dû trouver, pour construire le polygone des effectifs cumulés croissants, les résultats suivants :

Hauteur (cm)	105	110
Effectifs cumulés croissants	22	47

Agrandissons la partie du polygone qui nous intéresse :



Posons $x = AM$

Nous allons utiliser le *théorème de Thalès* pour calculer x. Dans le triangle (ABC), on a (MN)//(BC).

Donc $\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Or $CA = 110 - 105 = 5$

$BC = 47 - 22 = 25$

$MN = 40 - 22 = 18.$

D'où la proportion suivante : $\frac{x}{5} = \frac{18}{25}$

On obtient donc $x = \frac{18 . 5}{25}$ donc $x = 3,6$

On en déduit $m = 105 + 3,6$ donc $m = 108,6$

La médiane est donc 108,6cm. Compare avec la valeur trouvée graphiquement.

3- Commentaires :

Le but essentiel de cette activité est de montrer qu'on peut réinvestir certaines notions mathématiques en statistiques. Ici, il s'agit principalement de :

- proportionnalité - linéarité
- Théorème de Thalès.

Mais il est important de souligner que ce travail ne peut constituer qu'une piste d'activité, et en aucun cas un savoir-faire exigible des élèves de 3ème (et même de Seconde !)

Approche de π
par la méthode de Monte-Carlo

Jean-Claude DUPERRET
IREM de REIMS

Cette activité, proposée en $3^{ème}$, a un double objectif :

- se servir du support de la statistique pour aborder des notions géométriques de $3^{ème}$ en réinvestissant celles vues dans les années précédentes du Collège.

- développer chez l'élève un premier questionnement sur des notions telles que échantillon ou "hasard".

Les richesses de cette activité :

- Elle permet de faire d'un calcul routinier une activité motivante pour les élèves.

- Elle leur donne une première réflexion sur la notion d'échantillon.

- Elle soulève le problème fondamental de la statistique : la modélisation.

Les "risques" de cette activité :

- Elle entre dans le domaine des statistiques inférentielles et de la probabilité, qui sont évidemment hors programme.

- Elle provoque chez les élèves des questions auxquelles il peut être difficile de répondre !

Le vécu de l'activité :

- Les élèves ne font pas, au début, le lien entre les deux moments de l'activité (géométrique et statistique), ce qui est normal, car leurs résultats peuvent être très différents.

- La mise en commun est un temps fort : les élèves sont particulièrement intéressés par cette modélisation ; différentes réflexions concernant le hasard, les jeux, sont proposées.

- Certains élèves restent très attachés à leur résultat : plus ils sont près de la "solution", plus ils estiment avoir bien travaillé. Il est difficile de leur expliquer que ce n'est pas vrai !

- Quelques élèves ont fait le passage à l'informatique chez eux ; nous avons fait le programme en BASIC ensemble, et ils ont laissé tourner leur ordinateur chez eux un certain temps. Les résultats obtenus ont été comparés en classe. On obtient en général $\frac{\pi}{4}$ à 10^{-3} près.

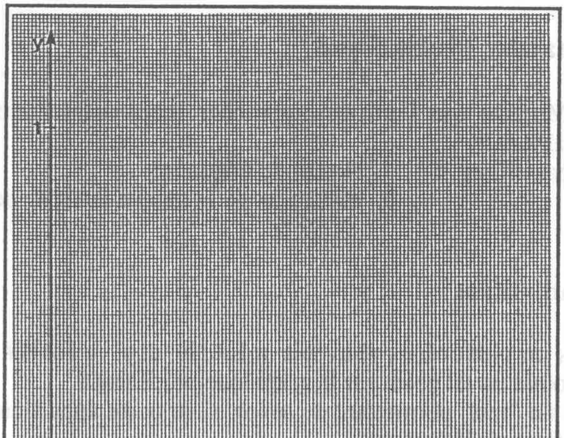
ACTIVITÉ

a) Dominante géométrique :

Objectif : préparer le calcul de la distance dans un repère orthonormal.

Outils nécessaires : 1- Aire d'un carré, d'un disque
2- Théorème de Pythagore.

Travail individuel, puis mise en commun :



1- Place les points O(0,0), A(1,0), B(0,1), C(1,1).
Nature de (OACB) ?
Place les points D(0,5 ; 0,5) E(0,1 ; 0,9) F(0,8 ; 0,7) G(0,3 ; 0,9)
H(0,6 ; 0,7) I(1,2 ; 0,4) J(0,3 ; 1,3) K(1,2 ; 1,1)
L(0,3 ; 1) P(1 ; 0,7) G(0 ; 0,8) R(0,7 ; 0)
Quels sont les points qui sont à l'intérieur de (OACB) ?
Comment est caractérisé un point M(x ; y) qui est "à l'intérieur" de (OACB) ? qui est "sur" (OACB) ?

2- Trace le quart de cercle de centre O et d'extrêmités A et B.
Quels sont les points qui sont à l'intérieur de ce quart de cercle ?
En utilisant le théorème de Pythagore, calcule OA, OB, OC, OD, OE, OF,...

Comment est caractérisé un point M(x ; y) qui est "à l'intérieur" de ce quart de cercle ? qui est "sur" ce quart de cercle ?

Mise en commun

3- Soit C l'aire du carré (OACB) C =
Soit D l'aire du quart de disque OAB D =
Calcule $\frac{D}{C}$ de façon exacte, puis donne une valeur approchée à 10^{-6} près.

b) Dominante statistique

Objectif : Montrer que l'on peut approcher "convenablement" π par une méthode aléatoire.

Outils nécessaires : 1- Notion de fréquence
2- utilisation de la touche RAN # de la CASIO fx 82 b.

Travail individuel

Considérons un point M(x ; y) avec x = RAN# et y = RAN#
- où se trouve un tel point sur le graphique précédent ?
- Prépare un "test" permettant de savoir si ce point appartient au quart de disque défini précédemment.
- Tu vas programmer 50 fois cette séquence, note le nombre n de fois où le point M(x ; y) appartient au quart de disque.

- Fais alors le calcul *n* / 50.
  Compare ce résultat avec celui établi en 3. Peux-tu expliquer ?

Travail en commun

Nous allons noter tous les résultats obtenus dans la classe :

n										
r										

n										
r										

Additionnons alors les résultats (*n*) des élèves. (On notera *N* ce nombre)
Combien cela représente-t-il d'essais à la calculatrice (On notera *T* ce nombre).

Calcule alors $\frac{N}{T}$

Débat

c) Dominante informatique .

* Soit en salle informatique (si c'est possible)
* Soit en invitant les élèves qui ont un ordinateur chez eux à faire l'expérience : ◊ mise en place de l'algorithme
◊ mise en place du programme en fonction du langage utilisé
◊ confrontation des expériences.

Partie III
Réflexion sur les représentations graphiques en statistique

Dessinons vrai

René ARNAUD
IREM de LIMOGES

1- De quoi s'agit-il ?

Le paragraphe 2, présenté sous forme humoristique, peut être adapté pour donner lieu à une activité intéressante en classe de Troisième.

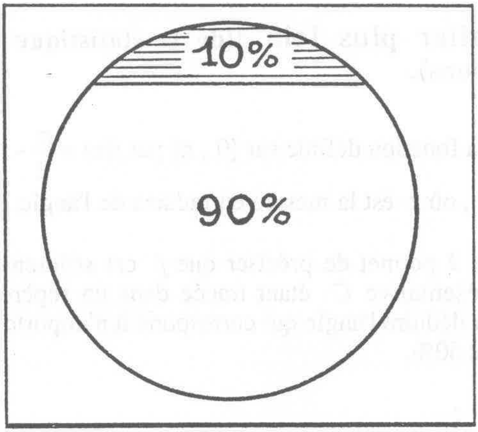
Le but n'est pas de présenter aux élèves un nouveau type de graphique (qui ne serait d'ailleurs pas très explicite), mais plutôt d'aiguiser leur esprit critique. En effet, dans leur vie de citoyen, ils seront sans doute de plus en plus confrontés à une utilisation "médiatique" des graphiques. Il n'est donc pas inutile de les habituer à vérifier, lorsque c'est possible. C'est d'ailleurs dans cet exemple un excellent moyen de réinvestir duverses notions de géométrie.

Le paragraphe 3 propose ensuite quelques idées pour un prolongement en classe de Seconde.

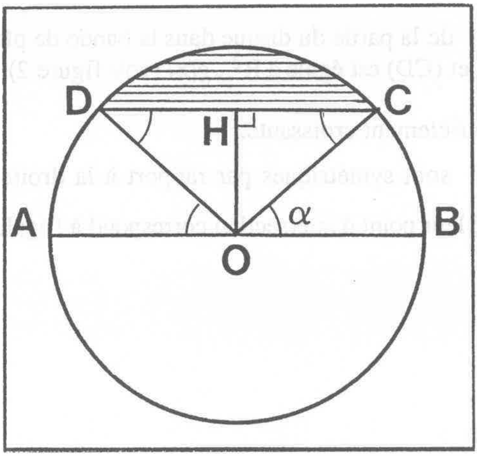
2- Une activité "pour les profs"

Vous avez demandé à des élèves de représenter graphiquement une série statistique dans le cas d'un caractère qualitatif. Pour simplifier, nous supposerons qu'il n'y a que deux modalités M_1 et M_2, avec les pourcentages respectifs de 90% et 10%.

Vous vous attendiez à un graphique du type de ceux proposés en annexe (liste non exhaustive), quand vous tombez sur la copie de Nicolas Patoukompri, qui propose le schéma suivant :



Vous commencez par barrer, puis pris de remord, vous souhaitez vérifier.
Vous devez d'abord construire le centre du cercle (cela change des assiettes cassées ou du dessin dont une partie a été gommée par erreur...)
Vous pouvez ensuite exprimer l'aire A de la partie hachurée en fonction de l'angle α mesuré en degrés, du rayon R (voir figure ci-dessous).



$$A = R^2 \left(\pi \times \frac{90 - \alpha}{180} - \sin\alpha \cos\alpha\right)$$

En mesurant, vous trouverez $\alpha \approx 43°$, soit $A \approx 0{,}32\ R^2$. Comme l'aire du disque est πR^2 et que $\frac{0{,}32}{\pi} \approx 0{,}10$. C'était bien juste !

3- Pour aller plus loin :(de la statistique à la géométrie et aux fonctions).

Si f est la fonction définie sur $[0 , \pi]$ par $f(x) = \frac{\pi}{2} - x - \sin x \cos x$, alors $A = R^2 . f(x)$, où x est la mesure en radians de l'angle.

La figure 2 permet de préciser que f est strictement décroissante. Sa courbe représentative C étant tracée dans un repère orthonormal, il est possible d'en déduire l'angle qui correspond à n'importe quel pourcentage ne dépassant pas 50%.

Remarques :

Soit la fonction g définie sur $[0 , \pi]$ par $g(x) = x + \sin x \cos x$ ainsi que sa représentation graphique C' dans le repère précédent.

Pour tout x de $[0 , \pi]$: $g(x) = \frac{\pi}{2} - f(x)$.

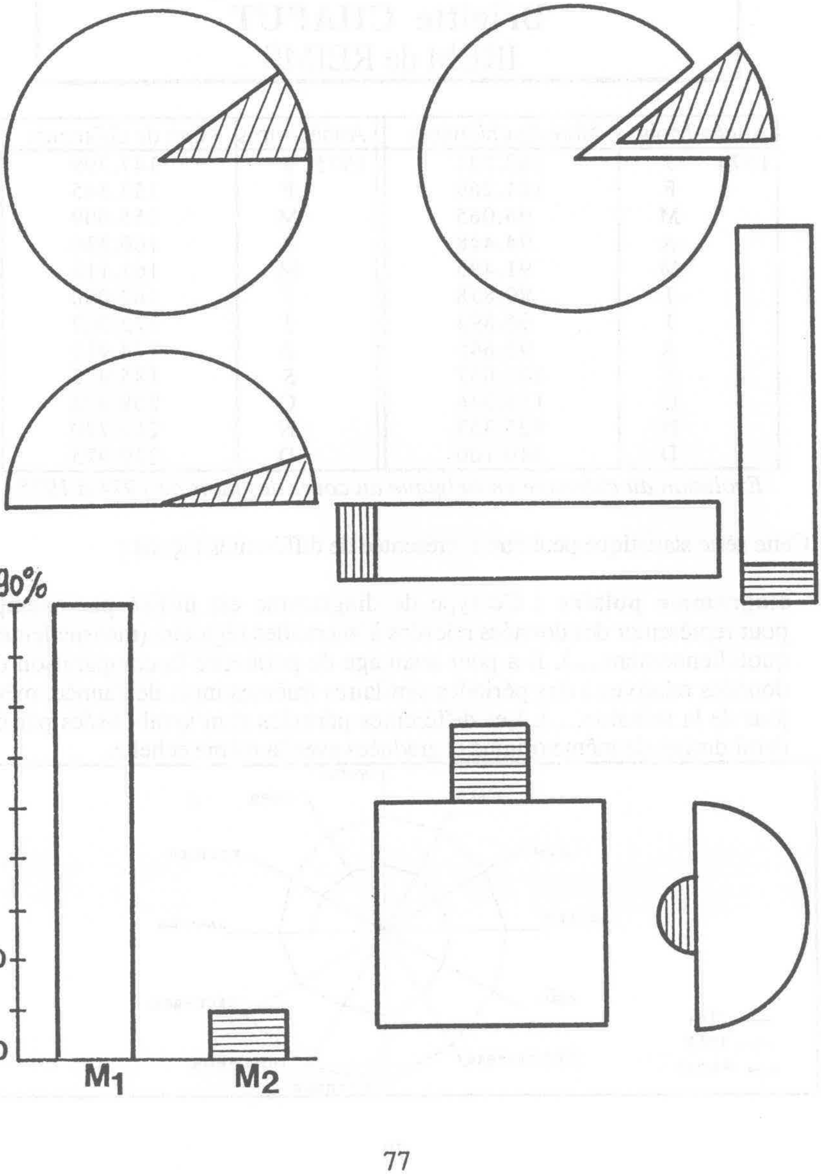
* L'aire A de la partie du disque dans la bande de plan déterminée par les droites (AB) et (CD) est égale à $R^2 . g(x)$ (voir figure 2).

* g est strictement croissante.

* C et c' sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = \frac{\pi}{4}$. L'abscisse de leur point d'intersection correspond à l'égalité de a et de A'.

ANNEXE

Différentes façons de voir 10% (et donc 90%) !



Exemples
de représentations d'une série statistique chronologique

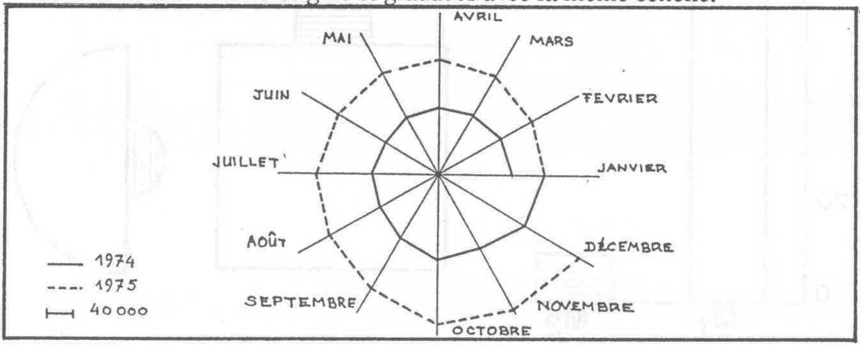
Brigitte CHAPUT
IREM de REIMS

Année-Mois	Nbre de chômeurs	Année-mois	Nbre de chômeurs
1974 J	103.521	1975 J	147.799
F	101.269	F	153.345
M	96.065	M	156.009
A	94.448	A	160.336
M	91.485	M	161.113
J	89.858	J	162.000
J	96.893	J	172.307
A	96.645	A	174.413
S	104.657	S	185.958
O	116.346	O	208.876
N	125.353	N	217.220
D	140.100	D	229.025

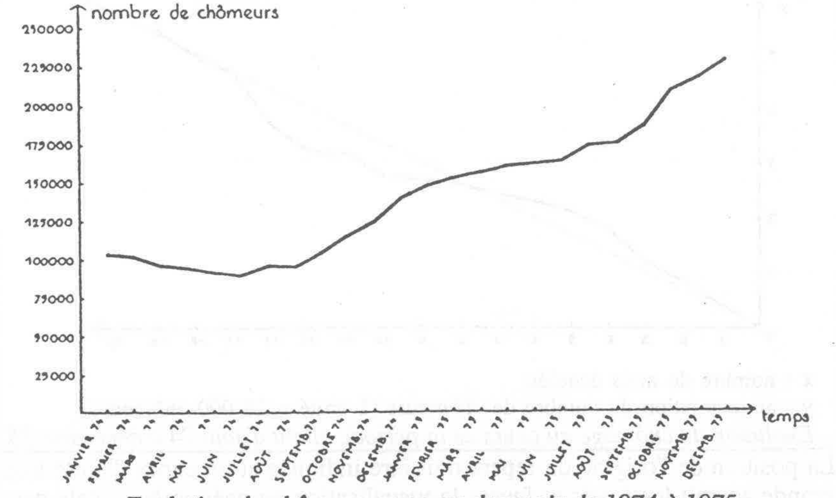
Evolution du chômage en Belgique au cours des mois de 1974 à 1975

Cette série statistique peut être représentée de différentes façons :

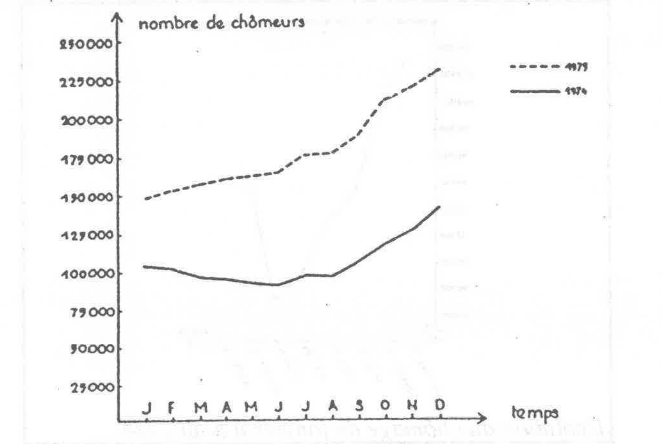
- **diagramme polaire :** Ce type de diagramme est utilisé par exemple pour représenter des données relevées à intervalles réguliers (mensuellement, quotidiennement,...). Il a pour avantage de permettre la comparaison des données relatives à des périodes similaires (mêmes mois de l'année, même jour de la semaine,...). Les différentes périodes sont symbolisées par des demi-droites de même origine et graduées avec la même échelle.



- **représentations cartésiennes :** Elles donnent une meilleure visualisation de l'évolution du phénomène étudié. Le second graphique permet de comparer les situations des mois similaires, mais rend plus difficile l'appréciation de l'évolution.

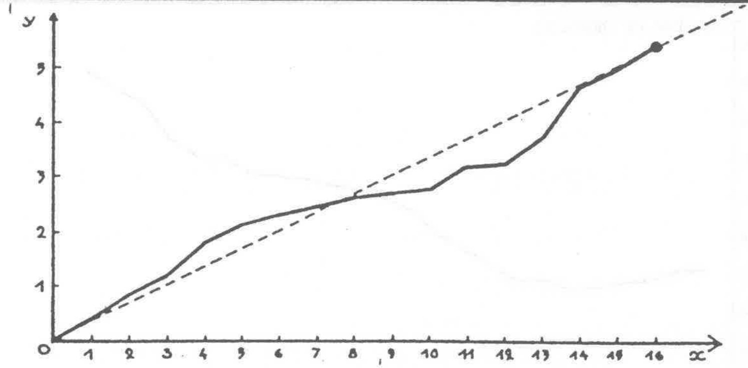


Evolution du chômage au cours des mois de 1974 à 1975



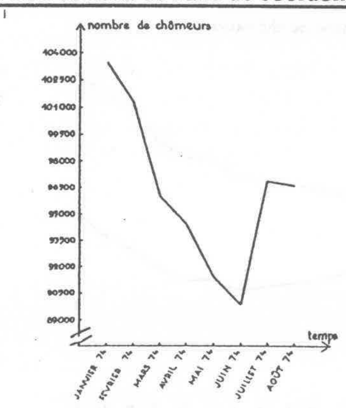
Evolution du chômage au cours des années 1974 et 1975

Elle peut servir de support à des tracés de courbes prévisionnelles… mais avec des limites : il faut tenir compte des limites matérielles d'évolution du phénomène. L'utilisation du graphique ci-dessous pour une prévision en 2010 conduirait à un nombre de chômeurs supérieurs au nombre de travailleurs potentiels !



x : nombre de mois écoulés
y : augmentation du nombre de chômeurs (1 unité = 25 000 chômeurs)
Evolution du chômage au cours de la période allant d'août 74 à décembre 75

La position de l'origine du repère doit être indiquée et un choix d'unité trop grande accroît les écarts et fausse la visualisation du phénomène : cela peut même interdire un tracé complet. Une telle situation doit être mise en évidence par un tracé non continu de l'axe de coordonnées correspondant.*



Evolution du chômage de janvier à août 1974

---

* Les représentations ont été tirées du livre : *Contremanuel de statistique et probabilité*, M.Peltier, N.Rouche, H.Manderick. Ed La vie Ouvrière (Bruxelles)

Partie IV
Quelques remarques...

Quelques remarques
sur l'enseignement de la statistique en classe de seconde.

A.ANTIBI , P.ETTINGER
IREM de TOULOUSE .

Nous nous proposons dans ce court article, de donner notre avis sur quelques points importants concernant l'enseignement de la statistique en lycée, et plus particulièrement en classe de seconde . Nous tenons à remercier , d'une part les nombreux collègues du secondaire qui ont participé à des stages que nous avons animés à l'IREM de Toulouse pour les discussions fructueuses que nous avons eues avec eux , et d'autre part notre collègue Yves SCHEKTMAN, animateur dans notre IREM, spécialiste universitaire d'Analyse des données, avec qui nous avons eu de nombreux échanges .

Petits effectifs ou gros effectifs ?

Pour beaucoup de collègues il semble que pour faire des statistiques de manière intéressante , il est préférable de manipuler des populations de gros effectif . Certes, dans une population contenant deux individus, la connaissance de la moyenne, de la variance ou de la médiane sont peu utiles ! Néanmoins , il convient de bien distinguer dans ce domaine deux choses : l'utilisation usuelle des statistiques et l'enseignement à des élèves de notions statistiques nouvelles . En ce qui concerne la présentation à l'école de notions statistiques, il nous semble préférable de considérer de "petites" populations, d'une dizaine d'individus . Ainsi l'élève doit pouvoir mieux assimiler la notion nouvelle que si on la lui présente directement à partir de "grosses" populations . Dans ce dernier cas , le sens profond de la notion, moins visible, risque de lui échapper .

Quel paramètre statistique est-il le plus "utile" : moyenne , variance, médiane , ... ?

Il convient de bien avoir présent à l'esprit les deux points suivants :

1 Un nombre seul, quel qu'il soit, ne peut fournir autant d'information que plusieurs nombres . Ceci est intuitif et découle du bon sens . Ainsi, par exemple, pour une même moyenne, il est aisé d'indiquer des populations de deux individus très "différentes" ({ 0 , 10000 } et { 5000 , 5000 } ont la même moyenne : 5000) .

2 Pour une population donnée, l'utilité d'un paramètre dépend de la situation considérée .

Un exemple : imaginons qu'un menuisier soit chargé de construire les portes de toutes les maisons d'un village d'Afrique, d'une centaine d'habitants. On lui indique que la taille moyenne de la population est 1,70 m, l'écart-type 0,10 m, la médiane 1,68 m . En fonction de ces renseignements, notre menuisier prend une marge de sécurité et fabrique des portes de 1,95 m de hauteur . On le retrouve assassiné trois mois plus tard : on avait oublié de lui signaler que dans ce village chaque habitant se cognant la tête en passant par une porte ne le pardonnerait pas au menuisier ! Il est clair que dans ce contexte, le paramètre le plus utile était la plus grande valeur de la série des tailles .

Une définition précise de la médiane est elle utile ?

A notre avis, non . En effet , considérons par exemple la population constituée par les 4 notes { 5 5 15 15} . Quelle peut bien être la médiane c'est à dire, intuitivement, "la note" telle qu'il y ait autant de notes supérieures à elle qu'inférieures ? 8 ? 12 ? 14,9 ? Il est clair que toute note de l'intervalle] 5 ; 15 [convient . Certains auteurs parlent alors d'intervalle médian, d'autres proposent de prendre comme médiane la note 10, milieu de l'intervalle] 5 ; 15 [; d'autres encore pensent que toute note de l'intervalle] 5 ; 15 [peut être considérée comme médiane .

L'aspect purement conventionnel d'une telle définition explique certainement cette diversité de choix possibles . Ce qui importe, c'est de retenir l'aspect intuitif de la notion de médiane : il y a approximativement autant de valeurs supérieures à "la médiane" que de valeurs inférieures .

Il nous semble intéressant d'introduire cette notion *graphiquement* dans le contexte suivant : à partir d'une population assez grande, répartie en classes de manière régulière, on coupe la courbe des fréquences cumulées croissantes par la droite horizontale d'ordonnée 50% ; la médiane est alors l'abcisse du point d'intersection . Le 1° et le 3° quartile peuvent s'introduire de manière analogue : les droites horizontales considérées cette fois ont pour ordonnée 25% et 75% .

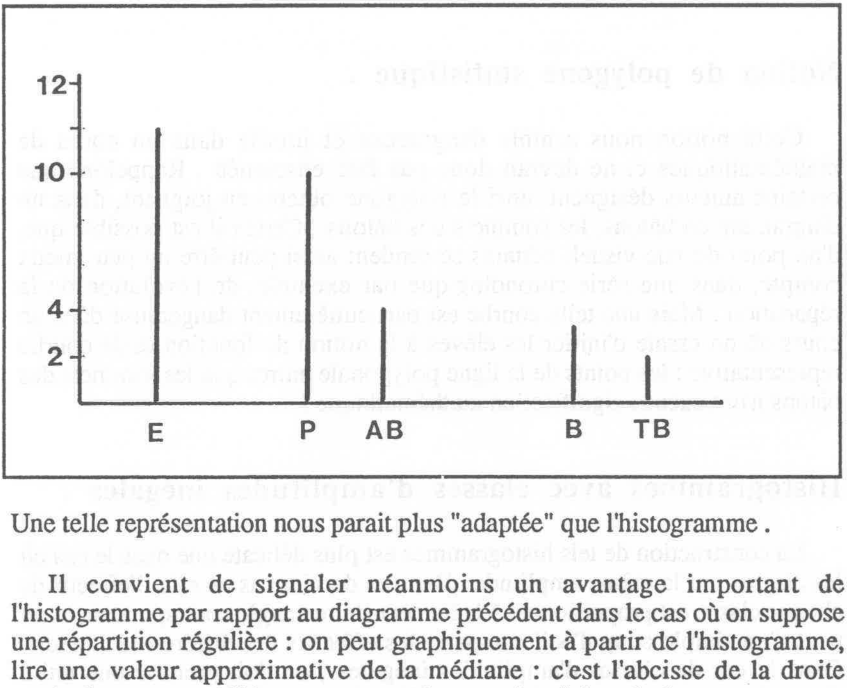
Notion de polygone statistique .

Cette notion nous semble dangereuse et inutile dans un cours de mathémathiques et ne devrait donc pas être enseignée . Rappelons que certains auteurs désignent ainsi le polygone obtenu en joignant, dans un diagramme en bâtons, les sommets des bâtons . Certes il est possible que, d'un point de vue visuel, certains se rendent ainsi peut-être un peu mieux compte, dans une série chronologique par exemple, de l'évolution de la répartition . Mais une telle courbe est particulièrement dangereuse dans un cours où on essaie d'initier les élèves à la notion de fonction et de courbe représentative : les points de la ligne polygonale autres que les sommets des bâtons n'ont aucune signification mathémathique !

Histogrammes avec classes d'amplitudes inégales .

La construction de tels histogrammes est plus délicate que dans le cas où les classes ont la même amplitude . Dans ce dernier cas en effet l'effectif de chaque classe est proportionnel à la hauteur du rectangle correspondant et on peut d'un simple coup d'oeil comparer les effectifs des différentes classes . Dans le cas de classes d'amplitudes inégales , on doit prendre une unité d'aire . La comparaison graphique des effectifs est cette fois moins aisée . On peut alors se demander pourquoi on ne remplace pas un tel histogramme par un diagramme en bâtons correspondant à une variable *qualitative* (et non quantitative) .

Un exemple : dans une série de 30 notes de DEUG il y a 12 notes dans l'intervalle [0 ; 10[, 10 notes dans l'intervalle [10 ;12[, 4 dans l'intervalle [12 ;14[, 3 dans l'intervalle [14 ;16[, et une dans l'intervalle [16 ; 20] .Les classes ont ici des amplitudes inégales . On peut, après avoir choisi une unité d'aire, construire l'histogramme corespondant . Mais on peut aussi considérer une variable qualitative de la manière suivante, tout à fait naturelle d'ailleurs dans l'exemple choisi : la classe [0 ; 10[correspond à la qualité "éliminé", la classe [10 ;12[correspond à la qualité "reçu sans mention", la classe [12 ;14[correspond à la qualité "reçu mention Assez Bien", la classe [14 ;16[correspond à la qualité "reçu mention Bien", la classe [16 ; 20] correspond à la qualité "reçu mention Très Bien". Si on désigne respectivement par E , P , AB , B , TB ces différentes rubriques, on peut alors faire le diagramme en bâtons suivant, la variable cette fois étant qualitative (donc pas question d'unités sur l'axe des abscisses) .



Une telle représentation nous parait plus "adaptée" que l'histogramme .

Il convient de signaler néanmoins un avantage important de l'histogramme par rapport au diagramme précédent dans le cas où on suppose une répartition régulière : on peut graphiquement à partir de l'histogramme, lire une valeur approximative de la médiane : c'est l'abcisse de la droite verticale partageant l'histogramme en deux parties d'aires égales .

Peut on calculer la moyenne et la variance sans tout recommencer quand on a une donnée supplémentaire ?

Supposons que l'on ait oublié une donnée (ou que l'on ait observé une donnée supplémentaire), et que l'on dispose de la moyenne et de la variance avant cette donnée ; pour déterminer alors la nouvelle moyenne et la nouvelle variance, doit-on rentrer à nouveau toutes les données dans la calculette ?

On va voir comment on peut s'en dispenser grace à un algorithme permettant de les déterminer à partir de la nouvelle donnée et de la moyenne et de la variance déjà calculées.

Notons m_n et V_n la moyenne et la variance correspondant à n données ; on a donc, d'après les définitions :

$$m_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i \qquad \text{soit : } n.m_n = \sum_{i=1}^{i=n} x_i$$

$$\text{et } V_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - m_n)^2 \qquad \text{soit : } n.V_n = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - m_n)^2$$

il est est alors très simple de vérifier que :

$$m_{n+1} = \frac{nm_n + x_{n+1}}{n+1} \qquad \text{c'est à dire :}$$

$$m_n + 1 = \frac{n}{n+1} m_n + \frac{x_{n+1}}{n+1}$$

D'autre part, un calcul de quelques lignes conduit à la formule suivante :

$$V_{n+1} = \frac{n}{n+1}\left(V_n + \frac{(x_{n+1} - m_n)^2}{n+1}\right)$$

***Remarque* :**

Attention au calcul de la variance à l'aide de la formule

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - m^2 \qquad (1)$$

Si m et V désignent respectivement la moyenne et la variance d'une série statistique de n données $x_1, x_2, \dots, x_n$, on sait que la variance V, égale par définition à $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - m)^2$ est aussi égale à $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - m^2$. Cette dernière formule, qui peut être commode quand on fait des calculs "exacts" à la main, est dangereuse quand on utilise une calculatrice ou un ordinateur. En effet, lorsque les x_i sont grands (en valeur absolue) les $(x_i)^2$ peuvent ne pas être donnés précisément par la calculette alors que l'utilisation de la définition de la variance dans laquelle interviennent les carrés des différences $(x_i - m)^2$, ne conduit pas, en général à des erreurs de troncature.

L'utilisation de la formule (1), par suite d'erreurs de troncature, peut donner lieu à des résultats tout à fait aberrants !

Ceci est illustré par l'exemple suivant, traité sur le tableur "Excel" sur Macintosh SE. Dans la colonne de droite nous trouvons la valeur exacte de la variance ; la formule "moyenne des carrés moins carré de la moyenne" conduit (après les troncatures) à un résultat négatif !!!....

données x_i	$(x_i)^2$	$x_i - m$	$(x_i - m)^2$
10000000101	100000002020000000000	-6,5	42,25
10000000123	100000002460000000000	15,5	240,25
10000000096	100000001920000000000	-11,5	132,25
10000000110	100000002200000000000	2,5	6,25

moyenne m	$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2$	variance
100000000107,5	100000002150000000000	105,25

Résultat obtenu à l'aide de la formule (1) : " moyenne des carrés moins carré de la moyenne " : **-16384** !!!!

Partie V
Quelques réflexions théoriques sur les statistiques.

Elargissons notre réflexion

1- Généralités sur les statistiques :

En Premier cycle ou en Seconde, il est exclu de faire un exposé théorique aux élèves sur la statistique mais il nous paraît important que les enseignants resituent les activités proposées dans un contexte plus général. Il peut être intéressant, à l'occasion d'une activité, d'amener les élèves à se poser des questions et à soulever certains problèmes sur la démarche des statisticiens.

Les articles suivants, destinés aux enseignants, proposent certains éclairages et modélisations pour l'interprétation des statistiques.

Rôle des statistiques :

La statistique est la science qui a pour objet la collecte, l'analyse et l'interprétation des ensembles d'observations relatives à un même phénomène.

On cherche, à partir de mesures effectuées sur la population à établir des lois générales : c'est le résumé statistique. Par exemple, pour le contrôle de qualité d'une production, le résumé statistique de l'étude pourra être la propostion d'objets non défectueux. Malheureusement, l'analyse des données a des limites d'ordre matériel.

La statistique inférentielle s'impose lorsque les méthodes expérimentales sont onéreuses (contrôle systématique de toute une production), difficiles, voire impossibles (lorsque l'étude conduit à la destruction des objets étudiés).

Démarche des statistiques : commentaire du schéma donné en annexe.

1- Cette première phase est surtout descriptive, elle a pour but de préparer le travail du statisticien en coordonnant les résultats recueillis.

Schéma illustrant la démarche

- ***Collecte des résultats*** : (1) :

Dépouillement, critique des résultats (2)

↓

Présentation des données (3)

- ***Analyse des résultats*** (4) :

Mise en ordre logique (5)

↓

Réduction des données (6) → (7) Comparaison à des résultats théoriques établis à l'aide du calcul des probabilités.

↓ **induction**

Formulation d'hypothèses (8) → Vérification

déduction à partir des données

↓

Explication des résultats

- ***Interprétation*** (9) :

Conclusion

↓

Action

2- On doit d'abord procéder à leur dépouillement afin d'éliminer les résultats numériques qu'on ne juge pas digne de foi, de corriger ceux qui sont erronés et dont on connait la source de l'erreur et éventuellement de suppléer certains résultats absents.

En particulier, on doit connaître avec précision :
- les limites de la population étudiée afin de n'y faire entrer aucun membre étranger ;

- le caractère étudié pour que la valeur enregistrée soit l'expression sûre du caractère ;
- les conditions dans lesquelles les observations ont été relevées et les mesures faites.

A titre d'exemple le problème suivant ...

On examine 470 malades. Voici les nombres d'individus guéris (G) et non guéris ($\overline{G}$) parmi les malades traités (T) ou non traités ($\overline{T}$) par un médicament donné.

Totalité des malades

	G	$\overline{G}$
T	120	50
$\overline{T}$	200	100

Hommes

	G	$\overline{G}$
T	8	10
$\overline{T}$	60	60

Femmes

	G	$\overline{G}$
T	112	40
$\overline{T}$	140	40

Le médicament semble efficace sur l'ensemble des malades, mais dangereux pour les hommes dans leur ensemble et également pour les femmes dans leur ensemble. Cette contradiction apparente est due au mauvais choix de la population étudiée. Quelle explication peut-on en donner ?

(3) Les résultats définitifs obtenus sont réunis dans un tableau ou un graphique. Cette phase s'apparente à la comptabilité.

(4) Cette seconde phase relève uniquement de méthodes scientifiques caractérisant la statistique.

(5) Les résultats sont classés et regroupés.

(6) On substitue à l'ensemble des données un petit nombre de résultats numériques (caractéristiques de position ou de dispersion). Ces résultats donnent une première idée sommaire mais précise de la population étudiée.

(7) On peut alors comparer les résultats précédents avec des résultats issus de la théorie des probabilités. On cherche à repérer des régularités propres à des modèles de lois de probabilités (loi normale ...).

(8) En présence des résultats précédents, on est amené à formuler des hypothèses dont on cherche la vérification à partir des données en supposant

les hypothèses vraies (tests ...). On pourra alors tenter d'expliquer les observations recueillies (estimations ...).

(9) Cette dernière phase consiste à tirer, avec une part d'incertitude, des conclusions du travail d'analyse : c'est elle qui va déterminer l'action. Cela s'étend du simple contrôle à la prévision. On doit connaître la probabilité que les assertions soient exactes et dans quelles limites sont valables les généralisations qu'on veut en extraire.

2- Interprétation géométrique des notions de moyenne et de médiane.

Chaque série statistique simple d'effectif total n peut être interprétée comme un vecteur de $\mathbf{R}^n$.

Chercher à résumer la série statistique par une unique valeur (moyenne, médiane,...) revient en fait à chercher une série statistique constante "la plus proche" en un sens à préciser de la série statistique étudiée.

Exemple 1 :(voir page 92)

Si $\mathbf{R}^n$ est muni de la structure euclidienne, la distance entre deux séries statistiques $x = (x_i)$ et $y = (y_i)$ de même effectif n est égale à

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - y_i)^2 .$$

Si y est une série constante égale à a, $d(x, y) = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - a)^2$ c'est-à-dire :

$\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - 2a \cdot \sum_{i=1}^{i=n} x_i + n.a^2$ et peut être considéré comme un pôlynôme du

second degré qui a atteint son minimum pour $a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i = m$ où m

désigne la moyenne de la série statistique x ; dans ce cas, y est le projeté orthogonal de x sur la droite n-sectrice des axes (d'équations $x_1 = x_2 = \ldots = x_3$).

Exemple 2 :(voir page 93)

Si $\mathbf{R}^n$ est muni de la distance δ définie par $\delta(x, y) = \sum_{i=1}^{i=n} |x_i - y_i|$ où $x = (x_i)$ et $y = (y_i)$; ce qui représente alors la distance entre deux séries statistiques de même effectif n représentée par x et y.

Si y est une série statistique constante égale à a, $\delta(x, y) = \sum_{i=1}^{i=n} |x_i - a|$ et sa valeur dépend de la position de a par rapport aux x_i. $\delta(x, y)$ est minimale lorsque a est égale à μ, la médiane de la série statistique x . Dans ce cas, y est l'élément de la droite n-sectrice des axes le plus proche de x au sens de la distance δ.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *Hasardons-nous*, brochure A.P.M.E.P. n°17

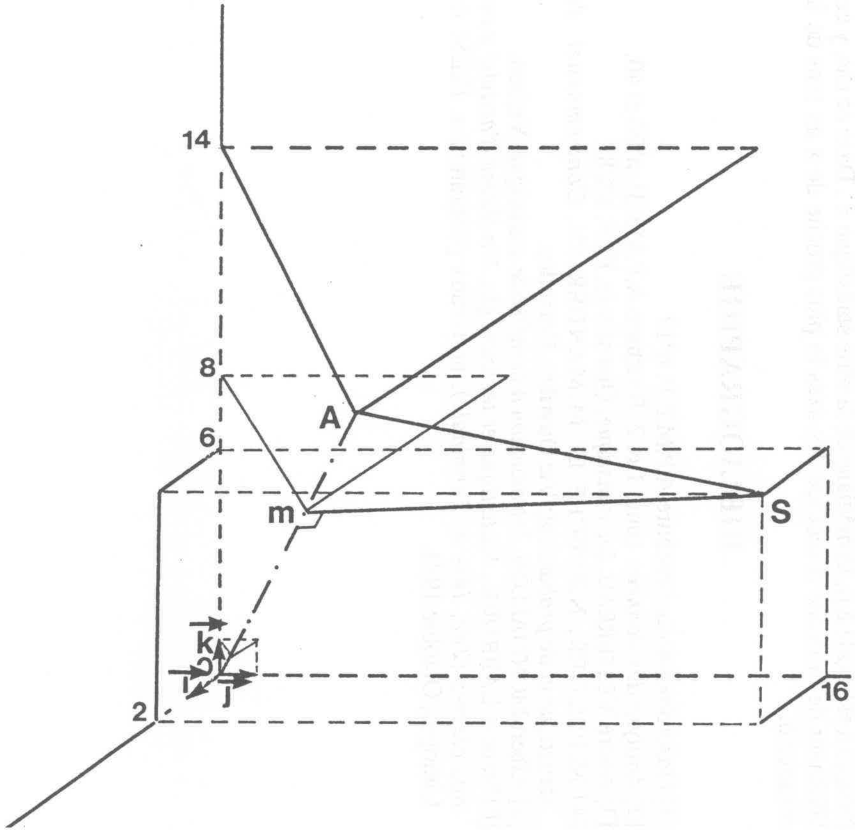
[2] *Analyse des données* tome 1 et 2. Brochure A.P.M.E.P. n°28 et 40.

[3] André VESSEREAU, *La statistique*, Que sais-je, PUF, n°281

[4] M.PELTIER, N.ROUCHE ET M.MANDERICK, *Contremanuel de statistique et de probabilité;* Vie Ouvrière, Bruxelles.

[5] Albert MONTJALLON, *Introduction à la méthode statistique*, Vuibert.

[6]Francis LABROUE , *Statistique et technologie. Un thème d'activité pour nos classes (2de, 1ère et Terminale)*, nouveaux programmes. IREM de Limoges, Octobre 1981.



Série x $x_1 = 2$
$x_2 = 16$
$x_3 = 6$

(moyenne : 8)

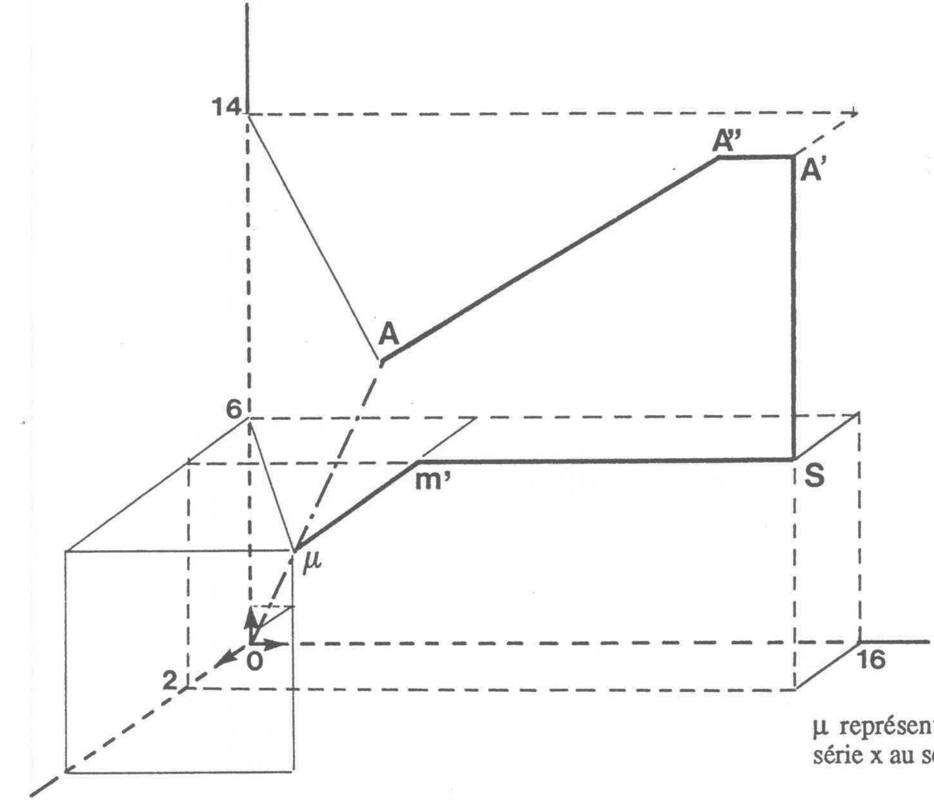
S(2;16;6) représente la série
m(8;8;8)
A(14;14;14)
$Sm \leq SA$

m est la projection orthogonale de S sur Δ.

Δ a pour système d'équation :

x = y
y = z

m représente la série la plus proche de la série x au sens euclidien.



Série x : $x_1 = 2$
$x_2 = 16$
$x_3 = 6$

(médiane : 6)

S(2;16;6) représente la série
μ(6;6;6)
m'(2;6;6)

écart moyen : e

$$e = \frac{1}{3}(Sm' + m'\mu)$$

$$e = \frac{1}{3}\delta(\Sigma,\ )$$

A (14;14;14)
A' (2;16;14)
A" (2;14;14)
δ(S,A)=SA' + AA" + A"A

μ est le projeté de S sur Δ selon la distance δ.

Δ a pour système d'équation:
x = y
y = z

μ représente la série la plus proche de la série x au sens de δ.

NOTES PERSONNELLES

Algébrisation et Fonctions

Synthèse de Michèle MATHIAUD

à partir des travaux
du groupe "algébrisation-fonctions"
et des IREM de
DIJON, MONTPELLIER, PARIS VII, STRASBOURG

Le tableau du début de la brochure est établi en termes de contenus ; il a été conçu afin tout d'abord de pointer les différences et les similitudes entre les connaissances de nos "anciens Secondes" et nos "nouveaux" ; il essaie ensuite de préciser ce qui est particulièrement utilisable maintenant à la sortie du Collège et ce qui l'est moins, de façon à permettre à l'enseignant de démarrer sa toute nouvelle année scolaire avec moins d'appréhension, plus de "rentabilité".

Voici d'abord quelques points de vue sur les mots que nous avions l'habitude d'utiliser avec les élèves de Collège et qui étaient familiers, tout au moins à l'oreille , aux élèves de Seconde : ce sont les mots ALGEBRE et FONCTIONS.

1- ALGEBRE

On peut remarquer que ce mot a disparu du libellé des programmes du Collège et ne revient que sous la forme d'adjectif dans le programme de Seconde au paragraphe II, intitulé : Problèmes numériques et algébriques. Cela veut donc dire que l'algèbre ne figure plus dans ces classes en tant qu'"objet" d'étude mais qu'elle est utilisée dès la Sixième en tant qu' "outil" de résolution de problèmes, cet outil se perfectionnant au fur et à mesure des années.

Puisque l'apprentissage d'une certaine partie de la syntaxe de l'algèbre se fait maintenant progressivement de la Sixième à la Seconde, à travers des contextes qui permettent des contrôles de résultats, il semble que l'étude de l'ALGEBRE soit repoussée aux deux dernières années de lycée...

2- FONCTIONS

Le tableau du début de la brochure précise l'esprit du programme sur ce point : l' "objet" fonction n'est étudié qu'en Seconde alors que l' "outil" a été utilisé au Collège par sa représentation graphique ainsi qu'un certain vocabulaire relatif à ce concept.

Par exemple :

Depuis la Sixième, une situation de proportionnalité se recconnait entre autre par l'alignement de points avec l'origine du repère ; on parle alors de *fonction linéaire* (alors qu'il serait plutôt préférable de parler de *variation linéaire*).

De même, en Troisième, on obtient des *fonctions affines de* pour traduire dans un contexte, le fait qu'une quantité Q s'exprime en fonction d'une autre x sous la forme $Q = a\,x\; + b$; ci-fait des problèmes où interviennent des figures dans lesquelles le périmètre p est tel que $p = 2l - 15$, l étant une dimension ; on dira alors que p est une fonction affine de l .

Au Collège, le mot *fonction* n'est jamais utilisé seul et on peut être conduit à représenter graphiquement des fonctions variées en K^2 ou en K^3 lorsqu'on parle par exemple d'agrandissement et de réduction, en A/x lorsqu'on parle de rectangles d'aire constante, etc...

A ce sujet, les calculatrices ont permis une approche différente en particulier la réalisation de représentations graphiques sans attendre l'étude préalable des fonctions en question.

* * * * * *

Précisons maintenant ce qui est présenté dans les pages suivantes.

La partie 1 explicite les contenus répertoriés dans le tableau de début de brochure par une classification des exemples de travaux réalisables ou non en fin de classe de 3ème 89-90, en début de Seconde 90-91 ; elle précise les limites des calculs utilisant les radicaux, quotients, puissances de 10, ou celles qui touchent les factorisations, ou encore aux équations et inéquations, etc...

La partie 2 présente des activités et des méthodes qui tiennent compte à la fois des contenus et de la façon la plus couramment utilisée pour les aborder au Collège. Ces activités permettent donc à l'enseignant de "faire connaissance", de "prendre la température"... afin de voir ce sur quoi il peut compter, au point de vue connaissances ou techniques, pour construire les nouveaux savoirs qu'il souhaite installer chez les élèves dont il a la responsabilité.

Partie 1

A - Pratique des opérations sur les nombres :

*Rappelons qu'aucun ensemble de nombres n'est désigné ; les élèves ne connaissent pas **N, Z, Q, R** ; ils calculent avec des "nombres" dont les écritures sont répertoriées.*

* Calcul numérique sur les nombres en écriture décimale ou fractionnaire :

Cette partie est exigible dès la fin de la classe de 4ème. Il n'y a pas d'exercices H.P. (hors programme), mais il faut aussi signaler que la notation f(x) a pu ne pas être introduite ou l'a été "avec prudence"...

Hors programme	Au niveau	Vu ou pouvant être vu au B.C
	$A = 2a^2$ $B = (2a)^2$ $C = -2a^2$ $D = (-2a)^2$ Calculer les valeurs de A,B C et D pour $a = 2$; $a = -1$; $a = -1/2$; $a = 4/3$	Calculer : $\frac{5}{12} \times \frac{3}{2} + \frac{5}{6}$; $\frac{1+\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}}$; $(-1)^2 - 5 \times \frac{2}{3}$.

* Calculs simples avec racines carrées :

Ecrire + simplement ou avec un dénominateur entier : $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ $1/(\sqrt{2} + 1)$	Résoudre $x^2 = a$ (a est un nombre positif donné	Réduire, calculer $A = 2\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{27}$ $B = \sqrt{\frac{7}{2}} \times \sqrt{\frac{7}{8}}$ $C = (3 - 2\sqrt{5})(3 + 2\sqrt{5})$

* Approximation d'un nombre :

Les compétences des élèves devraient être similaires, même meilleures puisqu'ils pratiquent les arrondis et les troncatures dès la 6ème.

Sachant que $2{,}645<\sqrt{7}<2{,}646$	A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de $5-\sqrt{7}$ à 10^{-3} près (et vérifier sur la figure à l'aide du double décimètre dans le cas où ce résultat est celui d'une longueur)	

B- Calcul littéral :

La maîtrise de la factorisation n'est pas un objectif du programme actuel du Collège. Les élèves ne manipulent les identités remarquables que depuis la 3ème.
Le développement se pratique déjà en fin de 5ème puis en 4ème ; dans le cadre des problèmes, il ne fait souvent intervenir que des degrés 2 ou 3 ce qui correspond à des aires ou des volumes.

Hors programme	Au niveau	Brevet des collèges
Factoriser $f(x)=$ $9-x^2+(2x-7)(5-4x)$ $g(x)=$ $25(x-7)^2 - 4(x+3)^2$ (Le facteur commun est non apparent, $A^2 - B^2$ est "caché").	Factoriser $A=(3x-1)^2 - (x-2)^2$ $B=(x-5)(2x+3) - 4(2x+3)$ $C=(2x+1)^2+(2x+1)(x+3)$ Développer A, B, C	Soit $A = 4 - (x-1)^2$ 1°) Développer A 2°) Factoriser A puis résoudre l'équation $A=0$.

* Equations :

Le but est d'avoir un outil pour résoudre des problèmes concrets ou géométriques, les équations sont "fréquentables".

Résoudre a) $(3x-2)/(x-1)=0$ b) $(1-x^2)+(1+x)(2x-5) = 0$ (il faut factoriser et le texte ne le dit pas ;	Résoudre $(3x-2)(5-4x) = 0$ Soit $A=(1-x^2)+(1+x)(2x-5)$ 1°) Factoriser $(1-x^2)$ 2°) Factoriser A puis résoudre de $A = 0$	Résoudre $(x-5)(4-x) = 0$ $7 - x/4 = 5 - x$ $x^2 = 7$ $(2x-1)((x+3) = 0$

plus le facteur com- est caché)	Un représentant de commerce a parcouru 1650 km en 4 jours. Chaque jour, il a parcouru 2 fois plus de km que la veille. Quelle distance a t-il parcouru le dernier jour	Nombreux problèmes mun dont la résolution fait intervenir desmises en équation, des représentations graphiques ou deséquations se ramenant à $x^2 = a$; $ax + b = cx + d$ sont à résoudre

Il faut noter que les élèves n'ont plus aucune notion sur les ensembles. Donc, S = { 4 } comme notation n'est pas connue.

* Inéquations :

Les seules inéquations au programme sont les inéquations du premier degré à une inconnue. Les élèves n'ont pas les notions d'intervalles.

Résoudre $x(x+3)(5 - 2x)<0$ $(x+2)/(5 - 3x) \geq 0$ Résoudre graphiquement : $2x + 3y - 5 > 0$ (pas de signe du binome, pas d'équation $ux + vy + w =0$ et pas d'inéquations).	Résoudre $-x+0,3(2 - x) \geq 5,7x$ Représenter les solutions sur une droite ; donner des nombres qui sont solution et d'autres qui ne le sont pas vérifier par le calcul. Deux entreprises de transport proposent les tarifs suivants : ◊550F au départ + 6,30F/km ◊600F au départ + 6,10F/km Pour quel kilométrage le tarif du 2ème transporteur est-il le plus avantageux ?	Résoudre $- x + 2(1 - x) \geq - x + 1$ Des problèmes de taxis, d'abonnement... dont la résolution fait intervenir des inéquations et des représentations graphiques (explicitement demandées)

* Systèmes d'équations

Les systèmes de deux équations à deux inconnues admettant plusieurs solutions ou aucune ne sont pas au programme ; tous les problèmes habituels conduisant à l'unicité de la solution peuvent être posés, par exemple :

Problème 1 : Un rectangle a pour périmètre 392 m. Trouver ses deux dimensions sachant que sa longueur a 52m de plus que sa largeur.

Problème 1 : Un rectangle a pour périmètre 392 m. Trouver ses deux dimensions sachant que sa longueur a 52m de plus que sa largeur.

Problème 2 : a) Résoudre le système $\begin{cases} 5x + 3y = 2\,414 \\ x + y = 598 \end{cases}$

b) Au mois de Novembre, Claude a travaillé 25 jours et Dominique a travaillé 15 jours. Ils ont gagné à eux deux 12 070 F. Au mois de Décembre, ils ont travaillé chacun 20 jours et ont gagné à eux deux 11 960 F. Sachant que le salaire journalier n'a pas varié au cours des deux mois, quel est le salaire de chacun par jour de travail ?

Problème 3 : Rechercher les coordonnées des points d'intersection de deux droites, d'où résolution de $\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$

C- Equations de droites

Le produit d'un réel par un vecteur n'est plus au programme du Collège donc, il en est de même quant aux notions de colinéarité ou d'orthogonalité de vecteurs. Seules les équations "réduites" des droites sont au programme.

Pour touver l'équation de la droite passant par deux points, deux cas se présentent :

soit les deux points n'ont pas la même abscisse ; alors on cherche une équation de la forme $y = mx + p$, donc on est conduit à la résolution d'un système à deux inconnues ou au calcul du coefficient directeur $m = (y_A - y_B)/(x_A - x_B)$ *puis au calcul de p à l'aide du deuxième point.*

soit les deux points ont la même abscisse k ; alors l'équation sera $x = k$.

De plus, on connait les relations $mm' = -1$ *ou* $m = m'$ *et leur liaison avec les directions.*

Ainsi, tous les problèmes habituels peuvent être posés même si certains outils ne sont plus connus des élèves.

Par exemple, ce problème donné au Brevet des Collèges en Juin 1989.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. L'unité de longueur est le centimètre.

1- a) Contruire la droite (D) d'équation $y = 0{,}5x - 3$

b) Soit A le point de (D) d'abscisse 4. Quelle est l'ordonnée de ce point ?

c) La droite (D) coupe l'axe des abscisses en B. Quelles sont les coordonnées de B ?

2- a) Placer le point C de coordonnées (2 ; 3).

b) Déterminer une équation de (AC).

3- Prouver que les droites (D) et (AC) sont perpendiculaires.

4- Soit K le projeté orthogonal de C sur l'axe des abscisses.

a) Prouver que les quatre points A, B, C et K sont situés sur un même cercle ($\mathcal{C}$). Construire ce cercle en justifiant la construction.

b) Calculer les coordonnées du centre et le rayon ce de cercle ($\mathcal{C}$).

On peut rajouter

5- Soit (D') la droite obtenue en effectuant la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ sur la droite (D).

a) Déterminer l'équation de (D').

b) (D') coupe le cercle ($\mathcal{C}$) en deux points : C et F ; quelle est la nature du quadrilatère ABFC ?

Et encore ...

6- Soit G le point de coordonnées (0,75 ; 4) ; placer G ; G, C et B sont-ils alignés ?

Comparaison entre les méthodes utilisables dans les ***anciens programmes*** et dans le *programme actuel* pour le traitement du problème.

Question	Différences
1°)	aucune
2°) a)	aucune
b)	Seule l'équation réduite est maintenant au programme.
3°)	Pas de vecteurs orthogonaux. Seule la propriété des coefficients mm' = - 1 est connue ... ou Pythagore.
4°)	aucune
5°)	Formulation de la question : on aurait dit (ou pu dire) : Soit (D') l'image de (D) par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ et non de vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$).
a)	Pas de vecteurs colinéaires, mais on sait que les translations "conservent" les direction ou que le "translaté d'une droite est une droite" donc :

b)	système. aucune
6°)	Pas de vecteurs colinéaires donc recherche de l'équation de la droite passant par deux des points puis vérification que le 3ème est sur la droite : ou calcul des 3 distances et ... (ce qui est moins probable, vu le contexte et l'habitude des élèves).

D- Fonction

Seule l'expression "est fonction de" ou "en fonction de" est utilisée au Collège ; aucune définition des mots "fonction" et "application" n'est donnée, ce sera à faire au Lycée.

On utilise couramment les représentations graphiques et la calculatrice pour résoudre un problème de variation, d'optimisation (voir les exemples de la partie 2).

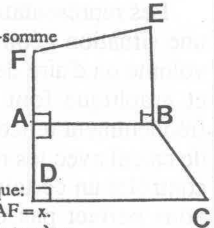
Voici un problème de Brevet des Collèges 88 dont le contenu correspond aux capacités de nos élèves "cru Septembre 90" ; il était toutefois indispensable de modifier la formulation du texte.

<table>
<tr><th>Hors programme</th><th>Au niveau ou vu au B.C.</th></tr>
<tr><td>1) Soit f et g les applications de R dans R telles que
$f(x) = 2x$ et $g(x) = x + 2$
Déterminer f o g puis gof.

2) Soit la fonction f telle que
$f(x) = (x + i)^2 - 49$
Calculer f(-8), f(6) ; f est-elle une bijection ?

3) Soit $f(x) = \sqrt{x^2}$; écrire f(x) sans radical, puis représenter graphiquement f.

Les raisons

1) Pas de composée d'applications (sauf des suites "de transformations du plan").
2) Pas de notion de fonction, de bijection, d'image réelle.
3) Pas de valeur absolue</td><td>- Des problèmes où interviennent des expressions "en fonction de" puis des représentations graphiques et des équations ou des inéquations à une inconnue qui se vérifient graphiquement. Exemple :
(Brevet des Collèges "arrangé" du point de vue du texte, contenu intégral).
----
x désigne un nombre positif
On rappelle que l'aire d'un trapèze est égale au produit de la hauteur par la demi-somme des bases.

1°) Soit le trapèze ABCD que BAD = 90°, ADC = 90°
AB = 4cm, DC= 6cm, AD=x
Exprimer en fonction de x l'aire A du trapèze ABCD.
2°) Soit ABEF un autre trspèze tel que:
BAF = 90°, ABE = 90°, BE = 3cm, AF = x.
Exprimer en fonction de x l'aire B du trapèze ABEF.
3°) a)Dans un même repère, représenter graphiquement la variation de A et B en fonction de x.
b) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire B est-elle égale à l'aire A. ?
c) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire B est- elle strictement supérieure à A ?</td></tr>
</table>

Partie 2

ACTIVITE 1

Quand le GRAPHIQUE et l'ALGEBRE s'en-mêlent

Voici une activité qui peut être proposée à des élèves de Seconde en démarrage d'année scolaire ; les objectifs sont différents suivant les variantes adoptées, mais toutes permettent de tester la mobilisation et la mise en œuvre de certaines connaissances de nos nouveaux élèves. Elles rendent aussi possible l'observation des méthodes qui sont utilisées maintenant au Collège pour permettre aux élèves de s'approprier des problèmes afin de les résoudre. Par exemple, on aura peut-être la surprise de constater qu'ils sont souvent "actifs", qu'ils "essaient volontiers de donner des réponses" en utilisant les outils de calcul dont ils disposent, en particulier la calculatrice et aussi, pourquoi pas, le calcul algébrique, le graphique. L'enseignant aura encore des précisions à apporter sur les degrés de validation de certains résultats et sur ses exigences à ce point de vue, en continuité des programmes du Collège et en accord avec celui de sa classe de Seconde version 1990.

Les représentations graphiques dont il est question ici auraient pu traduire une situation géométrique, par exemple un problème d'aire de rectangle, de volume ou d'aire de solides de l'espace. Dans ce cas, les traitement algébrique et graphique font intervenir uniquement des nombres positifs ca qui est fréquemment rencontré dans les quatre années du Collège. Bien que le champ de calcul avec les nombres positifs soit déjà suffisamment vaste pour pouvoir contrôler un certain nombre de capacités chez noss élèves, cette situation ne nous permet pas d'atteindre ici tous les objectifs que nous nous sommes fixés. C'est donc volontairement que nous nous plaçons directement dans le cadre algébrique afin de travailler avec tous les nombres sans distinction de signe.

Le cadre graphique est là d'abord pour suggérer des méthodes de résolution et permettre à l'élève de contrôler ses résultats. Il contribue aussi petit à petit à la conceptualisation de la notion de fonction, savoir qui aura dans la classe de Seconde le statut d' "objet" alors qu'il a été dans les classes précédentes et redeviendra par la suite l' "outil" qui permet de répondre sans ambiguité à de nombreuses questions.

Voici le *TEXTE* donné à la classe ; les *OBJECTIFS* sont précisés à la suite et dépendent des variantes adoptées par l'enseignant.

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

A) On s'intéresse à la famille F_1 des points du plan dont les coordonnées (x , y) sont liées par la relation :

$$y = (x + 3)(8 - 2x)$$

1°) Proposer 5 couples de coordonnées correspondant à des points de la famille F_1 et 5 couples de coordonnées correspondant à des points n'appartenant pas à la famille F_1.

2°) Représenter graphiquement le plus possible de points de la famille F_1.

3°) Y a-t-il des points de la famille F_1 sur l'axe des abscisses ? sur l'axe des ordonnées ?
Si oui, quelles sont les coordonnées de ces points ?

4°) Y a-t-il des points de F_1 qui ont la même abscisse ? la même ordonnée ?
Si oui, donner des exemples. Si non, dire pourquoi.

B) On s'intéresse maintenant à la famille F_2 des points du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient la relation :

$$y = x^2 - 9.$$

Répondre aux même questions qu'au A).

C) Y a-t-il des points qui sont communs aux deux familles F_1 et F_2 ? Si oui, quelles sont les coordonnées de ces points ?

VARIANTE 1

Pour F_1: $y = (x + 3)(8 - x/2)$

Ici, le deuxième point d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses ne figurera vraisemblablement pas sur la feuille donc la résolution de l'équation $y = 0$ ne correspondra pas à une simple lecture de graphique suivie d'une vérification par le calcul.

VARIANTE 2

Pour F_1 l'une ou l'autre des expressions précédentes et pour F_2 : $y = x^2 + x - 6$.

Ici, l'élève sera amené à factoriser pour répondre de façon exhaustive à la question B)3°. Le graphique sera un outil pour résoudre le problème car c'est lui qui suggérera les solutions mais ce sera le traitement algébrique par la factorisation qui prouvera le nombre exact de solutions et la valeur exacte de celles-ci. L'algèbre sera encore l'outil indispensable pour traiter correctement la partie C) pour les mêmes raisons que précédemment.

VARIANTE 3

Pour F_1 l'une ou l'autre des expressions précédentes et pour F_2 : $y = m(x+3)$. (m donné numériquement).

On écrira l'équation de la droite sous la forme $y = mx + p$ et on choisira m suivant les objectifs qu'on se fixe, par exemple : on souhaite qu'il y ait résolution algébrique pour trouver les coordonnées du deuxième point d'intersection. Dans ce cas, on prendra pour m une valeur telle que F_2 soit sécante à F_1 et que l'abscisse de ce deuxième point ne puisse pas se lire (le point ne figure pas sur le dessin ou l'abscisse est rationnelle non décimale).

Si de plus, on peut vérifier et utiliser des connaissances au points de vue identités remarquables, alors on prendra pour m une valeur telle que F_2 soit tangente à F_1 en $x = -3$ ($m = 14$ pour le texte de départ, $m = -24$ pour la variante 1).

LES OBJECTIFS

1) Vérification de l'acquisition de certaines connaissances du Collège :

- signification de "équation de courbe"
- résolution d'équations-produit
- résolution de $x^2 = a$ (a strictement positif) avec deux solutions à envisager
- factorisation de $a^2 - b^2$
- reconnaissance de l'identité $(a + b)^2$ (variante 3)

- fabrication, lecture et utilisation d'un graphique
- équation de droite (variante 3).

2) Apprentissage de techniques nouvelles pour les ex-élèves de Collège, à savoir :

- programmation d'une calculatrice
- résolution d'équations du type A.B = A.C où A, B et C sont des binômes du premier degré (éventuellement déjà traitées dans certains contextes au Collège, mais ce type d'équations ne fait plus partie de "l'exigible" en Troisième)
- méthode de "réduction de problème" (ces méthodes ne sont pas explicitement libellées dans le programme de Seconde mais elles font partie de l'éducation intellectuelle qu'il est possible de faire à nos élèves) : un problème est donné, on essaie de se ramener à un problème qu'on sait résoudre. Par exemple, dans la *variante 2*, on sait répondre à B) et C) dans le cas où les expressions algébriques sont factorisées ; on se sert alors de "racines évidentes" et du développement pour faire la transformation d'écriture qui permettra la résolution du problème.

3) Sensibilisation à des contenus du programme de Seconde :

- changement de sens de variation pour une fonction formulée par une seule expression algébrique, notion d'extrémum ; en $3^{\text{ème}}$, on travaille beaucoup sur les variations linéaires ou affines mais plus du tout sur les applications affines par intervalles.
- présence d'une symétrie d'axe $x = k$ dans une courbe d'après le calcul des coordonnées point par point d'où une motivation pour un changement d'origine du repère lorsque k n'est pas nul afin de réduire le nombre des calculs.

ACTIVITE 2

Les activités ci-après sont classiques dans leurs contenus. Elles sont présentées ici à titre d'exemple.

Elles s'appuient sur un support géométrique offrant le prétexte à des révisions "en situation" (aire, configurations de Thalès par exemple, calculs numériques et algébriques), et lient les domaines numériques et graphiques pour répondre à des questions qui ne sont ni triviales, ni évidentes en soi pour un élève arrivant en Seconde.

Elles ne nécessitent pas de développement théorique préalable,mais s'appuient sur des acquis du premier cycle.

Elles ont été conçues pour aider à la construction de la notion de "fonction", et jouenrt plus particulièrtement sur les aspects formules et graphiques du concept.

Elles ont été volontairement formulées avec un texte délicat à aborder, mais prévues pour être traitées en petits groupes dans la classe ; le texte n'est donc pas fait pour être analysé "seul".

En effet, l'un des objectifs, qui n'est pas directement lié à la notion de fonction, concerne l'apprentissage de la communication et de l'argumentation. Par l'analyse qu'il impose, ce texte est construit pour "initialiser" et "activer" la communication intra-groupe (ici orale), donc entre élèves, avec leurs savoirs et dans un langage qui est le leur. Une conséquence est celle d'améliorer l'appropriation de l'activité par les élèves. Il y a donc dans ces activités un choix local important, celui de prendre en compte et de réaliser,*a priori*, une proximité voire une parité de langage, de connaissance, d'argumentation, en supposant que l'enseignant n'intervient pas dans l'analyse.

Toutes les activités ne sont pas à traiter, mais, si l'on veut respecter l'idée qui a prévalu à la conception de l'ensemble, chaque partie I, II, III et IV est à aborder, une partie n'étant donnée aux élèves que lorsque la partie précédente est achevée.

Enfin, les parties I et II sont présentées sous deux formes différentes, à titre d'exemples.

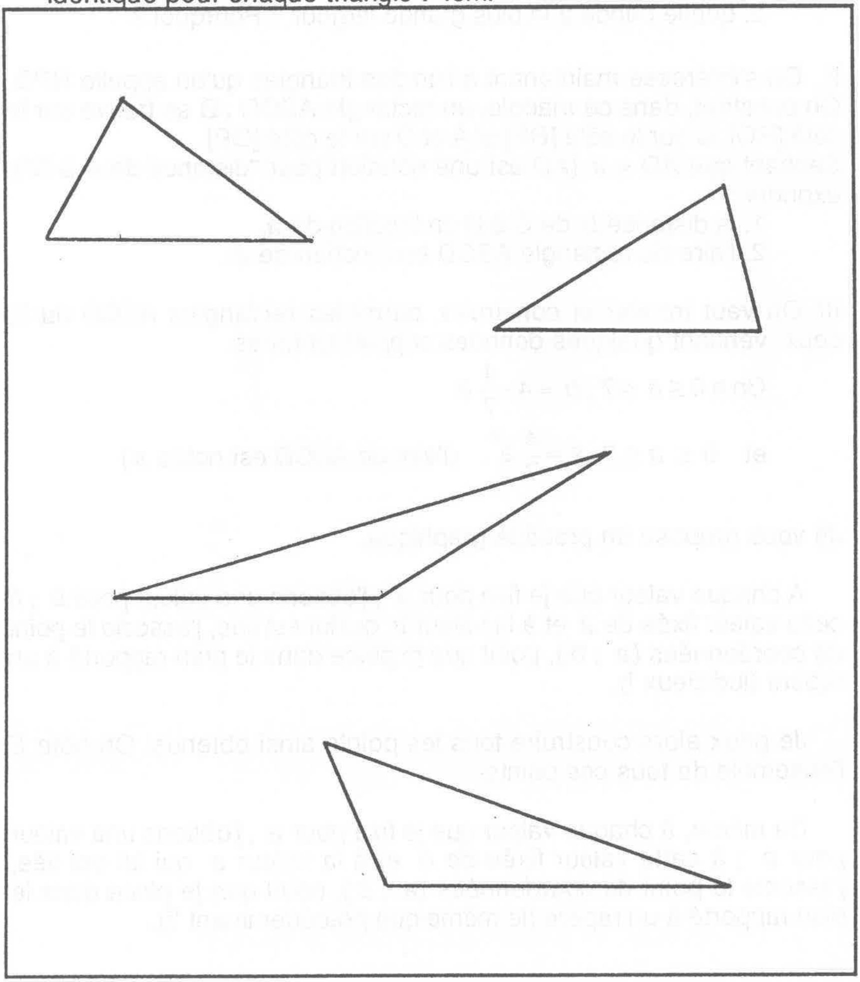
Si une synthèse est à envisager à l'issue de ces activités, elle dépend évidemment des conditions locales d'utilisation.

La bande des 4 ... triangles

Sur la feuille, le dessinateur devait reproduire des triangles ayant la particularité d'avoir chacun un côté parallèle à un bord de la feuille.

De plus, la mesure de ce côté est la même pour chacun des triangles : 7cm.

Pire encore, la hauteur relative à ce côté a une mesure identique pour chaque triangle : 4cm.



Dans toute cette activité, l'unité de longueur est le cm, et l'unité d'aire est le cm^2.

I. Pour chaque triangle, on construit un segment de droite, de longueur 3, parallèle au côté dont il a été question précédemment et tel que ses extêmités se trouvent sur les deux autres côtés du triangle.
Ce côté et le segment construit forment ce qu'on appellera une bande.

1. classe par ordre décroissant les largeurs des bandes ;
2. quelle bande a la plus grande largeur ? Pourquoi ?

II. On s'intéresse maintenant à l'un des triangles qu'on appelle RPQ. On construit, dans ce triangle, un rectangle ABCD : B se trouve sur le côté [RQ], C sur le côté [RP] et A et D sur le côté [QP].
Sachant que AD = a (AD est une notation pour "distance de A à D"), exprime :

1. la distance b de C à D en fonction de a,
2. l'aire du rectangle ABCD en fonction de a.

III On veut trouver et construire, parmi les rectangles ABCD du II, ceux vérifiant quelques données supplémentaires.

On a $0 \leq a \leq 7$, $b = 4 - \frac{4}{7}a$

et $0 \leq a \leq 7$, $s = \frac{4}{7}a^2$ (l'aire de ABCD est notée s)

Je vous propose un procédé graphique.

A chaque valeur que je fixe pour a, j'obtiens une valeur pour b ; à cette valeur fixée de a et à la valeur b qui lui est liée, j'associe le point de coordonnées (a ; b), point que je place dans le plan rapporté à un repère (judicieux !).

Je peux alors construire tous les points ainsi obtenus. On note E l'ensemble de tous ces points.

De même, à chaque valeur que je fixe pour a, j'obtiens une valeur pour s ; à cette valeur fixée de a et à la valeur s qui lui est liée, j'associe le point de coordonnées (a ; s), point que je place dans le plan rapporté à un repère (le même que précédemment ?).

Je peux construire tous les points ainsi obtenus. On note P l'ensemble de tous ces points.

En t'appuyant sur ces représentations graphiques E et P,

1- Construis le rectangle ayant la plus grande aire.
Quelle valeur faut-il attribuer à AD pour obtenir le rectangle d'aire maximale ? Donne les dimensions de ce rectangle.
Il s'agit de prouver qu'aucun rectangle n'a une aire supérieure à celle trouvée précédemment : quelles relations sur la valeur de AD, traduiraient qu'un rectangle a une aire supérieure à celle trouvée en 2. ? Utilise ces inégalités et les propriétés du calcul algébrique pour prouver qu'aucun rectangle n'a une aire supérieure à celle trouvée précédemment.
2- Construis un rectangle dont le côté CD vaut 3,5 ; existe-t-il un autre rectangle de même aire que celui-ci ? Si oui, construis le.
3- Si $a = 3$, combien vaut b ? Combien vaut l'aire de ce rectangle ? Y a-t-il un autre rectangle de même aire ? Quelles sont ses dimensions ?
4- Construis le carré (c'est-à-dire le rectangle ayant des côtés égaux) ; quelle est la longueur du côté ? Construis le rectangle ayant la même aire que ce carré. Quelles sont les dimensions de ce dernier rectangle ?
5- Y a-t-il un rectangle dont un côté vaut le triple de l'autre ? Combien y a-t-il de tels rectangles ?

IV- On sait que le côté du carré est donné par la solution du système d'équations :

$$\begin{cases} b = 4 - \frac{4}{7}a \\ 0 \leq a \leq 7 \\ b = a \end{cases}$$

L'aire du carré est donc $(28/11)^2$

1. Quelle équation doit vérifier a pour être le côté d'un rectangle d'aire $(28/11)^2$?
2. Prouve que cette équation est équivalente à :
$0 \leq a \leq 7, \quad 121a^2 - 847a + 1\,372 = 0. \quad$ (E)
3. En interprétant ce qui précède, exhibe une solution.
4. Un moyen de résoudre "exactement" l'équation (E).

L'équation étant du second degré, on ne connaît pas à ce niveau, de méthode de résolution, sauf si l'on sait factoriser le polynôme du second degré en un produit de deux polynômes du premier degré.

Après quoi, à l'aide du produit de facteurs et d'un théorème très connu (th. du "produit nul"), on sait résoudre.

Le 3. permet de trouver une solution de l'équation, donc ... un facteur au polynôme : lequel ?...Alors ?

Autre forme de présentation

(Les dessins sont laissés à l'initiative des élèves)

Dessine 4 triangles répondant aux consignes suivantes :

- chacun doit avoir un et un seul côté parallèle à un bord de ta feuille ;
- de plus, la mesure de ce côté est la même pour chacun des triangles : 7cm ;
- pire : la hauteur relative à ce côté a une mesure identique pour chaque triangle : 4cm.

Autre forme de la partie II.

(Le passage du numérique au littéral y est représenté de façon plus lente que dans la première forme).

II.α On s'intéresse maintenant à l'un de ces triangles qu'on appelle RPQ, avec PQ = 7 et la hauteur relative à [PQ] valant 4.

On construit, dans ce triangle, un rectangle ABCD : B se trouve sur le côté [RQ], C sur le côté [RP] et A et D sur le côté [QP].

On attribue à AD, successivement, les valeurs suivantes :3; 5; 2; - 1; 6; 8; 6,21; π.

Exprime :
1. La distance *b* de C à D dans chaque cas ;
2. le programme de calculs permettant de trouver *b* dès que la valeur de AD est fixée ;
3. une formule permettant de calculer *b* dès que AD est fixée ;
4. un encadrement de la distance de C à D quand AD = π et que l'on prend $3,14 < \pi < 3,15$.

II.β Reprends les quatre questions précédentes pour l'aire du rectangle ABCD.

ACTIVITÉ 3

Ce genre d'exercices peut être proposé à tout moment de la scolarité. On remarquera qu'il est inutile de savoir faire un graphique que l'on n'est pas capable d'interpréter.

I- Présentation

Notions mathématiques utilisées :

Représentation graphique : notion de coordonnées, coefficient directeur d'une droite.

Matériel nécessaire :

La fiche de travail est présentée dans la rubrique "Déroulement".

Durée :

Plusieurs fois 20 minutes.

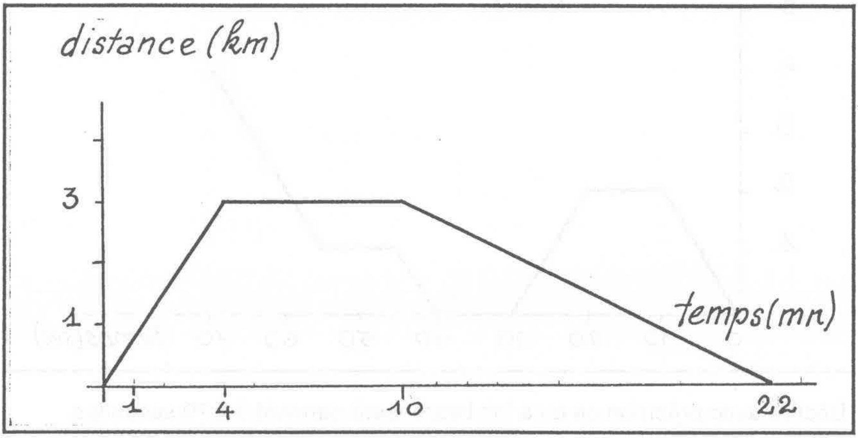
Objectifs visés :

Lecture d'un graphique et son interprétation.

II- Déroulement

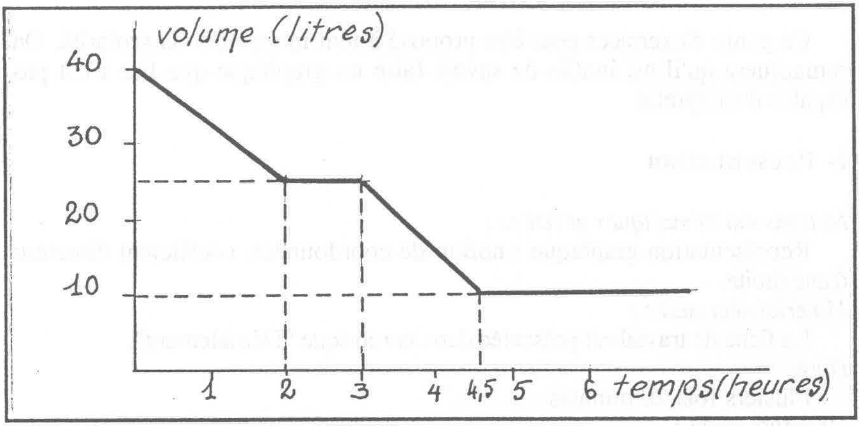
La fiche de travail suivante a été proposée aux élèves :

Exemple 1 : un problème de déplacement :



Ecrire un scénario illustré par le graphique ci-dessus.Toutes les données présentées dans le graphique devront avoir une place dans le scénario.

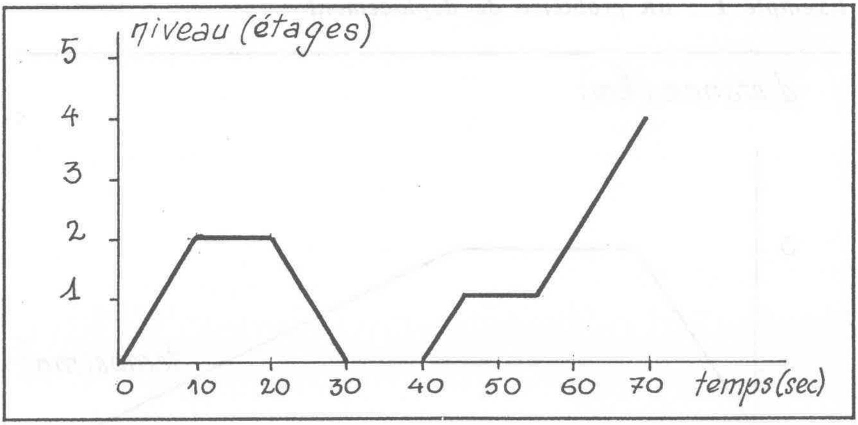
Exemple 2 : un problème d'essence.



Ecrire un scénario illustré par le graphique ci-dessus.

Toutes les données numériques figurant sur le graphique doivent avoir une place dans le scénario.

Exemple 3 :Un problème d'ascenseur.



Décrire avec précision ce qu'a fait l'ascenseur pendant les 70 secondes.

Déroulement et observations relatifs à l'exercice 1.

Après explicitation de ce qui est attendu sous la désignation de "scénario", cet exercice suscite l'intérêt des élèves, car il semble facile et propose une tâche hors des sentiers battus, mais les premiers essais sont rarement bons.

- Certains ont cherché les fonctions affines représentées ;
- certains on omis de lire ce qui est représenté en abscisse et en ordonnée ;
- certains, comme c'était une représentation graphique d'un déplacement, ont vu une montée, un parcours à plat puis une descente.

Après les explications du professeur, sur la signification des indications sur chacun des axes, les élèves sont capables de voir qu'il y a départ d'un endroit et retour à cet endroit, 22 minutes après, avec un arrêt de 6 minutes.

Certains sont même capables de voir que la même distance est parcourue plus rapidement à l'aller qu'au retour.

Déroulement et observations relatifs à l'exercice 2.

Les élèves commettent les mêmes erreurs et lisent les quantités exprimées sur les axes. Ils sont capables de lire l'arrêt du véhicule et de donner un scénario correct.

NOTES PERSONNELLES

Géométrie

Synthèse de Daniel DELEFORGE

(IREM de LILLE)

à partir des travaux du Groupe GÉOMÉTRIE
et des IREM de Toulouse, Limoges, Bordeaux, Paris VII et Lyon.

Le volume de cette brochure aurait pu facilement doublez si nous avions retenu tous les articles qui arrivaient chaque semaine.

Effectivement, il y a tant de choses à dire pour mieux comprendre les *changements.*

Chaque enseignant de Collège vous dira qu'il a passé plus de temps en Géométrie avec ses élèves que dans l'ancien programme.

Alors, que savent-ils de plus ? Là aussi, restons prudents. Surtout si 'lon prend en compte les changements de comportement.

Cependant, il faudra bien atteindre les deux objectifs essentiels du programme :

◊ Poursuivre conjointement l'étude déjà menée au collège des configurations usuelles du plan et de l'espace.

◊ Mettre en place et exploiter quelques éléments de calcul vectoriel dans le plan, en relation avec l'étude des configurations et des transformations avec l'enseignement de la physique".

Les articles qui suivent illustrent quelques "points chauds". Il y en a d'autres et les stages MAFPEN ou autres, liaison troisième-seconde, y consacreront certainement beaucoup de temps.

Les figures, les configurations, de quoi s'agit-il ? Bertrand DESTRANVILLE a proposé un article. Il l'a corrigé. Plusieurs fois. Suivant les remarques des membres du groupe. Bien sûr, il ne manquera pas d'être critiqué ; alors, attendons la parution de mises au point car cet essai a l'avantage du révélateur.

Comme d'ailleurs l'article qui suit sur *"l'usage prudent des transformations"*. Georges LION donne un point de vue. Il était prévu un autre article donnant un point de vue différent, mais des raisons techniques n'ont pas permis d'avoir ce deuxième texte. Là aussi le sujet est épineux et il n'est pas normal de l'évacuer rapidement.

D'ailleurs, les auteurs du programme précisent :*"Pour ce qui est de l'emploi des transformations, on se limitera à des situations très simples et, pour les travaux non encadrés par le professeur, la transformation utilisée sera indiquée"*.

Robert DELORD et Michèle MATHIAUD ont pris en charge l'article :*"Géométrie dans l'espace"*. Vous constaterez comment certains pratiquent la géométrie dans l'espace au collège et comment ils souhaitent la voir *tout au long de l'année*, en seconde. Là encore, beucoup trouveront à redire mais bon nombre de collègues comprendront mieux l'intérêt d'exploiter une situation simple de manières très variées.

Pour terminer, l'article de l'IREM de LYON rend compte de ce qui se passe en classe. Il y a du travail individuel, du travail en groupes, de l'affichage, des discussions etc.... On est bien loin du "maître qui, du haut de sa chaire...".

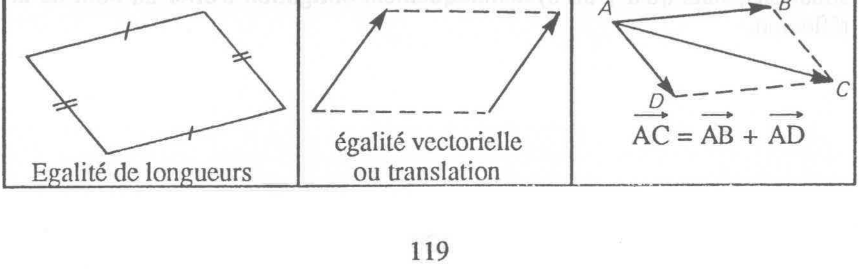
Transformations et Configurations du Collège à la Seconde

Bernard DESTAINVILLE
IREM de TOULOUSE

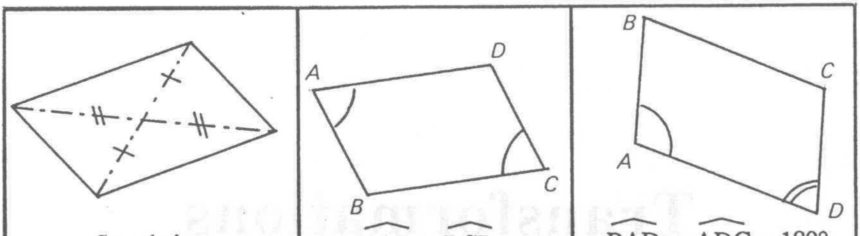
L'idée de configuration est très souvent abordée dans les nouveaux programmes, notamment ceux de Seconde. Quoique récent, le mot fait fortune.

Une configuration n'est pas seulement une figure.
Suivant les *codages* que l'on veut y pratiquer (orthogonalité, égalité des mesures, fléchage de vecteurs, ...) et les *informations que l'on peut lui associer* (résultat numérique, relation vectorielle, présence d'une transformation, ...), le même dessin peut correspondre à des outils géométriques divers (numérique, vectoriel, transformation,...).

Le parallélogramme, par exemple, peut évoquer suivant les besoins des égalités de longueur, une égalité vectorielle ou une translation, une addition vectorielle, une symétrie centrale, une égalité d'angles, encore des angles supplémentaires .... Des exemples :



Egalité de longueurs — égalité vectorielle ou translation — $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$



Symétrie — $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ — $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 180°$

◊ *Dans le contexte des transformations,* pour lesquelles nous avons parcouru les différents programmes (annexe I, page 121), les figures prennent donc une signification particulière. C'est à ce prix que l'apprentissage sera efficace pour développer l'habitude des transformations dans la résolution des problèmes.

◊ Avec le souci d'une réelle institutionnalisation, il nous paraît nécessaire de proposer aux élèves une liste des configurations courantes (annexe II, page 122), afin de favoriser la mémorisation (mémoire visuelle en particulier) et la recherche, sans pour autant renoncer à l'indispensable effort de rédaction lorsque ce sera nécessaire.

Il est préférable de faire l'enregistrement au fur et à mesure de l'apparition à travers problèmes ou activités.

◊ En Seconde, nous ne négligerons pas de donner le maximum de justifications des propriétés, dans la mesure où elles sont accessibles et pas trop longues à établir : les conjectures et manipulations du Collège gagnent à être confirmées à ce niveau, d'autant plus que les outils sont en place pour transformer par *réflexion, symétries, tranlsation ou homothétie* (images de lignes, de l'intersection de deux lignes (implicite), conservation du parallélisme, des angles, ...).

Pour les rotations, il manque la possibilité de comparer les sens des angles ou de décomposer en deux réflexions, donc souvent de justifier complètement. En fait, les rotations sont abordées pour mettre en place des situations, sans qu'il y ait systématiquement obligation d'aller au bout de la réflexion.

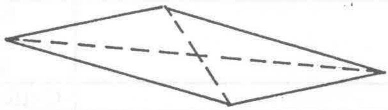
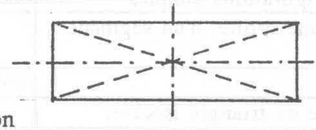
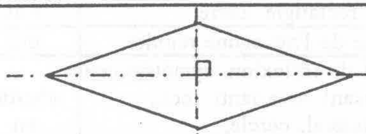
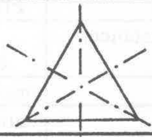
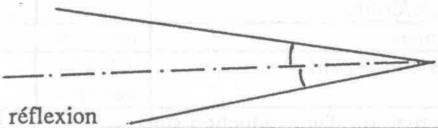
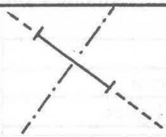
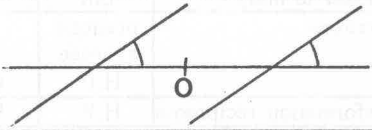
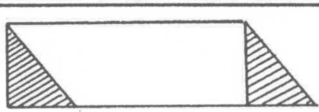
Annexe I

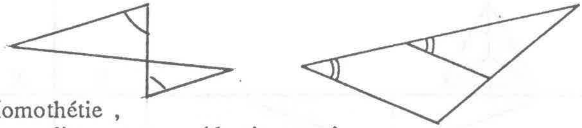
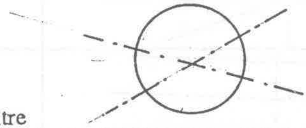
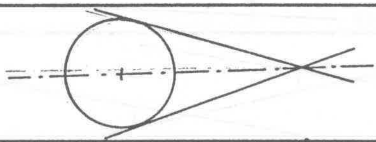
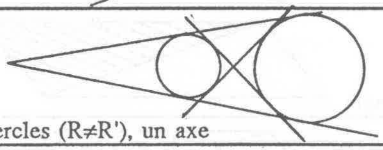
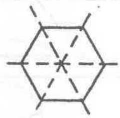
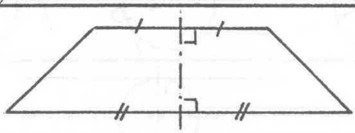
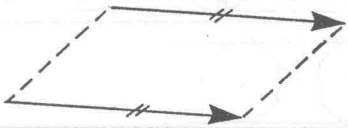
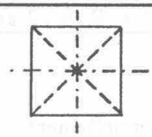
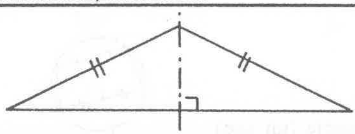
Les programmes à propos des transformations

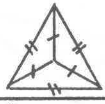
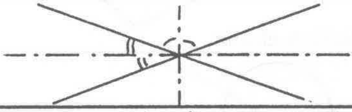
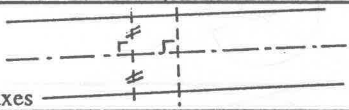
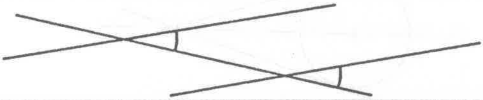
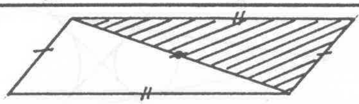
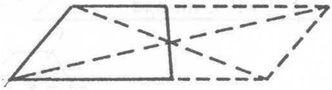
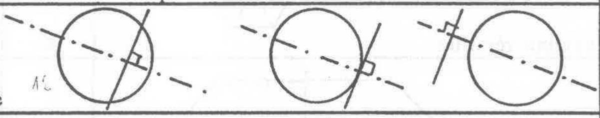
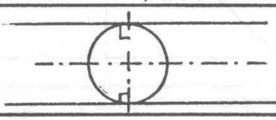
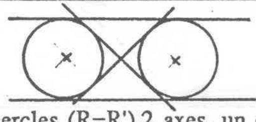
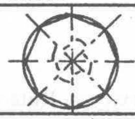
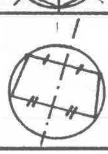
	Symétries Translations et Rotation		Homo-thétie
	Collège	Lycée	Lycée
Transformée de configurations simples	oui	oui	oui
Image d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle	oui	oui	oui
Image du milieu	implicite	précisé	précisé
Eléments de symétrie de triangle isocèle, équilatéral, losange, rectangle, carré	oui	oui	
Eléments de symétrie de l'hexagone régulier	oui	non cité	
Recherche et emploi de réflexion, symétrie centrales, rotations laissant invariants rect., carrés, triangle équilatéral, cercle, configuration formée par deux cercles	abordé en classe	abordé en classe	
Effet sur parallélisme, alignement, distance, angle	oui	oui	oui
Effet sur orthogonalité	implicite	implicite	implicite
Effet sur aire	abordé	oui	oui
Axe de la figure cercle/droite	oui	oui	
Axe d'une bande de plan	non cité	oui	
Axes de deux droites concourantes	Cf bissectrice	oui	
Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueur, aire, volume, angles	oui		oui
Image d'un vecteur	H.P.	pr transl	oui
Propriété vectorielle caractéristique	H.P.	H.P.	H.P.
Image de l'intersection de deux lignes	implicite	implicite	implicite
Idée d'application (sans utiliser le mot)	oui	oui	oui
Composition de transformations	pratique abordée	H.P.	H.P.
Codage gof	H.P.	H.P.	H.P.
Bijectivité, notion de transformation réciproque	H.P.	H.P.	H.P.

Annexe II

Des configurations possibles au Collège et en seconde

	Collège	2de
 Symétrie centrale	X	X
 Symétrie centrale et Réflexion	X	X
 Réflexions	X	X
 Réflexions	X	X
 Angle : un axe de réflexion	X	
 Segment : deux axes, un centre	X	
 Un centre	X	
 Translation et aire du parallélogramme	X	

 Homothétie , agrandissement ou réduction et aire	X	X X
 Axes et centre	X	X
 Un axe		X
 Activité sur deux cercles (R≠R'), un axe		X
 Activité sur l'hexagone régulier	X	
 Trapèze isocèle (un axe)		
 Translation	X	X
 Symétrie centrale, Réflexions, Rotations	X	X
 Réflexion	X	X

Rotations 	X	X
2 axes, un centre 		X
Un axe + une infinité d'axes 		X
Translation 	X	
Symétrie et Aire du triangle 	X	
Symétrie et aire du trapèze 		
Un axe 	X	X
Deux axes, un centre 		X
Activité sur deux cercles (R=R').2 axes, un centre 		X
Octogone régulier éventuellement 	X	
Une bande de plan et un cecle (un axe) 		

L'usage prudent des transformations

Georges LION
IREM de LIMOGES

Les programmes actuels font, en géométrie, une assez belle part aux "transformations", au détriment d'outils de démonstration plus rustiques, tels que les cas d'égalité et de similitude des triangles (que nos collègues physiciens ne se privent pas d'employer !)

A un vieux géomètre, cette politique paraît à la fois mesquine dans ses contenus et ambitieuse par sa précocité.

- mesquine parce qu'elle se limite aux transformations qui ne transforment plus grand chose, contrairement aux inversions, affinités et transformations par polaires réciproques dont l'usage faisait la joie des bacheliers d'il y a quarante ans.

- ambitieuse, parce qu'un outil de *synthèse* ne doit être utilisé qu'à partir du moment où l'on a quelque chose à synthétiser : est-ce le cas en Seconde, et bien plus encore au Collège ?

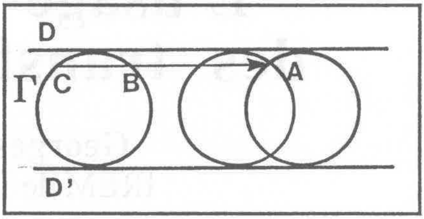
Interminable polémique, que je quitte bien volontiers pour essayer plutôt, avec la meilleure foi dont je suis capable, de distinguer, à propos d'une progression en six exercices, jusqu'où l'on peut aller en Seconde dans le domaine des transformations, sans risquer d'échec trop majoritaire.

Ces exercices sont extraits d'une part d'un document présenté par Henri BAREIL à la Commission "Objectifs et Niveaux d'approfondissement" en 1987, d'autre part d'une brochure d'exercices réalisée à l'IREM de Limoges par Martine CLÉMENT, Jeanne PEYRIERAS et Bernard FELDMANN. Il est évident que ces auteurs ne sauraient en aucun cas être impliqués par les opinions que j'émettrai, à titre personnel, dans ce qui suit. Un hasard plus ou moins organisé, a voulu que ces exercices soient "testés" sur des classes, ou bien auprès d'enseignants, et c'est pour cette raison que je les ai choisis.

I- Deux exercices d'un niveau raisonnable en Seconde.

1- On donne deux droites parallèles D et D', et un point A intérieur à la bande délimitée dans le plan par D et D'.

Construire les cercles tangents à D et D' et passant par A

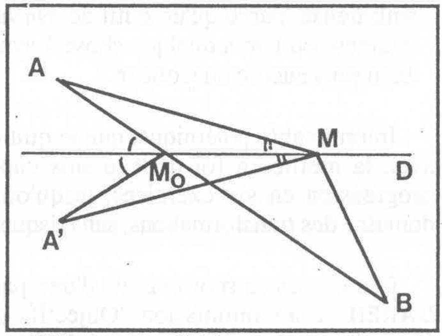


Solution :En abandonnant momentanément une contrainte, on s'intéresse d'abord aux cercles tangents à D et D'. En ayant tracé un, noté Γ, on trouve que les *translations* $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BA}$ transforment Γ en les cercles cherchés.

Commentaire : Cet exercice peut avoir un certain succès en Seconde, peut-être parcequ'il se prête bien à des représentations concrètes : bille introduite dans un tuyau, pièce d'un jeu de dames glissant entre deux règles parallèles.

2- On donne une droite D et deux points A et B du plan, non sur D. Trouver le trajet minimum AM + MB pour M appartenant à D (On commence par prendre A et B de part et d'autre de D, puis du même côté de D).

Solution :
Le premier cas est immédiat. La difficulté de l'exercice réside dans l'introduction d'une *symétrie* orthogonale ramenant le second au premier cas.



Commentaire : Le succès de cet exercice dépend avant tout de la "météo" de la classe. Si le temps est à la symétrie orthogonale, cela ira, sinon, gare !
Par ailleurs, qu'on ne se fasse pas trop d'illusion sur l'aide que peut apporter une mise en scène de nature économique ! Enfin, si je lis le libellé du programme futur de Seconde, je me demande si une transformation a bien le

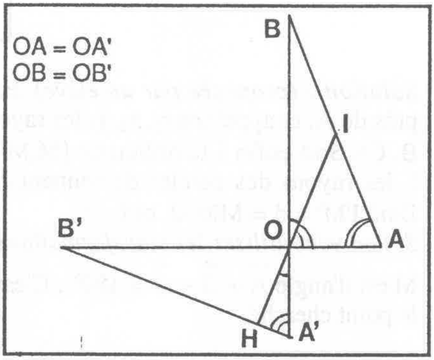
droit d'agir sur un *point* ; pour la résolution de cet exercice, ce serait souhaitable.

Conclusion :

Ces deux exercices, en dépit de leur simplicité (débilité, diront certains), nous paraissent intéressants pour prouver à l'élève l'utilité de "l'outil transformations" et son caractère indispensable. Encore faudra-t-il pour parvenir à cet objectif, laisser à l'élève le temps de recherche nécessaire, et pourquoi pas, le temps de "contemplation".

II- Trois exercices dans la solution desquels les transformations n'apportent rien.

1- Les triangles rectangles AOB et A'OB' étant comme ci-contre, montrer que la médiane (issue de O) de l'un est la hauteur (issue de O) de l'autre.

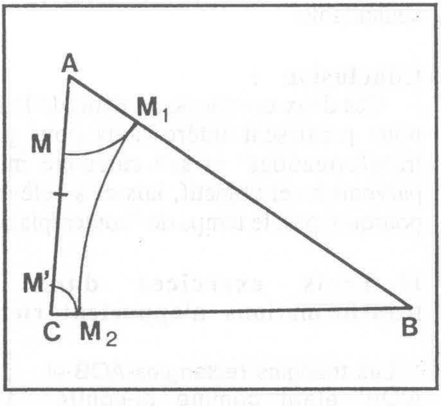


Solution : Les angles marqués d'un arc double en A et en A' sont égaux, et l'on a : $\widehat{OAI} = \widehat{AOI}$, car le triangle OIA est isocèle. $\widehat{HA'O}$ est donc complémentaire de $\widehat{IOB}$ et aussi de $\widehat{HOA'}$. Le triangle OHA' est donc rectangle en H.

Si l'on veut utiliser les transformations : (AB) et (OI) sont symétriques par rapport à une perpendiculaire à (OA) ; (AB) et (A'B') le sont par rapport à la bissectrice de $\widehat{BOB'}$. Finalement, on passe de (OI) à (A'B') par la composée des symétries par rapport à deux droites formant un angle de 45°. Cette composée est une rotation d'angle droit (Marteau-pilon...quand tu nous tiens!)

Commentaire : Il vient d'être fait ; ajoutons pour être plus puriste que le roi, qu'il est tout à fait ridicule d'être obligé de préciser les axes de symétrie, et le centre de la rotation composée, puisque nous avons affaire à un problème d'isométrie *vectorielle*. Restons sur terre : voilà un exercice typique à faire sur papier quadrillé.

2- Soit un triangle ABC. On fait subir à $M \in [AC]$ les tribulations indiquées sur la figure. Finalement, on obtient M'. Comment faire pour que M' = M ?

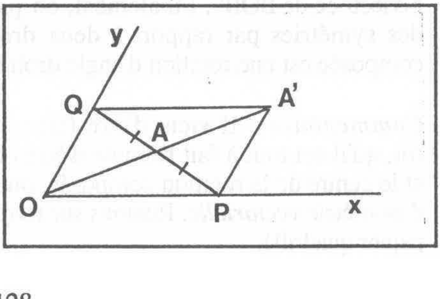


Solution : (proposée par un élève) .Partons d'un point M, notoirement trop près de A, et appelons r_1, r_2, r_3 les rayons des cercles successifs (de centre A, B, C). Soit enfin I le milieu de [M,M'] et 2d = MM'. Partons maintenant de I, les rayons des cercles deviennent respectivement : $r_1 + d$, $r_2 + d$, $r_3 + d$. D'où I'M' = d = MM'/2, et I = I'.

Si l'on veut utiliser les transformations. La composée des rotations que subit M est d'angle $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$. C'est donc une symétrie dont le centre est le point cherché.

Commentaire : Brillante, la seconde solution ! Certes oui, mais un peu pédante, et un peu constructive, car où est le centre ? En contraste, la solution de l'élève paraît pleine de fraîcheur et de naturel ; voilà une belle occasion d'apprendre à se tromper, puis à tirer parti de ses erreurs : quelle leçon ! Alors les mathématiques ne seraient pas cette belle machinerie hypothético-déductive dont les professeurs de philosophie nous rebattent les oreilles, mais, comme chaque chose en ce bas monde, un domaine où l'on progresse peu à peu, les "erreurs" de la $n^{ième}$ étape permettant d'accéder à la $(n + 1)^{ème}$ étape : quel scandale !

3- Un point A étant donné dans le secteur angulaire xOy, trouver P sur Ox, et Q sur Oy, tel que A soit le milieu du segment [P,Q].



Solution : Afin de réaliser un parallélogramme de sommets P, O,Q et de centre A, on prolonge le segment [OA] d'une même longueur par le point A' obtenu, on trace les parallèles aux côtés du secteur et l'on obtient P et Q.
En utilisant une symétrie de centre A, on remarque que Q doit se trouver, d'une part sur Oy, et d'autre part sur la droite symétrique de Ox part rapport à A.

Commentaire : Cette construction apparaît lorsque l'on cherche, parmi les triangles de sommet O, ayant Ox et Oy pour supports des côtés, et un troisième côté passant par A, celui dont l'aire est minimum.

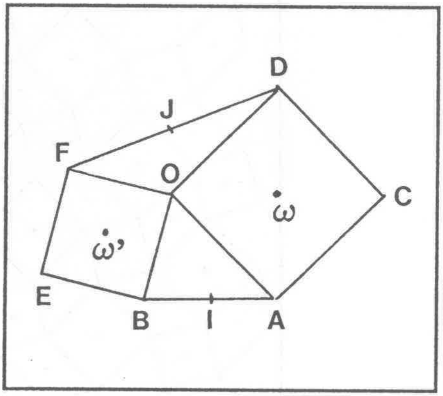
L'exercice a été posé à de nombreux enseignants : seule une partie des professeurs de lycée a pensé à la seconde solution. Les autres, y compris les universitaires, ont eu recours au parallélogramme. L'usage des transformations nécessiterait-elle une mise en condition préalable ?

III- Un véritable exercice sur les transformations :

Les carrés OACD de centre ω, et OBEF de centre ω' étant donnés, I et J étant respectivement les milieux de [AB] et [EF], démontrer :

a) Les quatre points ω, ω', I, J sont les sommets d'un carré.

b) Les droite (OI) et (FD) sont perpendiculaires.



Solution :

a) Soit $\mathcal{R}$ (resp.$\mathcal{R}'$) la rotation d'angle π/2 de centre ω (resp.ω').

$\mathcal{R} \circ \mathcal{R}' (B) = \mathcal{R} (O) = A$

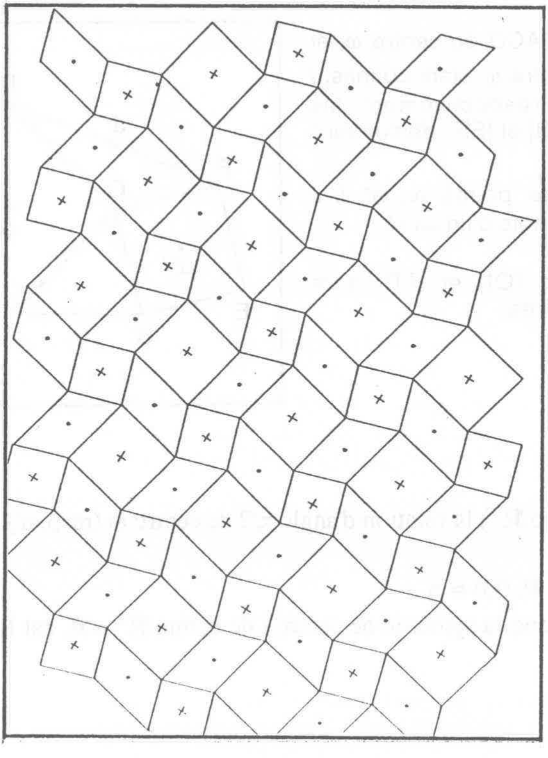
$\mathcal{R} \circ \mathcal{R}'$ est donc la symétrie de centre I de même $\mathcal{R}' \circ \mathcal{R}$ est la symétrie de centre J.

$\mathcal{R}'(I) = \mathcal{R}' \circ (\mathcal{R} \circ \mathcal{R}')(I) = \mathcal{R}' \circ \mathcal{R}\,[\mathcal{R}'(I)]$

$\mathcal{R}'(I)$ est point fixe de $\mathcal{R}' \circ \mathcal{R}$; d'où $J = \mathcal{R}'(I)$. De même $I = \mathcal{R}(J)$, d'où le carré.

b) $\mathcal{R}(D) = O$ $\quad \mathcal{R}(J) = I$ donc (JD) est perpendiculaire à (OI) (cela généralise l'exercice du II-1))

Commentaire : Peut-on vraiment se lancer là dedans en Seconde, même en donnant la définition de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$? Les résultats de cet exercice permettent de former un pavage du plan avec des pièces de 3 types (deux carrés et un parallélogramme). Les centres de symétrie sont marqués d'un point, les centres de rotation d'angle ($\in \mathbb{Z}\,\pi/2$) sont marqués d'une croix. L'ensemble des translations conservant globalement le pavage a pour ensemble de vecteurs : $2\mathbb{Z}\overrightarrow{\omega'\omega} + 2\mathbb{Z}\overrightarrow{IJ}$. Ce pavage est répertorié dans le livre de BOSSARD sous le n°p4



Géométrie dans l'espace

Robert DELORD (IREM de BORDEAUX)
Michèle MATHIAUD (IREM de PARIS VII)

Souvent considérée comme difficile pour les élèves, et ne présentant, de surcroît - au regard du contenu des programmes officiels - que peu d'intérêt aux yeux des professeurs, la géométrie dans l'espace était naguère négligée, voire sacrifiée, tant au Collège qu'au Lycée.

En la rendant présente de la Sixième à la Troisième, c'est-à-dire en prévoyant un apprentissage progressif, les nouveaux programmes de Collège lui ont donné une place de choix.

Cette place importante dont toutes les équipes du "Suivi scientifique" des collèges ont, au cours de leurs multiples expérimentations,...découvert l'intérêt (mathématique et aussi celui lié à la forte motivation des élèves et à leur progrès), doit être prise en compte au Lycée.

La géométrie de l'espage est souvent considérée au Lycée exclusivement comme géométrie "pure" -terrain privilégié de "l'hypothético-déductif" - donc comme domaine dans lequel la plupart des élèves éprouvent un certain nombre de difficultés. En revanche, au Collège, la géométrie dans l'espace est maintenant enseignée en s'appuyant sur des solides que les élèves fabriquent, observent, "tripotent", ce qui favorise non sans quelque succès le fonctionnement de connaissances multiples, dès la classe de Sixième.

C'est ainsi qu'un enseignement de la géométrie dans l'espace dont l'apprentissage doit impérativement se baser sur l'observation et la manipulation de véritables objets "physiques" permet de cibler au collège de nombreux objectifs ; en voici une liste qui n'est pas exhaustive :

a) A propos de géométrie (pure) de l'espace :

- Apprendre à observer des objets de l'espace
- Apprendre à en faire différentes représentations
- Reconnaître un objet à partir d'une représentation

- Construire un objet
- Se fabriquer des "images mentales" relatives au parallélisme et à l'orthogonalité de droites ou de plans de l'espace.

b) A propos du calcul numérique ou littéral :

- Calculer des aires et des volumes
- Résoudre des équations
- Calculer avec des radicaux
- Dénombrer (des arêtes, des sommets, des faces...)
- Exprimer des longueurs, des aires ou des volumes en fonction d'une des dimensions du solide et faire varier éventuellement celles-ci d'où la sensibilisation à la notion de fonction et l'utilisation des graphiques.

c) A propos de géométrie du plan (pure ou numérique), réinvestir constamment des connaissances de :

- 6ème-5ème : construction de polygônes (pour les patrons et les dessins en vraie grandeur)
- 4ème - Théorème de Pythagore et le cosinus, propriété du cercle circonscrit au triangle rectangle (à propos de la sphère)
- 3ème : Théorème de Thalès en liaison avec les notions d'agrandissement et de réduction, trigonométrie (à propos de la pyramide ou du cône).

Il convient de préciser que ce n'est qu'en classe de 3ème, *et dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides* qu'apparaît une première mise en forme de quelques propriétés concernant l'orthogonalité et le parallélisme. *Les axiomes d'incidence ne seront institutionnalisés qu'en Seconde.*

Afin d'illustrer la richesse de la géométrie dans l'espace et montrer, comme le préconisent les nouveaux programmes de Seconde, qu'elle peut et doit être utilisée durant toute l'année, on trouvera dans les pages suivantes des exemples très variés d'exploitation à partir d'une même *situation simple*. (Cette situation a effectivement été expérimentée dans une classe de Seconde. Elle peut également être présentée, sous certaines conditions, à des élèves de Troisième).

TEXTE PROPOSÉ AUX ÉLEVES

A toutes fins utiles :

La formule de HERON

Le mathématicien grec Héron (1er Siècle après J.C.) est l'auteur d'un écrit *"les Métriques"* dans lequel on trouve la formule permettant de calculer l'aire A d'un triangle, connaissant la longueur des trois côtés :

$$A = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}$$

p désigne le demi-périmètre, a, b et c désignent les longueurs des trois côtés.

Autour d'un TETRAEDRE

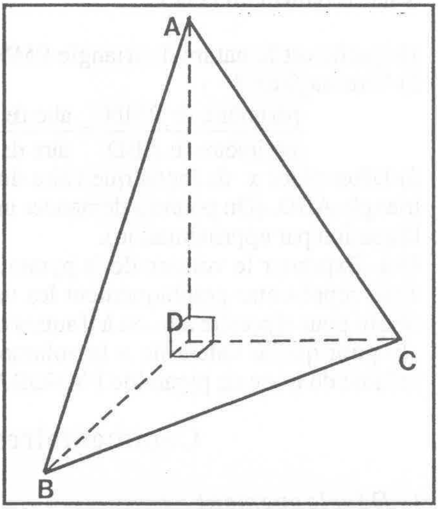
On considère la pyramide ci-contre dans laquelle : (AD) ⊥ (DB) ; (AD) ⊥ (DC) ; (BD) ⊥ (DC)

et

Données 1 :
AD=5cm ; DB=12cm ; DC=9cm

ou Données 2 :
AD=5cm ; DB=12cm ; DC=5cm

ou Données 3 :
BC=8cm ; $\widehat{B}$ =60° ; AD=6cm.



Note : une pyramide dont toutes les faces sont des triangles est appelée un **tétraèdre.**

I- Développement **:**

On veut fabriquer cette pyramide en vraie grandeur. Construire un patron.

II- Représentation **:**

Représenter, en perspective cavalière, diverses "positions" de cette pyramide (par exemple : le triangle ADC est vu de face ; le triangle BDC est vu de dessus, etc...).

III- Calculs sur les grandeurs :

1) **Volume**: Calculer le volume de ce tétraèdre.

2) **Aire : ACTE I**

Dispose-t-on de données suffisantes pour calculer l'aire de chaque face de cette pyramide ? Si oui, les calculer. Si non, dire ce qu'il manque.

Aire : ACTE II

Soit H le projeté orthogonal de D sur (BC).

a) En exprimant de deux manières l'aire du triangle BCD, calculer DH.

b) Montrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Variante 1 : en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore

Variante 2 *:* en utilisant les axiomes d'incidence.

c) Calculer l'aire totale de la pyramide ABCD.

3) **Distance** : Calculer la distancer du point D au plan (ABC).

IV- Section

Soit M un point du segment [CD] tel que DM = x (ou CM = x). Le plan parallèle au plan (ABD) et passant par M coupe les arêtes BC et AC respectivement en N et P.

1) Quelle est la nature du triangle PMN ? Justifier la réponse.

2) *Vrai ou faux ?*

$$\frac{\text{périmètre de PMN}}{\text{périmètre de ABD}} = \frac{\text{aire de PMN}}{\text{aire de ABD}} = \frac{\text{volume de CMNP}}{\text{volume de ABCD}}$$

3) Déterminer x de façon que l'aire du triangle PMN soit le tiers de celle du triangle ABD. (On pourrait demander une représentation graphique et résoudre l'équation par approximation).

4) a- Exprimer le volume de la pyramide CPMN en fonction de x . (On peut aussi représenter graphiquement les variations de ce volume et se servir du dessin pour répondre à b- ou à d'autres questions de ce type).

b- pour quelle valeur de x le volume de la pyramide CPMN est-il égal au volume du tronc de pyramide PMNDBA ?

Commentaires sur le texte

I- Développement :

On réinvestit ici des connaissances de début de Collège. Il s'agit en effet de construire trois triangles rectangles dont on connait :

ou les deux côtés de l'angle droit (données 1 et 2)

ou l'un des angles aigus et l'hypoténuse (données 3)

le quatrième triangle sera construit à l'aide des trois hypoténuses précédentes (aucun calcul n'est à faire).

II- Représentation :

Travail sur la perspective cavalière dont on peut rappeler les règles de base ; c'est un exercice très riche de vision d'un objet de l'espace et de sa traduction par le dessin.

III- Calculs sur les grandeurs

1) Volume :

Objectifs : appliquer la formule de l'aire d'un triangle rectangle, du volume d'une pyramide.

On a plusieurs possibilités suivant les positions adoptées et on peut faire remarquer qu'en fait, on a ici : $V = \frac{AD.BD.CD}{3}$

et mettre en relation *la configuration et les formules de volume* de la pyramide et du pavé droit.

2) Aires : ACTE I, II.

Objectifs : Ils sont différents suivant le choix des données. En particulier :

- introduction d'une formule de calcul avec utilisation des radicaux et des identités
- réinvestissement :
  - ◊ du théorème de Pythagore
  - ◊ de la trigonométrie
  - ◊ des propriétés caractéristiques du triangle isocèle.
- rappel de propriétés d'orthogonalité dans l'espace admises au Collège et introduction ou réinvestissement d'axiomes au niveau de la Seconde.

En effet, si l'on regarde plus en détail le travail à effectuer selon le choix des données, il apparaît que :

Les données 1 et 3 imposent le calcul de l'aire du triangle ABC de deux façons différentes (Acte I ou Acte II) : soit directement par la formule de Héron donnée auparavant, soit par le calcul de la hauteur AH.

L'acte I peut conduire à l'utilisation de la formule ce qui introduit un outil non connu des élèves (bien qu'éventuellement déjà rencontré) et permet un réinvestissement (et par suite aussi un contrôle de connaissances du côté des élèves et du côté de l'enseignant) des calculs sur les radicaux et de la manipulation astucieuse du produit remarquable (a + b) (a - b).

L'acte II conduit au calcul de AH et à la démonstration de l'orthogonalité de (AH) et de (BC) ; pour cela, on est amené à :

a) calculer d'abord la hauteur DH à l'aide des aires (nos nouveaux élèves ne connaissent pas les relations métriques dans le triangle rectangle)

b) calculer ensuite AH dans le triangle rectangle ADH (en Collège on avait implicitement admis l'orthogonalité de (AD) avec toutes les droites du plan (BCD) passant par D)

c) montrer enfin que (AH) est hauteur dans le triangle ABC (la méthode utilisée dépendra du niveau de connaissance des élèves lors du déroulement de l'activité).

Les données 2 font intervenir des calculs plus simples ; en effet le triangle ADC étant isocèle, ABC l'est aussi ; dans ce cas la formule de Héron et les démonstrations d'orthogonalité dans l'espace sont inutiles pour les calculs demandés.

3) Distance :

Objectifs : Cette question très intéressante permet :

- de voir une pyramide sous un angle inhabituel ; lorsque la base est la face ABC, cette pyramide ne fait plus partie du catalogue du Collège car seules les pyramides régulières ou ayant une arête latérale comme hauteur sont au programme de Troisième
- de donner l'occasion de préciser ce que l'on entend par "hauteur" d'un tétraèdre
- de définir dans l'espace "distance d'un point à un plan"
- de résoudre une équation dont on peut contrôler rapidement le résultat.

IV- Section

Cette partie représente un moment d'osmose mathématique privilégiée car elle fait s'entre-mêler en s'entraidant la géométrie plane, celle de l'espace, le calcul littéral, la notion de fonction et de représentation graphique, les équations avec leurs différents modes de résolution et puis ...

LES OBJECTIFS (du texte présenté) :

1) Par rapport au programme de Troisième :

- utilisation des connaissances de la classe sur :
  - * les sections parallèles et Thalès
  - * le calcul littéral - les équations
  - * la fabrication des représentations graphiques "point par point" et leur lecture.
- réinvestissement des résultats relatifs à "agrandissement, réduction, proportionnalité"

2) En vue du programme de Seconde :
- Apprentissage des axiomes d'incidence relatifs aux notions de parallélisme et orthogonalité dans l'espace.
- Réinvestissement (ou découverte ...) des représentations graphiques "en x^2, en x^3" et introduction de la racine cubique.
- Pertinence dans certains cas de la forme factorisée d'une expression au lieu de la forme développée.
- Résolution d'équation par "essais et corrections successifs".

REMARQUES :

C'est volontairement que la section dont il est question n'est pas parallèle au plan de "base" mais à (ABD) qui est "de travers" ; en Troisième, les sections sont souvent "dans le bon sens" c'est-à-dire, vu le dessin proposé au départ, parallèlement au plan (BCD), ce qui a pu engendrer des "automathismes" de dessin et de perception chez les élèves. Cette position inhabituelle permettra de réaliser la liaison entre les connaissances de Collège et les axiomes d'incidence de Seconde relatifs au parallélisme et à l'orthogonalité dans l'espace.

On peut intégrer des représentations graphiques et poser des questions dont le traitement se fait graphiquement et avec la calculatrice ou algébriquement suivant le souhait de valeurs approchées ou exactes.

Dans la partie SECTION, si on ne veut pas se diriger vers le numérico-graphique mais vers le dessin et l'application de résultats de coplanarité qui font *explicitement* partie du programme de Seconde, on peut demander à représenter des sections du tétraèdre par des plans définis par trois points de face ou un point et une droite ou...

Ainsi constate-t-on sur cet exemple simple de problème de solide, qu'en choisissant lui-même les données, les dimensions et certaines questions plutôt que d'autres, l'enseignant peut à la fois faire un "état des lieux" des connaissances de ses élèves et atteindre des objectifs variés suivant le niveau de la classe et la date à laquelle le travail est proposé.

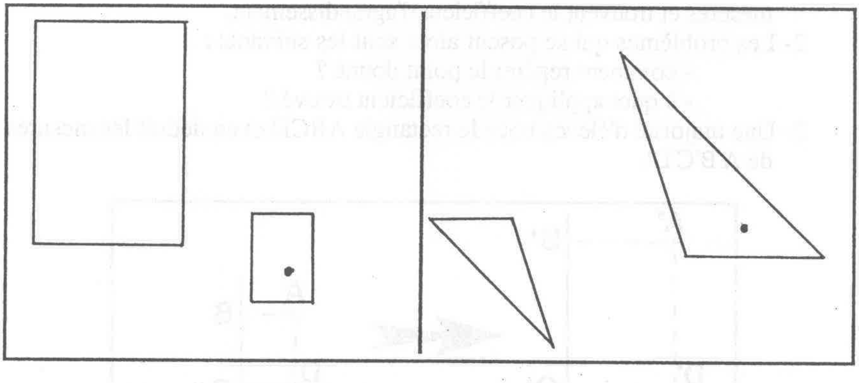
NOTES PERSONNELLES

Un point vous manque...
à propos de l'homothétie

IREM de LYON

1- Un point vous manque :

A partir d'une même idée, plusieurs membres du groupe ont testé à différents niveaux et dans différents contextes le problème du point manquant.



- **En Troisième :** en réinvestissement après "agrandissement, réduction" (voir page 140).

- **En Seconde :** Pour introduire l'homothétie. Deux gestions sont proposées :
  1-On n'utilisera pas la règle graduée : l'hypothèse de l'enseignant est de faire apparaître le centre de l'homothétie (voir page 141)
  2-Tous les moyens sont bons ! Dans ce cas, les élèves avaient deux constructions, la seconde servant à la validation de la démarche découverte (voir page 145).

2- A propos de l'homothétie

En Seconde : Introduction de l'homothétie en privilégiant l'aspect global des transformations.

Troisième

Activité de réinvestissement
après l'étude du thème "agrandissement - réduction"

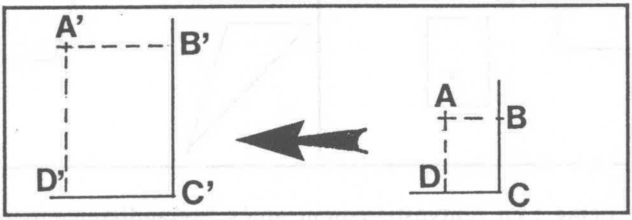
Première étape :

1- Les élèves vérifient qu'ils sont bien en présence d'une situation d'agrandissement sur ces deux rectangles. Pour cela, ils effectuent des mesures et trouvent le coefficient d'agrandissement.

2- Les problèmes qui se posent alors sont les suivants :

- comment repérer le point donné ?
- à quoi appliquer le coefficient trouvé ?

3- Une majorité d'élèves trace le rectangle ABCD et en déduit les mesures de A'B'C'D'.



Deuxième étape : Le professeur demande aux élèves de réaliser une construction géométrique.

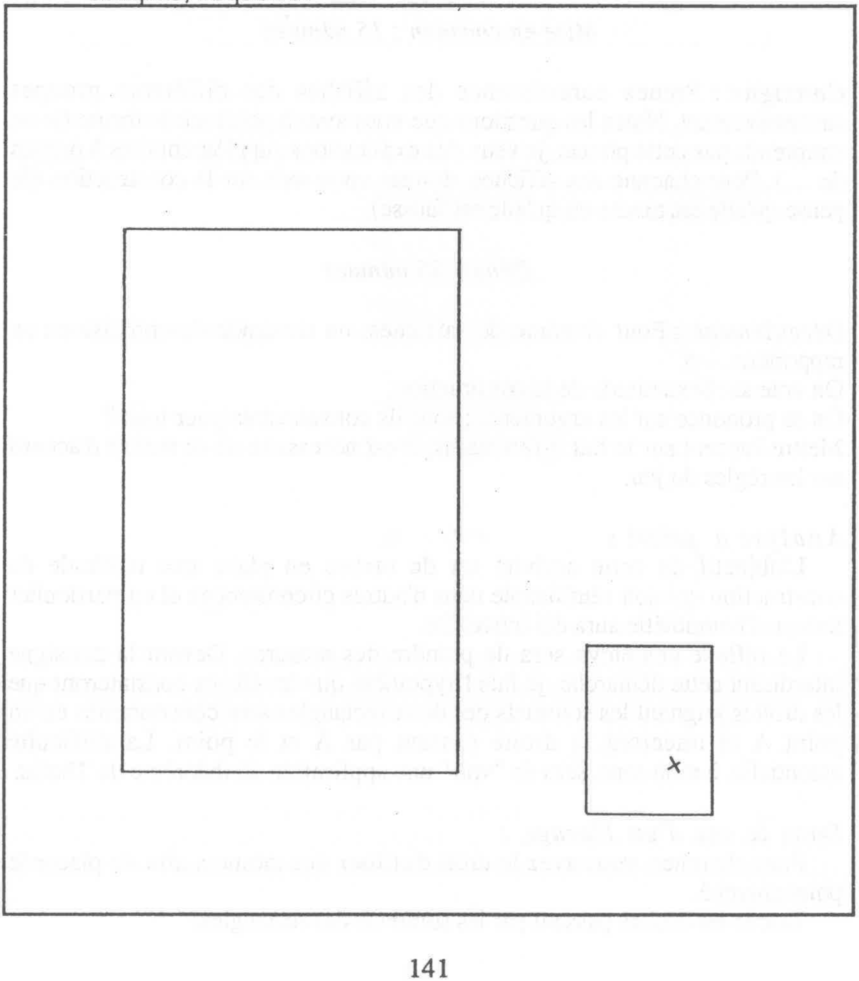
Après un quart d'heure de recherches, un élève demande s'il peut utiliser le rapporteur ; alors beaucoup cherchent dans ce sens et parviennent à leur fin en utilisant la conservation des angles dans l'agrandissement. D'autres tracent des parallèles et citent le théorème de Thalès. Un seul fera apparaître le centre d'homothétie, ce qui permettra d'annoncer cette transformation qui sera étudiée en Seconde.

Seconde

Le point oublié...

Enoncé :

En agrandissant le petit rectangle, j'ai obtenu le grand rectangle. J'ai oublié de placer le point dans l'agrandissement. Décriver et utilisez une méthode permettant de le replacer.
Vous avez le droit d'utiliser la règle *non graduée*, le compas, l'équerre.



Travail individuel : 5 minutes

Prenez connaissance de l'énoncé. Posez-moi des questions si vous ne comprenez pas un terme de l'énoncé ou les consignes.

Travail par groupe : 40 minutes

Consigne *:* réalisez une affiche en indiquant la méthode utilisée. Je vous demande d'indiquer les arguments permettant de justifier votre construction. Prévoir un rapporteur par groupe.

Mise en commun : 15 minutes

Consigne : Prenez connaissance des affiches des différents groupes successivement. Notez les questions que vous avez à poser sur le forme (je ne conprends pas cette phrase, je veux des explications supplémentaires à propos de ...). Pour chacune des affiches, donner votre avis sur la construction (Je pense qu'elle est exacte ou qu'elle est fausse).

Débat : 25 minutes

Déroulement *:* Pour chacune des affiches, on demande des précisions au rapporteur.
On vote sur l'exactitude de la construction.
On se prononce sur les arguments ; sont-ils convaincants pour tous ?
Mettre l'accent sur le fait qu'en maths, il est nécessaire de se mettre d'accord sur les règles du jeu.

Analyse a priori :

L'objectif de cette activité est de mettre en place une méthode de construction qui soit réutilisable dans d'autres circonstances et en particulier lorsque l'homothétie aura été introduite.

Le réflexe des élève sera de prendre des mesures. Devant la consigne interdisant cette démarche, je fais l'hypothèse que les élèves constateront que les droites joignant les sommets des deux rectangles sont concourantes en un point A et traceront la droite passant par A et le point. La difficulté essentielle, à mon sens, sera de "voir" une application du théorème de Thalès.

Dans le cas d'un blocage :

Pour chercher, vous avez le droit d'utiliser des mesures afin de placer le point cherché.

Tracez les droites passant par les sommets des rectangles.

Tracez les droites passant par les sommets du petit rectangle et le point. Thalès.

Prolongement :

Institionnalisation : présentation de l'homothétie.

Suite : problème fermé.

J'appelle ABCD le grand rectangle , A'B'C'D' le petit, I' le point donné.

$\overrightarrow{AB} = k.\overrightarrow{A'B'}$ $\overrightarrow{BC} = k.\overrightarrow{B'C'}$

1) Montrer que :

$\overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{C'D'}$ $\overrightarrow{DA} = k.\overrightarrow{D'A'}$

2) Soit O le point d'intersection de (AA') et (BB'). Montrer que :

$\overrightarrow{OA} = k.\overrightarrow{OA'}$ $\overrightarrow{OB} = k.\overrightarrow{O'B'}$

3) En déduire que les droites (AA'), (BB'), (CC') et (DD') sont concourantes en O.

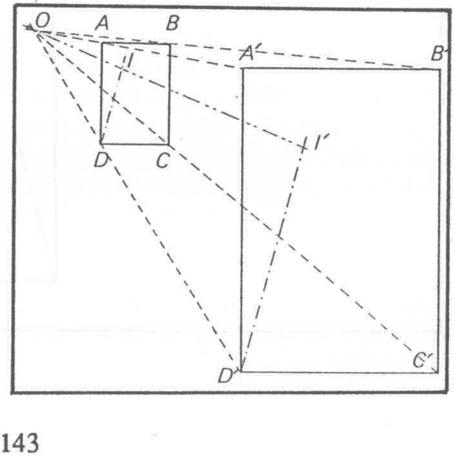
4) Soit I le point d'intersection de la droite (OI') et de la parallèle à (A'I') passant par A. Montrer que $\overrightarrow{AI} = k.\overrightarrow{A'I'}$

Production :

Voici une production d'un groupe d'élèves. Deux méthodes ont été développées. Mises à part des incorrections de vocabulaire, elle fait ressortir des propriétés essentielles de l'homothétie :

- existence d'un point "particulier" (le centre de l'homothétie) ;
- alignement du centre, d'un point et de son image ;
- l'image par une homothétie d'une droite est une droite parallèle.

Première méthode :
Soient A, B, C, D les sommets du petit rectangle et soient A', B', C', D' les points correspondant à ABCD sur le grand rectangle. On relie A à A', B à B', C à C', D à D'. Les 4 droites ainsi formées se coupent en un point O.
On remarque que ce point est le point origine de la projection A→A'. On peut donc affirmer que le projeté du point se trouvera sur cette droite.

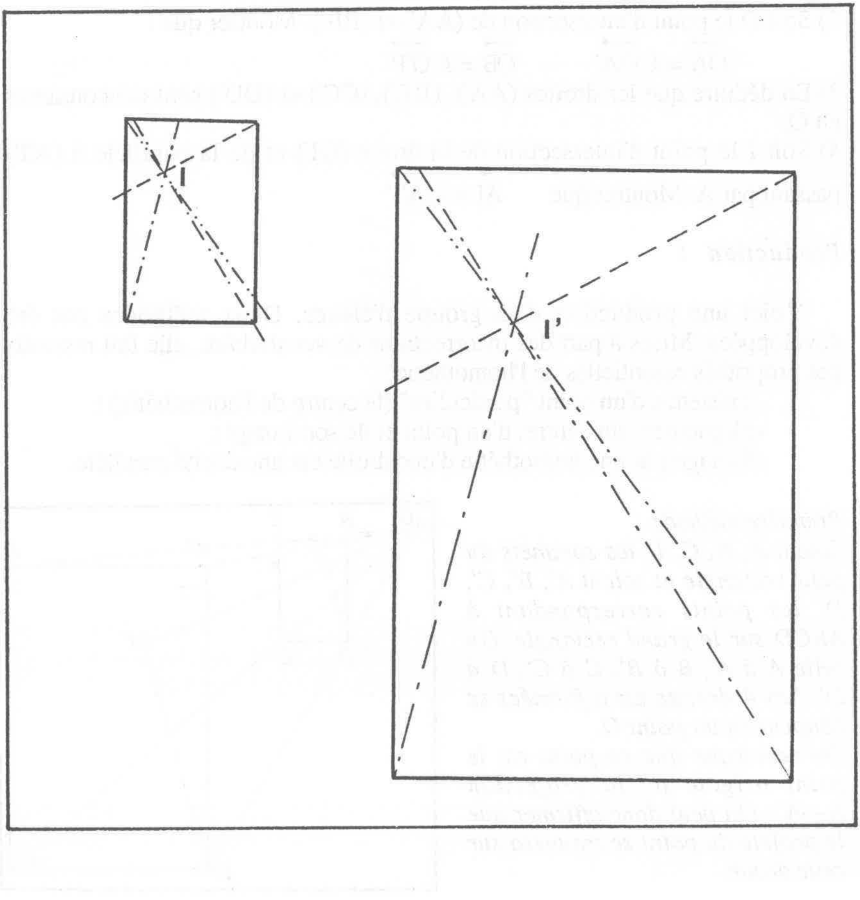


D'autre part, on trace la droite (DI), ensuite dans le grand rectangle, on trace la parallèle à (DI) passant par D'. Cette droite coupera la droite (OI) en I' qui est l'image du point I. Appelons ce point I'.

***Hypothèse commune :** Les côtés respectifs des deux rectangles sont parallèles entre eux.*

Deuxième méthode :

Traçons les droites reliant les angles du petit rectangle au point I. Dans le petit rectangle, traçons leurs parallèles, ces droites se couperont en un point que l'on appellera I' projeté du point I dans le grand rectangle.



Seconde

Tous les moyens sont bons !

I- Gestion de la classe :

a) 30 à 40 minutes de recherche par groupes de 3 ou 4 en T.D.La consigne était de fournir un (ou plusieurs) document(s) [A gauche, la figure ; à droite le texte correspondant] indiquant le plus clairement possible la stratégie utilisée pour résoudre le problème.

La méthode sera considérée comme d'autant plus "pertinente" que les élèves pourront la réinvestir dans le deuxième exercice (Cf triangle).

Au bout de 40 minutes, tous les groupes ont au moins une stratégie à proposer, mais pour certains, le travail d'expression écrite n'est pas tout à fait achevé [dans certains groupes, il y a eu débat autour du vocabulaire à utiliser]. Il leur est donc laissé la possibilité de terminer en 5 ou 10 minutes au cours suivant.

b) *Cours suivant :*

- Remise des documents.

- Des volontaires passent au tableau pour exposer aux autres leur plan de solution:
  - ◊ Présentation très "géométrique" : utilisation du point de concours des droites joignant les points correspondants
  - ◊ Présentation avec l'utilisation d'un "centre" et d'une égalité vectorielle.
  - ◊ Présentation vectorielle : $\vec{u} \to 3\vec{u}$
  - ◊ Utilisation d'un repère, de la proportionnalité.

- Débat pour savoir comment améliorer, "épurer" encore le plan de solution, avec les autres groupes se reconnaissant dans la même démarche jusqu'à ce que tous aient pu se retrouver au moins une fois dans une présentation.

c) *Travail individuel :*

Chaque élève essaie de *caractériser la transformation* qui vient d'être mise en place, puis d'ïindiquer les propriétés de la transformation qu'il a utilisée et pense devoir retenir.

II- Observations faites dans les 10 premières minutes de la recherche :

Groupe 4 : Idée de projection d'une diapositive : ils relient les points "correspondants" par des segments [*obstacle* : ils calent].

Groupe 8 : - On a vu cela en 4ème-3ème. Il faut prendre un point de fuite
- ... "il est donc sur la droite (PI), mais on ne sait pas encore où".

Groupe 2 : Idée de la multiplication d'un vecteur par un réel de la part d'un élément du groupe → très peu d'enthousiasme de la part des deux autres participants !

Groupe 7 : "On dirait qu'il y a de la proportionnalité... Monsieur, est-ce que c'est volontaire ?"

Groupe 6 : "Ça marche ! J'ai trouvé, c'est de la symétrie par rapport à un point ! ... regardez ! [L'élève trace les droites passant par le centre de l'homothétie]
Le même élève : "il faut voir s'il y a des rapports de proportionnalité entre les mesures" ... "il faut toujours multiplier par 3".

Groupe 1 : Les participants du groupes ont des difficultés à s'écouter, chacun ayant un point de vue à exposer :
- "J'ai un flash-back ! c'est ce que j'ai déjà fait en 3ème : une petite poule qu'il fallait agrandir!...Regardez!
- "Il faut utiliser un repère ... on multiplie les coordonnées par 3"

[Le professeur rappelle qu'il prendra en compte autant de recherches que le groupe validera, et donc examinera successivement chaque proposition - pour la juger - voir ses liens avec les autres ...]

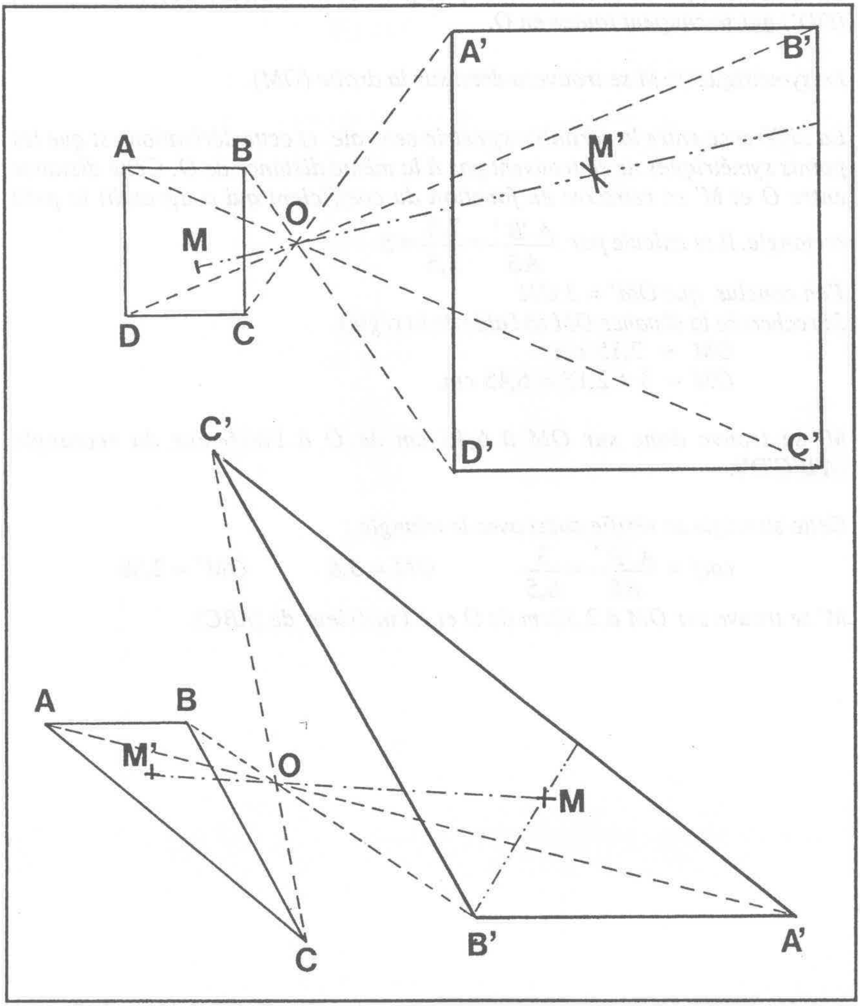
Un exemple de production :

Voici un exemple de production dans lequel le groupe d'élèves, par analogie avec la symétrie centrale fait apparaître le centre et le rapport de l'homothétie. La démarche utilisée est une démarche métrique : Ça marche ! J'ai trouvé. C'est de la symétrie par rapport à un point ! ... Regardez ! (il trace les droites passant par le centre de l'homothétie) ... il faut voir s'il y a des rapports de proportionnalité entre les mesures ...".

Statégie numéro 1

"Dérivation de la symétrie centrale"

Soit un rectangle (ABCD) et son symétrique par rapport à un point que je nomme O (A'B'C'D'). Soit un point M situé à l'intérieur de (ABCD). Je dois trouver M' son symétrique dans (A'B'C'D').



Une des caractéristiques de la symétrie centrale est que la figure symétrique est totalement opposée à la première donc un point situé en haut à droite a son symétrique en bas à gauche. Les droites formées par les points et leurs symétriques se coupent toutes en un point qui est le centre de symétrie (en particulier O sur la figure).

En tenant compte de ce deux remarques je trace les droites (AA'), (BB'), (CC'), (DD') qui se coupent toutes en O.

Le symétrique de M se trouvera donc sur la droite (OM).

La différence entre la véritable symétrie centrale et cette dérivation est que les points symétriques ne se trouvent pas à la même distance de O. Cette distance entre O et M' se retrouve en fonction du coefficient qui a agrandit le petit rectangle. Il se calcule par : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{7,5}{2,5} = 3$

J'en conclus que OM' = 3 OM

Je recherche la distance OM (à l'aide de la règle)

$OM \approx 2,15$ cm

$OM \approx 3 \times 2,15 = 6,45$ cm.

M' se trouve donc sur OM à 6,45 cm de O à l'intérieur du rectangle (A'B'C'D').

Cette stratégie se vérifie aussi avec le triangle :

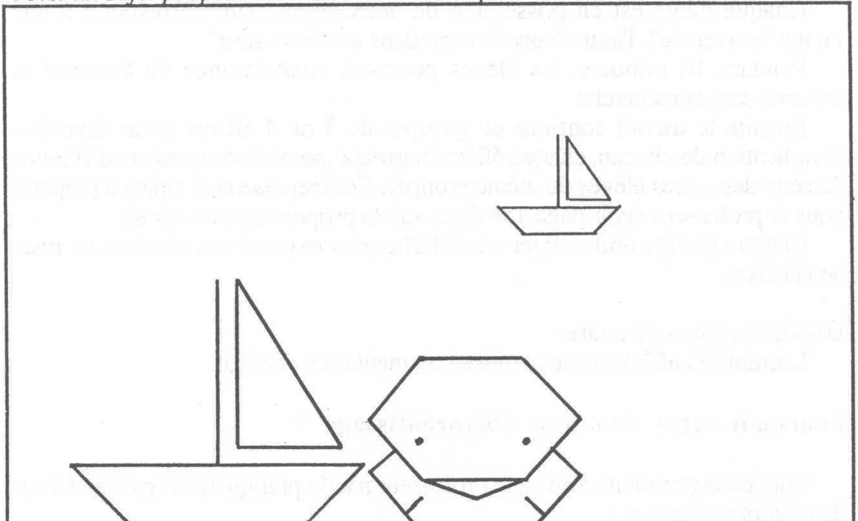
$coef = \frac{A'B'}{AB} = \frac{3}{6,5}$ $\quad OM = 5,6 \quad OM' \approx 2,58$

M' se trouve sur OM à 2,58cm de O et à l'intérieur de (ABC).

Seconde

A propos de l'homothétie

Voici un sujet proposé en classe de seconde pour introduire "l'homothétie".



Enoncé : Pour chaque dessin, on a tracé l'image de la figure 1, par une transformation, on a ainsi obtenu la figure 2, mais elle est incomplète. Le

but est de trouver une méthode pour pouvoir la compléter et d'expliquer au reste des élèves cette méthode de construction (rédaction d'affiches).

Modalités (prévues).

Première séance de cours :

Chaque élève est en possession de deux sujets, l'un correspond à une image "renversée", l'autre à une "image dans le même sens".

Pendant 10 minutes, les élèves prennent connaissance de l'énoncé et commencent la recherche.

Ensuite le travail continue en groupes de 3 ou 4 élèves (pour favoriser l'implication de chacun, chaque élève du groupe possède deux sujets différents de ceux des autres élèves du même groupe). Cela représente 8 sujets à préparer pour le professeur (voir page 154 deux sujets proposés parmi les 8).

Chaque groupe doit rédiger une affiche pour exposer ses résultats au reste de la classe.

Deuxième séance de cours :

Lecture des affiches une par une, commentaires et débat.

Pourquoi cette situation d'apprentissage ?

Lors de la première séance, le professeur n'aide pratiquement pas les élèves dans leurs recherches :
- ceci favorise l'accès direct des élèves au savoir (sans intervention du professeur qui a tendance à donner trop rapidement un avis "c'est juste" ou "c'est faux", et parfois même la solution) ;
- d'autre part, on augmente ainsi les interactions entre élèves et on diminue celles, trop souvent importantes entre l'enseignant et les élèves.

Il ne s'agit pas tout à fait d'une situation-problème car les élèves ne peuvent vérifier la validité des "solutions" qu'ils proposent. La mise en commun assure une mise au point.

Découvertes attendues de la part des élèves

Pour pouvoir compléter le dessin convenablement, il est nécessaire d'utiliser au moins deux informations concernant l'homothétie. A priori, on pouvait penser que les différents groupes n'utiliseraient pas tous les mêmes méthodes. De sorte que lors de la mise en commun, on devait obtenir un éventail assez large des propriétés de l'homothétie.

Pour préciser, voici une liste non exhaustive des "découvertes que l'on pouvait espérer :

- centre d'homothétie |
- "coefficient multiplicatif" | (à propos de la définition)
- image "renversée" ou non |

- image d'une droite (parallèle à cette droite) |
- image de 2 droites parallèles ou perpendiculaires | (propriétés)
- conservation des rapports de 2 distances (barycentre) |
- image d'un angle non orienté |

Bien entendu, les élèves n'utilisent pas *a priori*, le vocabulaire adéquat. Les explications qu'ils se donnent mutuellement leur permettent parfois de comprendre plus facilement de comprendre plus facilement. Une mise au point est nécessaire à la fin de la séquence d'apprentissage.

Des observations sont faites par les élèves sur les deux dessins proposés. Après passage à la photocopieuse, des erreurs apparaissent au niveau de la précision. (Cela peut donner l'occasion de discuter de la différence qui existe entre ce que l'on représente et la réalité mathématique purement abstraite).

L'épaiseur des traits effectués à l'encre et la difficulté de réalisation du dessin (précision à deux niveaux : coefficient multiplicateur et centre d'homothétie) ajoutent à la médiocrité du dessin quant à la précision.

Déroulement des deux séances de travail

Recherche en groupes de 3 ou 4 élèves :

Certains groupes travaillent sans demander de l'aide, d'autres insistent pour obtenir un avis du professeur concernant leurs différentes tentatives. Celui-ci n'intervient que pour faciliter la compréhension des deux énoncés.

Par la suite, des discussions assez vives ont lieu à propos de la validité de telle ou telle observation. Petit à petit, diverses méthodes de construction apparaissent.

A cette occasion, les élèves utilisent leurs connaissances à propos des translations et des symétries (centrale et orthogonale) . Ces dernières ont été revues et à cette occasion, le mot "transformation" a été introduit.

Remarque : les groupes ne fonctionnent pas tous de la même façon. Dans certains, la recherche est effectuée en commun, tous les élèves adoptent la même méthode de construction, après accord du groupe. Dans d'autres, le travail est plus individualisé, l'entraide est moins importante.

La réalisation des dessins est longue ; il faut demander aux élèves de stopper celle-ci pour rédiger les affiches. Une difficulté se présente à ce niveau : la rédaction s'avère difficile. Comment présenter de manière compréhensible les méthodes de construction ? De plus, la qualité de l'expression est importante.

Mise en commun des résultats. Lecture des affiches.

Les affiches sont lues une par une. La première question consiste à demander si tout le monde comprend ce qui est expliqué, ce qui n'est pas toujours le cas.

Au tableau figurent deux colonnes : "D'accord" et "Objections".

A la fin de la mise en commun, dans la première figurent pratiquement toutes les propriétés attendues (le professeur aide les élèves à reconnaître les propriétés à-travers les différentes constructions proposées).

Dans la deuxième, on inscrit les résultats proposés par un groupe et qui sont refusés après discussion. Par exemple, il s'agit d'une translation !! (cas où l'image n'est pas renversée), ou il s'agit d'une symétrie centrale !! (image renversée). Certains élèves cherchent l'appui du cours à tout prix, ou ont enregistré la notion de "translation" de manière extrêmement floue.

Remarques au niveau de l'organisation.

Pour que la réalisation de dessins ne soit pas trop longue, les sujets doivent être plus simples : "bateau avec étoile" et "chapeau avec canne" (voir page 155).

Pour favoriser le travail en commun, les différences entre les sujets pourraient ne porter que sur la position de l'étoile par rapport au bateau (de même pour la canne). Les élèves ont été motivés par ce type de travail, mais à l'avenir, on proposera aux élèves des sujets très peu différents qui les obligeront cependant à une réflexion personnelle et à plus d'implication.

Commentaires

Aborder l'homothétie en considérant l'image d'une figure (et non d'un point), permet aux élèves de mieux visualiser les configurations liées à l'homothétie.

Il s'agit de plus d'un réinvestissement des notions de "translation" et de "symétries" ; pour certains élèves, cela permet une correction des idées fausses à ce sujet.

La rédaction des affiches a sensibilisé les élèves au soin à apporter à la rédaction des explications en général.

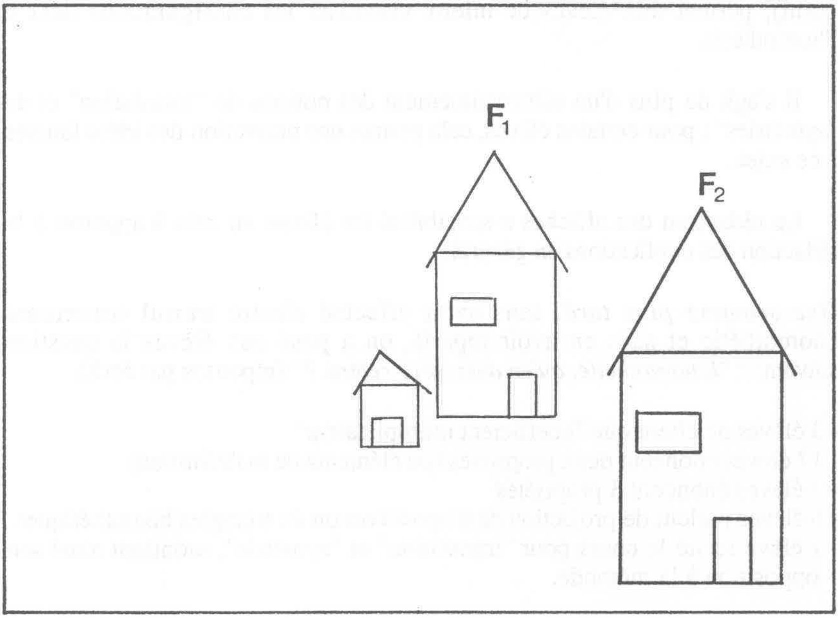
Une semaine plus tard, sans avoir effectué d'autre travail concernant l'homothétie et sans en avoir reparlé, on a posé aux élèves la question suivante : *"L'homothétie, qu'en avez-vous retenu ?"* (réponses par écrit).

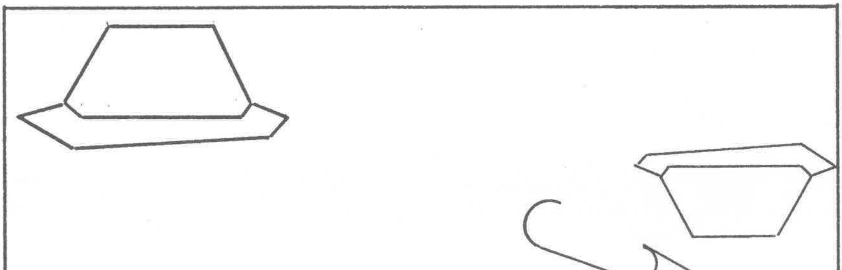
- 3 élèves ne citent que "coefficient multiplicateur"
- 17 élèves énoncent deux propriétés (ou éléments de la définition)
- 9 élèves énoncent 3 propriétés
- 6 élèves parlent de projection de diapositives ou de triangles homothétiques
- 1 élève récite le cours pour "translation" et "symétrie", montrant ainsi son opposition à la méthode.

Une mise au point est ensuite nécessaire pour introduire les vecteurs, au niveau de la définition de l'homothétie. Mais les élèves ont mémorisé ces dessins et on peut s'y référer par la suite.

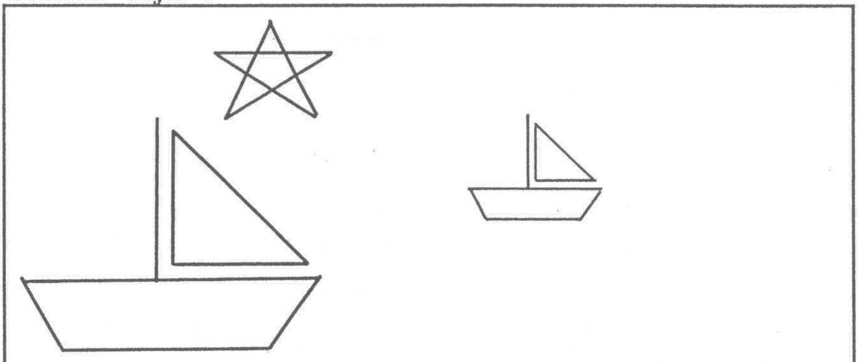
ANNEXE 1

Deux sujets proposés parmi les 8 distribués

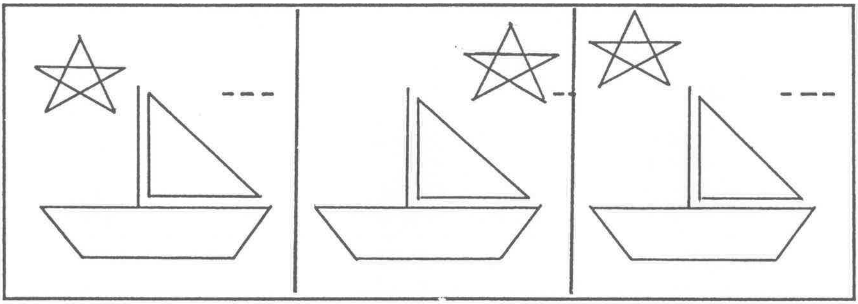




Premier sujet :



Premier élève

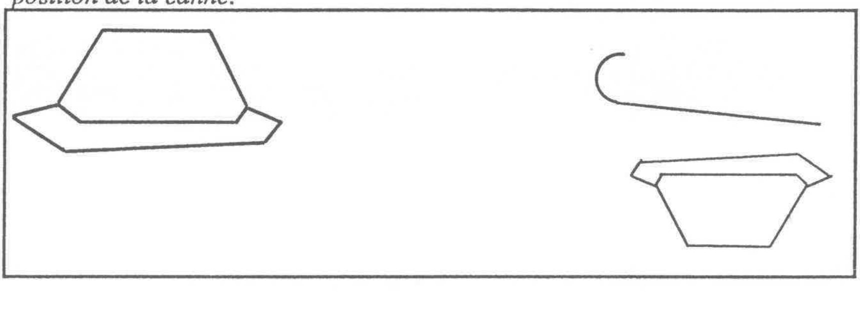


2ème élève *3ème élève* *4ème élève*

Reprendre le dessin donné au premier élève avec exactement les mêmes dimensions, en modifiant seulement la position de l'étoile.

Deuxième sujet:

De même, pour chacun des quatre élèves du groupe, modifier uniquement la position de la canne.



Quatrième partie

CONCLUSION

CONCLUSION

Il serait fastidieux de résumer et surtout de justifier rapidement l'absence d'articles qui avaient été proposés.

Les auteurs, les décideurs, les supporters s'en expliqueront lors des prochaines réunions de commissions. Cependant, les lecteurs qui chercheraient une documentation plus importante la trouveront dans leur IREM qui saura les guider.

Le titre de cette brochure : *"Liaison Collège-Seconde"* marque une difficulté non signalée mais pas oubliée (comme beaucoup d'autres). Beaucoup de collègues regrettent la coupure entre le collège et la seconde et nous sommes quelques rares à travailler, avec plaisir, sur les deux cycles.

Mais, puisque cette coupure existe, pourquoi ne pas envisager une liaison Collège-Lycée ?

Et la coupure Lycée-Enseignement supérieur ?

Daniel DELEFORGE
IREM de LILLE

Autres publications disponibles et actuellement connues sur le même sujet :

◊ *Classe de Seconde : un outil pour des changements*- Publication A.P.M.E.P.
◊ *Des maths pour quoi, pourquoi, comment ?*-CRDP Marseille
◊ *Le Lycée nouveau va arriver* -Daniel DOMISSY, IPR
◊ *Liaison Troisième - Seconde 90-91* - IREM de LILLE

A suivre...

ADRESSES DES IREM

IREM DE BESANCON *Michel HENRY*
Faculté des Sciences et techniques - Route de Gray, La bouloie
25030 BESANCON CEDEX. Tél.81.66.61.92 - Direct 81.66.61.99.

IREM DE BORDEAUX *GAY*
351, cours de la Libération -
33405 TALENCE CEDEX . Tél.56.84.61.20 (21) (22)

IREM DE BRETAGNE OCCIDENTALE (BREST) *R.TARRES*
Faculté des Sciences et Techniques- 6 avenue Victor Le Gorgeu
29283 BREST CEDEX . Tél.98.03.16.94.(488) - 98.01.20.69.

IREM DE BASSE NORMANDIE (CAEN) *Daniel CHRISTY*
Université . Batiment Premier Cycle. Esplanade de la paix.
14032 CAEN CEDEX. Tél. 31.44.29.91.- 31.44.29.91

IREM DE CLERMONT-FERRAND *Robert NORFALISE*
Complexe Scientifique des Céseaux. BP 45 .
63170 AUBIERE . Tél. 73.40.70.97 (98).

IREM DE DIJON *François MARCHIVIE*
Université de Bourgogne. Fac des Sciences Mirande. BP 138.
21004 DIJON CEDEX . Tél.80.39.52.30.

IREM DE GRENOBLE *Philippe HAUG*
Domaine universitaire . BP 41 .
38402 SAINT MARTIN D'HERES CEDEX. Tél.76.51.46.62.

IREM DE LILLE *Rudolphe BKOUCHE*
Université des Sciences et Techniques. Bâtiment A.
59655 VILLENEUVE D'ASCQ CEDEX . Tél. 20.43.41.81 ou 82.

IREM DE LIMOGES
123 rue Albert Thomas
87060 LIMOGES CEDEX .Tél.55.45.72.49.

IREM DE LORRAINE *Bernard ANDRÉ*
Université Nancy I. Faculté des Sciences. Bd des aiguillettes. Bât. 1er cycle.
54506 VANDOEUVRE LES NANCY CEDEX .Tél.83.27.55.51.

IREM DE LYON *Marc FORT*
Université Claude Bernard. Lyon I..(Bât. 711)
43 Boulevard du 11 novembre 1918. 69622 VILLEURBANNE CEDEX.
Tél.72.44.81.24 ou 72.44.80.00 poste 37 24.

IREM DU MANS *Evelyne BARBIN*
Université du Maine. Route de Laval
72017 LE MANS CEDEX.

IREM DE MARSEILLE *Yves CHEVALLARD*
Faculté de Sciences de Luminy. 70 rue Léon Lachamp.
13288 MARSEILLE CEDEX.
Tél. 91.41.39.40 ou 91.26.90.00.

IREM DE MONTPELLIER *Sylvette MAURY*
Université des Sciences et Techniques. Place E.Bataillon.
34060 MONTPELLIER CEDEX. Tél. 67.14.33.83 (84) poste 383.

IREM DE NANTES *Annick FLANCHEC*
Faculté des Sciences. Département de mathématiques. 2 rue de la Houssinière. BP 1044.
44037 NANTES CEDEX. Tél. 43.83.32.00

IREM DE NICE *P.SILICI*
Université de Nice. Fac de Sciences. Parc Valrose.
06034 NICE CEDEX . Tél.93.52.98.73.

IREM D'ORLEANS *Jean-Marie CHEVALIER*
Domaine Universitaire. Rue de Chartres.USR Sciences . Dép. Maths
45046 ORLEANS CEDEX. Tél.38.41.71.71.- 38.41.71.90.

IREM PARIS-NORD *Michel BOURBION*
Université de Paris Nord. Avenue Jean Baptiste Clément.
93430 VILLETANEUSE . Tél.(1) 48.21.61.70 poste 4390 à 4394.

IREM PARIS-VII *Régine DOUADY*
Université Paris VII. Tour 56. 2 place Jussieu.
75005 PARISTél. (1) 43.36.25.25 postes 5383 à 5386 ou (1) 43.29.26.17.

IREM DE PICARDIE *Michèle MONTANARI*
48 rue Raspail . BP 619
02100 SAINT QUENTIN .Tél.23.62.62.98 ou 23.67.06.18.

IREM DE POITIERS *Raymond BARRA*
40 avenue du Recteur Pineau.
86022 POITIERS CEDEX. Tél.49.45.38.77..

IREM DE REIMS *J.UNTERBERGER*
Université de Reims
Moulin de la Housse. B.P. 347.
51062 REIMS CEDEX . Tél.26.40.42.01 ou 26.47.82.61 poste 208.

IREM DE RENNES *Marcel COUCHOURON*
Campus Beaulieu. Avenue du Général Leclerc.
35042 RENNES CEDEX. Tél.99.28.61.23 ou 99.28.63.42.

IREM DE ROUEN (HAUTE NORMANDIE) *J.F.PICHARD*
1, rue Thomas Becket. BP 27
76130 MONT SAINT AIGNAN. Tél. 35.14.61.41.

IREM DE STRASBOURG *Gérard BARBANÇON*
10 rue du Général Zimmer.
67084 STRASBOURG CEDEX. Tél. 88.41.63.00 poste 240.

IREM DE TOULOUSE *Pierre ETTINGER*
Université Paul Sabatier.118 route de Narbonne.
31062 TOULOUSE CEDEX. Tél.61.55.68.83.

ACHEVÉ D'IMPRIMER
SUR LES PRESSES DE
L'IMPRIMERIE CHIRAT
42540 ST-JUST-LA-PENDUE
EN SEPTEMBRE 1990
DÉPÔT LÉGAL 1990 N° 5605

IMPRIMÉ EN FRANCE