UNE RÉSOLUTION COLLABORATIVE DE PROBLÈMES : LES VITRES

Julien LAVOLE
Professeur de mathématiques, physique et chimie au LYCEE PROFESSIONNEL PAUL LANGEVIN À BEAUCAIRE
Groupe ResCo de l'IRES de Montpellier
julien.lavole@ac-montpellier.fr

Mireille SAUTER
Professeur de mathématiques, retraitée
Groupe ResCo de l'IRES de Montpellier
mireille.sauter@orange.fr

Sébastien DURAND
Professeur de mathématiques au COLLEGE JEAN MOULIN À PERPIGNAN
Groupe ResCo de l'IRES de Montpellier
Sebastien.Durand@ac-montpellier.fr

Résumé
Lors de cet atelier-TP, les membres du groupe ResCo ont présenté leurs activités, les objectifs qu'ils se fixent et l'organisation générale du dispositif de résolution collaboratif de problèmes auquel participent chaque année entre 80 et 100 classes de la Sixième à la Terminale.
Dans un second temps, les participants ont vécu en accéléré les trois premières semaines du dispositif ResCo.
Durant cette mise en activité, des moments de mises en commun et de discussions ont eu lieu.
Puis, des résolutions d'élèves sur l'énoncé proposé ont été présentées notamment celles faisant appel à l'arithmétique.
Pour conclure, quelques aspects théoriques relatifs au dispositif ResCo ont été abordés.

I - PRESENTATION DE RESCO ET DE SON DISPOSITIF

1. Présentation du groupe

L'acronyme ResCo a pour signification Résolution Collaborative de problèmes.

Le groupe ResCo est un groupe de travail de l'IRES (Institut de Recherche pour l'Enseignement des Sciences) de Montpellier composé de trois professeurs de mathématiques des collèges (Boris Brodin – collège Bellevue à Alès, Damien Clementz – collège Salagou à Clermont l'Hérault, Sébastien Durand – collège Jean Moulin à Perpignan), d'une professeure de mathématiques au collège à la retraite (Mireille Sauter), d'un professeur de mathématiques, physique et chimie au lycée professionnel (Julien Lavolé – LP Paul Langevin à Beaucaire) et de deux enseignants-chercheurs (Simon Modeste – Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, Sonia Yvain-Prébiski – LDAR-INSPE Cergy).

Chaque année, le groupe met en œuvre des formations de deux journées inscrites au Plan Académique de Formation de Montpellier en inscription individuelle dans les locaux de l'IRES de Montpellier et en Formation d'Initiative Locale (à Béziers en 2021, à Carcassonne en 2022). Ces formations s'articulent sur la résolution de problèmes. De plus, le groupe a présenté ces dernières années des ateliers-TP aux journées nationales de l'APMEP, aux séminaires des Commissions Inter-IREM, au colloque de la CIEAEM.

Enfin, dans le cadre du colloque des commissions Inter-IREM Collège et Lycée, le groupe a présenté le dispositif de résolution collaborative de problèmes qu'il organise chaque année.

2. Participation au dispositif

Le dispositif ResCo s'adresse à des classes de collège et lycée général, technologique et professionnel.

Le tableau ci-dessous récapitule le nombre de participations depuis 2015 :

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Nombre de classes	74	60	52	63	128	97	81	81	91
Nombre d'enseignants				46	81	60	49	50	50

2.1. Les objectifs du groupe ResCo de l'IRES de Montpellier

Tout d'abord le groupe cherche à développer chez les élèves les compétences mathématiques (la modélisation en particulier), par une activité de résolution de problèmes issus de la vie courante ou d'autres disciplines.

Ensuite, le groupe veut proposer à des enseignants un dispositif favorisant l'autonomie, la créativité et la communication dans la résolution de problèmes mathématiques en classe et entre classes.

Pour ce faire, le groupe réfléchit aux problèmes et aux modalités de travail pertinentes pour ces objectifs.

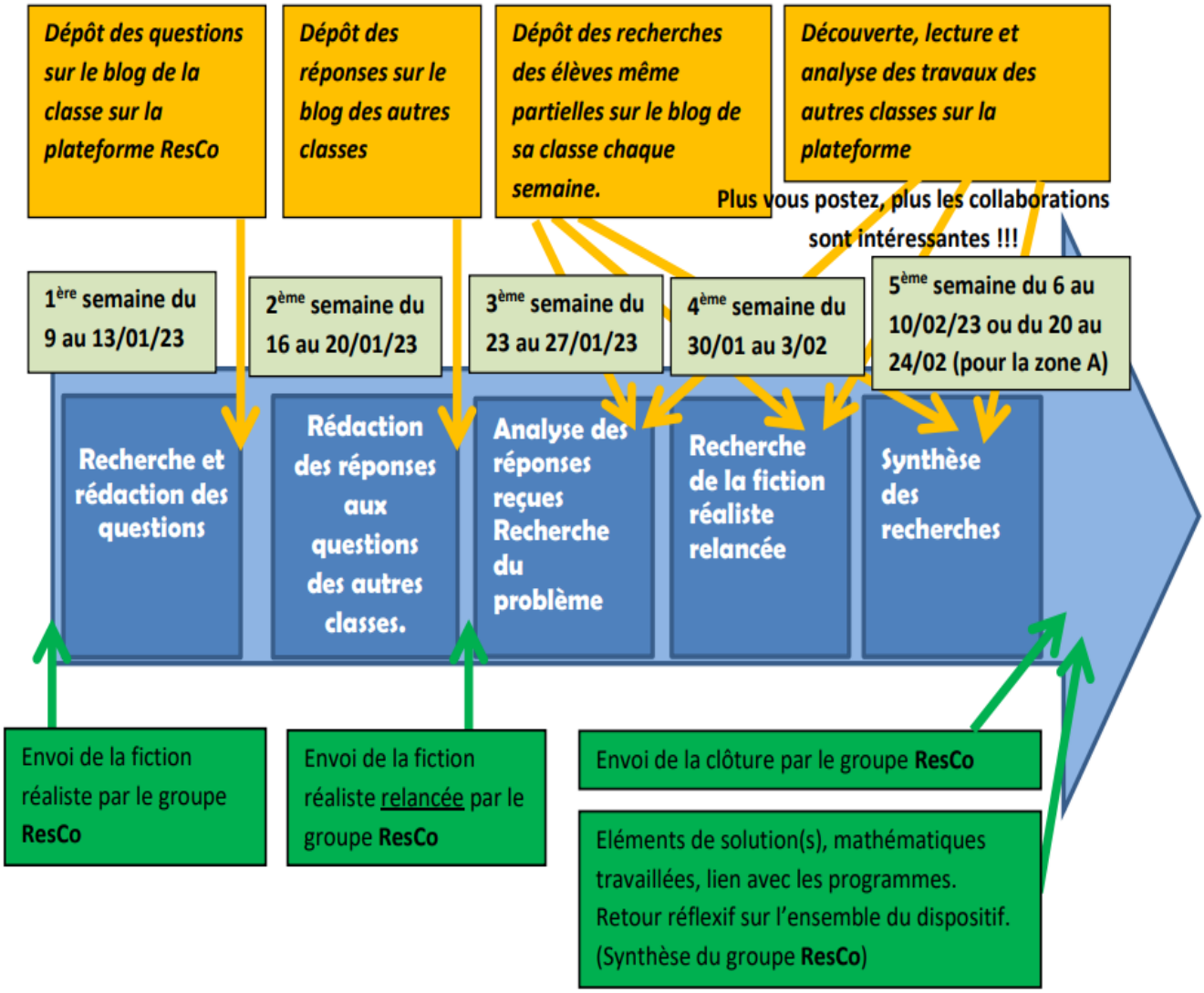
2.2. Présentation générale du dispositif ResCo

Chaque année, le groupe ResCo élabore un énoncé de problème conçu comme une adaptation d'une problématique professionnelle de modélisation depuis 2016.

Les classes inscrites sont réparties en groupes de trois classes de niveaux proches.

Les classes communiquent entre elles via un forum géré par l'enseignant et dont voici le lien : http://forum.math.univ-montp2.fr (nous contacter pour vous y inscrire).

Le dispositif est programmé entre les vacances de Noël et celles d'Hiver (janvier - février) et débute lors de la deuxième semaine après la reprise. Il se déroule pendant cinq semaines au minimum. Le groupe ResCo conseille à chaque classe d'investir au minimum une séance par semaine. Le dispositif s'organise tel qu'indiqué sur la flèche schématisée ci-dessous :



• 1re semaine : recherche et envoi des questions :

Chaque classe prend connaissance de l'énoncé du problème. Les élèves, en groupes, rédigent des questions mathématiques et hors mathématiques pour s'approprier la situation. En fin de séance, une mise en commun est effectuée, puis les questions de la classe sont envoyées aux autres classes du groupe.

• 2e semaine : recherche sur les questions des autres classes et envoi des réponses :

Les élèves, en groupes, répondent aux questions des autres classes. Les groupes les plus avancés émettent les premières conjectures. En fin de séance, une mise en commun est effectuée, puis les réponses et réflexions sont envoyées aux autres classes du groupe.

• 3e semaine : découverte des réponses et poursuite de la recherche avec la fiction relancée adressée à l'ensemble des classes par l'équipe ResCo pour recentrer les pistes de recherche autour d'une problématique commune :

Les élèves, en groupes, découvrent les réponses des autres classes, débattent éventuellement sur ces réponses. Découverte de la fiction relancée et recherche. Les professeurs sont invités à faire prendre conscience aux élèves de la nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation mathématique et à échanger sur l'expérience vécue en classe via le forum.

• 4e semaine : poursuite de la recherche :

Les élèves, en groupes, poursuivent la recherche. Chaque groupe d'élèves rédige un bilan des recherches. Le professeur rédige et envoie une synthèse de ces bilans aux autres classes.

• 5e semaine : fin de la recherche :

Le professeur organise un débat scientifique, alimenté par les synthèses des groupes de la classe, celles des groupes des autres classes, renforcé par les synthèses individuelles. Chaque professeur devra ensuite établir avec sa classe un bilan des solutions partielles, des mathématiques travaillées et de l'apport de cette recherche. Des documents élaborés par ResCo seront envoyés.

II - PLAN DE L'ATELIER

Lors de l'atelier, les participants ont, dans un premier temps, pris connaissance du groupe ResCo et de ses travaux tels que présentés dans la partie I.

Ensuite, ils ont vécu les 1e, 2e et 3e semaines du dispositif ResCo en accéléré.

Puis, ils ont débriefé avec les membres du groupe ResCo à propos du dispositif et de l'expérience qu'ils venaient de vivre.

Enfin, ils ont pu voir ce qu'il se passait durant le dispositif dans les classes et comment le groupe ResCo accompagne les enseignants dans la clôture du projet.

III - FICTION RÉALISTE, FICTION RELANCÉE, CLÔTURE

1. Fiction réaliste

Une fiction réaliste est une adaptation d'une problématique professionnelle de modélisation qui se caractérise par six critères (Yvain-Prébiski 2018) :

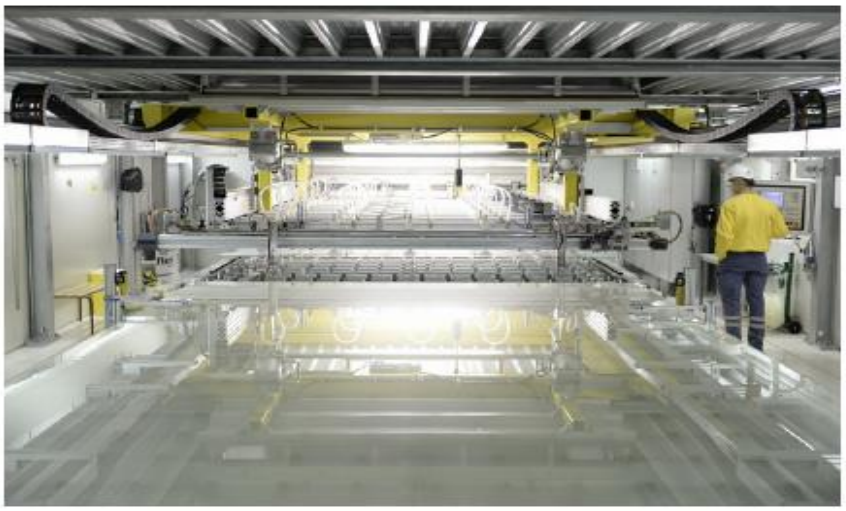
- Une situation a priori non mathématique.
- Un contexte fictif mais réaliste.
- La nécessité d'une phase de modélisation pour une prise en charge efficace de la situation.
- La phase de modélisation peut renvoyer à plusieurs problèmes mathématiques selon les choix qui sont faits.
- La fiction réaliste est conçue comme une adaptation d'une problématique de modélisation issue des pratiques scientifiques professionnelles.
- Les variables didactiques sont choisies de manière à favoriser l'entrée dans la mathématisation.

Simon Modeste
simon.modeste@umontpellier.fr

IREM de Montpellier – 2018-2019
Résolution Collaborative de Problème

Resco

Les vitres



Une entreprise découpe des vitres rectangulaires de 4 dimensions différentes :

210 cm x 215 cm
100 cm x 215 cm
100 cm x 125 cm
60 cm x 215 cm.

Ces vitres sont découpées dans des grandes plaques rectangulaires de verre de 600 cm x 320 cm.

L'entreprise cherche une méthode pour réaliser les découpes selon les commandes en limitant les chutes.

Pour aider l'entreprise, pouvez-vous proposer une méthode qui réalise les découpes et minimise les pertes ?

Fiction réaliste présentée durant l'atelier

2. Fiction relancée

Sur la base de l'analyse a priori des mathématisations possibles, et des spécificités mathématiques, le groupe ResCo prend en compte les questions et réponses des classes et propose un nouveau texte qui fixe des choix de modélisation, selon certaines contraintes du dispositif :

- Le problème mathématique est accessible, au moins en partie, à tous les niveaux scolaires impliqués
- Les choix de mathématisation effectués conservent une cohérence avec les choix proposés par les classes.
- Le problème mathématisé permet un travail de recherche mathématique consistant

IREM de Montpellier - 2018-2019
Résolution Collaborative de Problèmes
Simon Modeste
simon.modeste@umontpellier.fr

Les vitres - Relance

Félicitations !

Vous avez été plus de 120 classes à vous pencher sur le problème « Les vitres ». Je suis très content de voir que vous vous êtes engagés à fond dans notre problème ! Vous vous êtes tous posés beaucoup de questions très pertinentes, et vous avez proposé des réponses variées et très intéressantes permettant d'avancer dans la résolution du problème.

On voit que différentes pistes de travail sont envisageables pour traiter mathématiquement le problème. Pour continuer à chercher ensemble le même problème, nous devons faire des choix communs.

Un choix pour interpréter « minimiser les pertes »

On pourrait prendre en compte divers éléments pour calculer les pertes, mais la résolution mathématique deviendrait très complexe. Pour simplifier, on va considérer que les pertes sont liées aux morceaux de verre qui restent dans une plaque lorsqu'on passe au découpage d'une nouvelle plaque (ce sont les chutes).

Comme ces chutes ne sont pas utilisables par l'entreprise, elle les jette (on peut supposer qu'une entreprise de recyclage les récupère). On veut donc minimiser la surface totale des chutes.

Nature des découpes

Dans une grande plaque, on peut disposer les vitres dans le sens qu'on veut, mais les découpes se font uniquement parallèlement aux bords de la grande plaque. On considère que l'épaisseur de coupe est négligeable.

Fonctionnement des commandes

On propose que l'entreprise regroupe les commandes des clients, chaque semaine, dans une liste de vitres à découper. C'est selon cette liste qu'on souhaite minimiser les chutes.

Quelques précisions :

Dans le choix de modèle proposé :

- Le nombre de machines n'a pas d'importance.
- On dispose d'autant de grandes plaques que nécessaire pour produire les vitres commandées.
- On ne tient pas compte de la casse possible des vitres lors des manipulations.

Le problème commun sur lequel vous allez tous chercher est donc celui de trouver une méthode pour minimiser la surface totale des chutes selon les commandes chaque semaine.

J'attends avec impatience de lire vos recherches, dans vos échanges sur le forum !

Simon Modeste

IREM de Montpellier - 2018-2019
ResCo

Les vitres – Relance

Fiche enseignant

Pourquoi une fiction réaliste relancée ?

Prenant en compte les échanges de questions-réponses des élèves (accessibles sur le forum) et l'analyse préalable des choix de mathématisation possibles, la relance élaborée par les membres du groupe **fixe des choix en les motivant** et **vise à orienter la recherche**, d'après les productions des participants, vers un problème mathématique commun à l'ensemble des classes engagées.

Elle permet d'**expliciter les choix** faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase de questions-réponses. Avec la relance, les élèves sont amenés à chercher un **même** problème mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Cette relance est pensée pour être introduite **après** avoir pris le temps avec les élèves de prendre connaissance des réponses à leurs questions déposées sur le forum par les autres classes.

Ils prennent ainsi conscience qu'il est **nécessaire de faire des choix de modélisation** et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative. Certains choix faits par les autres groupes et/ou par ResCo peuvent déstabiliser vos élèves, il convient de les **accompagner** en prenant le temps d'en débattre : plusieurs choix sont possibles, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix mais une nécessité de faire des choix communs pour poursuivre la collaboration.

Selon le temps passé à étudier les réponses, la relance peut être présentée lors de **la 3ème ou de la 4ème séance**. L'enseignant peut en profiter pour **institutionnaliser** cette nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation.

Poursuite de la collaboration

Pour continuer à travailler collectivement sur cette fiction réaliste relancée, il est nécessaire de déposer régulièrement les avancées des travaux de vos élèves dans les zones d'échanges entre classes du forum (schéma, essais, calculs, idées...). Cela permet également à l'enseignant d'utiliser avec ses élèves les travaux déposés par les autres classes (comparaisons de stratégies et de solutions, débats...).

Quelques éléments relatifs à la fiction «Les vitres»

La fiction relancée doit rester un texte court pour que toutes les classes puissent se l'approprier. C'est pourquoi nous ajoutons quelques informations à destination des enseignants, issues de notre lecture des questions-réponses entre les classes.

Dans la relance, nous n'avons pas répondu à toutes les questions sur le contexte. Si les réponses des autres classes n'ont pas permis d'avancer, vous pouvez apporter des explications aux élèves sur l'interprétation du contexte ou sur la compréhension du texte (par exemple : que signifie minimiser ? Qu'est-ce qu'une chute ? Quelle est l'épaisseur des vitres ? Questions sur le fonctionnement des machines de découpe, qui n'entrent pas en compte dans le modèle choisi, etc.)

Lors de la phase de relance, il faudra aussi bien accompagner les choix proposés.

Par exemple :

- Nous avons fait le choix de fixer l'unité de temps à l'échelle de la semaine, pour faciliter le travail sur le problème. On peut insister sur le fait qu'un autre choix était possible mais ne changeait pas profondément le problème mathématique.
- Il a été choisi de se focaliser sur la minimisation des surface des chutes. On pourra expliquer aux élèves en quoi cela permet des économies financières pour l'entreprise.
- Nous avons choisi de ne pas contraindre le type des découpes. Dans les modèles usuels, il arrive de considérer qu'un morceau de vitrage ne peut être découpé que d'un bord à l'autre (une découpe ne peut « s'arrêter » au milieu du vitrage). Si la question apparaît chez certains élèves durant la résolution, vous pouvez leur proposer de fixer ce choix ou de le traiter à part.

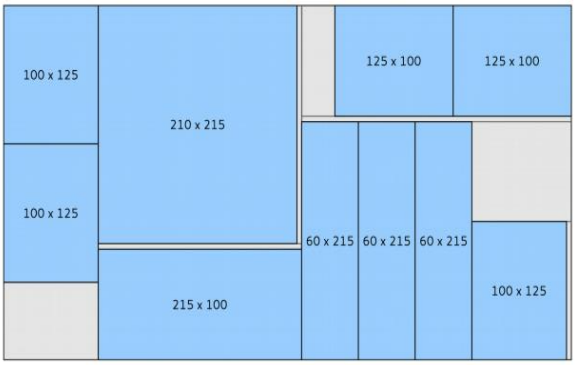
Pour aider les élèves qui « bloqueraient », en particulier face au fait qu'on ne s'intéresse pas à une commande particulière, vous pouvez :

- Proposer d'étudier d'abord des commandes qui ne contiennent qu'un seul format de vitre, puis plusieurs.
- Faire imaginer des commandes qui produiraient très peu de pertes.
- Proposer des « maquettes » de grandes plaques et de vitres pour pouvoir manipuler et expérimenter.
- S'appuyer sur les productions d'autres classes trouvées sur le forum (dans votre groupe ou les autres).
- Donner des exemples et étudier leur optimalité (comme celui ci-joint).

Si les élèves veulent faire des choix supplémentaires à l'intérieur du modèle proposé afin de résoudre le problème, vous pouvez les accompagner en leur demandant d'expliciter ces choix.

Bonne poursuite !

L'équipe ResCo



Fiction relancée élève et fiction relancée enseignants présentées durant l'atelier

3. Clôture du dispositif

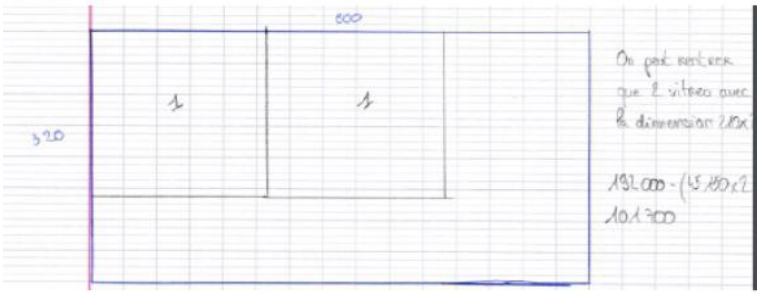
Elle permet d'accompagner les enseignants et les élèves pour conclure la session en leur fournissant généralement :

- Une résolution experte du problème.
- Un récapitulatif des procédures de résolution mises en œuvre par les élèves.
- Un bilan des notions mathématiques pouvant être mises en jeu par les élèves.

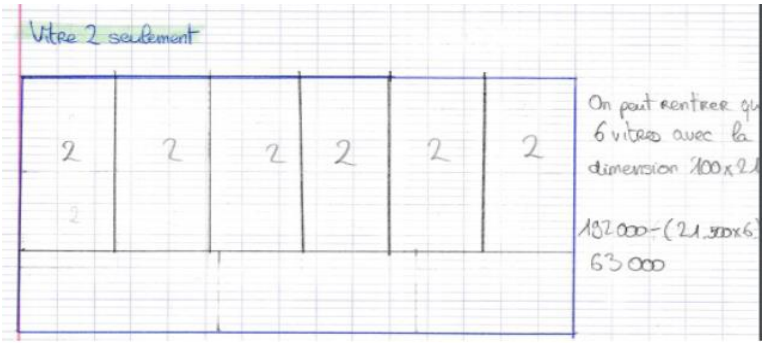
IV - LA FICTION DANS LES CLASSES

Un choix retenu :

- Quelles dimensions des vitres permettent de paver au mieux la grande plaque en n'utilisant qu'un format de vitres ?
- Recherche de diviseurs de la largeur et de la longueur de la plaque.
- Lien entre la largeur et la longueur de la plaque : une optimisation sur la longueur ne fonctionne pas forcément sur la largeur de la plaque.
- Avec des grandes vitres (format 1) :



- Avec des vitres moyennes (format 2) :



Un autre choix retenu :
En utilisant plusieurs formats de vitres :

- décomposition de la largeur et / ou de la longueur de la plaque en multiples des dimensions des vitres choisies ou approximation.
- lien entre la largeur et la longueur de la plaque.

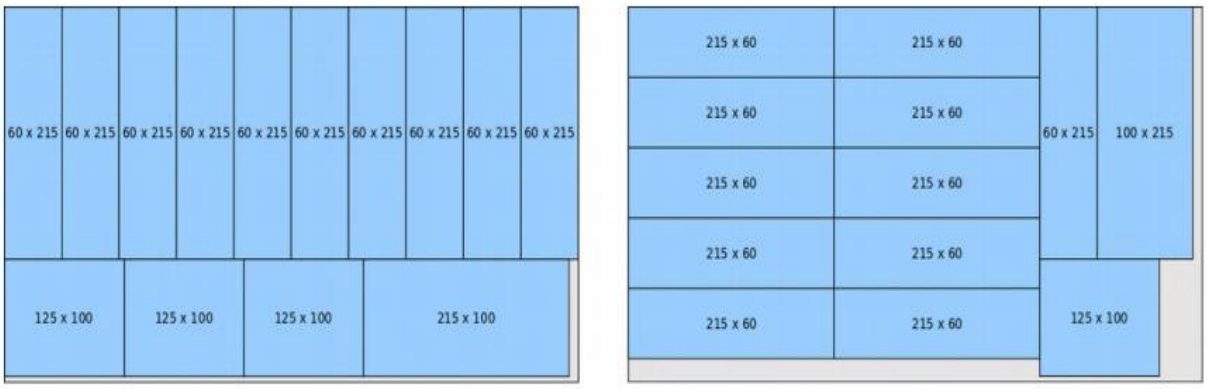
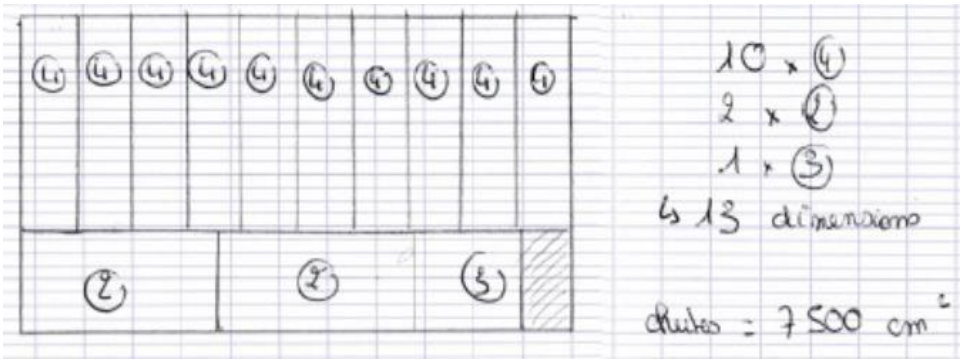
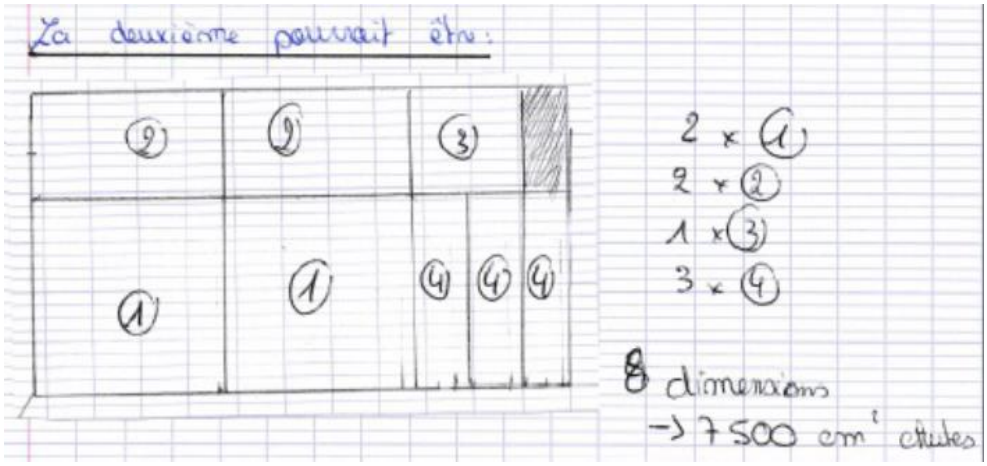
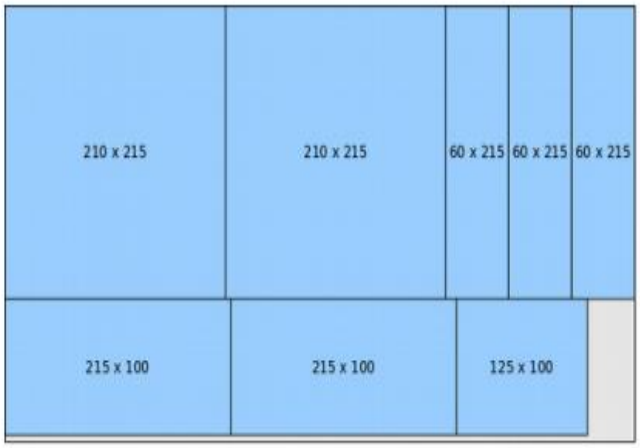


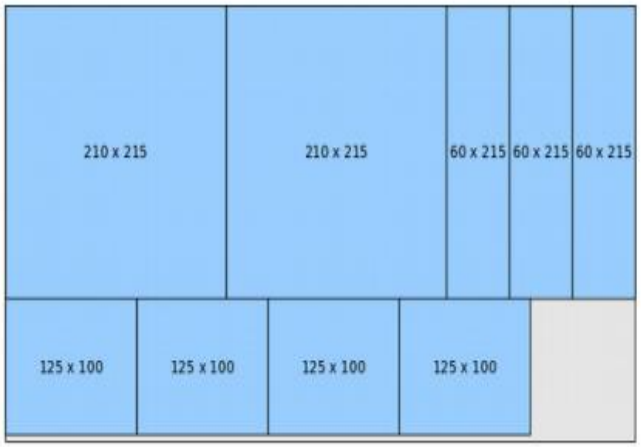
Figure 13. Deux dispositions pour des commandes contenant plus de 10 rectangles (d). La première a une perte de 0,4 m², la deuxième de 1,61 m².



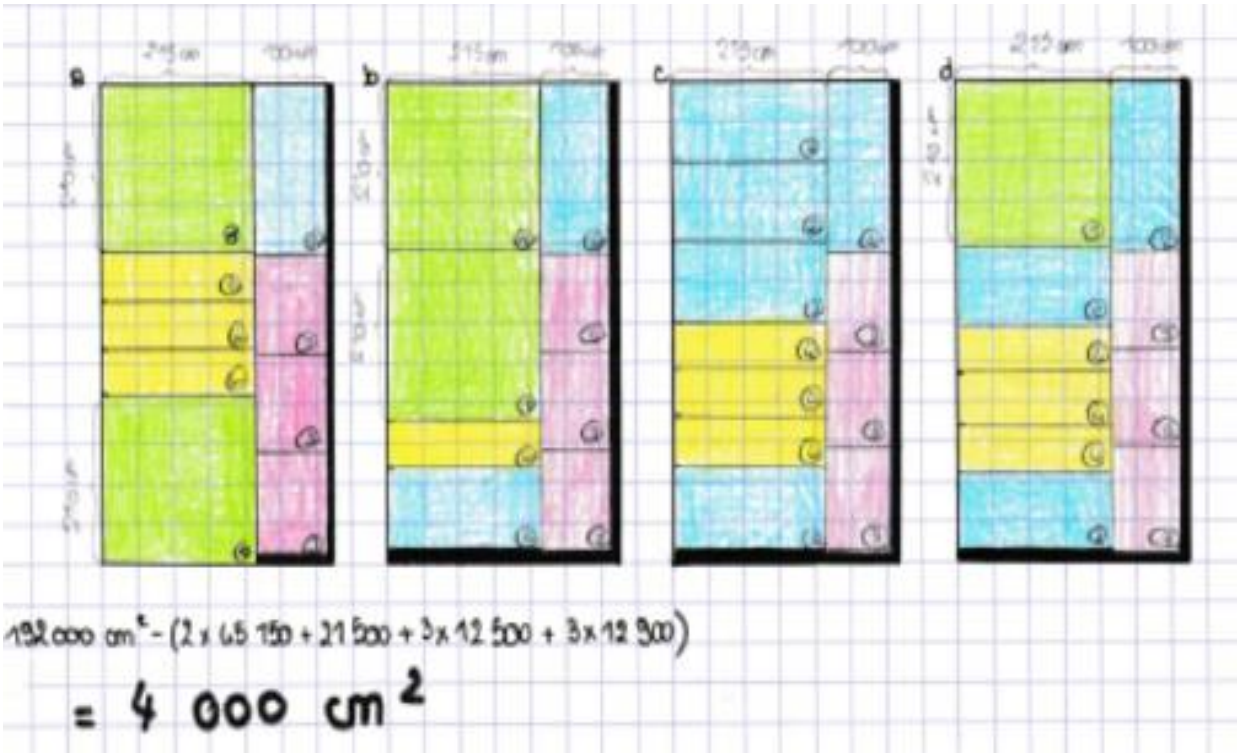
- trouver une décomposition de la largeur de la plaque







- essayer de réaliser des bandes de vitres et les répéter plusieurs fois (avec ou sans panachage).



Autre traitement du problème :

- Calcul des aires de chaque vitre puis estimation d'un majorant du nombre de vitres qui rentrent dans la plaque.

Exemple : on ne peut pas mettre plus de 4 grandes vitres dans la plaque.
Or, en étudiant les dimensions largeur et longueur, on se rend compte rapidement qu'il ne peut y en avoir que 2 maximum. Le fait numérique est simplifié, mais il reste encore à affiner la solution.

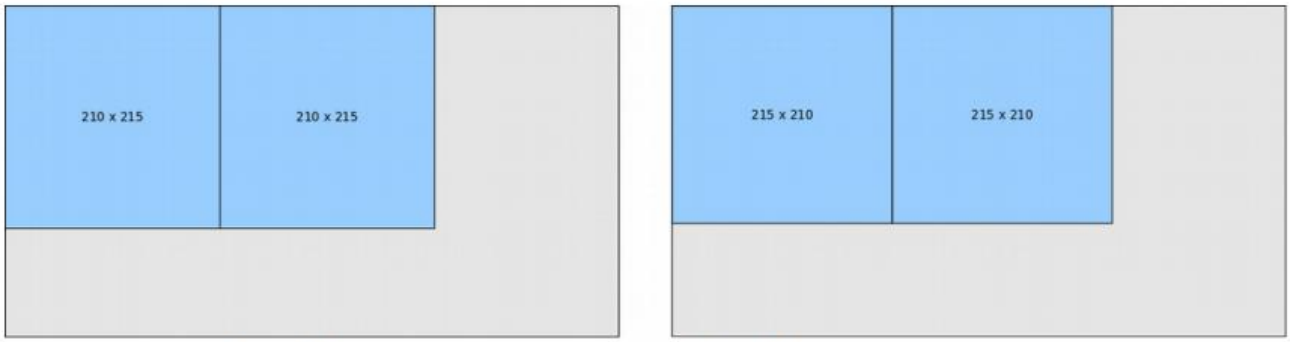
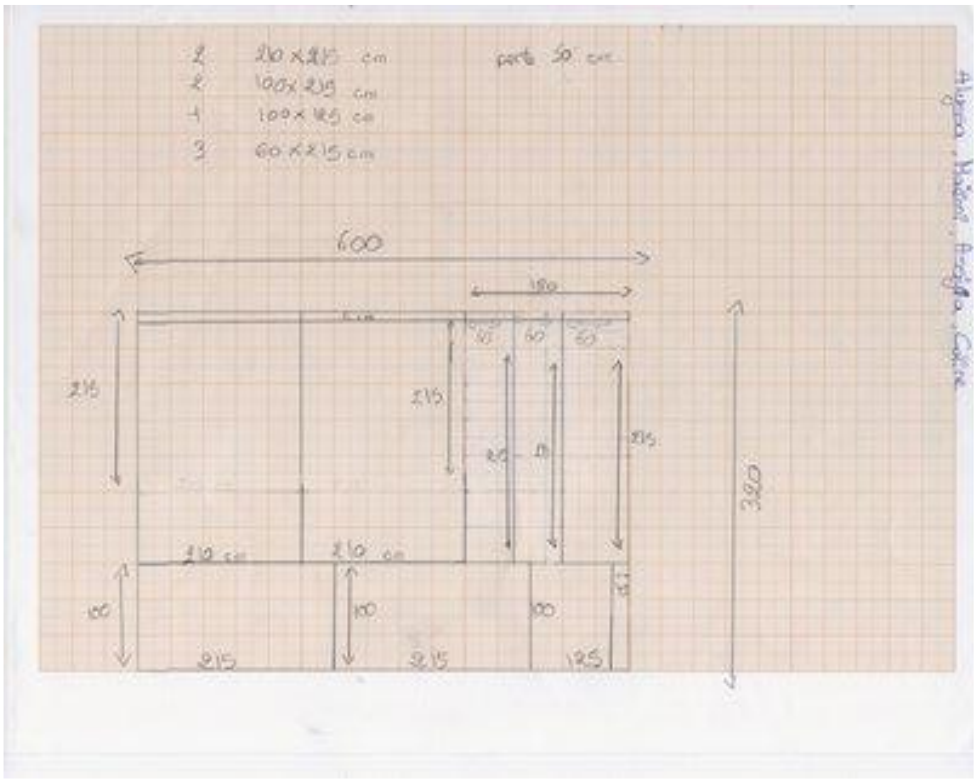


Figure 5. Deux dispositions pour placer un maximum de vitres (a) dans une plaque.

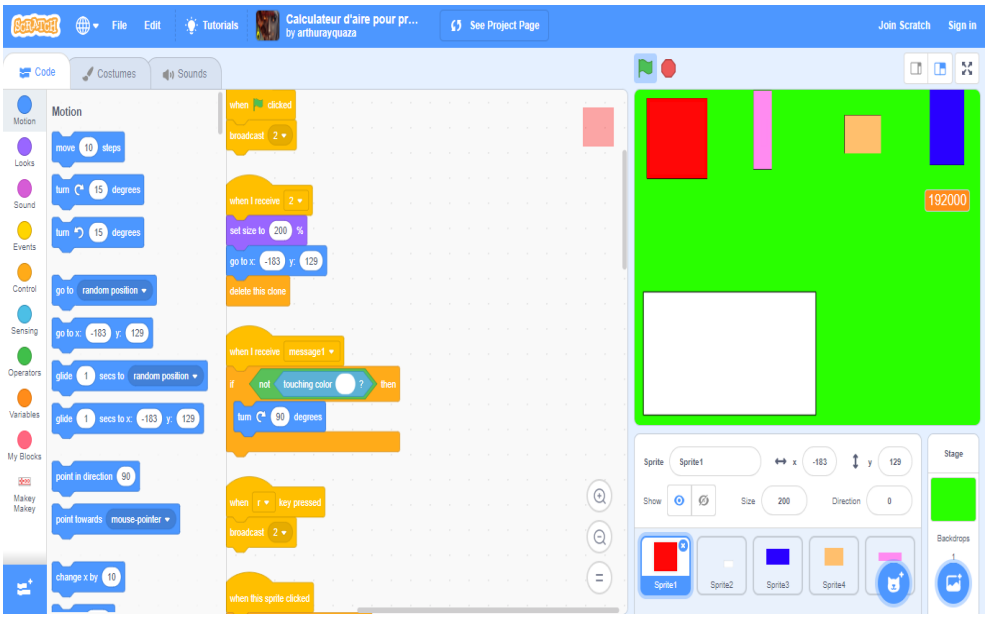
Autres exemples de productions d'élèves :

En Sixième :

Nous avons cherché à améliorer les différents plans fournis ou obtenus (ci-dessous les résultats).
D'autre part nous avons cherché à calculer les pertes.
Pour la majorité d'entre nous, le meilleur plan est le n°1 et d'après nos calculs l'aire des pertes est de 7500 cm².



En Cinquième :



Nos pistes de recherches :

2 groupes ont décidés de faire une recherche avec une maquette.

Nous avons opté pour une échelle au 1/10ème.

Nous avons d'abord testé des découpes avec une seule taille de vitres. (les calculs sont faits)

Puis nous avons essayé de composer des découpes en mixant les tailles de coupes. (les calculs seront faits jeudi)

En parallèle, un groupe a opté pour les calculs, ils se sont finalement associés au 2 groupes précédents pour mettre en calcul les découpes qu'ils avaient composés.

Un dernier groupe essaie de composer les découpes sur Géogébra car nous disposons de tablettes, mais leurs tracés sont moins avancés.

Voici ce que nous avons testé : Nous avons calculé l'aire de la grande plaque : 192 000 cm²

Composition découpe	Aire des vitres découpées (cm²)	Aire des chutes (cm²)
2 x (210 x 215)	90 300	101 700
8 x (100 x 215)	172 000	**20 000**
13 x (60 x215)	167 700	24 300
12 x (100 x 125)	150 000	42 000
2 x (210 x 215) 7 x (100 x 125)	177 800	**14 200**
2 x (210 x 215) 3 x (100 x 125) 2 x (100 x 215)	170 800	21 200
2 x (210 x 215) 3 x (100 x 125) 1 x (100 x 215) 2 x (60 x 215)	175 100	16 900
2 x (210 x 215) 4 x (100 x 125) 1 x (100 x 215) 1 x (60 x 215)	174 700	17 300
1 x (210 x 215) 3 x (100 x 125) 5 x (100 x 215)	190 150	**1 850**
4 x (100 x 125) 5 x (100 x 215) 3 x (60 x 215)	182 900	**9 100**
5 x (100 x 125) 6 x (100 x 215)	179 000	**13 000**
1 x (210 x 215) 2 x (100 x 215) 3 x (60 x 215) 5 x (100 x 125)	189 350	**2 650**

Composition découpe	Aire des vitres découpées (cm²)	Aire des chutes (cm²)
1 x (210 x 215) 3 x (100 x 215) 3 x (60 x 215) 3 x (100 x 125)	185 850	**6 150**
1 x (210 x 215) 4 x (100 x 215) 3 x (60 x 215) 1 x (100 x 125)	182 350	9 650
4 x (100 x 215) 6 x (60 x 215) 1 x (100 x 125)	175 900	16 100
3 x (100 x 215) 4 x (60 x 215) 4 x (100 x 125)	166 100	25 900
4 x (100 x 215) 5 x (60 x 215) 3 x (100 x 125)	188 000	**4 000**
3 x (100 x 215) 6 x (60 x 215) 3 x (100 x 125)	179 400	12 600
2 x (210 x 215) 2 x (100 x 215) 1 x (60 x 215) 3 x (100 x 125)	183 700	8 300
2 x (210 x 215) 3 x (100 x 215) 1 x (60 x 215) 1 x (100 x 125)	180 200	11 800
3 x (100 x 215) 6 x (60 x 215) 3 x (100 x 125)	179 400	12 600
5 x (60 x 215) 9 x (100 x 125)	177 000	15 000

Bilan:

- la méthode « maquette » est la plus efficace associée aux calculs: elle a permis de trouver quelques découpes vraiment économiques, mais comment les associer en fonction des commandes ? Elle présente cependant des limites :
  - fastidieuse (longue),
  - avec des erreurs de composition, de calcul, (avec plus de temps nous aurions pu utiliser un tableur pour simplifier les calculs)
  - des répétitions de compositions déjà faites sans être sûrs d'avoir tout essayé.

- Avec géogébra dans le même temps, on n'a fait que 3 simulations : trop long.

On pense que l'entreprise doit utiliser des logiciels qui prennent en compte simultanément : l'aire des différentes vitres et de la plaque, mais aussi les longueurs et les largeurs (car nous avons remarqué que nous mettions 8 x (100 x 215) + 2 x (60 x 215) horizontalement, alors que nous ne parvenions à mettre que 6 x (100 x 215) + 1 x (60 x 215) verticalement), et les commandes.

En Première :

LES VITRES

Lycée JACQUES PREVERT- St Christol lez Alès

SECTION	1TRPT GROUPE C – Classe 3
SEANCE	3ème – 4ème semaine

Les élèves ont choisi de représenter, à l'échelle, la plaque où seront réalisées les découpes.

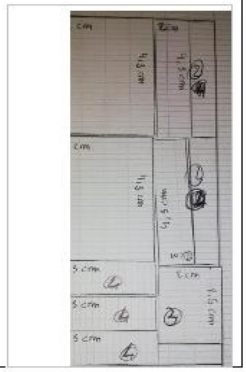
Puis, en utilisant la même échelle, ils ont reproduit sur une autre feuille les quatre modèles à réaliser, en plusieurs exemplaires chacun.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des dimensions réelles et à l'échelle pour chacune des pièces:

		Dimensions réelles			Dimensions à l'échelle	
		Longueur	Largeur	Surface	Longueur	Largeur
		mm	mm	m²	cm	cm
PLAQUE		600	320	0,192	12	6,4
MODELES	N°1	210	215	0,04515	4,2	4,3
	N°2	100	215	0,0215	2	4,3
	N°3	100	125	0,0125	2	2,5
	N°4	60	215	0,0129	1,2	4,3

Ces modèles ont enfin été découpés et ils sont été utilisés pour faire des essais de calepinage, en essayant de réduire au minimum les chutes.

Les solutions retenues ont étés les suivantes:

SOLUTION 1	SOLUTION 2
	

Ensuite nous avons procédé à une comparaison des deux solutions:

SOLUTION 1

		Longueur	Largeur	Surface	Quantité	Surface par modèle	
		mm	mm	m²		m²	
MODELES	N°1	210	215	0,04515	0	0	
	N°2	100	215	0,0215	5	0,1075	
	N°3	100	125	0,0125	5	0,0625	
	N°4	60	215	0,0129	1	0,0129	
					Surface TOT	0,1829	m²
					Chutes	4,7	%

SOLUTION 2

		Longueur	Largeur	Surface	Quantité	Surface par modèle	
		mm	mm	m²		m²	
MODELES	N°1	210	215	0,04515	2	0,0903	
	N°2	100	215	0,0215	2	0,043	
	N°3	100	125	0,0125	1	0,0125	
	N°4	60	215	0,0129	3	0,0387	
					Surface TOT	0,1845	m²
					Chutes	3,9	%

CONCLUSIONS

On constate que la solution 2 présente deux avantages par rapport à la solution 1:

- Tous les modèles apparaissent sur la plaque à découper;
- Les chutes sont moindres (presque 1 % de moins).

La solution 2 a donc été retenue par notre étude.

En Terminale :

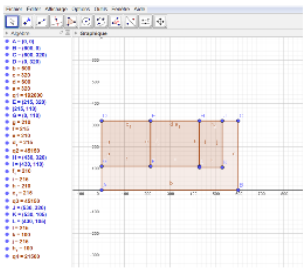
Jeudi 31/01/19

Après avoir lu les réponses postées des 2 groupes à nos questions et le sujet relancé, nous avons commencé à résoudre le problème:

- Au tableau, on a représenté à main levée la plaque aux dimensions 320*600, puis on a placé des vitres de différentes dimensions pour minimiser les chutes

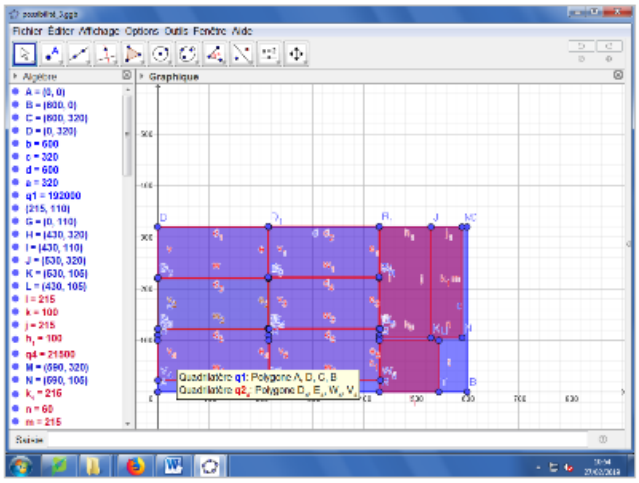
- On a voulu calculer l'aire de la surface des chutes mais le dessin était confus.

- On a donc utilisé Géogébra: on a placé des points des différentes coordonnées pour représenter:
  - La plaque aux dimensions 320*600
  - 2 vitres 215*210
  - 1 vitre 100*215



La suite, la semaine prochaine.....

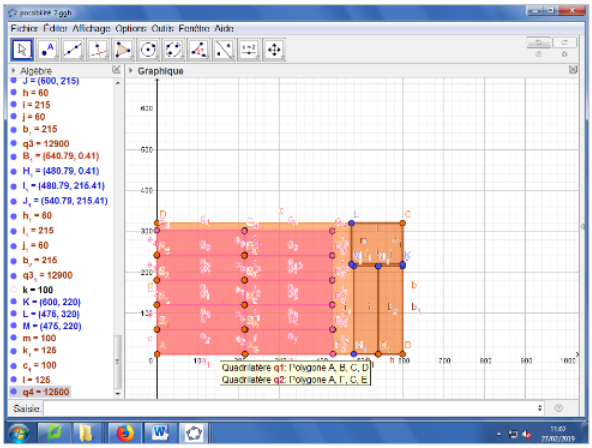
Possibilité 2:



Aire de la surface des chutes : 192000-21500*7-12900-11500=17100cm² = 1,71 m²

Mercredi 27 février

Possibilité 3:



Aire de la surface des chutes : 192000-12900*12-11500=23700cm² = 2,37 m²

On constate que la 1ère possibilité utilise tous les formats de vitres sont utilisés et génèrent le moins de chutes.
La 3ème possibilité utilisent que 2 formats de vitres et génèrent beaucoup de chutes.

V - RÉSUMÉ DE L'ATELIER-TP

Tout au long de l'atelier, des consignes pour l'activité « vivre le dispositif en accéléré » et des questionnements ont permis de faire prendre conscience aux enseignants des points cruciaux nécessaires à une activité de résolution de problèmes en classe.

1. **Première consigne : Commencez à résoudre le problème. Écrivez les questions que vous vous posez à destination d'un autre groupe (1re semaine).**

Les participants ont commencé par prendre connaissance de l'énoncé. Puis, ils ont effectué leurs premières recherches. Rapidement, ils se sont rendu compte qu'il leur manquait certains éléments pour résoudre le problème. Ils ont donc dû poser des questions en fonction des informations qu'il leur manquait. Dans un premier temps, ils ont rédigé leurs questions individuellement. Ensuite, ils ont échangé leurs questions en groupe, ils en ont discuté afin de sélectionner les 10 questions au maximum qui leur semblaient les plus pertinentes.

2. **Deuxième consigne : Échangez vos questions avec un autre groupe et rédigez les réponses aux questions reçues (2e semaine).**

Chaque groupe a reçu les questions d'un autre groupe.
Tout d'abord, les enseignants ont pris connaissance de ces questions.
Cette phase leur a permis de constater que certaines questions étaient celles qu'ils se posaient eux-mêmes mais aussi que les enseignants de l'autre groupe s'étaient posés d'autres questions.
Pour répondre aux questions, les enseignants ont dû faire des choix et proposer leurs hypothèses en argumentant à partir des connaissances ou des idées de chacun. Ainsi, une ou plusieurs réponses ont été rédigées dans les groupes. Ici, les participants ont répondu en s'appuyant sur leurs connaissances personnelles en fonction de leur familiarité avec le thème.

3. Troisième consigne : Récupérez vos questions et prenez connaissance des réponses qui y ont été associées (début de la 3e semaine).

Chaque groupe a récupéré ses questions de départ avec les réponses apportées par l'autre groupe.
Ils ont pris un temps pour en prendre connaissance et pour y réagir.
Ce moment a créé différents effets :

- certaines réponses ont conforté les premières recherches et modélisations envisagées.
- certaines réponses montraient des nouveaux choix ou des options complémentaires de résolution.
- certaines réponses remettaient en cause les premiers choix de modélisation.

4. Premier questionnement : Selon vous, à quoi sert cette phase de questions réponses?

Cette discussion a permis de faire prendre conscience que la phase de questions-réponses permet aux élèves de :

- prendre conscience qu'il est nécessaire de faire des choix de modélisation et que plusieurs choix sont possibles pour résoudre le problème pour passer d'une situation extra-mathématique au monde mathématique.
- émettre des hypothèses simplificatrices (généralement prises en charge par les manuels ou l'enseignant).
- expliciter les choix de modélisations qu'ils ont entrepris.
- prendre connaissance des choix de modélisation faits par les autres classes.

5. Second questionnement : La phase de questions-réponses est-elle porteuse d'apprentissages au regard de la modélisation mathématique ?

A travers les échanges, les participants ont répondu positivement à ce questionnement en concluant que la phase de questions réponses s'appuie sur les collaborations entre classes pour faire entrer les élèves dans une activité de modélisation. De plus, cette phase permet de faire saisir aux élèves la nécessité de la modélisation pour résoudre le problème. Enfin, les échanges de questions-réponses font prendre conscience que la modélisation mathématique implique de faire des choix.

6. Troisième questionnement : Quelles sont les caractéristiques de l'énoncé de la fiction réaliste qui favorisent le travail de modélisation mathématique ?

Le débat a permis de faire émerger les caractéristiques de la fiction réaliste telles qu'elles sont présentées dans la partie III_1.

7. Quatrième questionnement : Quel est le rôle de cette fiction réaliste relancée ?

Le débat a permis de faire émerger les caractéristiques de la fiction réaliste relancée telles qu'elles sont présentées dans la partie III_2.

8. Cinquième questionnement : Quelles stratégies (arithmétiques) pourraient être mises en place par des élèves pour répondre à cet énoncé ?

Cette discussion a fait émerger des stratégies similaires à celles présentées dans la partie IV *La fiction dans les classes*.

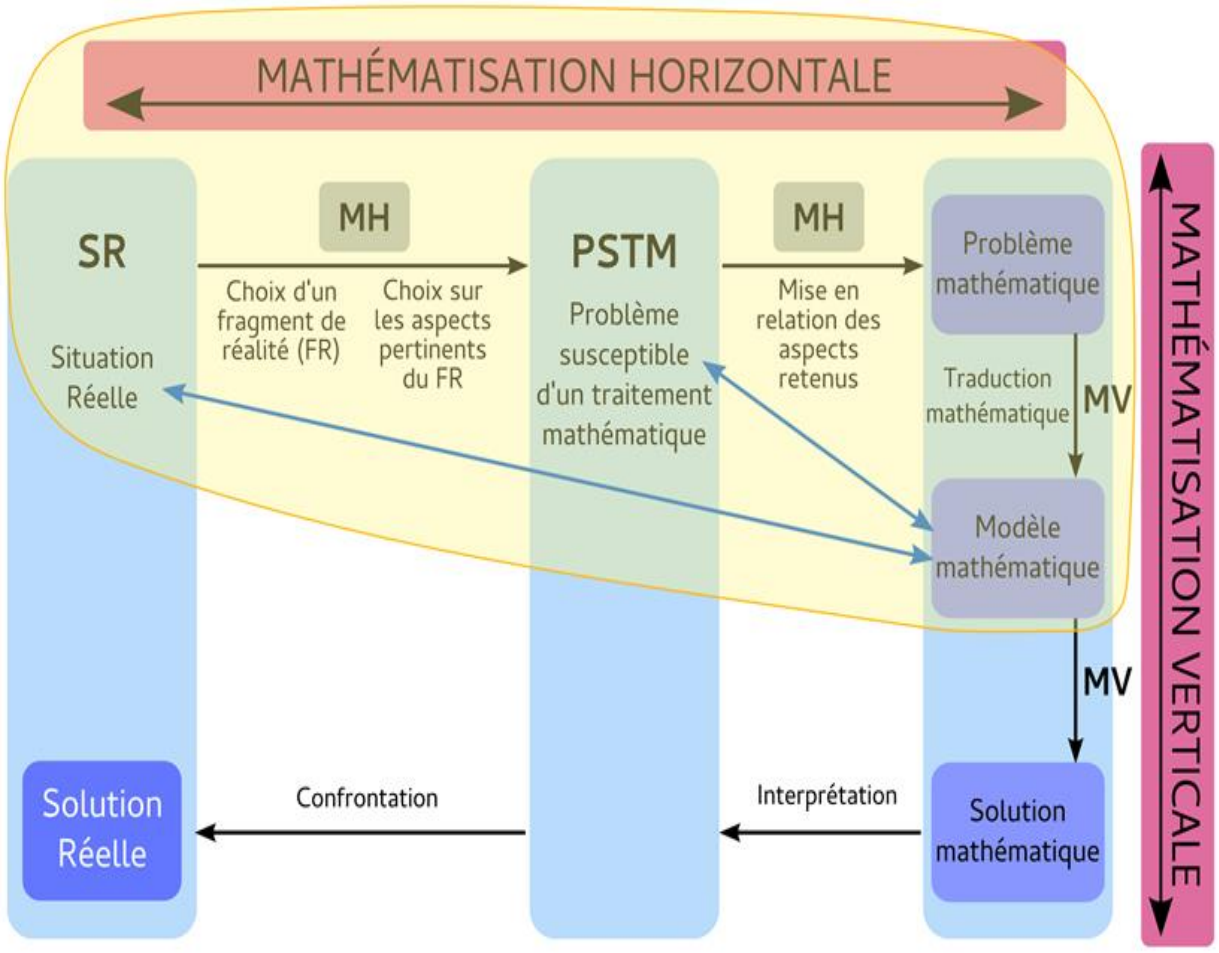
VI - BIBLIOGRAPHIE

Sauter Mireille ; Combes Marie-Claire ; De Crozals Aurélia ; Droniou Jérome ; Lacage Michel ; Saumade Henri ; Théret David ; Groupe ResCo, IREM de Montpellier (2008). Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes. . *REPERES-IREM* (numéro 72), p 25 – 45.

Groupe ResCo, IREM de Montpellier (juillet 2014). La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *REPERES-IREM* (numéro 96), p 73 - 96.

Sonia Yvain-Prébiski (2018). Étude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves. *HAL Thèses*.

VII - ANNEXE 1 : ASPECTS THÉORIQUES

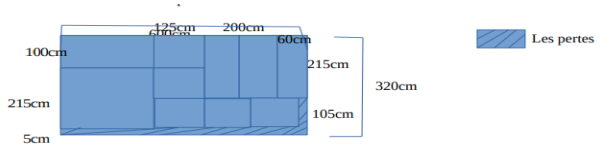
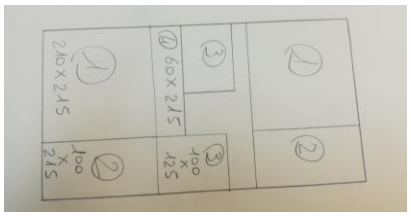


VIII - ANNEXE 2 : EXEMPLES DE QUESTIONS D'ÉLÈVES (1ÈRE SEMAINE DU DISPOSITIF RESCO)

Identifications de grandeurs pertinentes	Recherche d'un modèle (mathématique)	Questionnements d'éléments de contexte
Combien y a-t-il de vitres commandées selon les dimensions ?	Combien de vitres peut-on faire sur une plaque ?	Est-ce qu'on découpe de bord à bord ? Ou en plein milieu ?
Peut-on stocker plusieurs verres en même temps ? Si oui, combien ?	Quel calcul doit-on faire avec les 4 dimensions des petites vitres pour obtenir les dimensions de la grande vitre ?	Peut-on recycler les chutes ?

VIII - ANNEXE 3 : EXEMPLES DE QUESTIONS D'ÉLÈVES (2E SEMAINE DU DISPOSITIF RESCO)

A propos du contexte	Concernant la pertinence de la question
Peut-on faire fondre les chutes de verre pour refaire des plaques ? Oui nous pouvons faire refondre les chutes à partir du moment où le coût est inférieur à l'achat d'une plaque neuve.	Faut-il tenir compte du salaire des employés ? Non, on pense que ça ne présente pas d'intérêt.
Comment les machines s'adaptent-elles aux dimensions des vitres ? Grace à un logiciel de commande numérique.	Combien d'employés ? Hors sujet.
Quelles sont les dimensions les moins demandées ? Nous n'avons pas accès au livret des commandes. Et ça peut dépendre des saisons.	Quel type de verre coupe-t-on ? Peu importe, on est obligé de négliger ce détail pour résoudre.
Faut-il laisser une marge pour polir le verre ? Si la découpe est nette (c'est-à-dire si la machine est performante), on ne devrait pas laisser de marge.	Quelles sont les demandes de dimensions les plus fréquentes ? On ne sait pas mais ça pourrait nous donner une indication pour optimiser notre réponse.

À propos du choix de modèle	À propos du choix des grandeurs
Peut-on faire une grande plaque pour chacune des 4 dimensions à découper ? Oui nous avons répondu à l'aide du schéma ci-dessous. 	Combien peut-on faire rentrer de vitres rectangulaires des 4 différentes dimensions citées dans l'énoncé dans une grande plaque rectangulaire de 600cm*320cm ? Selon votre schéma 7, mais il faudrait voir si on peut faire plus (il s'agit du but de l'étude). 
On demande de proposer un type de « méthode » : Est-ce une démarche mathématique ? Est-ce une programmation de la machine qui va couper ? On peut envisager à la fois une étude mathématique et un algorithme qui aidera à la programmation.	Combien de vitres peut-on découper dans une plaque de 600 cm x 320 cm ? Possibilité n°1 : On peut découper 12 vitres de dimension 100 cm x 125 cm. Possibilité n°2 : On peut découper 2 vitres de 100 cm x 215 cm + 3 vitres de 60 cm x 215 cm. Possibilité n°3 : On peut découper 10 vitres de 60 cm x 215 cm. Possibilité n°4 : On peut découper 2 vitres de 210 cm x 215 cm. Possibilité n°5 : On peut découper 12 vitres de 100 cm x 125 cm.
Est-ce qu'on est obligé d'avoir toujours les quatre dimensions sur les grandes plaques ou juste une partie ? Non, nous ne sommes pas obligés d'avoir toujours les 4 dimensions, mais ça dépend du stock disponible et de la commande.	Quel est le détail des commandes ? Détail de commandes envisageables n°1: - 8 vitres de dimensions 210 cm x 215 cm. - 20 vitres de dimensions 100 cm x 215 cm. - 10 vitres de dimensions 100 cm x 125 cm. - 15 vitres de dimensions 60 cm x 215 cm. Détail de commandes envisageables N°2: - 30 vitres de dimensions 210 cm x 215 cm. - 50 vitres de dimensions 100 cm x 215 cm. - 70 vitres de dimensions 100 cm x 125 cm. - 45 vitres de dimensions 60 cm x 215 cm.