

L'arrosoir

Effet de l'agrandissement sur le volume

Auteurs : Guillaume FRANÇOIS – Christian JUDAS (IREM des Pays de la Loire)

Niveau : Cycle 4.

Présentation

À un moment ou un autre de leur scolarité, les élèves ont, pour la plupart, rencontré le fait que : lorsque les longueurs sont multipliées par k , les aires ne sont pas multipliées par k . Sur des exemples, les élèves ont même reconnu que les aires sont multipliées par k^2 , sans formalisation. Sur les volumes, le même travail a pu être effectué, mais plus rarement.

Cependant lorsqu'il est demandé : « Si on multiplie les dimensions d'un objet par k , que se passe-t-il pour les aires ? », la plupart des élèves répondent spontanément que l'aire est aussi multipliée par k .

Prérequis

Cette activité peut être menée à n'importe quelle période de l'année ; pas nécessairement dans le chapitre « Géométrie dans l'espace ». Elle vient enrichir un chapitre « Agrandissement-réduction » qui sera complété au fur et à mesure des activités rencontrées tout au long de l'année. Cette activité permet d'en écrire la partie : « Effet d'un agrandissement-réduction sur le volume ».

Objectifs principaux

L'activité a pour objectif principal de formaliser et institutionnaliser les conséquences de l'agrandissement ou de la réduction sur le volume d'un solide.

Matériel

- À télécharger : dossier « arrosoir »
photo2-arrosoir_a_projeter (odt et pdf), *fiche-eleve_arrosoir* (doc et pdf)
 - Une caisse de petits cubes
-

Déroulement et analyse de l'expérimentation

Scénario

La fiche élève est distribuée.

Après un temps de réflexion individuelle, une réponse spontanée est demandée.

Le professeur note les différentes propositions des élèves.

Un débat collectif est organisé sur ces réponses spontanées. L'exigence de justification permet d'en invalider la plupart et de recentrer les recherches autour de la proportionnalité.

La photo 2 est alors présentée à la classe afin d'alimenter le débat et d'invalider une réponse reposant sur la simple proportionnalité des hauteurs.

Enfin, pour aboutir, un travail de recherche en groupes est proposé.

Description et analyse

On imagine qu'un très grand nombre d'élèves répondront 55 L, en utilisant le rapport de proportionnalité des longueurs qui est 5.

Description et analyse

Les expérimentations montrent que les élèves arrivent très vite à un consensus sur un volume de 55 L. Il est même souvent évoqué, soit en actes, soit en le justifiant clairement par la proportionnalité.

Le professeur projette alors la photo 2 (voir *photo2 document à projeter.pdf*) où l'on peut voir l'arrosoir géant et l'arrosoir de 11 L.

À partir de ce document, un débat s'installe dans la classe. Certains élèves convainquent les autres que l'on ne remplit pas le grand arrosoir avec cinq petits en utilisant l'argument suivant : « on raisonne sur la hauteur mais pas sur la largeur, donc il faut plus de 5 arrosoirs. »

Il est donc mis en évidence que le volume n'est pas cinq fois plus grand, car l'agrandissement se fait suivant les trois dimensions. En prenant en compte cette remarque, le professeur demande aux élèves comment continuer pour trouver la réponse au problème posé. Les élèves se mettent en groupes et commencent leurs recherches.

Soit des propositions intéressantes émergent des élèves, soit le professeur oriente les travaux en leur proposant une aide en fonction du niveau du groupe. Par exemple :

- aide 1 : « Que se passe-t-il pour un cube dont on agrandit les arêtes ? ». Il est intéressant d'avoir une caisse de cubes dans la classe pour que les élèves puissent manipuler.
- aide 2 : « Que se passe-t-il pour un cube dont on double, dont on triple les arêtes ? »
- aide 3 : « Que se passe-t-il si on agrandit un cube d'arête 29 cm en un cube d'arête 145 cm ? ».
- etc...

Dans le bilan de l'activité, le théorème ci-dessous est institutionnalisé puis permet d'établir une solution au problème de l'arrosoir.

Théorème

Dans un agrandissement/réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 .

Remarque

Il est important de faire remarquer que la démonstration a été faite sur le cube et non sur l'arrosoir. La généralisation ne peut pas se faire au collège, mais ne doit pas être passée sous silence.

L'arrosoir

Voici une œuvre de l'alchimiste du zinc Francis ARSÈNE, manceau, installé à Paris. Cet arrosoir géant (dont le réservoir mesure 1,45 m de haut) a été offert à la ville du Mans et se situe tout près de la mairie.



En mesurant la hauteur d'un arrosoir de 11 L, on trouve 29 cm.
Combien l'arrosoir géant peut-il contenir de litres d'eau ?

