

Agrandir ou réduire des quadrilatères

Proposition 2 : rectangle, losange, quadrilatère

Auteurs : Laurianne FOULQUIER (IREM d'Aquitaine)
Vincent PAILLET - Dominique POIRET-LOILIER (IREM d'Orléans)

Niveau : Cycle 4

Présentation

À partir d'essais pour agrandir ou réduire des quadrilatères (rectangle, losange, quadrilatère quelconque), les élèves sont amenés à élaborer des procédures de construction.

Prérequis

Les notions utilisées sont : la proportionnalité, les échelles, les quadrilatères et les angles.

Objectifs principaux

Avancer dans la construction du concept d'agrandissement et réduction en classe de 4^e avec :

- mise en défaut du théorème élève : « *Il suffit de multiplier les mesures des longueurs des côtés d'une figure par un même nombre pour obtenir un agrandissement ou une réduction de cette figure* » et qu'il faut aussi modifier les angles,
- mise en place de différentes procédures de construction de figures agrandies ou réduites,
- caractérisation de l'agrandissement ou la réduction d'une figure,
- influence de la valeur du coefficient.

Matériel

- Les élèves doivent avoir leur matériel de géométrie, dont un rapporteur.
 - À télécharger : dossier « famille de quadrilateres2 », *fiche-eleve_quadrilatères2* (doc et pdf)
-

Déroulement et analyse de l'expérimentation

Scénario

Le professeur distribue aux élèves uniquement les étapes 1 et 2.

Phase individuelle (environ 10 minutes)

Chaque élève construit les figures de l'étape 1.

Phase en binômes ou en groupes (environ 30 minutes)

Les élèves comparent leurs différentes productions. Ils se mettent d'accord et corrigent éventuellement.

Tout en restant en groupes, chaque élève construit la réduction du quadrilatère quelconque.

Le professeur leur demande ensuite de débiter leur compte rendu en collant un exemplaire de chacun des quadrilatères produits et en décrivant leurs procédures de construction.

L'étape 3 est affichée ou écrite au tableau. Les élèves répondent ensemble aux consignes et finissent de rédiger leur compte rendu.

Bilan et institutionnalisation (environ 30 à 45 minutes)

Le professeur demande à certains groupes de présenter leur travail.

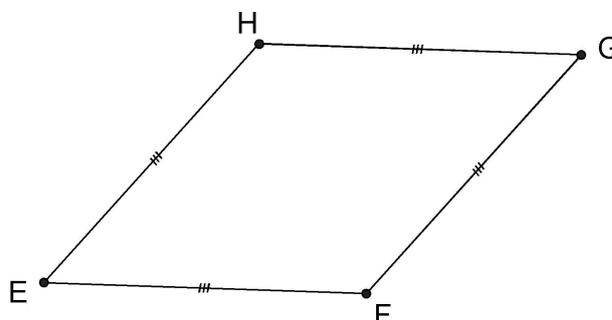
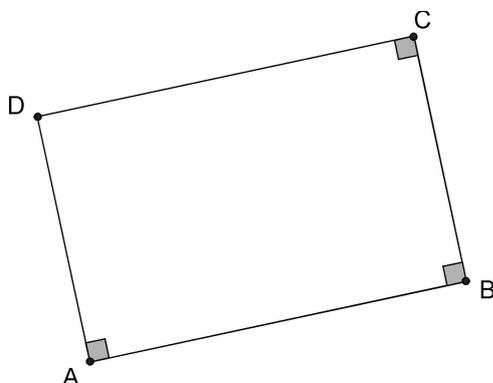
Le bilan sert à construire le cours sur agrandissement et réduction de figures.

Description et analyse

Étape 1

Voici deux quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$.

- 1) Précisez leur nature.
- 2) Construisez individuellement un agrandissement de ces quadrilatères à l'échelle 1,5.
- 3) Vérifiez que vous obtenez bien les mêmes quadrilatères.



Le rectangle est proposé en premier car c'est une figure assez simple à appréhender. Le codage d'uniquement trois angles droits est l'occasion de travailler sur la définition du rectangle. La réflexion des élèves est plus sur le sens de « agrandissement à l'échelle 1,5 ».

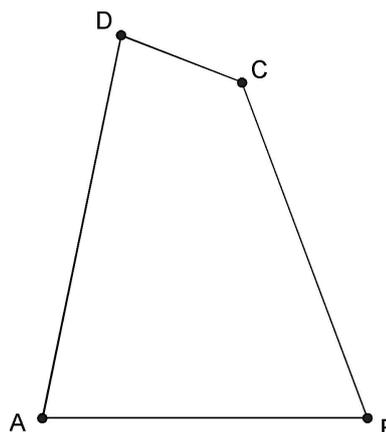
Le losange, quant à lui, introduit la nécessité de considérer un angle ou une diagonale ; agrandir simplement la mesure des côtés ne suffit pas. En fait c'était aussi le cas pour le rectangle, mais la conservation des angles est naturelle car elle est constitutive de la nature du rectangle. Elle n'est donc pas explicite pour les élèves.

Les élèves commencent par faire leurs constructions individuellement, sur des feuilles blanches, afin de pouvoir comparer leurs productions.

Ils confrontent donc ensuite leurs rectangles et leurs losanges. Il est parfois nécessaire de leur préciser qu'ils peuvent superposer leurs figures pour cela. Un court bilan oral peut être ébauché pour faire apparaître la nécessité de ne pas se contenter d'agrandir les côtés ; il faut soit faire intervenir une diagonale, soit mesurer un angle.

Étape 2

Construisez une réduction de $ABCD$ à l'échelle 0,8.



Cette étape est l'occasion d'aborder le cas de la réduction. Certains groupes commencent par diviser par 0,8. Ils observent que les longueurs augmentent et cela leur pose problème. Cette situation est donc aussi une bonne occasion de revenir sur le fait que multiplier n'augmente pas toujours ; multiplier par un nombre compris entre 0 et 1 permet de réduire. Ce point permettra aux groupes de conclure sur l'effet de la valeur du coefficient sur l'agrandissement/réduction.

Par ailleurs il est intéressant de proposer une figure moins régulière que le rectangle ou le losange pour finir de mettre en avant la nécessité de tracer une diagonale ou de mesurer et reporter des angles.

Étape 3

Proposez une méthode de construction de l'agrandissement ou de la réduction d'un quadrilatère. Précisez ce qui caractérise un agrandissement ou une réduction d'une figure.

Cette consigne est affichée au tableau. On pourra préciser aux élèves que ce qui est attendu ici est de savoir ce que doivent vérifier deux figures pour être en agrandissement ou réduction l'une de l'autre. Les élèves rédigent un bilan de leur travail. Presque tous les groupes écrivent que, pour agrandir ou réduire une figure, il faut multiplier les côtés par un même nombre. Beaucoup parlent du rôle de la valeur de ce coefficient. Moins nombreux sont ceux qui explicitent que les mesures des angles doivent être conservées ou qu'on peut aussi s'intéresser aux diagonales.

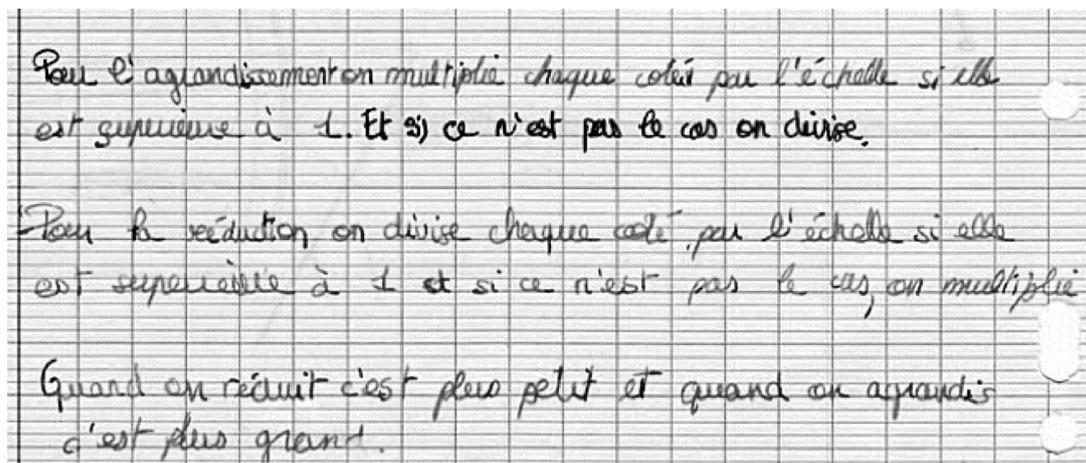
Des élèves présentent ensuite à l'oral leurs propositions en se concentrant sur l'étape 3.

Il est intéressant de projeter certains écrits de cette étape, de les modifier ou les compléter, pour aboutir à une synthèse faite collectivement en cours dialogué.

Le professeur doit veiller à l'ordre de présentation des productions de la moins riche à la plus aboutie. Ce bilan doit faire apparaître que les longueurs sont proportionnelles et les angles conservés. Il semble inutile de faire écrire les élèves pendant cette phase, cela sera réservé à l'institutionnalisation. Celle-ci servira à la fois de bilan de l'activité et de cours sur agrandissement et réduction de figures.

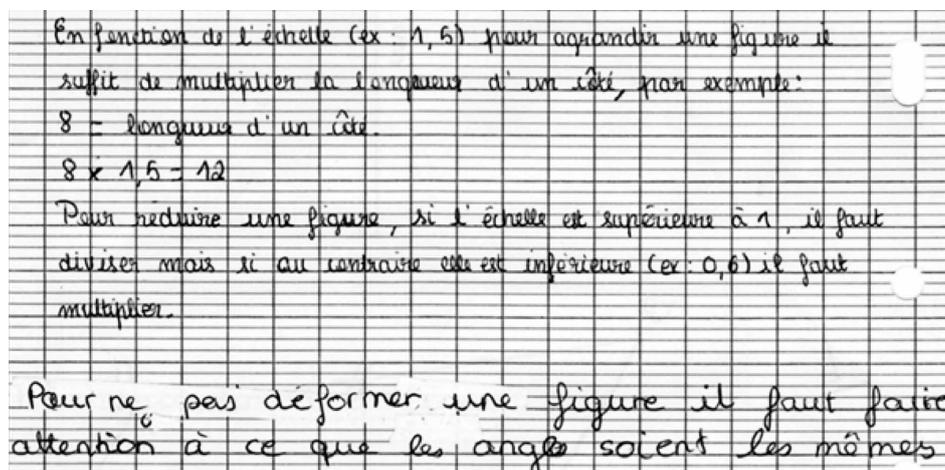
Productions d'élèves

Lucie/Perrine



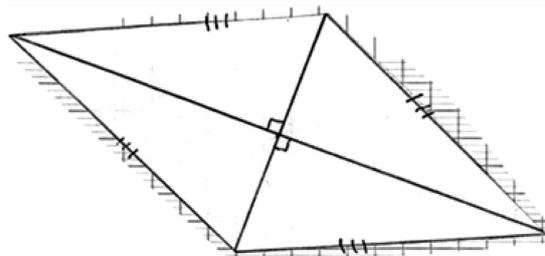
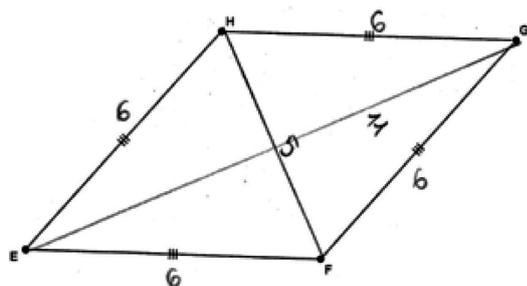
Ces deux élèves appréhendent l'influence des coefficients mais leur expression est confuse en ce qui concerne la notion d'échelle. Elles omettent par ailleurs de parler des angles.

Lisa/Zoé



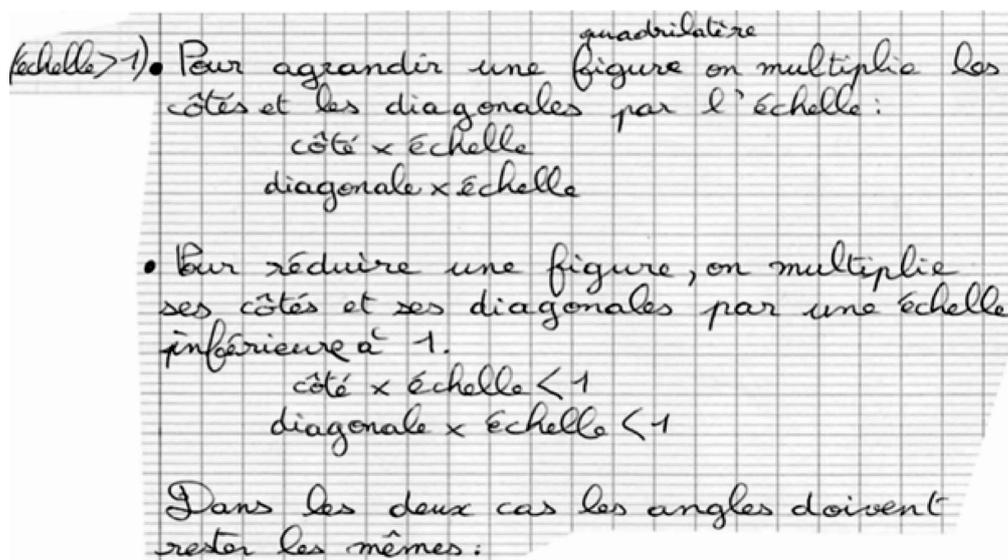
Idem mais les élèves précisent dans quels cas multiplier ou diviser et insistent sur l'importance de la conservation des mesures d'angles.

Philippine/Maxime



Pour la construction du losange il semble que ces deux élèves utilisent aussi les diagonales mais aucune rédaction n'accompagne ces figures.

Anna/Fany



Raisonnement complet, écrit de manière explicite, sur les longueurs des côtés et des diagonales.

Institutionnalisation

Agrandissement/réduction de polygones

Bilan de l'activité faite en classe

1. Des polygones qui sont des agrandissements ou des réductions l'un de l'autre ont leurs longueurs proportionnelles (côtés, diagonales) et leurs angles de même mesure.

Remarques

Il n'est cependant pas nécessaire de vérifier la conservation de tous les angles ou la proportionnalité de toutes les longueurs.

En général, il n'est pas suffisant de n'agrandir que les côtés ou de ne conserver que les angles des sommets.¹

2. Le coefficient d'agrandissement ou de réduction est le coefficient de proportionnalité des mesures des longueurs.

C'est un nombre positif.

- S'il est inférieur à 1, on a une réduction.
- S'il est supérieur à 1, on a un agrandissement.
- S'il est égal à 1, on a une reproduction à l'identique.

¹ Seul le cas du triangle permet de ne considérer que les côtés ou que les angles, mais cette activité ne le met pas en évidence. Il sera intéressant de le faire constater aux élèves au travers d'un exercice et en tout cas avant d'aborder l'activité d'introduction au théorème de Thalès.

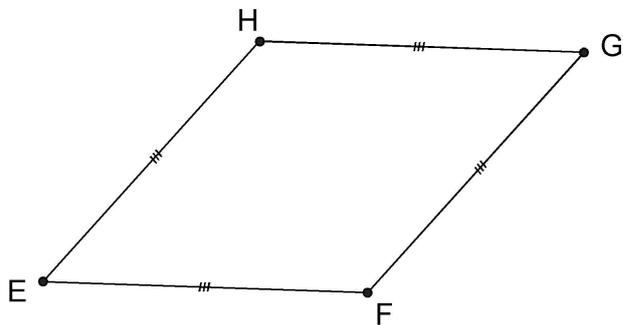
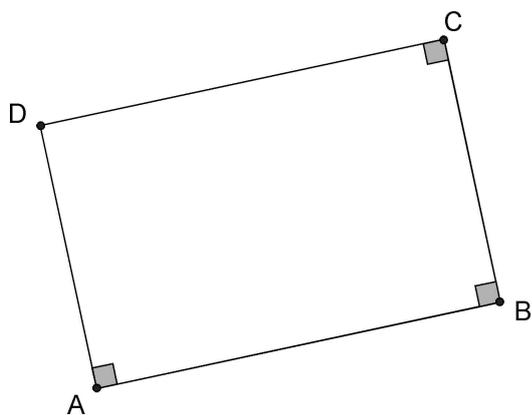
Agrandir ou réduire des quadrilatères

Activité 1 : Rectangle, losange, quadrilatères

Étape 1

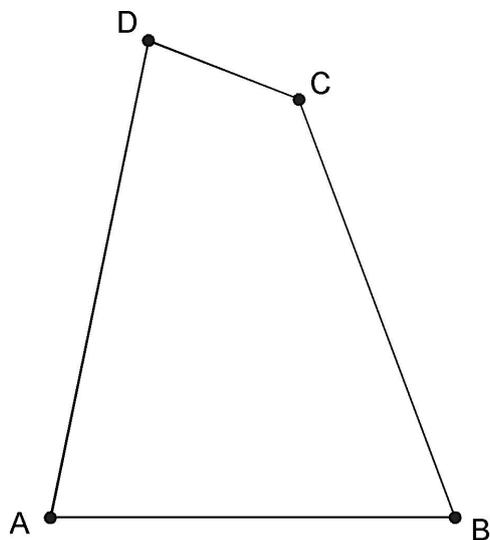
Voici deux quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$.

- 1) Précisez leur nature.
- 2) Construisez individuellement un agrandissement de ces quadrilatères à l'échelle 1,5.
- 3) Vérifiez que vous obtenez bien les mêmes quadrilatères.



Étape 2

Construisez une réduction de $ABCD$ à l'échelle 0,8.



Étape 3 (à écrire ou afficher au tableau)

Proposez une méthode de construction de l'agrandissement ou de la réduction d'un quadrilatère.

Précisez ce qui caractérise un agrandissement ou une réduction d'une figure.