

Les familles de rectangles

Auteur : Guillaume FRANÇOIS (IREM des Pays de la Loire)

Niveau : Cycle 4 [4^e]

Présentation

Cette activité se déroule en trois parties :

- la partie 1 « *Cherchez l'intrus* » est prévue pour une durée de 30 min environ,
- la partie 2 « *Bon de commande* » dure une vingtaine de minutes,
- la partie 3 est le bilan.

Il n'y a pas de bilan entre les deux premières parties. La synthèse est effectuée dans la troisième, au cours de la séance suivante.

Prérequis

Reprise de la proportionnalité niveau 5^e

Objectifs principaux

- Faire le lien entre agrandissement/ réduction et proportionnalité.
- Mettre en évidence, dans un repère, que les points représentant deux grandeurs proportionnelles sont alignés avec l'origine.

Matériel

- Une feuille de papier millimétré, une feuille de papier calque et une feuille blanche A4 par groupe
 - Une enveloppe avec les 6 rectangles d'une série par groupe (voir annexe 1)
 - À télécharger : dossier « famille de rectangles »
famille de rectangles (ppt et pdf)
annexe-rectangles.pdf
-

Déroulement et analyse de l'expérimentation

Scénario

Partie 1 : « Cherchez l'intrus »

La classe est partagée en 6 groupes :

- les groupes 1 et 6 ont reçu les rectangles de la série A,
- les groupes 2 et 4 ont reçu les rectangles de la série B,
- les groupes 3 et 5 ont reçu les rectangles de la série C.

Dans toutes les séries, la longueur et la largeur de chaque rectangle sont proportionnelles sauf dans un cas, qui est nommé « l'intrus ».

Voici les séries de rectangles que les groupes ont en leur possession (les rectangles annotés avec * sont les intrus).

Série A

(longueur = 2,5 × largeur)

Rectangle	1	2 *	3	4	5	6
Longueur	20 cm	14 cm	17,5 cm	10 cm	7,5 cm	5 cm
Largeur	8 cm	5 cm	7 cm	4 cm	3 cm	2 cm

Série B

(longueur = 3 × largeur)

Rectangle	1	2	3 *	4	5	6
Longueur	18 cm	13,5 cm	16 cm	9 cm	7,5 cm	6 cm
Largeur	6 cm	4,5 cm	5 cm	3 cm	2,5 cm	2 cm

Série C

(longueur = 2 × largeur)

Rectangle	1	2	3 *	4	5	6
Longueur	17 cm	14 cm	11 cm	9 cm	8 cm	6 cm
Largeur	8,5 cm	7 cm	5 cm	4,5 cm	4 cm	3 cm

La consigne suivante est à projeter et à lire à haute voix.

CHERCHEZ L'INTRUS

Matériel dont vous disposez

- 6 rectangles numérotés
- Une règle graduée
- Une calculatrice
- Une feuille de papier blanc
- Une feuille de papier millimétré
- Une feuille de papier calque

Ce que vous devez faire

- Parmi les 6 rectangles, il y a un intrus.
- Vous devez le découvrir et expliquer avec précision sur la feuille blanche comment vous avez fait.

Partie 2 : « Bon de commande »

Les élèves sont toujours en groupes. Une deuxième question leur est projetée et lue.

BON DE COMMANDE

Maintenant que vous avez trouvé l'intrus, vous allez le remplacer par un rectangle de la même famille. Vous devez faire tracer ce rectangle par un autre groupe.

Pour cela, rédigez votre commande sur la feuille « bon de commande » .

P.S. VOUS N'AVEZ PAS LE DROIT DE DONNER LES DIMENSIONS DU RECTANGLE.

Chaque groupe rédige son bon de commande (15 min).

Les bons de commande sont échangés entre les groupes qui en réalisent la construction (5 min).

Les groupes récupèrent ensuite le rectangle de sa commande qui remplace l'intrus, et vérifient que celui-ci convient. Le cas échéant, ils modifient juste le bon de commande.

Partie 3 : bilan

Le bilan est fait à la séance suivante. Le professeur pourra :

- projeter les travaux scannés des élèves,
- utiliser un visualiseur pour faciliter la présentation des élèves,
- projeter les séries des rectangles sur un TBI*, pour permettre aux élèves de les manipuler.

Déroulement

- Les élèves ne sont plus en groupes.
- Un représentant de chaque groupe expose la méthode employée pour découvrir l'intrus et justifie la rédaction de son bon de commande (avec la correction éventuelle que le groupe aura apportée).
- Après le bilan des élèves, l'enseignant mène les élèves vers l'institutionnalisation possible suivante.

L'agrandissement-réduction est une situation de proportionnalité dont le coefficient est celui de l'agrandissement-réduction.

Dans une situation de proportionnalité, les points ayant pour coordonnées les deux grandeurs mises en jeu sont alignés avec l'origine.

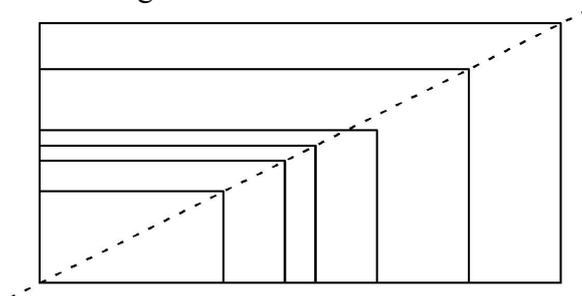
* Tableau Blanc Interactif

Analyse *a priori*

Pour la première partie de l'activité, plusieurs méthodes sont attendues pour pouvoir trouver l'intrus.

- Méthode 1 -

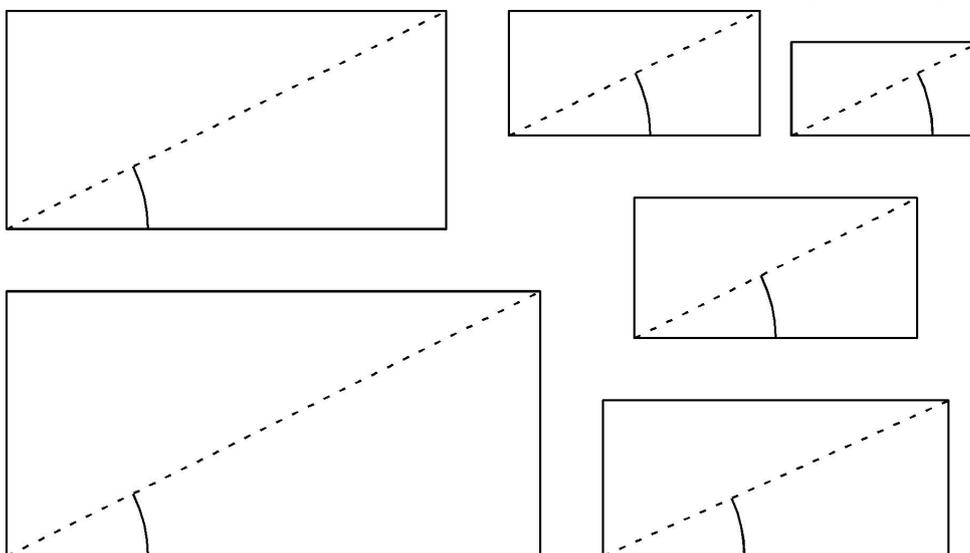
Il est possible de superposer les rectangles en faisant coïncider un sommet.



On remarque que les sommets sont alignés sauf un, celui de l'intrus.

- Méthode 2 -

On peut aussi s'intéresser à l'angle entre la longueur et la diagonale de chaque rectangle.



On remarque que tous les angles sont égaux sauf un, celui de l'intrus.

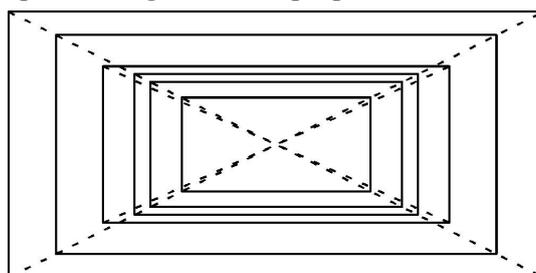
- Méthode 3 -

On mesure les dimensions de chaque rectangle.

On remarque que, pour chaque rectangle, la longueur est proportionnelle à la largeur, sauf dans le cas de l'intrus.

- Méthode 4 -

On trace les diagonales de chaque rectangle et on superpose leurs centres.



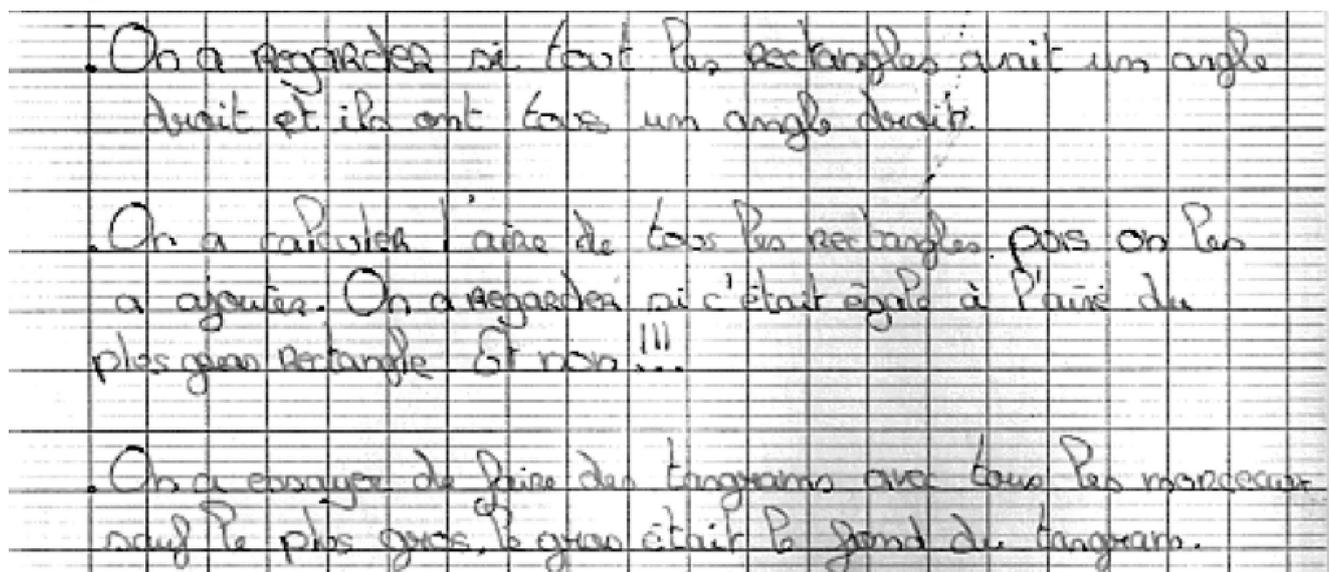
On constate que les deux diagonales d'un rectangle se superposent avec celles des autres, sauf dans le cas de l'intrus.

Analyse a posteriori de la partie 1

Dans un premier temps, de nombreux groupes procèdent par découpage et juxtaposition de surfaces ou par calculs d'aires, en vain.

Certains supposent que l'intrus n'est pas un rectangle et donc vérifient les angles droits à l'aide de l'équerre.

Il faut alors rappeler à la classe que les six quadrilatères sont tous des rectangles, et que l'un des rectangles est un intrus.



Dans un deuxième temps, des groupes utilisent la méthode de vérification de la proportionnalité. L'idée de la proportionnalité est arrivée en observant les mesures de certains rectangles.

le plus grand \rightarrow A le plus petit \rightarrow F

A-L = 20 cm ; l = 8 cm
 B-L = 17,5 cm ; l = 7 cm
 C-L = 14 cm ; l = 5 cm
 D-L = 10 cm ; l = 4 cm
 E-L = 7,5 cm ; l = 3 cm
 F-L = 5 cm ; l = 2 cm

On essaye de faire un puzzle. Ça ne marche pas
 On a trouvé que le triangle "D" est égale à la moitié du triangle "A" donc le "d" $\times 2 = A$
 le triangle "F" est égale à la moitié de F $\times 2 = D$

	2,5	2,5	2,8	2,5	2,5	2,5
longueur	20	17,5	14	10	7,5	5
largeur	8	7	5	4	3	2

INTRUS

Un groupe propose la méthode 1 (vérification de l'alignement des sommets après superposition des rectangles).

Nous avons constaté que en mettant les rectangles de cette façon: ↓

Nous avons ^{peut être} la réponse après nous avons cherché l'aire de chaque rectangle

Rectangle 1: Aire: $14 \times 5 = 70$

Rec 2, Aire: $9 \times 7 = 63$

Rec 3, Aire: $11 \times 5 = 55$

Rec 4, Aire: $9 \times 4 = 36$

Rec 5, Aire: $8 \times 4 = 32$

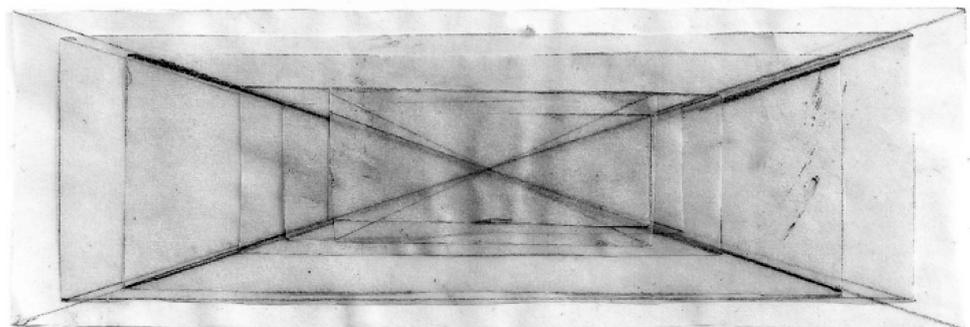
Rec 6, Aire: $6 \times 3 = 18$

quand on ^{utilise} la règle on constate que les sommets A, B, C, E, F sont alignés, sauf le D. Donc nous admettons que c'est le D qui est l'entus.

Dans un groupe, une élève observe l'angle entre la longueur du rectangle et la diagonale mais son idée est rejetée par le groupe qui la juge trop compliquée.

Le rectangle ABCD est l'un des cas où la diagonale a la même mesure que les autres. (9)

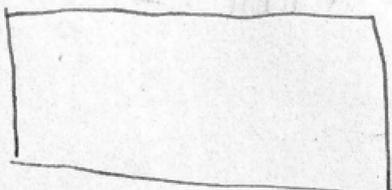
La méthode 4 est trouvée par un élève et réalisée à l'aide d'un calque. Mais la réalisation est tellement peu soignée que l'élève n'a pas pu conclure. L'enseignant l'expose au moment du bilan.



Analyse a posteriori de la partie 2

Les élèves réalisent les bons de commande en respectant la méthode choisie en première partie.

Pour construire le rectangle il faut multiplier la largeur du rectangle par 3.



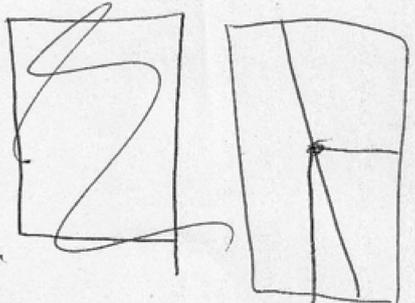
Largeur $\times 3 =$ Longueur

- Faites un tableau de proportionnalité de la Longueur et la Largeur:
 - la longueur en haut.
 - la largeur en bas.
- Calculez la 2^{ème} case de la Longueur multiplié par le 1^{er} nombre de la gauche divisé par le nombre du dessous.

P.S : Faites le 3^{ème} nombre du plus grand au plus petit.

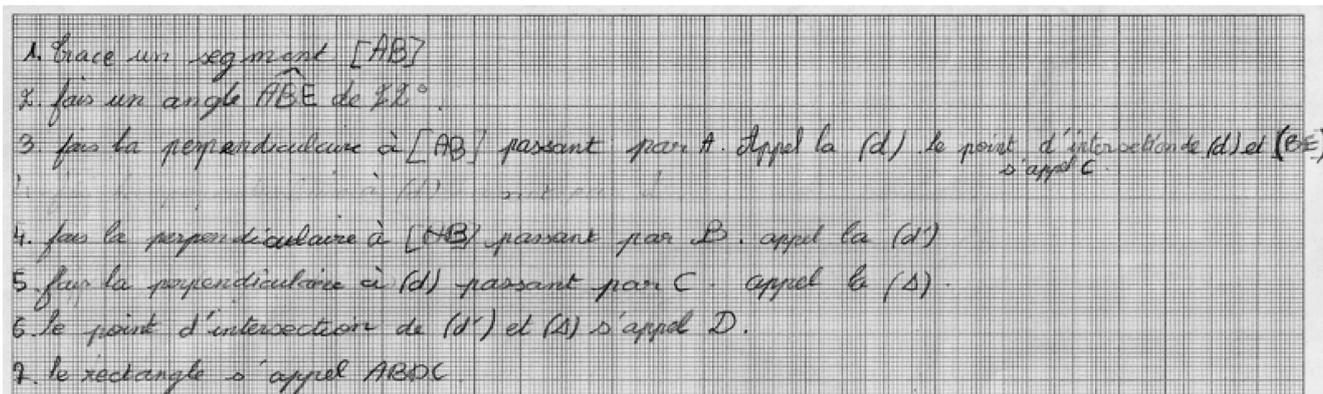
Faire un rectangle de hauteur grand L et de largeur petite l
avec grand $L \div l = 2,5$
 $4 = 1,6$ **Bon.**

Tracer le grand rectangle * puis la diagonale de sommet en * de dimensions L 17, 2,85
sommet et ~~ce~~ tracer un point sur la diagonale



On peut remarquer que, dans un groupe, les élèves parlent de proportionnalité mais n'ont précisé ni le coefficient, ni les dimensions permettant de le calculer.

L'élève qui a utilisé la méthode 3 s'est isolée du groupe pour rédiger son programme de construction.



Bilan

Chaque groupe vient présenter son travail au tableau, y compris les élèves dont le travail a été rejeté. Lors de la présentation de la méthode 3, l'enseignant introduit un repère.

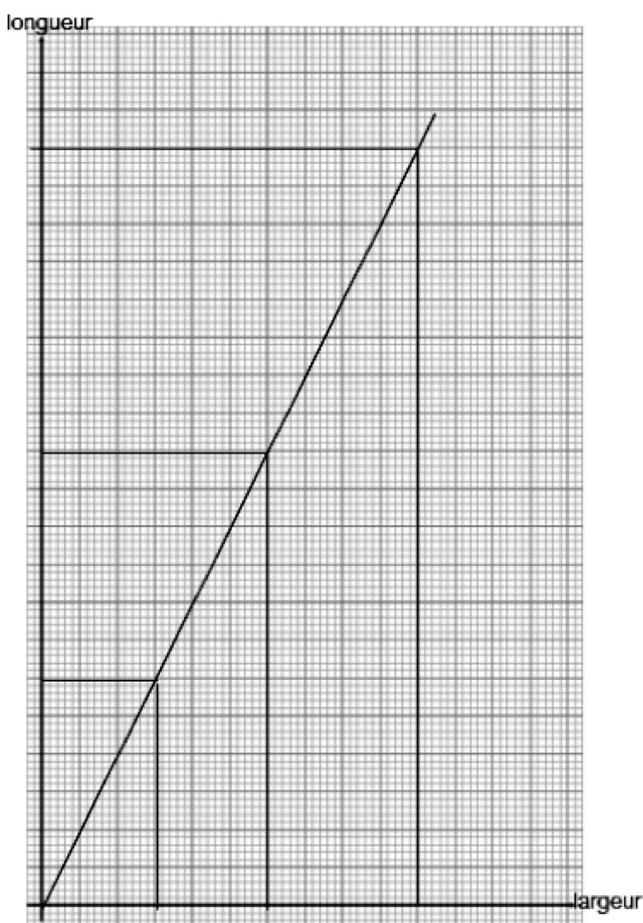
Institutionnalisation

Bilan 1

- Dans une même famille de rectangles, tous les rectangles sont des agrandissements réductions les uns des autres.
- On dit que les rectangles ont le même format.

Dans ce cas, il y a proportionnalité entre les longueurs et les largeurs.

- Si on représente graphiquement les longueurs en fonction des largeurs, on obtient des points alignés avec l'origine.



Bilan 2

Quand on représente graphiquement une situation de proportionnalité, on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Les familles
de
rectangles

Série A

Rectangle 2

Rectangle 4

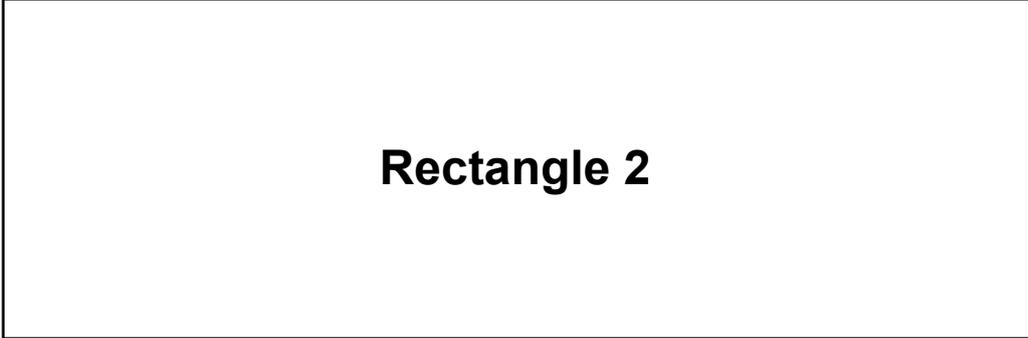
Rectangle 1

Rectangle 3

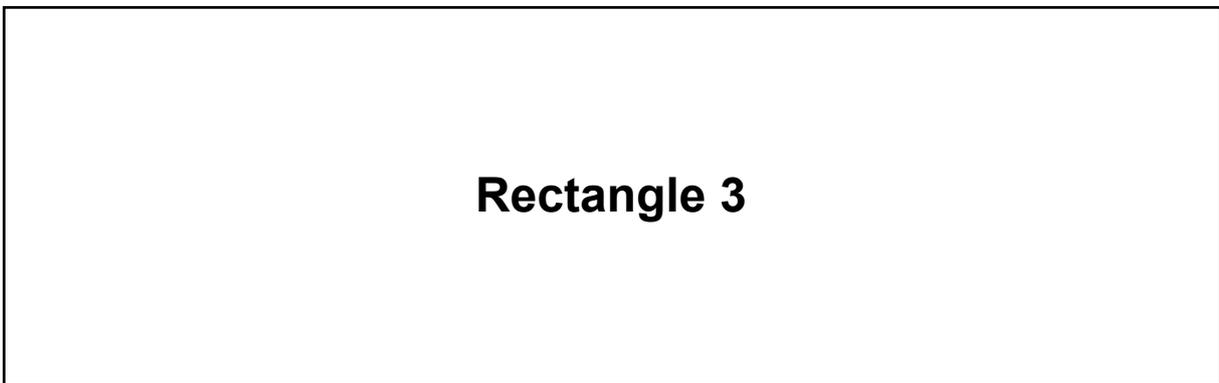
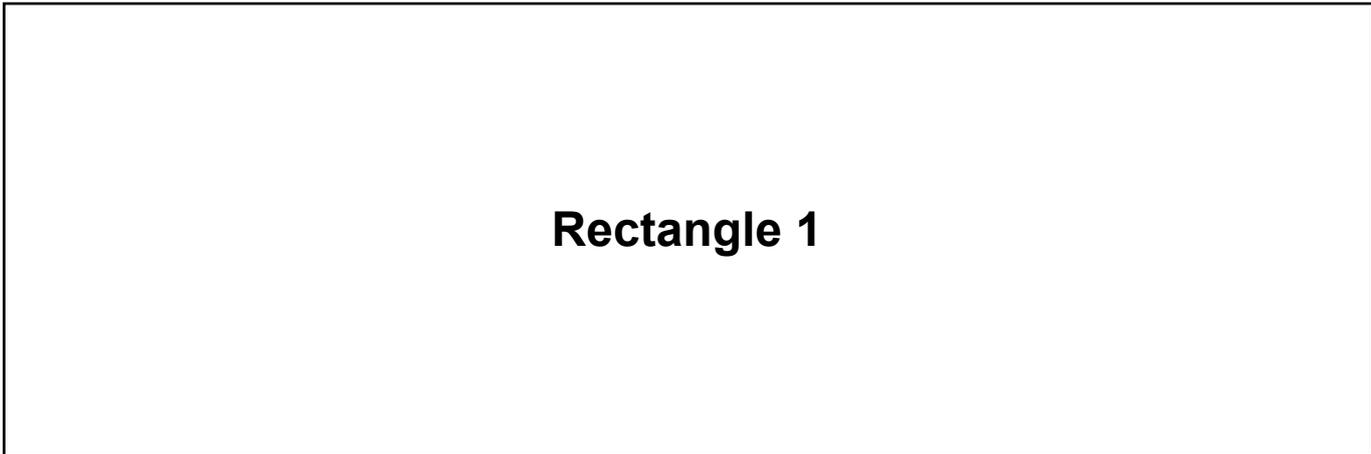
Rectangle 6

Rectangle 5

Les familles
de
rectangles



Série B



Les familles
de
rectangles

Série C

Rectangle 6

Rectangle 3

Rectangle 1

Rectangle 2

Rectangle 4

Rectangle 5