

Reconnaître une situation d'agrandissement avec un LGD*

Auteurs : Monique MAZE – Aurélie ROUX (IREM de Clermont-Ferrand)
Christian JUDAS (IREM des Pays de la Loire)

Niveau : Cycle 3 [6^e]

Présentation

L'activité proposée vise à dégager les caractéristiques d'un agrandissement, en tant que situation de proportionnalité. Elle alterne les modalités de travail papier/crayon et TICE. L'utilisation d'un LGD, ici GeoGebra, permet aux élèves de mettre en évidence les invariants quand ils déplacent les points des figures.

Prérequis

Sur GeoGebra :

- savoir déplacer des points d'une figure pour en déterminer les propriétés,
- construire des figures.

L'étude préalable des angles n'est pas obligatoire pour cette activité telle qu'elle est décrite ci-dessous. Néanmoins, des adaptations sont présentées dans le cas contraire.

Objectifs principaux

- Préparer dès la classe de 6^e le travail autour d'agrandissement-réduction.
- Investir ou réinvestir la notion de proportionnalité (selon la progression annuelle choisie par l'enseignant).

Matériel

- Vidéoprojecteur
 - Salle informatique disposant de GeoGebra
 - À télécharger : dossier « Activite_TICE_6e »
les exemples OUI/NON.pptx, etape2_exemple1.ggb, etape2_exemple2, etape2_exemple3, etape2_exemple4, etape2_exemple5, etape3_construction1, etape3_construction2, etape3_construction3, fiche-eleve1oui-non (doc et pdf), fiche-eleve2oui (doc et pdf).
 - Photocopies des fiches élèves 1 et 2
 - Instruments de géométrie
-

Déroulement et analyse de l'expérimentation

Scénario

- Séance 1 : travail en salle informatique
 - Introduction : vidéo projection de tout ou partie du diaporama « exemples OUI/NON » (annexe 1) permettant de faire émerger le concept d'agrandissement et de réduction (10 à 15 min),
 - Travail en binômes sur les postes informatiques (40 min).
 - Séance 2
 - Travail individuel avec les instruments de géométrie sur papier (10 min),
 - Institutionnalisation (10 min).
- Le professeur prévoit des exercices pour compléter sa séance.

* Logiciel de Géométrie Dynamique

Description et analyse

La situation de départ s'inspire des travaux de Britt Mary Barth et d'un travail présenté par Denise Grenier concernant l'enseignement de la symétrie orthogonale.

Il s'agit de faire découvrir les propriétés relatives à un agrandissement-réduction au travers d'exemples : les exemples OUI montrent deux figures dont l'une est un agrandissement de l'autre, des exemples NON montrent deux figures qui ne se correspondent pas par agrandissement-réduction.

Séance 1 : le professeur montre des exemples OUI et des exemples NON aux élèves dans le but de leur faire formuler les caractéristiques communes aux exemples OUI.

Puis, les élèves manipulent un logiciel de géométrie dynamique afin de déterminer si les situations qui leur sont proposées sont des situations d'agrandissement-réduction : exemples OUI ou NON.

Séance 2 : les élèves doivent compléter des exemples (avec un LGD puis avec les instruments classiques de géométrie pour un travail sur papier) pour que ces exemples deviennent des exemples OUI, ils doivent donc construire un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée.

• Séance 1

Idéalement, la séance se déroule dans une salle permettant un échange collectif et l'accès à des ordinateurs. La première phase de travail ne nécessite pas l'utilisation de l'ordinateur par les élèves, ils sont donc installés de façon à pouvoir regarder une image projetée et débattre tous ensemble.

Dans le cas où la disposition de la salle informatique ne permet pas de conduire un débat, le professeur peut projeter et débattre dans sa salle de cours puis poursuivre le travail en salle informatique.

La consigne suivante est donnée à l'oral.

Consigne

Je vais vous montrer des images.

Certaines d'entre elles seront appelées exemples OUI, et d'autres exemples NON.

Vous devez trouver quelles sont les propriétés communes à tous les exemples OUI. Je noterai vos propositions au tableau.

Le professeur utilise le diaporama *Les figures OUI/NON.ppt* dont il va projeter les diapositives.

La première d'entre elles consiste en un sommaire permettant de choisir la diapositive à projeter en cliquant sur l'icône qui lui correspond. L'annexe 1 comporte les images de chacune des diapositives et leurs caractéristiques.

Le professeur appelle exemples OUI les images qui montrent des exemples d'agrandissement-réduction. On rappelle que parmi celles-ci sont autorisées les figures se correspondant avec un retournement.

Le choix de l'ordre d'apparition des diapositives dépend des réponses des élèves.

La première doit être un exemple OUI, le professeur annonce que l'exemple projeté est un exemple OUI et note alors au tableau les propositions des élèves sans en rejeter.

En fonction des formulations obtenues, il choisit un exemple OUI ou un exemple NON du diaporama permettant de rejeter ou d'affiner peu à peu certaines propositions. Au tableau, il raie, complète ou modifie les propriétés énoncées par les élèves.

Il procède ainsi jusqu'à obtenir une formulation qui lui convienne.

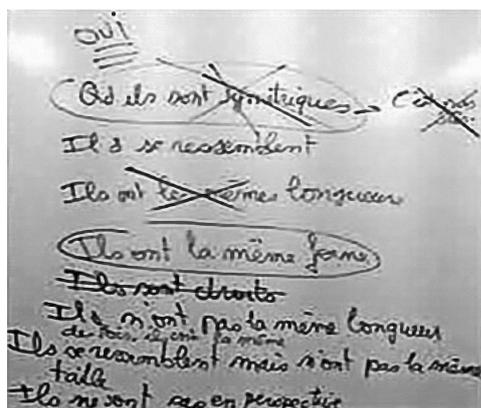
Il ne s'agit pas ici d'attendre l'énoncé de propriétés formelles. On acceptera toute formulation donnant l'idée de la conservation de la forme et de la proportionnalité des longueurs. Exemples :

- « les figures ont la même forme »

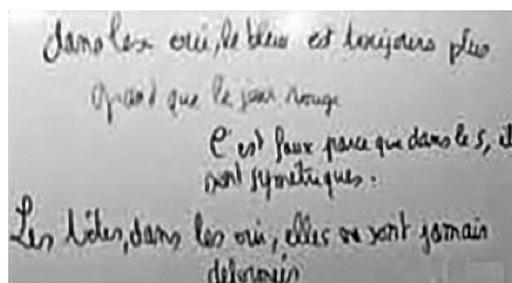
- « les figures sont pareilles mais pas de la même taille »

- ...

Voici deux exemples de propositions d'élèves en bilan de la projection.



« Quand ils sont symétriques. c'est pas sûr
Ils se ressemblent
Ils ont les mêmes longueurs
Ils ont la même forme
Ils sont droits
Ils n'ont pas la même longueur, des fois ils ont la même
Ils se ressemblent mais n'ont pas la même taille
Ils ne sont pas en perspective. »



« dans les oui, le bleu est toujours plus grand que le rouge
c'est faux parce que dans le 5 ils sont symétriques
Les têtes, dans les oui, elles ne sont jamais déformées. »

La consigne suivante est alors donnée à l'oral.

Consigne : Vous allez maintenant travailler avec les ordinateurs.
Avec le logiciel GeoGebra, vous ouvrirez un à un les fichiers dont le nom est inscrit sur la fiche que je vais vous distribuer.
Vous indiquerez sur cette fiche si les fichiers présentent des figures OUI ou des figures NON.
Quand vous aurez terminé ce travail, vous m'appellerez.

Le professeur distribue la fiche réponse (fiche élève n°1). Les élèves s'installent en binômes devant les ordinateurs et travaillent en autonomie.

Lorsqu'un binôme termine le travail, le professeur vérifie les réponses, demande aux élèves de reprendre les fichiers correspondant à des réponses fausses. Si toutes les réponses sont justes, le professeur questionne le binôme pour vérifier ses procédures.

Les exemples proposés dans ces fichiers sont de difficulté croissante, l'ordre d'ouverture des fichiers doit donc être suivi par les élèves.

Nom du fichier	Réponse	Description
etape2_exemple1	Non	Il suffit de déplacer n'importe quel point de l'une ou l'autre des figures pour observer que la forme n'est pas conservée.
etape2_exemple2	Non	Le déplacement de quelques points seulement permet de répondre.
etape2_exemple3	Non	Le déplacement du point I seulement permet de répondre.
etape2_exemple4	Oui	Une des figures est déformable, sa déformation entraîne une déformation similaire de l'autre figure. Pour répondre, on peut amener une figure sur l'autre pour faire coïncider les angles ou mettre en évidence le parallélisme des côtés et mesurer les côtés.
etape2_exemple5	Oui	Une des figures est déformable, sa déformation entraîne une déformation similaire de l'autre figure. Pour répondre, on ne peut pas amener une figure sur l'autre pour faire coïncider les angles. Il est nécessaire de mesurer les côtés. Si les angles n'ont pas été abordés auparavant, on peut évoquer le fait que les figures semblent avoir la même forme. Si la séquence sur les angles a été abordée, alors mesurer les angles s'avère être un argument supplémentaire.

Une fois le travail corrigé, le professeur donne au binôme la consigne suivante (fiche élève n°1, consigne 2) : il s'agit de constructions de l'agrandissement ou de la réduction d'une figure mettant en œuvre les caractéristiques dégagées précédemment.

Pour chacun des fichiers, la nature des figures et les coefficients ont été choisis pour permettre, soit à l'enseignant, soit aux élèves, d'invalider ou de valider la construction.

Une fois le travail terminé sur un fichier, le binôme l'enregistre. Il travaille en autonomie sans attendre la validation du professeur pour passer au fichier suivant et peut revenir à un fichier précédent. Pendant ce temps, l'enseignant circule dans la classe et repère les procédures intéressantes (erronées ou non).

Nom du fichier	Description
etape3_construction1	<p>Le coefficient d'agrandissement est 2,5. Il s'agit de construire un rectangle en évitant alors d'utiliser d'autres angles que les angles droits. Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, l'élève doit mesurer. Il peut mesurer le diamètre des demi-cercles (1 et 2,5) ou la longueur des deux rectangles (4 et 10). Stratégies possibles :</p> <ul style="list-style-type: none"> - passer de 1 à 2,5 ou de 4 à 10 avec calcul du coefficient de proportionnalité, - procédure additive (qui peut être invalidée immédiatement en raisonnant sur le diamètre et la longueur du rectangle ou lors de la construction 2) - placer un point libre sur la perpendiculaire à la droite (A'B') passant par A' ou B', puis le déplacer pour obtenir la mesure désirée (à invalider rapidement par le professeur).
etape3_construction2	<p>Le coefficient d'agrandissement est 1,5. Il s'agit de construire un carré (ce qui permet d'avoir des angles droits), un cercle et deux demi-cercles. Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, l'élève doit mesurer les côtés des deux carrés. Si les élèves ajoutent 1,5 à toutes les longueurs, la longueur FC reste la même sur la seconde figure donc elle n'est pas agrandie. Cela peut les conduire à remettre en cause leurs réponses à la construction 1. Une construction est implicitement attendue : celle dont les points A' et B' sont les images respectives de A et B.</p>
etape3_construction3	<p>Le coefficient de réduction est 0,75 ou $\frac{3}{4}$. Pour déterminer le coefficient de proportionnalité, l'élève doit mesurer les deux diamètres des demi-cercles. La figure comprend un angle droit. On rappelle que deux solutions sont donc possibles.</p>

Variante possible : utiliser les fichiers *etape3_construction1bis*, *etape3_construction2bis* comportant les mêmes situations sans que les points soient nommés. Dans ce cas, on autorise plus de solutions (retournement ou pas).

Si un binôme a terminé le travail avant les autres, le professeur peut lui proposer un prolongement : reprendre la construction 2, proposer une autre solution possible et déterminer le nombre de solutions (c'est-à-dire 16).

À la fin de la séance, le professeur prévoit un temps de synthèse collective. À l'aide du vidéoprojecteur, il dégage les difficultés rencontrées et les procédures utilisées. En particulier, la procédure d'ajout est rejetée parce que la figure obtenue n'a pas la même forme. On met en évidence que les longueurs des figures sont proportionnelles. On peut utiliser des formulations du type :

« Pour construire l'agrandissement d'une figure, il est nécessaire de multiplier toutes ses longueurs par un même nombre ».

Pour préparer la séance 2, l'enseignant récupère et analyse les fichiers enregistrés par les élèves.

• Séance 2

Le professeur procède à une phase de rappel en projetant certains fichiers des élèves, il revient ainsi sur les procédures erronées ou justes.

Il distribue la fiche *papier crayon 1 et 2 (fiche élève n°2)*, puis les élèves construisent, à l'aide des instruments de géométrie, l'agrandissement et la réduction demandés. Il s'agit de réinvestir les propriétés énoncées précédemment. Les figures choisies pour ces constructions sont telles qu'il n'est pas nécessaire de savoir mesurer un angle ou construire un angle de mesure donnée.

Cette fiche sert ensuite d'illustration pour le cours qui consiste à reprendre ces propriétés.

On pourra écrire des phrases du type :

- la figure 2 est un agrandissement de la figure 1,
- la figure 1 est une réduction de la figure 2,
- les angles des deux figures sont les mêmes,
- les longueurs de la figure 1 ont toutes été multipliées par ... pour obtenir celles de la figure 2.

Lorsque la séquence sur les mesures d'angles aura été abordée, l'enseignant pourra proposer un travail mettant en avant la conservation des angles dans une situation d'agrandissement-réduction.

Proposition d'un scénario intégrant un travail sur les angles dans le cas où ils auraient été abordés avant la question d'agrandissement-réduction.

La première phase montrant des exemples OUI/NON au travers du diaporama se déroule comme décrit précédemment. Elle ne permet vraisemblablement pas aux élèves de dégager qu'il y a conservation des angles.

Lors de la deuxième étape (manipulation des fichiers GeoGebra), les élèves sont cette fois susceptibles de remarquer que les deux figures présentes dans un exemple OUI ont des angles égaux.

La fiche papier crayon, servant de support pour le cours, peut présenter un exemple supplémentaire. Celui-ci aurait pour objectif de conduire les élèves à construire un agrandissement ou une réduction en travaillant alors à partir des angles (mesure et construction au rapporteur ou utilisation d'un gabarit).

Annexe 1
Diaporama Exemples OUI/NON

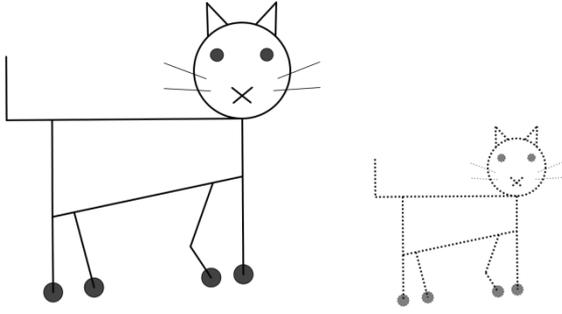
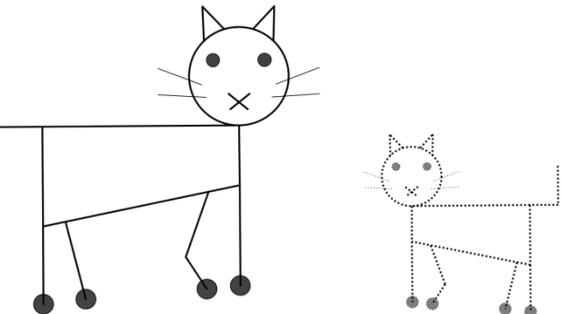
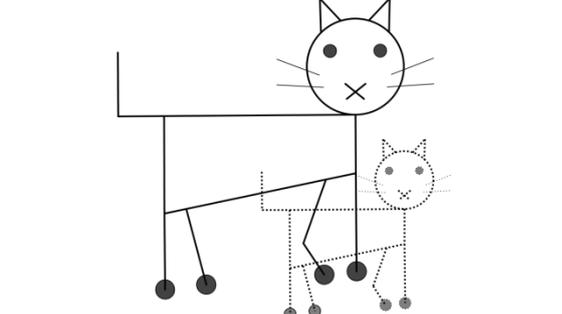
Diapositive	Caractéristiques
<p align="center">Les exemples OUI/NON</p> <p>OUI/NON 1 </p> <p>OUI/NON 2 </p> <p>OUI/NON 3 </p> <p>OUI/NON 4 </p> <p>OUI/NON 5 </p> <p>OUI/NON 6 </p> <p>OUI/NON 7 </p> <p>OUI/NON 8 </p>	<p>Diapositive sommaire</p> <p>Il suffit de cliquer sur l'icône  correspondant au numéro de l'exemple que l'on souhaite projeter.</p>

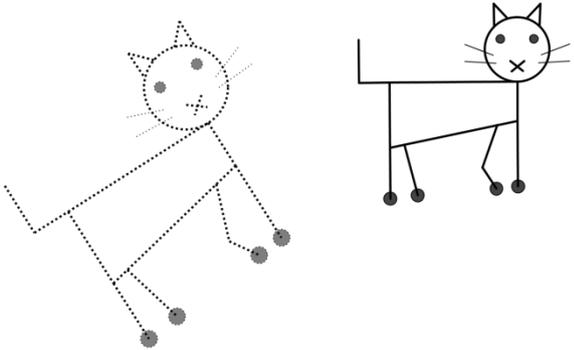
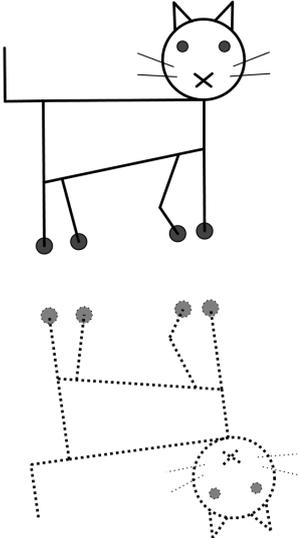
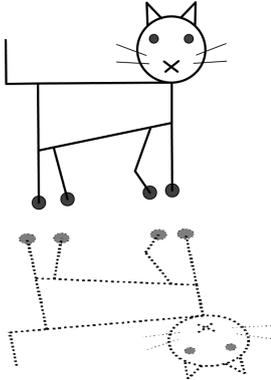
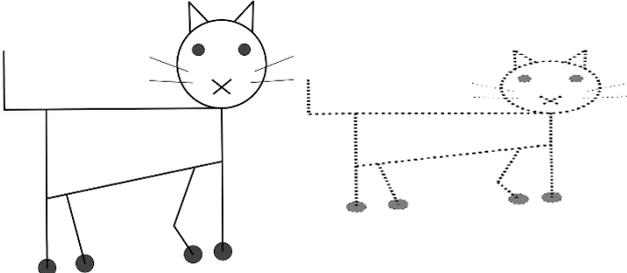
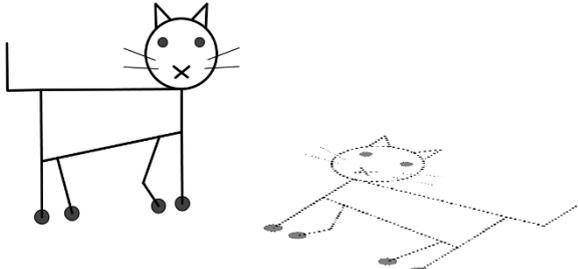
Remarques

Dans les diapositives qui suivent :

- les chats sont représentés en couleur pour permettre aux élèves des formulations du type « le chat bleu est plus grand que le chat rouge, ... »,
- l'icône  permet de revenir à la diapositive sommaire pour sélectionner l'exemple suivant.

Sur cette brochure publiée en noir et blanc, le chat dessiné en bleu apparaît en traits noirs, et celui dessiné en rouge apparaît en gris clair pointillés. Mais le diaporama présenté aux élèves est en couleur.

	<p>Exemple 1 : Exemple OUI Similitude directe :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le chat bleu est un agrandissement du chat rouge, - il n'y a pas retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures ont « la même direction » (deux segments correspondants sont parallèles).
	<p>Exemple 2 : Exemple OUI Similitude indirecte :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le chat bleu est un agrandissement du chat rouge, - il y a retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures ont « la même direction ».
	<p>Exemple 3 : Exemple OUI Les chats se correspondent par une similitude directe :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le chat bleu est un agrandissement du chat rouge, - il n'y a pas retournement, - les deux figures « se chevauchent », - les deux figures ont « la même direction ».

	<p>Exemple 4 : Exemple OUI Les chats se correspondent par une similitude directe :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le chat bleu est une réduction du chat rouge, - il n'y a pas retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures n'ont pas « la même direction ».
	<p>Exemple 5 : Exemple OUI Les chats se correspondent par une similitude indirecte :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le chat bleu est l'image du chat rouge par symétrie axiale, - il y a retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures ont « la même direction ».
	<p>Exemple 6 : Exemple NON</p> <ul style="list-style-type: none"> - les chats ne sont pas semblables, - il y a retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures ont « la même direction ».
	<p>Exemple 7 : Exemple NON</p> <ul style="list-style-type: none"> - les chats ne sont pas semblables, - il n'y a pas retournement, - les deux figure ne « se chevauchent » pas, - les deux figures ont « la même direction ».
	<p>Exemple 8 : Exemple NON</p> <ul style="list-style-type: none"> - les chats ne sont pas semblables, - il y a retournement, - les deux figures ne « se chevauchent » pas, - les deux figures n'ont pas « la même direction ».

Fiche élève n°1

Exemples OUI/NON avec un logiciel de géométrie dynamique

Consigne 1

Ouvrir GeoGebra.

Ouvrir le fichier nommé : etape2_exemple1.

Ce fichier comprend deux figures. Indiquer dans le tableau ci-dessous s'il s'agit d'un exemple OUI ou d'un exemple NON.

Faire le même travail avec les fichiers nommés : etape2_exemple2 ;
etape2_exemple3, ...,

	Exemple OUI	Exemple NON
Etape2_exemple1		
Etape2_exemple2		
Etape2_exemple3		
Etape2_exemple4		
Etape2_exemple5		

Consigne 2

1. Ouvrir le fichier etape3_construction1.

Compléter la figure pour qu'il s'agisse d'un exemple OUI.

Enregistrer le fichier en ajoutant votre nom (par exemple :
etape3_construction1DURAND).

2. Ouvrir le fichier etape3_construction2.

Compléter la figure pour qu'il s'agisse d'un exemple OUI.

Enregistrer le fichier en ajoutant votre nom (par exemple :
etape3_construction2DURAND).

3. Ouvrir le fichier etape3_construction3.

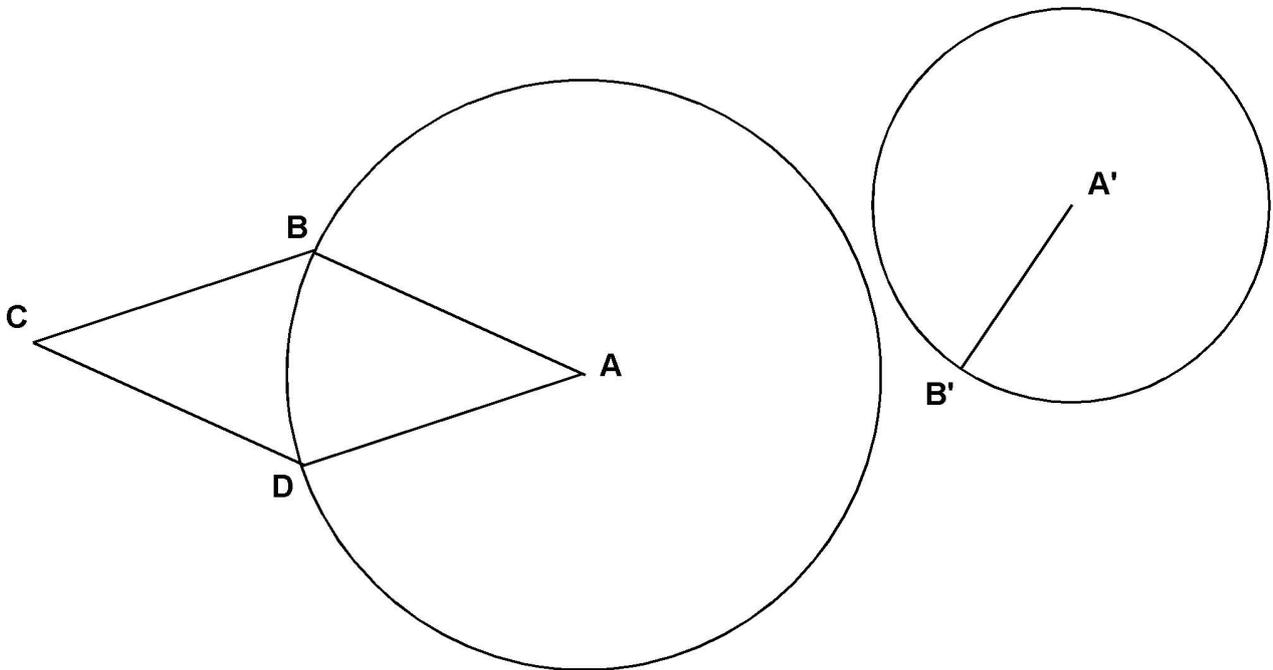
Compléter la figure pour qu'il s'agisse d'un exemple OUI.

Enregistrer le fichier en ajoutant votre nom (par exemple :
etape3_construction3DURAND).

Fiche élève n°2

Exemples OUI avec papier, crayon et instruments

Avec les instruments de géométrie, complète la figure pour qu'il s'agisse d'un exemple OUI.



Avec les instruments de géométrie, complète la figure pour qu'il s'agisse d'un exemple OUI.

