

En troisième : *Synthèse sur les nombres au collège*

Annick MASSOT et Georges PONS – IREM des Pays de la Loire

Le travail sur les nombres initié à l'école primaire se poursuit au collège. Un début de classification des différents ensembles de nombres du point de vue de l'inclusion (même si ce mot n'est pas utilisé) est introduit à partir de questions rencontrées ou posées par les élèves : un entier est-il un décimal ? Les nombres rationnels sont-ils tous décimaux ? Qu'en est-il de π ?

Tous ces nombres sont utilisés dès la classe de sixième. D'autres, les irrationnels commencent à être découverts en quatrième, mais surtout en troisième.

En troisième, il nous semble intéressant, conformément au programme, de faire le point sur ces nombres.

Objectifs

- Faire un point sur les nombres rencontrés au collège.
- Repréciser la différence entre nombre décimal et écriture décimale d'un nombre, entre nombre fractionnaire et écriture fractionnaire d'un nombre.
- Faire découvrir ou redécouvrir qu'un nombre entier est un nombre décimal, etc.

Prérequis

L'irrationalité de $\sqrt{2}$.

Déroulement

Première séance

L'enseignant annonce aux élèves que l'activité va commencer avec une séance « Autour du mot » et explique le fonctionnement correspondant si nécessaire : le professeur écrit un mot sur un transparent rétroprojeté (plutôt qu'au tableau, ce qui permet de garder une trace de l'activité) ; en silence les élèves réfléchissent, puis chacun à leur tour (les autres restant silencieux) disent un mot qu'ils associent au mot écrit et le professeur le note. Ainsi par association d'idées, une suite de mots est écrite. Puis, toujours dans une classe silencieuse, les élèves, chacun à leur tour, choisissent les mots qu'ils gardent (mots soulignés) ou qu'ils rejettent (mots barrés). Cela s'arrête quand plus personne n'a rien à dire.

Après les explications, l'enseignant écrit « Les différentes sortes de nombres » et l'activité commence.

À partir de la production de la classe (voir un exemple en annexe), un débat s'engage dans l'objectif de faire un tri pour écarter ce qui ne répond pas à la consigne (voir le paragraphe « Remarques »). Aucune institutionnalisation n'est faite après cette séance « Autour du mot », son objectif était d'établir, collectivement, une liste (éventuellement incomplète, suivant la production des élèves) des nombres rencontrés au collège.

Deuxième séance

Le professeur distribue ensuite la consigne, éventuellement après avoir projeté la production de la séance précédente.

Voici une liste de 15 nombres :

$$-2,7 ; \pi ; -1 ; \frac{10}{3} ; \frac{28}{4} ; \frac{-60}{6} ; \sqrt{4} ; 4,25 ;$$

$$\frac{3}{10} ; 0 ; \sqrt{2} ; \sqrt{9} ; -\frac{1}{7} ; -\sqrt{3} ; \sqrt{0,09}.$$

Classe ces nombres dans le tableau suivant :

Nombres décimaux relatifs	Nombres non décimaux relatifs	Je ne sais pas

Après un temps de travail individuel, le professeur relève les propositions des élèves et le débat s'engage. Il permet d'établir la définition d'un nombre décimal et l'inclusion $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$. C'est aussi l'occasion pour le professeur d'utiliser à nouveau le mot « rationnel », qui a été introduit quand l'irrationalité de $\sqrt{2}$ a été mise en évidence.

Les élèves notent :

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale. Exemple : $4 = \frac{40}{10}$; $3,25 = \frac{325}{100}$.

L'ensemble des nombres entiers relatifs constitue une partie de l'ensemble des nombres décimaux relatifs.

Le professeur donne alors la consigne suivante :

Maintenant, classe ces mêmes nombres dans le tableau suivant :

Nombres rationnels	Nombres non rationnels	Je ne sais pas

Avec la même gestion que précédemment, le débat permet d'institutionnaliser dans un premier temps la définition d'un nombre décimal et d'établir l'inclusion $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

Dans un deuxième temps, sont abordés les nombres qui restent (π ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$) : le terme « irrationnel » est introduit ainsi que celui « d'ensemble des réels ».

Le résumé (voir feuille résumé) est ensuite distribué aux élèves. Il permet de revenir sur tous les ensembles de nombres, d'introduire leurs symboles et de faire vivre ces définitions en complétant le schéma ensembliste.

Remarques

Le débat peut porter aussi sur d'autres points que ceux qui sont les objectifs de l'activité. Ainsi, dans l'exemple en annexe, le débat a permis de revenir sur :

- la différence entre opération et résultat d'opération
- la différence entre point et coordonnées d'un point
- les différents sens possibles d'un même mot (échelle, chiffre...).

L'enseignant peut faire le choix de ne pas aborder immédiatement tous les points soulevés pendant une séance « Autour du mot » et les noter pour y revenir à d'autres occasions.

ANNEXE

LES DIFFERENTES SORTES DE NOMBRES

<u>Négatifs</u>	Superlatif	Soustraction
<u>Positifs</u>	Droite graduée	Graphique
<u>Nul</u>	Echelle	Abscisse
<u>Cardinaux</u>	Inconnue	Ordonnée
<u>Ordinaux</u>	Inégaux	Chiffre
<u>Egal</u>	Fractionnaires	Proportionnels
<u>Entier</u>	Inférieur	Croissant
Décimaux	Supérieur	Pourcentage
<u>Signe</u>	Différent	Degré
Infini	Ordonnée	Algèbre
<u>Relatif</u>	Opération	

Feuille résumé

SYNTHÈSE DES NOMBRES AU COLLÈGE

N L'ensemble des entiers naturels : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ...

Les nombres entiers naturels constituent un ensemble, noté \mathbb{N} .

Z L'ensemble des entiers relatifs ... -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ...

Les nombres **entiers positifs et négatifs** constituent l'ensemble des **entiers relatifs** noté \mathbb{Z}

$3 = +3$ L'ensemble \mathbb{N} est une partie de l'ensemble \mathbb{Z} .

D L'ensemble des décimaux relatifs

Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Exemple : $0,2 = \frac{2}{10}$; $-3,25 = -\frac{325}{100}$. 4 peut s'écrire $\frac{40}{10}$, donc 4 est un nombre décimal.

L'ensemble \mathbb{Z} est une partie de l'ensemble \mathbb{D} .

Q L'ensemble des rationnels

Les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des **entiers relatifs**, b étant non nul, constituent l'ensemble des **nombres rationnels** noté \mathbb{Q} .

Par exemple : $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{-5}{7}$ sont des rationnels. $5,124 = \frac{5124}{1000}$ donc 5,124 est un nombre rationnel.

L'ensemble \mathbb{D} est une partie de l'ensemble \mathbb{Q} .

R L'ensemble des réels

Il existe aussi des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers relatifs (π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$...). Ces nombres sont appelés **irrationnels**.

Les nombres **rationnels et irrationnels** constituent l'ensemble des **nombres réels**, noté \mathbb{R} .

L'ensemble \mathbb{Q} est une partie de l'ensemble \mathbb{R} .

