La géométrie d'Oronce à l'attaque

ou

Quel théorème de Thalès pour la mesure des objets inaccessibles ?

Frédéric MÉTIN

IREM de DIJON

> *Il y a deux choses, qui en toute discipline ont de coustume estre agreables, plaisantes & utiles à tous studieux. L'une est la facile introduction à la discipline : laquelle la voye de doctrine & le sens universel explique. L'autre est vue estre le fruit colligé d'icelle discipline, compensateur agréable des travaux entrepris.*
>
> Oronce Fine

L'extrait cité du prologue qu'Oronce Fine donne à sa *Practique de Géométrie*[1]convaincra peut-être le lecteur qu'une géométrie peut *passer à l'attaque*. La question est de savoir comment une théorie comme celle qui est exposée dans les *Éléments* d'Euclide a pu se trouver mise en pratique, mais aussi, plus actuellement, comment les connaissances étudiées en classe peuvent être utilisées à l'extérieur de l'école. Nous semblons en effet avoir oublié l'existence même du terme de "pratique", qui ne devrait pas concerner que les applications ou les exercices proposés aux élèves, mais revêt une réelle dimension d'action. L'aspect "agréable, plaisant, et utile" signalé par Oronce Fine paraît bien irréel, il doit être replacé dans son contexte, à une époque où non seulement les étudiants représentaient une infime proportion de la population, mais en plus n'étudiaient que très peu les sciences : un soupçon d'Euclide, pour son aspect logique, un peu d'Aristote et de catégories, bien pratiques pour les disputes rhétoriques...

On peut lire également, dans le prologue, le désir de mettre en valeur plusieurs aspects des pratiques scientifiques et techniques de l'époque et d'attirer les étudiants vers la science. Mais Oronce Fine n'est pas un inventeur : il reprend, justifie, magnifie des pratiques ancestrales. Si son ouvrage est bien <u>sa</u> Géométrie pratique, c'est avant tout une affaire de style, de discours et d'illustrations (puisqu'il composait et gravait lui-même les figures de ses livres). Pour la "petite histoire", Oronce ne fut fier que d'un résultat : sa quadrature du cercle. Mais le mathématicien portugais Pedro Nuñes montra très vite qu'il s'était trompé, et devant l'aveuglement du professeur royal vieillissant, il publia en 1546 l'humiliant *De Erratis Orontii Finaei*, qui allait ridiculiser notre auteur (et sa réputation s'en est trouvée ternie jusqu'à aujourd'hui).

1. Traduction en français de Pierre Forcadel en 1570 (voir la note 6, page suivante)

Notre but n'est pas de réhabiliter Oronce, mais de mettre en évidence la richesse de tout texte ancien, qui peut donner lieu à des activités en classe, surtout lorsqu'il se veut pratique. Mais, comme la postérité est injuste en ne voyant qu'un médiocre calculateur en Fine, rappelons-le, à la suite de Michaud[2]: *Tel, à la faveur des connaissances actuelles, s'est acquis la réputation d'habile géomètre, qui n'eut peut-être pas outrepassé les travaux d'Oronce sous François 1er*.

Que sait-on de l'auteur?

D'une manière générale, le ton des biographes suit l'époque : au temps d'Oronce Fine, il est plutôt flatteur, comme sous la plume d'André Thevet[3] qui cite *cet Archimède Dauphinois, qui par inclination naturelle s'adonna entre autres aux Mathématiques qui pour lors estoyent rares & comme ensevelies.*

Portrait d'Oronce Fine
(internet, origine inconnue)

A partir de Montucla[4], cela change : le ton devient presque méprisant (Montucla ne s'occupe que des vrais mathématiciens). Oronce est présenté, ainsi que Charles de Bovelles, comme un scientifique *fort au dessus de sa réputation même s'il ne fut pas inutile au rétablissement des mathématiques.* C'est que Nuñez, mathématicien reconnu par la postérité, a porté l'estocade et qu'il est sûrement plus rapide pour l'historien d'abandonner Oronce à son infamie...

Voici quelques indications biographiques : Oronce Fine est né en 1494 à Briançon, mais ayant perdu son père assez tôt, il part étudier à Paris. Les mathématiques sont alors fort peu prisées, mais l'intéressent au point qu'il les enseigne au Collège de Navarre à partir de 1516. Une sombre histoire (une de ses prédictions astrologiques aurait-elle déplu ?) le mène en prison de 1518 à 1524 (on ne rigolait pas à cette époque), puis sa réputation de scientifique s'accroît tant que François 1er le nomme Professeur Royal en 1530. Il publie de nombreux ouvrages, dont il donne plusieurs versions (les textes changent peu mais les illustrations sont totalement revues), ce qui ne suffira pas à en faire un homme riche, puisqu'il meurt totalement désargenté en 1555.

2. *Biographie universelle ancienne et moderne,...,nouvelle édition, publiée sous la direction de M. Michaud*, Paris, C. Desplaces, 1854.

3. *Les vrais pourtraits et vies des hommes illustres, grecz, latins et payens recueilliz de leurs table au livre, medalles antiques et modernes.* Par André Thevet, angoumoysin, Premier Cosmographe du Roy. A Paris, par la veusue I. Kervert et Guillaume Chaudiere Rue St-Jacques. 1584

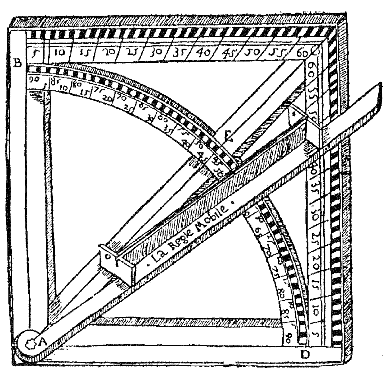
4. Jean-Etienne Montucla, *Histoire des Mathématiques*, Paris, Agasse, An VII-An X. Part. III, Liv. III,p. 574.

L'ouvrage

Apparue pour la première fois dans la *Protomathesis* de 1532[5], la *Géométrie pratique* connut beaucoup de rééditions, ou de refontes, en particulier pour ce qui concerne l'usage du "quarré géométrique" et des instruments. Nous avons consulté la première traduction française, due à Pierre Forcadel[6] et parue en 1570 (BM Dijon, cote n° 51119). Ce livre se situe dans la tradition des géométries pratiques et des traités d'arpentage et de toisé en ce qu'il est avant tout un recueil de moyens de mesurer (longueurs, superficies puis volumes.) En revanche, il n'est pas question de problèmes de construction, inscription, circonscription ou autres, qui constituent aussi une branche (euclidienne) de la géométrie pratique, même si le problème de la quadrature du cercle amène des considérations assez abstraites. Il est remarquable de constater qu'un professeur royal a pu s'intéresser à ce genre de choses, d'autant que presque tous les suivants feront de même.

On lit immédiatement la différence avec une géométrie théorique : Oronce Fine ne donne aucune définition préalable (sans doute car il l'a fait dans sa *géométrie théorique*) mais explique tout de go la fabrication du premier instrument, le quarré géométrique, qui sert à effectuer des visées en vue d'utiliser des proportions.

L'instrument est rudimentaire et bien connu à l'époque, il n'est pas de l'invention d'Oronce. On retrouve son principe dans plusieurs ouvrages de l'époque, en particulier celui de Stoffler sur l'astrolabe, traduit en français en 1560[7]. Le cadre est fixe (l'un de ses montants est vertical) et la règle mobile, surmontée de pinnules comme dans l'astrolabe, est utilisée pour les visées. Une utilisation de la 4ème proposition du livre VI des *Éléments* d'Euclide (un équivalent de la propriété des triangles semblables, et pas tout à fait de notre "théorème de Thalès", voyez ci-dessous) permet de calculer la distance à mesurer.

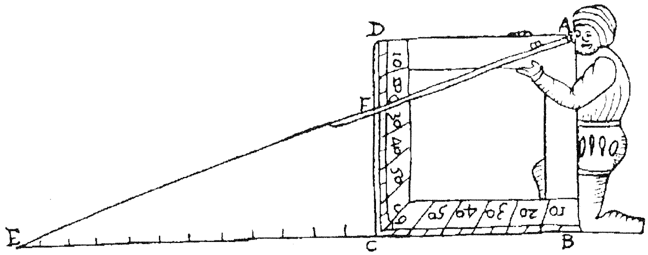


5. En quelque sorte, la somme de ses connaissances, un cours complet de sciences, où la géométrie pratique côtoie l'astronomie et la géographie, ainsi que l'arithmétique, pratique elle aussi.

6. *La Practique de la géométrie d'Oronce Professeur du roy ès mathématiques, en laquelle est compris l'usage du Quarré Géométrique, etc.* Reveüe & traduicte par Pierre Forcadel, Lecteur du Roy ès Mathématiques. A Paris chez Gilles Gourbin, 1570.

7. Et comme il a été publié en français chez Guillaume Cavellat ("à la Poule Grasse"), les illustrations sont les mêmes que celles d'un autre ouvrage sur l'astrolabe, celui de Dominique Jacquinot !

Par exemple, au chapitre 3 : *Comme sont mesurées les lignes droictes, estendues en une superficie plane terrestre.*



La ligne EB étant la ligne à mesurer, il suffit de poser le quarré sur le sol et d'effectuer la visée. Puis, *telle raison que a le costé du quarré ad, à la partie couppée df, icelle garde aussi la ligne donnée be, à icelluy costé ab.*
Autrement dit et moyennant une trahison de style :

$$AD \text{ est à } DF \text{ comme } EB \text{ est à } AB, \text{ ou encore } \frac{AD}{DF} = \frac{EB}{AB}$$

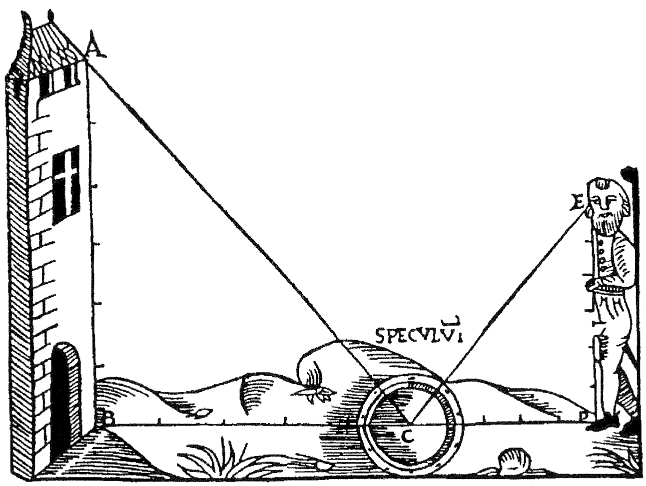
ce qui permet (mais Oronce ne l'écrit pas) de calculer EB, connaissant la taille du montant AB et lisant la graduation sur DC. La démonstration est donnée dans le texte, elle consiste à prouver, par les *Éléments* d'Euclide, que les deux triangles ADF et EBA sont équiangles, donc proportionnels ; on voit ici la supériorité de la proposition VI-4 d'Euclide sur la proposition VI-2 (notre bon vieux "Thalès") en termes d'efficacité : allez donc faire reconnaître à vos élèves une "situation de Thalès" dans les triangles ADF et ABE ; il faut au moins deux applications du théorème, sous la forme que nous lui connaissons, pour établir la proportion. Reconnaissons que la pensée des triangles semblables est plus intéressante ici et que nos "figures-clé" ne sont pas assez (ou sont trop) nombreuses.

Intermède : à propos de "Thalès"

Il y a dans le livre VI des *Éléments* d'Euclide[8] plusieurs propositions qui mériteraient notre qualification de théorème de Thalès, qualification dont on sait depuis le travail d'Henri Plane[9] à quel point elle est récente. Si cette fameuse qualification provient de la légende selon laquelle Thalès serait allé montrer aux Égyptiens comment mesurer la hauteur d'une pyramide (l'étude du papyrus Rhind a montré qu'ils savaient parfaitement le faire, bien avant la possible venue du Grec), alors la plus adaptée serait la proposition VI-4 : "Dans les triangles équiangles sont en proportion les côtés autour des angles égaux, et homologues ceux qui sous-tendent les angles égaux" alors que la VI-2 revient à notre théorème actuel et à sa réciproque.

8. Euclide, *Les Éléments*, vol.II, traduits du texte de Heiberg par B. Vitrac, Paris, PUF, 1994.
9. Henri Plane *"Thalès, un centenaire bien français !" IREM* de Dijon, 1995.

Il y a dans un cas deux triangles proportionnels dont la situation relative n'est pas imposée (même si pour sa démonstration, Euclide les place de telle sorte que deux des côtés homologues soient dans le prolongement l'un de l'autre), et dans l'autre un seul triangle coupé par une droite qui en fait apparaître un autre à l'intérieur du premier. Les propositions qui suivent dans le texte d'Euclide sont d'ailleurs les fameux "cas d'égalité", dont nous fêtons le retour à l'école après une trentaine d'années d'absence...



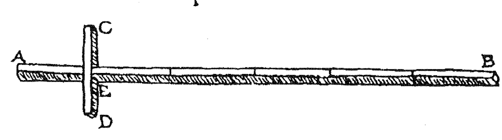
Voyez la figure ci-dessus, donnée aussi dans le livre d'Oronce Fine, illustrant une méthode de mesure visuelle à l'aide d'un miroir. Ne serait-ce pas une magnifique figure-clé à donner aux élèves? N'est-ce pas encore plus simple de considérer les triangles proportionnels?

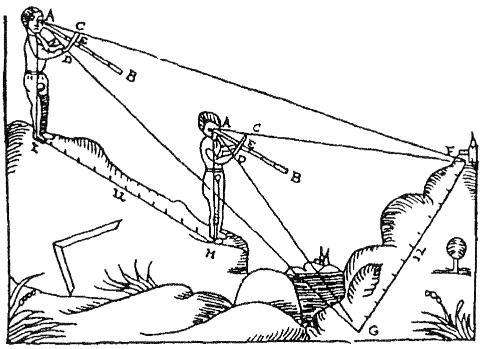
Retour au texte

Le chapitre 6 propose la *description d'un autre instrument, avec lequel est obtenuë la longueur des lignes droictes & inaccessibles, & constituées ou eslevées orthogonellement au plan terrestre.* Il s'agit du fameux "bâton de Jacob", inventé par Levi ben Gerson, savant juif de Bagnols sur Cèze, au 14ème siècle.

Le grand bâton est divisé en six parties égales (ou plus) et coulisse à l'intérieur du petit bâton transversal dont la longueur est égale à celle de l'une des parties du grand. La visée est des plus simples : il suffit d'aligner les extrémités C et D du petit bâton avec celles de la ligne à mesurer. Mais une seule visée ne suffit pas, il y aura donc un système de double visée.

Le baſton pour meſurer.





Le principe est le suivant : l'homme est en H et effectue la première visée, le petit bâton ajusté sur une graduation précise du grand. Il déplace le petit bâton d'une division et cherche une nouvelle situation I, de sorte que les extrémités du petit bâton soient de nouveau alignées avec celles de la ligne à mesurer. Miracle de la géométrie : la longueur de la ligne à mesurer FG est égale à la distance IH ! Le plus beau dans ce texte est qu'Oronce ne fournit pas d'explication. Évidemment, on ne peut s'empêcher d'en chercher une (encore du Thalès) et d'y impliquer les élèves qui n'en demandaient pas tant !

Travail avec les élèves

Comme d'habitude, la première difficulté est pour eux de s'habituer à la typographie. Mais il en vient une seconde : les mots et les expressions sont vraiment plus compliqués que d'habitude (c'est un imprimé plutôt ancien, un des tout premiers traités de géométrie en français.) Ce qui démobilise de prime abord, car on ne peut éluder ce problème pour passer tout de suite au contenu mathématique. Cela peut nous rappeler les difficultés que représente notre propre langage pour nos élèves ; la différence entre Oronce et le professeur, c'est que le texte d'Oronce est étrange pour la classe et pour le professeur. Il est donc nécessaire de travailler d'abord sur une partie facile, pour laquelle toute la difficulté résidera dans le sens à donner aux mots : l'introduction ou les instructions pour la construction du quarré peuvent jouer ce rôle de mise en train.

Deux extraits du texte (*Comme sont mesurées les lignes droictes, estendues en une superficie plane terrestre* et la *description d'un autre instrument, avec lequel est obtenuë la longueur des lignes droictes & inaccessibles*) ont été proposés à des élèves de Première (Sciences et Technologie de Laboratoire) et de Seconde (Arts plastiques) du Lycée "Le Castel" à Dijon. Ils ont donné lieu à un travail en classe puis à des séances de mesure. Si la partie théorique a été plutôt poliment reçue mais peu appréciée, les séances de mesure ont été joyeuses ! Ce n'est pas si étonnant, nous sortons assez peu de la classe et nos exercices n'ont qu'un rapport lointain avec une quelconque mise en pratique ; en outre, les voyages de classe ou les sorties au cinéma sont rarement le fait du professeur de mathématiques, alors qu'ils sont à marquer de pierres blanches dans la mémoire et l'imaginaire des classes. Il n'empêche que la sortie ne (me) suffisait pas et qu'il était nécessaire de comprendre a priori comment les visées allaient permettre l'estimation des longueurs. Tout ceci allait, du moins le pensais-je, convaincre les élèves de la puissance des mathématiques, de leur aptitude à mesurer le monde, donc à le décrire.

Première époque, en salle : lecture du chapitre 3 (voir plus haut). Tout se passe comme prévu, les élèves n'y comprennent rien et certains refusent même d'aller plus loin ("à quoi ça sert ? Vous êtes sûr que ça fait bien partie du programme ?") La démonstration est particulièrement difficile à comprendre, et nous devons y passer du temps. J'aurais pu mâcher le travail en donnant un glossaire et le canevas de la démonstration, mais où aurait été le plaisir? N'est-il pas normal que la découverte ne soit pas immédiate et qu'elle dérange? Sans aller jusqu'à conduire les élèves à échec, ne les laissons pas dans l'illusion que tout est facile et que le savoir s'acquiert sans aucun effort. L'élève n'est pas la mesure de toute chose. Allez, n'ayez pas peur : ils ont disposé d'un petit schéma et de quelques indications au fur et à mesure de leur avancée (un prof doit savoir rester humain de temps en temps...)

Les Premières ont étudié le chapitre 10, dont il n'est pas question ici (mesure de la hauteur d'un édifice à l'aide d'un seul bâton planté verticalement dans le sol), la démonstration leur semblant maintenant abordable (le plus gros du travail avait été fait au chap. 3)

Les Secondes ont eu plus de chance encore avec la fin du même chapitre, où Oronce montre comment l'utilisation d'un simple miroir permet d'estimer la hauteur d'un édifice dont le pied est accessible (voir figure ci-dessus). Les deux classes ont terminé par la double visée, lecture commune, esquisse de démonstration en classe, puis rédaction complète de cette démonstration à la maison.

Deuxième époque, dehors. Les élèves de Première disposaient d'un bâton rudimentaire, mais suffisant pour mesurer de loin l'espace entre deux pylônes du Lycée (j'avoue : novice, j'avais oublié de demander toutes les autorisations et nous avons été obligés de rester dans l'enceinte de l'établissement.) Puis ils sont partis dans les frimas de janvier mesurer la hauteur d'un célèbre obélisque dijonnais à l'aide de la toise verticale, l'autre bâton ne servant à rien ici. Les élèves de Seconde devaient mesurer toutes les cotes possibles du Bastion de Guise (dernier grand ouvrage conservé des fortifications de Dijon) en vue d'une éventuelle reconstitution en maquette (qui ne fut pas construite), à l'aide du bâton, du miroir et du quarré géométrique. L'intérêt d'un bastion est qu'il permet une remise en perspective historique de ces anciennes méthodes : il ne me fut pas difficile de convaincre les élèves que les mousquets des défenseurs les auraient vite décimés s'ils avaient essayé de s'approcher du rempart ! Joyeux souvenir...

Par honnêteté, je dirai ce qui s'est passé en rentrant en classe : nous rendant compte de l'écart ahurissant entre les diverses mesures (plus de 20%), nous avons dû discuter de l'attitude à adopter pour décider des valeurs des longueurs. Les rigolos écartés (les deux mesures extrêmes), il a suffi d'un simple calcul de moyenne pour mettre tout le monde d'accord, la méthode des moindres carrés étant encore hors de portée ! Les mathématiques sont toutes puissantes pour mesurer le monde, certes, mais il faut éviter de les appliquer...

Je dirais qu'aujourd'hui, un traitement "statistique" des mesures obtenues sur le terrain me paraît une bonne continuation de cette activité, d'autant plus que nos programmes de seconde nous y engagent. Ne pourrait-on pas même en profiter pour lancer la question de la validité d'une "preuve par sondage"? Une confrontation de méthodes de mesure (avant d'avoir abordé la question de la démonstration de leurs fondements théoriques) avec ce qu'elles nous permettent d'obtenir effectivement sur le terrain donnerait certainement des angoisses aux enseignants, mais aussi une vision assez intéressante de la preuve, non? Par exemple, utiliser la méthode indienne (celle des Sulbasutras) pour trouver un carré de même aire qu'un rectangle donné. Mais c'est une autre histoire...

Quel théorème "de Thalès"?

Que l'on choisisse la situation du triangle coupé par une droite parallèle à l'un de ses côtés ou celle de deux triangles équiangles, il m'apparaît clairement que le théorème "de Thalès" est un grand théorème, et j'entends là les deux aspects de ce théorème. Les élèves conservent très peu de choses de leur passage en cours de maths (et je ne parle même pas de ce qu'ils pourront utiliser en tant qu'humains après leurs études, surtout pour les non spécialistes), mais l'idée des formes proportionnelles les marquera sans doute pour longtemps. Ce qui peut nous donner à penser que ces figures d'objets de même forme engendrant des égalités de quotients devaient être intimement connues de tous avant leur reconnaissance sous la forme de problèmes mathématiques.