

Séquences pour travailler la numération et ses liens avec l'addition à partir d'un instrument ancien.

Frédérique Plantevin, Laboratoire de mathématiques de Bretagne atlantique, IREM de Brest

Résumé de la présentation :

Je commencerai par présenter le projet et ouvrage Passerelles : enseigner les mathématiques à travers leur histoire au cycle 3, dans lequel les travaux du groupe IREM "Instruments dans la classe et dans l'histoire" s'inscrivent. Notre groupe travaille à partir de ressources historiques particulières : des instruments (ici, de calculs) à observer et à concevoir. Je décrirai une partie des activités que nous avons proposées et montrerai des travaux et productions d'élèves, d'enseignants de cycle 3 en formation et du groupe. Cela permettra de faire apparaître les notions et compétences des programmes de cycle 2 et 3 abordées. Je présenterai les extensions et variantes testées (ou en cours de test) de cette séquence de référence. Je conclurai par son aboutissement (vers la fin du cycle 3, voire le cycle 4) qui était en fait le point de départ de notre réflexion : la mécanisation du calcul. J'apporterai quelques instruments et matériel pour illustrer et rendre plus concret mon propos.



Passerelles

Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3

Neuf groupes IREM (Brest, Dijon, Grenoble, La Réunion, Limoges, Lyon, Paris, Paris Nord, Poitiers), réunis au sein de la commission inter-IREM « épistémologie et histoire », offrent ici une présentation et une analyse de séquences d'enseignement expérimentées dans des classes du cycle 3 (CM1-CM2-6^e) autour de documents historiques. Chaque séquence exploite une ressource ancienne, qu'il s'agisse d'un dessin, d'un texte (texte mathématique ou philosophique, texte de loi) ou d'un artéfact matériel (instrument de mesure ou de calcul).

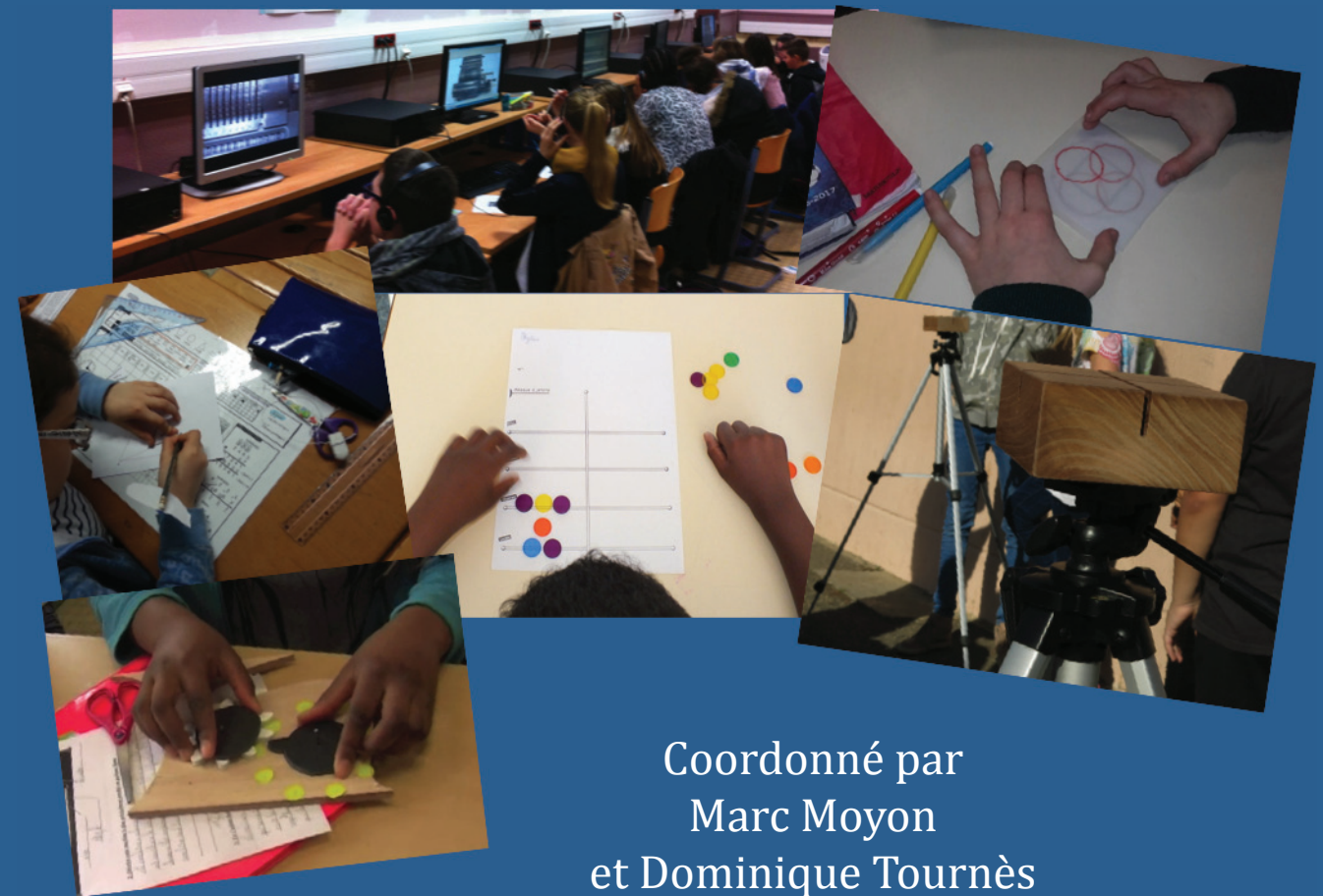
Cet ouvrage est original car il s'adresse à la fois aux professeurs des écoles dont la polyvalence est envisagée comme une richesse, et aux professeurs de collèges et lycées, à la fois spécialistes de leur discipline et enclins aux projets interdisciplinaires.

Mots clés : histoire des mathématiques, numération, géométrie, calcul instrumenté, interdisciplinarité

Passerelles | Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3

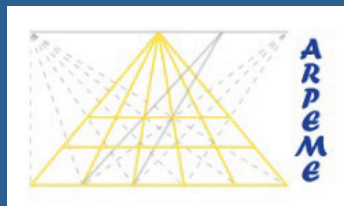
Passerelles

Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3

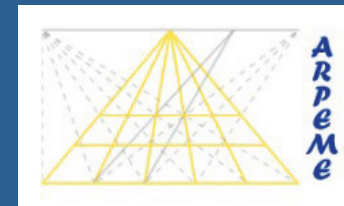


Coordonné par
Marc Moyon
et Dominique Tournès

Dépôt légal : mai 2018
ISBN : 978-2-917294-19-2
Prix public : 22 €



irem



Commission inter-IREM
« épistémologie et histoire »

irem

Notions des programmes abordées en mathématiques

Utiliser et représenter les grands nombres entiers..., les nombres décimaux

– Comprendre les règles de fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres entiers pour les représenter par des roues dentées et engrennées ; application aux grands nombres selon la capacité des machines entre 10 et 12 chiffres ; extension aux nombres décimaux par la matérialisation de la virgule.

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux

– Propriétés des opérations (commutativité, associativité, distributivité de la multiplication sur l'addition).
– Calculs en ligne : utiliser des parenthèses (pour décrire les opérations réalisées par la multiplicatrice).
– Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé de la multiplication et la division en lien avec le calcul mécanisé.
– Travailler sur le sens des opérations, notamment la division (rôle et représentation des dividende, diviseur, quotient et reste).

et en sciences et technologie

Matériaux et objets techniques

– Identifier les évolutions des besoins et des objets techniques dans leur contexte : du calcul mécanique de l'addition à celui de la multiplication.
– Décrire le fonctionnement d'objets techniques, ici additionneuse et multiplicatrice, leurs fonctions et leurs composants.
– Concevoir et produire un objet technique (additionneuse à roues) en équipe pour traduire une solution technologique répondant à un besoin (automatiser la retenue dans l'addition).

Compétences développées

Chercher : Manipuler, expérimenter à partir de supports nouveaux.

Représenter : Utiliser les machines pour représenter les nombres : représenter les ordres par des roues, les chiffres par des dents, la retenue au moyen d'un engrenage..., en particulier les opérandes dans les différentes opérations (opérandes entrés, opérandes construits).

Calculer : Découvrir et utiliser une technique opératoire nouvelle (calculs mécanisés) en lien avec les techniques classiques de calcul (en ligne, posé).

Communiquer : Argumenter dans des échanges (autour de la construction d'un prototype en binôme). Rendre compte des observations, hypothèses, conclusions en utilisant un vocabulaire précis.

3

La mécanisation du calcul

La machine, par sa disposition, imite parfaitement les opérations d'arithmétique, et ses mouvements semblent peindre tous les raisonnements qu'il faut faire pour arriver aux résultats.

Louis-Alexandre-Désiré Hoyau (1822, 360)

Le travail présenté dans ce chapitre¹ porte sur la numération et le calcul de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division des entiers naturels, par le biais d'instruments mécaniques qui les ont partiellement automatisés. Nous commençons par présenter les machines utilisées en les situant dans leur contexte historique. Les objectifs mathématiques que l'on peut poursuivre au cycle 3 autour de ces machines sont ensuite exposés. Du fait de la nature interdisciplinaire des objets étudiés et de la démarche suivie pour les utiliser, les activités permettent d'atteindre également des objectifs en technologie et éventuellement en histoire (voir la partie « Des pistes pour aller plus loin »). Des vidéos d'accompagnement, montrant les machines en action, ont été réalisées pour les séquences en classe. Elles sont mises à la disposition de tous sur le site compagnon de l'ouvrage. Leur visionnage peut aider la lecture de ce chapitre.

1. Contexte historique

La mécanisation des quatre opérations arithmétiques commence au tout début du XVII^e siècle avec les inventions indépendantes de Wilhelm Schickard et Blaise Pascal. Leurs machines réalisent toutes deux les additions de nombres entiers avec un report automatique de la retenue.

1. Chapitre rédigé par Frédérique Plantevin avec l'aide des membres du groupe de recherche de l'IREM de Brest « Instruments dans l'histoire et dans la classe ». Participent aux travaux de ce groupe depuis février 2017, Véronique Fustec, Yohan Lefebvre, Yann Le Thénaff du collège Saint-Pol-Roux à Brest et Marc Le Pors de la circonscription de Brest ville. Murielle Geslin de l'école du Champ-de-Foire à Plougastel-Daoulas a participé au groupe entre février et juin 2017. Dominique Bernard de l'école Jacques-Prévert à Brest est entrée dans le groupe à la rentrée 2017.



Crédits photo : F.Plantevin

Étude d'une additionneuse mécanique

1) Visionnez le fichier LC201. Remplissez le tableau suivant :

Ecrivez en ligne le calcul réalisé entre les temps 0:08 et 0:18	Que fait la manipulatrice entre les temps 0:25 et 0:34 ?
Ecrivez en ligne le calcul réalisé entre les temps 0:38 et 0:44	Que fait la manipulatrice entre les temps 0:48 et 0:51 ?
Ecrivez en ligne le calcul réalisé entre les temps 0:55 et 1:20	Que fait la manipulatrice entre les temps 1:25 et 1:31 ?

2) Visionnez le fichier LC202.

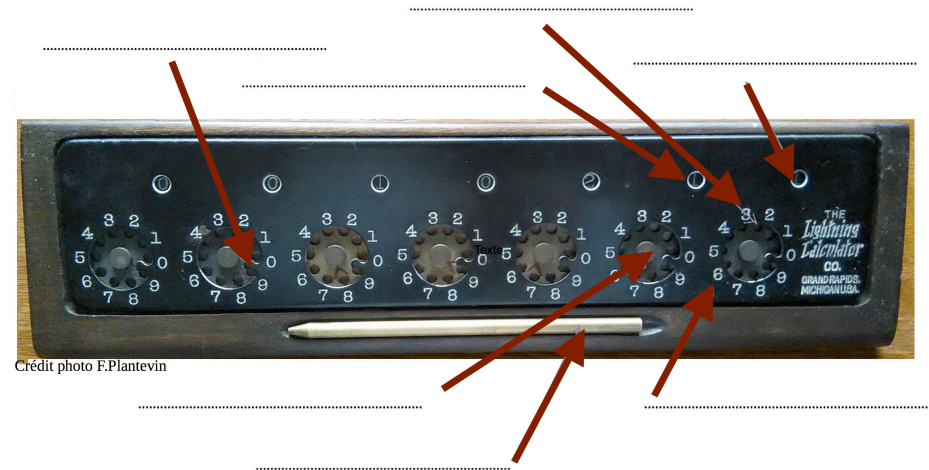
Ecrivez en ligne les calculs réalisés dans le film.

Que se passe-t-il au moment 0:20 ?

3) Visionnez le fichier LC3.

Ecrivez en ligne le calcul réalisé dans le film. Y a-t-il plusieurs possibilités pour l'écrire ?

4) Donnez un nom à chaque partie de l'instrument. Essayez de choisir le nom pour expliquer ce que fait cette partie. *Vous pouvez vous aider des films.*



Crédit photo F.Plantevin

5) Imaginez le mécanisme à l'intérieur de l'instrument. *Vous pouvez vous aider du fichier LCdemoret2.* Essayez de faire un schéma.

Consignes – déroulé de l'activité

1) Activité 1 : découverte

Modalité 1 : voici vidéo-projetée, la photo d'une machine qui permet de calculer des additions. Décrire la machine ; nommer et donner la fonction des différents éléments repérés. Emettre des hypothèses sur son fonctionnement à partir des éléments que l'on voit sur la machine.

Modalité 2 : voici des photos de machines. Les observer attentivement, qu'ont-elles en commun ?

Qu'ont-elles de particulier, de différent ? Les classer de la plus ancienne à la plus récente. A quoi servent-elles selon vous ?

Modalité 3 : voici une machine avec laquelle nous allons faire des calculs, émettre des conjectures en la regardant fonctionner, en la faisant fonctionner.

Modalité 4 : voici une fiche d'activités détaillées qui s'appuient sur des séquences vidéos à votre disposition sur votre poste de travail. Suivre la fiche.

Mise en commun.

2) Activité 2 : fonctionnement

Pour la machine particulière considérée, commencer à légender ses différentes parties sur la photo fournie.

Regarder le film LCn100 de la machine qui réalise un calcul non énoncé. Identifier le calcul réalisé. Y a-t-il des choses à corriger sur la légende de la photo ? La compléter.

Représenter sur un dessin ce que l'on ne voit pas : comment ça pourrait marcher ?

Affichage et commentaires des dessins.

3) Activité 3 : **Réaliser une additionneuse automatique de nombres à 3 chiffres dont la somme ne dépasse pas trois chiffres. Il faut pouvoir réaliser un vrai calcul.**

Quels sont les problèmes rencontrés dans la réalisation du prototype ? Quelles sont les étapes indispensables ? Qu'est-ce qui serait difficile pour les élèves ? Chaque binôme fait une démonstration de son prototype et expose les difficultés qu'il a rencontré.

4) **Bilans – mises en œuvre en classes – différentes modalités**

Qu'ont fait les élèves (ou les profs en formation) ?

Dessins, prototypes, calculs et réponses écrits

Que travaille-t-on dans cette activité en maths, en techno, en sciences, en histoire ?

5) Activité 4 : de l'addition à la multiplication (le choix de la modalité dépendra du temps)

Modalité 1 : Voici une machine avec laquelle nous allons réaliser des calculs. Nous commençons par $542+338$. Que remarque-t-on ? Comment ferait-on avec l'additionneuse à roues ? Quelle est la différence ? Je fais maintenant $24+24+24$ Comment faire pour réaliser 542×35 ? Peut-on le faire



sans faire 35 tours de manivelle ? Que fait cette machine.

Modalité 2 : Voici une fiche d'activités détaillées qui s'appuient sur des séquences vidéos à votre disposition sur votre poste de travail. Suivre la fiche.

Voici une autre fiche d'activités

6) Mise en évidence du fonctionnement de cette machine. Exploitation en classe de mathématiques. Aspects historiques de la mécanisation du calcul.

Que travaille-t-on dans cette activité en maths, en techno, en sciences, en histoire ?



Références et liens - Nombres, opérations, engrenages ; mécanisation du calcul

IREM de Brest Instruments de calcul dans l'histoire et dans la classe. Grt. ; Plantevin Frédérique ; Fustec Véronique ; Lefèbvre Yohann ; Le Thénaff Yann ; Le Pors Marc ; Geslin Murielle ; Bernard Dominique (2018) La mécanisation du calcul, dans *Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*, Moyon, M., Tournès, D., Ed. ARPEME, Bouc Bel Air
site compagnon : <http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1440>

Marc MOYON, Renaud CHORLAY, Frédérique PLANTEVIN (2017) Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3, *Actes du colloque « Mathématiques en cycle 3 »*, Poitiers, Juin 2017.

Michel PELLISSIER (1965) *Construis une machine à calculer (addition et soustraction)*, Supplément au n°61 de Bibliothèque de Travail, 189.

The lightning adding machine, <https://www.jaapsch.net/mechcalc/lightning.htm>, consulté en novembre 2017 ; site en langue anglaise.

Dans ce site, on peut trouver les différents modèles d'additionneuses à roues de ce type, les copies des brevets les concernant, des documents iconographiques de diverses natures (publicité, annonces, notices d'emploi. . .) ; toutes informations qui peuvent servir à mettre en œuvre une séance entre histoire, technologie et mathématiques.

Claude CARGOU, Marie-Paule CARGOU, Frédérique PLANTEVIN (2012) *Multipliez ! Instruments de calcul de la multiplication. Deux cents ans de génie, deux cents ans d'industrialisation*, (Préface de D. Tournès). Brest : IREM de Brest.

Christelle LE BRUSQ, Frédérique PLANTEVIN (2013) Exploitation pédagogique d'une exposition d'instruments de calcul, dans *Actes du xxxix^e colloque COPIRELEM*, Quimper, juin 2012, Éd. IREM de Brest.

Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1710) « Brevis descriptio Machinae » In *Miscellanea Berolinensia*, p. 317-319. Traduction en français par C.C. Adam. Disponible sur www.bibnum.fr

Jean MARGUIN (1994), *Histoire des instruments et machines à calculer. Trois siècles de mécanique pensante, 1642-1942*, Paris, Hermann.

Frédérique PLANTEVIN (2018) Les génies de la multiplication, dans *Les mathématiques et le réel*, Barbin, E. (Ed.), PUR, Rennes.

Ces cinq références sont davantage reliées à mécanisation de la multiplication et de la division, deuxième partie des travaux du groupe.

Maria G. BARTOLONI BUSSI, Maria-Alessandra MARIOTTI, Un artéfact comme instrument de médiation sémiotique : une ressource pour le professeur
<http://www.ardm.asso.fr/ee16/documents/cours/theme2-complet/cours-Mariotti-complet/docs-preparatoires/Chap5-MariottiMaracci.pdf>

Un texte synthétique pour apprendre quelques rudiments de la théorie de la médiation sémiotique.

