

Ce 35<sup>e</sup> numéro de *Repères* nous invite à cheminer dans ces lieux fragiles où le rationnel naît du sensible, où une certitude s'élabore à travers une preuve. Il y est beaucoup question de situations géométriques. A sa façon, il illustre la préface de D. Hilbert à son livre *Anschauliche geometrie* ; il nous montre en effet, au fil du texte, les deux modes de connaissance présents et à l'œuvre dans l'élaboration des mathématiques à quelque niveau que ce soit : l'abstraction qui cherche à distinguer les relations dans les matériaux disponibles et à les organiser de manière systématique et rationnelle et la connaissance intuitive qui induit une prise plus immédiate et parfois hasardeuse sur les objets.

La part belle est faite dans ce numéro de la revue à des comptes rendus d'activités menées avec les élèves.

Françoise Cerquetti-Aberkane nous fait partager les incertitudes d'enfants de cours moyen 2<sup>e</sup> année, à qui elle a proposé de réaliser avec deux rectangles de mêmes dimensions, deux cylindres différents et de comparer leur volumes. D'abord persuadés de l'égalité des deux volumes, les écoliers sont surpris par une preuve expérimentale irréfutable liée aux dimensions particulières des objets sans pour autant être convaincus.

Cette même atmosphère de ruche bourdonnante que l'enseignant organise en donnant la place à la communication entre les enfants, nous l'imaginons en contrepoint de la présentation que fait Pierre Eysseric des "Ateliers de Recherche Mathématique". Cette expérimentation qu'il pilote depuis plusieurs années dans des écoles primaires du Var montre qu'il est possible, dans le cadre de la classe, d'aménager du temps où goûter le plaisir de chercher en mathématiques.

C'est à une démarche similaire que sont conviés les élèves de 5<sup>e</sup> de Michel Jaffrot et Annick Massot, pour appréhender la symétrie centrale et l'utiliser comme élément de lecture du dessin et d'organisation des figures. Le travail sur les dessins utilise les évidences visuelles, cherche à les contrôler et les expliquer au plus possible ; réaliser le symétrique d'un angle en jouant sur la position du centre de symétrie et la mesure de cet angle amène à construire l'objet principal, le parallélogramme et ses spécialisations. Ces objets connus des enfants réapparaissent, mais ici le coup d'œil est différent : la pratique même du dessin révèle la structure profonde de la figure et montre les étapes de ce qui est une classification.

Le lycée n'est pas absent du sommaire.

EDITORIAL

Savez vous tracer de très longues droites avec une toute petite règle ? C'est l'exercice posé par Michel Rodriguez à ses élèves de seconde dans une séance de modules. Cela l'oblige à revisiter pour lui-même le plan projectif et à leur proposer ensuite de voir la situation géométrique comme une représentation plane d'une situation spatiale. Quelle vision choisir qui soit la plus convaincante, celle de la représentation en perspective cavalière d'une section plane d'un tétraèdre ou celle forgée par l'habitude culturelle des routes et des rails qui fuient au loin ?

Les aspects visuels de la géométrie ne sont pas réservés aux débutants. Quoi de plus banal qu'un triangle quelconque muni d'un point intérieur ? C'est cependant la trame d'une relation métrique simple, conjecturée par P. Erdős en 1935. Jean-Louis Ayme nous livre la démonstration élémentaire que D. Kazarinoff a donnée 10 ans après ; elle utilise la méthode des aires : une configuration analogue à celle du théorème de Pythagore s'accroche au triangle et d'un coup illumine la situation. Laissons au lecteur la joie de se mesurer à ce problème pour comprendre comment cette démonstration travaille les relations entre les éléments de la figure pour l'enrichir et la structurer.

La géométrie n'est pas seulement connaissance et étude des situations spatiales, elle offre aussi au mathématicien un cadre, où transporter et traiter des problèmes qui *a priori* s'exprimaient en dehors d'elle, et pour faire ensuite le transfert inverse des résultats obtenus dans le cadre initial. Adrien Douady nous explique sur trois exemples la méthode mise en œuvre dans un tel processus de géométrisation, il nous fait participer à la construction de l'espace de paramètres

adapté à chacun des problèmes et montre comment connaissances théoriques et savoir-faire s'y conjuguent ; ce faisant il nous introduit dans un monde où les relations entre les objets étudiés trouvent une signification concrète. Il ne s'agit pas alors vraiment de géométrie euclidienne : cependant la connaissance première, celle des situations spatiales de la géométrie élémentaire, fournit des images et des formes d'intuition qui permettent d'éclairer la situation, de voir comment et pourquoi la preuve fonctionne sans entrer dans tous les détails de l'argumentation.

Saisir d'un seul coup d'œil l'ensemble d'une situation, c'est une question que pose Bernard Parzys dans un tout autre domaine, celui des représentations graphiques des données statistiques. Que l'on soit "producteur" ou "consommateur" de graphiques statistiques, à partir de nombreux exemples, il nous invite à réfléchir en profondeur sur le sens de cet outil souvent marginalisé dans l'enseignement et omniprésent dans l'information.

On l'aura compris, les articles de ce numéro ont beaucoup à voir avec l'expérience visuelle. Le dessin et les figures apparaissent comme des éléments essentiels avec lesquels le raisonnement tisse une connaissance rationnelle, et ils ne sont pas supports oubliés d'une démonstration dont le rituel se déroulerait en dehors d'eux. A l'inverse la démonstration apparaît comme le moyen d'étude de situations géométriques et de connaissance des choses.

Voilà matière pour penser à la manière d'amener les élèves à une démarche démonstrative.

Anne-Marie MARMIEU