

SOMMAIRE

Editorial	3
<i>Saut d'obstacle : gare aux approximations</i>	5
Gérard KUNTZ, IREM de Strasbourg	
<i>Les lunules d'Hippocrate de Chio</i>	29
André STOLL, IREM de Strasbourg	
<i>Les aires : outil heuristique - outil démonstratif</i>	39
Jean-Pierre FRIEDEMAYER, IREM de Strasbourg	
<i>Notes de lecture</i>	
<i>Dictionnaire des mathématiques, algèbre, analyse et géométrie</i>	63
Encyclopedia Universalis	
<i>"Oh, moi les maths..."</i>	64
<i>Vient de paraître... dans les IREM</i>	67
<i>Calcul d'aires et calcul intégral en TS : un essai pédagogique</i>	69
Jean-Pierre DAUBELCOUR, IREM de Lille	
<i>Quelle intégrale pour l'an 2000 ?</i>	105
Roger CUCULIÈRE, Lycée Saint-Exupéry, Mantes-la-Jolie	
<i>Dans les IREM</i>	119
Abonnements	128
Liste des Irem	129
Sommaire du prochain numéro	130

ÉDITORIAL

Ce numéro de *Repères IREM* nous invite à une réflexion sur l'enseignement des mathématiques à propos des aires, depuis le collège jusqu'à l'université.

Comme l'explique Jean-Pierre Friedel-meyer, les géomètres grecs démontraient bon nombre de théorèmes élémentaires en utilisant ce qu'on appelle aujourd'hui la méthode des aires. Pour eux, les figures géométriques sont à la fois une forme et une grandeur. Autrement dit, par exemple, un triangle n'est pas seulement trois droites, c'est l'aire enfermée par ces trois droites. C'est ainsi que les cas d'égalité des triangles doivent aussi être compris comme des cas où des aires sont égales.

La méthode des aires permet de démontrer le théorème de Pythagore, et ici il faut entendre que "le carré de l'hypothénuse" est l'aire du carré construit sur l'hypo-

thénuse, mais aussi bien d'autres théorèmes. Les démonstrations demandent seulement de savoir que deux triangles de même hauteur et de même base ont des aires égales et reposent souvent sur des découpages d'aires. Elles font donc appel à une vision dynamique de la figure et à une argumentation simple. Il y a certainement ici de quoi alimenter notre réflexion sur l'enseignement de la géométrie des figures et sur le raisonnement au collège. Ainsi, le théorème de Thalès est démontré dans l'ouvrage d'Euclide par les aires, la démonstration est fort courte et elle demande juste de savoir que les aires de deux triangles de même hauteur sont dans le même rapport que leurs bases.

Les aires constituent un problème plus compliqué dès qu'il s'agit de considérer, non plus seulement des figures rectilignes, mais aussi des figures curvilignes. Cela

EDITORIAL

commence avec le problème de la quadrature du cercle, et avec ce qui a pu être une première étape dans l'histoire, à savoir la quadrature des lunules. Avec la recherche des lunules quarrables, André Stoll et Jean-Pierre Friedelmeyer nous proposent un problème intéressant, résolu par des raisonnements géométriques faisant appel aussi bien à la trigonométrie qu'à l'algèbre.

Les géomètres grecs, et surtout le "divin Archimède", savaient comparer des aires curvilignes et rectilignes par des raisonnements géométriques qui évitaient l'infini. La naissance du calcul infinitésimal à la fin du 17^e siècle correspond à une terrible audace des mathématiciens du 17^e siècle : oser travailler avec l'infini. Cette audace permet à l'enseignant du 20^e siècle d'enseigner l'analyse, mais c'est une tâche difficile. Sans essayer "de camoufler la difficulté", Jean-Pierre Daubelcour nous propose une réflexion d'ensemble sur le calcul d'aires et le calcul intégral en terminale S. Il est certain que l'enseignant ne peut pas faire l'impasse d'une réflexion cohérente et approfondie sur les notions et les concepts qui interviennent en analyse.

Comme l'écrit Gérard Kuntz, "il serait peut-être temps de prendre conscience de l'extrême difficulté de ce qui est enseigné au lycée" pour que notre enseignement soit formateur. Ceci reste vrai pour l'enseignant muni de logiciels. Gérard Kuntz propose des activités en terminale avec le logiciel Derive, et il nous explique fort bien que l'obstacle reste entier. De fait, plusieurs obstacles épistémologiques se présentent aux élèves de lycée : ils se cachent dans divers aspects de la notion de limite, ou encore dans la conquête du 17^e siècle, l'infini.

Les difficultés avec l'infini dans la construction de l'intégrale ont conduit de l'intégrale de Riemann, trop uniforme, à celle de Lebesgue, qui considère les images inverses de découpages réguliers de l'espace des valeurs. D'une certaine façon, l'intégrale de Lebesgue met en acte l'idée de pouvoir tenir compte, dans le calcul de l'intégrale, de ce que, par endroits, la fonction à intégrer soit très perturbée. L'intégrale de Kurzweil-Henstock, plus générale mais plus simple que celle de Lebesgue, que nous présente ici Roger Cuculière, résout mieux cette difficulté, par un aménagement simple et naturel de l'intégrale de Riemann. On peut donc soutenir un enseignement de l'intégrale en premier cycle universitaire ou en classes préparatoires qui, commençant par les séries, puis l'intégrale de Riemann, se terminerai aisément avec cet outil. Comme a pu le souligner Jean Mawhin, il aurait été dommage de jeter l'intégrale de Riemann aux poubelles de l'Histoire, comme le préconisait Jean Dieudonné.

Le Comité de rédaction de *Reperes IREM* n'avait pas programmé de numéro spécial sur "aires et intégration", mais la coïncidence des envois des articles nous y a conduits. Remarquons aussi que, outre le thème abordé, tous ces articles partagent un autre point commun. En effet, ils font tous preuve de la nécessité de penser avec une consistance épistémologique les contenus enseignés, du collège à l'université, dans le but d'enseigner des mathématiques à la fois intéressantes et compréhensibles.

Evelyne BARBIN