
RESTAURATIONS DE FIGURES : LA NOTION D'ANGLE DU « PAPIER-CRAYON » AU « GOUDRON-CRAIE »

Richard DEBORDE¹

Contexte

Les restaurations de figures sont des situations développées par un groupe de recherche de Lille (Keskessa, Perrin-Glorian, Delplace, 2007), dans lesquelles le problème à résoudre est la reproduction d'une figure pour laquelle on dispose d'un modèle et d'un début de reproduction appelé amorce, à la même échelle ou en agrandissement/réduction. Voici un exemple présenté par ces auteurs (p. 47).

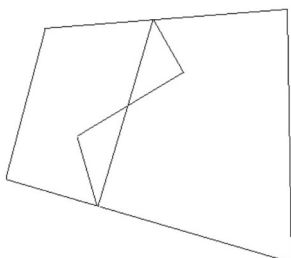


Illustration 1 : modèle à reproduire

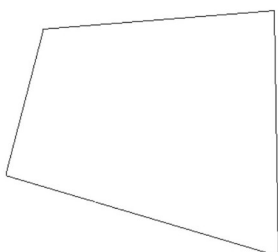


Illustration 2 : amorce

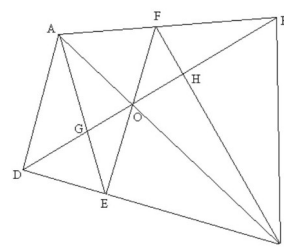


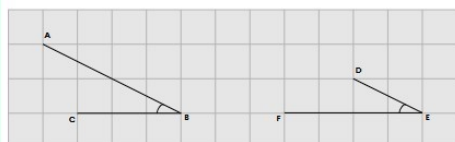
Illustration 3 : tracés à effectuer

La réussite de la tâche repose sur l'analyse du modèle pour parvenir à découvrir la trame qui est cachée et construire la partie qui n'est pas dans l'amorce, celle qui est à restaurer. Les élèves doivent s'autoriser à rajouter des tracés sur le modèle pour découvrir que le segment $[GH]$ est une partie de la diagonale du quadrilatère, que le point O est obtenu comme intersection des deux diagonales. L'angle droit en E peut aussi être utile. En fonction des instruments disponibles, la reconnaissance de certaines propriétés peut devenir nécessaire ou pas. Ici, le modèle et l'amorce étant aux mêmes dimensions, si on peut utiliser un outil pour reporter des longueurs, les points E et F seront placés par ce report et donc la non-perception de l'angle droit en E n'aura pas d'incidence. En revanche, en interdisant les reports de longueurs, on oblige à trouver d'autres propriétés géométriques entre les objets.

¹ richard.deborde@univ-lyon1.fr

Dans cet article, nous présentons l'expérimentation d'une séquence de mathématiques dans une classe de CM2 de 27 élèves qui utilise les restaurations de figures pour travailler la notion d'angle. Qu'il soit vu comme objet géométrique ou comme grandeur, l'angle est une notion difficile à appréhender en cycle 3, comme en témoignent les premiers résultats des évaluations de mathématiques de début de sixième passées à la rentrée 2024 qui révèlent un taux de réussite de 52,7 % (MEN, 2024) à la question 22 (Bonjour les enfants, 2024) :

22/ Louis a tracé deux angles $\widehat{B}$ et $\widehat{E}$. Il souhaite les comparer.



- ☐ Les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{E}$ sont égaux.
- ☐ L'angle $\widehat{B}$ est plus grand que l'angle $\widehat{E}$.
- ☐ L'angle $\widehat{B}$ est plus petit que l'angle $\widehat{E}$.
- ☐ On ne peut pas savoir.

Illustration 4 : évaluations de début de sixième-mathématiques

Cette question évalue la compétence de comparaison d'angles représentés par deux demi-droites de même origine, tâche régulièrement identifiée comme source d'erreurs et de difficultés (Balacheff, 1988 ; Munier et Merle, 2007). Les élèves ont tendance à comparer les aires des triangles ABC et DEF ou les longueurs des segments $[AB]$ et $[DE]$, à cause d'une conceptualisation partielle de la notion d'angle, vu principalement comme portion de l'espace (vision 2D).

La séquence présentée ici est organisée en quatre séances de 50 minutes. Les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de restauration de figures sur papier (micro-espace) puis dans la cour d'école (més-espace) avec une limitation des instruments à disposition.

Ces séances tentent de fournir aux enseignants des activités qui développent une vision de l'angle comme écartement entre deux directions (vision 1D), ce qui pourrait diminuer les erreurs dans les comparaisons. Elles peuvent convenir à des élèves de CM1, les connaissances prérequis relevant essentiellement du cycle 2.

1. – Objectifs de la séquence

L'objectif global de la séquence est d'amener les élèves à reproduire une figure en utilisant ses angles, ses longueurs ou rapports de longueurs, et des propriétés d'alignement.

Les compétences du programme de cycle 3 qui sont visées principalement sont :

- **Représenter** : analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points)
- **Raisonnement** : passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets

En réalisant les différentes tâches de reproduction, les actions imposées par les instruments à disposition doivent contribuer à un élargissement de la compréhension de ce qu'est un angle et permettre une conceptualisation de l'angle comme portion de l'espace et aussi comme écartement entre deux directions.

2. – Choix didactiques et pédagogiques

Les élèves sont répartis en groupes de 3 ou 4 pour l'ensemble des activités. Cette organisation doit permettre des échanges verbaux,

ce qui participera à l'évolution des conceptions sur la notion d'angle.

Les figures à reproduire en séance 1 sont des polygones convexes pour favoriser une visualisation des angles à l'intérieur des surfaces. Dans les séances suivantes il s'agit d'un assemblage de deux polygones, toujours convexes, ayant un sommet en commun et des côtés alignés. Ce choix répond au besoin de développement chez les élèves des capacités de décomposition des figures par déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005). En effet, pour réussir les reproductions avec les contraintes imposées, il sera indispensable de considérer des relations entre les segments (1D) et d'utiliser des propriétés géométriques qui dépassent la vision des surfaces (2D).

Dans les séances 2, 3 et 4, les figures sont à agrandir sans recours à la mesure. Les angles étant invariants, ils peuvent être reportés directement depuis le modèle et ils prennent ainsi une importance particulière pour la réussite de la tâche.

Placer les élèves dans le méso-espace change leur position vis-à-vis de leur espace de travail : ils ne peuvent plus modifier l'orientation de leur construction et sont obligés de se déplacer, d'effectuer des visées, de s'aligner physiquement avec des lignes ou des points. Ces actions accompagnent la conceptualisation des angles comme écartement entre deux directions. En outre, l'une des conclusions de la thèse de Berthelot et Salin (1992) était : « Dans une tâche de construction ou de reproduction de configuration spatiale, lorsqu'on passe du micro-espace au méso-espace, il y a augmentation du recours effectif aux connaissances de géométrie ». (p. 193)

Un élément important des situations de restauration est le choix des instruments mis à disposition. Tout d'abord, nous avons décidé de ne pas autoriser des instruments de mesure, pour ne pas faire intervenir cette notion et contraindre à utiliser des relations géométriques.

Pour effectuer les tracés, nous fournissons des règles informables, c'est à dire sur lesquelles on peut écrire. Dans la séance 1, elles permettent de reporter une longueur, à partir d'un point matérialisé sur un segment existant, pour obtenir un nouveau point. Dans les séances suivantes, elles servent aussi à déterminer les coefficients d'agrandissement entre le modèle et l'amorce.

Le choix des instruments pouvant servir à reporter les angles prend en compte les deux aspects conceptuels que nous voulons développer, la vision surface et la vision écartement. Pour la vision surface, nous fournissons des gabarits. Les élèves vont chercher à faire coïncider la surface avec les angles des polygones, comme lorsqu'ils résolvent des puzzles ; ils peuvent éventuellement les juxtaposer, ce qui contribue à construire la notion d'angle comme grandeur possédant une relation d'addition. Pour qu'ils ne suffisent pas, leur nombre est restreint et les figures à restaurer comportent des angles qui ne correspondent à aucun gabarit.

Pour la vision écartement, nous fournissons des reporteurs d'angles, appelés fausse-équerre en menuiserie. L'utilisation de ces instruments consiste à en écarter les bras pour entourer les angles des polygones. Leur aspect dynamique, contrairement aux gabarits, doit amener les élèves à considérer les angles comme représentant l'écartement entre deux directions, en plus d'une partie du plan.

RESTAURATIONS DE FIGURES : LA NO-
TION D'ANGLE DU « PAPIER-CRAYON »
AU « GOUDRON-CRAIE »

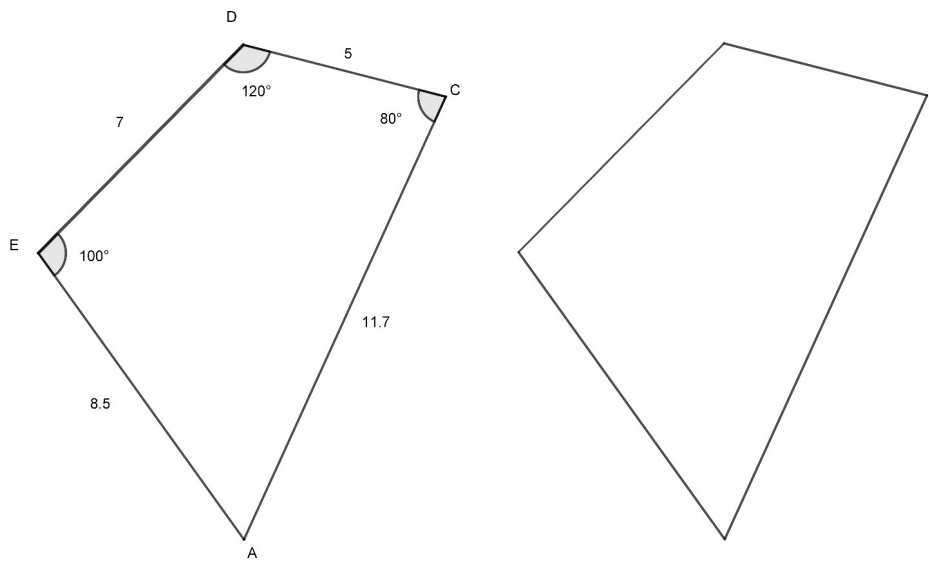


Illustration 5 : séance 1, figure 1, modèle donné aux élèves à droite

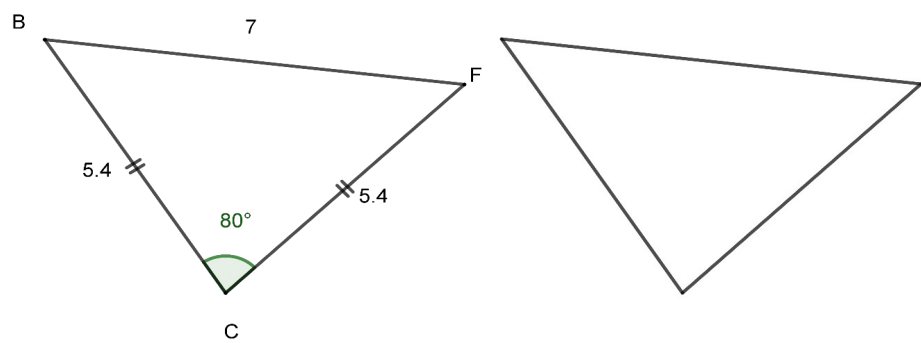


Illustration 6 : séance 1, figure 2, modèle donné aux élèves à droite

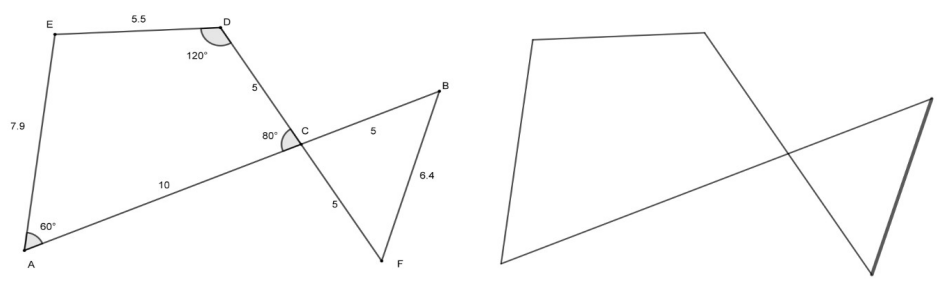


Illustration 7 : séance 2, modèle donné aux élèves à droite

3. – Matériel et supports-élève

3.1. - Pour les séances 1 et 2, sur papier (dans la classe)

Chaque élève dispose d'un modèle sur feuille A5, afin de pouvoir mener une recherche individuelle si besoin.

Chaque groupe se voit remettre une feuille sur laquelle est dessinée l'amorce. Pour la séance 1, il s'agit du segment $[DE]$ puis du segment $[BF]$, de mêmes longueurs que sur le modèle, sur feuille A4 blanc uni (illustrations 5 et 6). Pour la séance 2, il s'agit du segment $[BF]$ de longueur double de celle du modèle, sur feuille A3 blanc uni (illustration 7).

Les instruments mis à disposition sont :

- une règle non graduée qui sert à vérifier des alignements et à tracer des segments.
- une règle informable qui sert à reporter des longueurs. Elle est en plastique souple, de longueur environ 20 cm, de façon à pouvoir reporter la plupart des longueurs sur une feuille A4.
- plusieurs gabarits d'angles (30° , 40° , 60° , 80° , 100° , 120°) : ce sont des surfaces en bois délimitées par deux segments de longueurs égales à 4 cm et un arc de cercle (illustration 8).
- un reporteur d'angles (fabriqué à partir de baguettes d'angles en bois reliées par une vis papillon) (illustration 9).



Illustration 8 : gabarits d'angle



Illustration 9 : reporteur d'angles micro-espace

Les élèves ont manipulé des gabarits d'angle droit et des équerres en cycle 2. L'utilisation des gabarits pour des angles quelconques se rapproche donc de ce qu'ils connaissent déjà avec l'équerre. En revanche, le reporteur d'angles n'est pas un outil habituel et demande donc un temps d'appropriation.

Le compas n'est pas autorisé, parce que cela ouvrirait des possibilités de tracés d'arcs de cercle que nous ne voulons pas dans cette approche du concept d'angle.

Pour chacune des restaurations, la validation pourra s'effectuer par superposition d'un papier calque comportant le modèle.

3.2. - Pour les séances 3 et 4, sur goudron (dans la cour d'école)

Chaque groupe possède un modèle, dessiné sur une feuille de format environ A2.

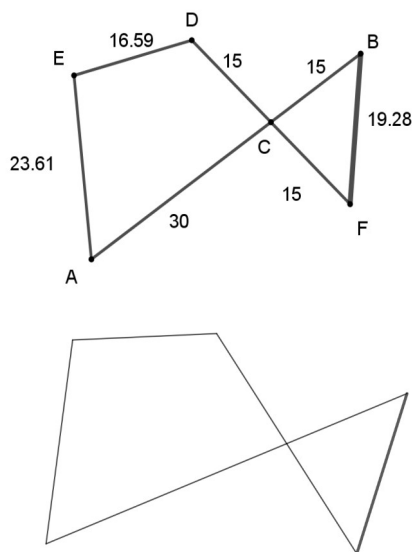


Illustration 10 : séance 3, modèle donné aux élèves en dessous

Dans la cour est tracée l'amorce à la craie, en couleur. En séance 3 c'est le segment $[BE]$ de longueur 5 fois plus grande que sur le modèle (illustration 10) ; en séance 4 les segments $[AB]$ et $[AC]$ sont tracés, de longueurs 4 fois plus grandes que sur le modèle (illustration 11).

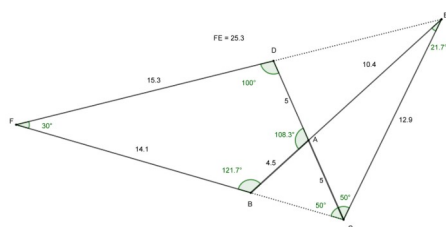


Illustration 11 : séance 4, modèle donné aux élèves sans lettres ni mesures

Les instruments à disposition correspondent à ceux des séances 1 et 2, mais adaptés à la cour, c'est à dire de plus grande taille (les gabarits et les reporteurs d'angles ont des côtés de 20 cm). Pour écrire, on donnera des craies blanches. Comme reporteur de longueur, on fournira des tasseaux de bois de 50 cm (ainsi tous les segments présents sur le modèle peuvent être reportés à l'échelle 1 mais pas agrandis entièrement sur la règle).



Illustration 12 : matériel pour la cour

On fournira de plus des ficelles d'un peu plus de 3 m, utiles pour tracer les segments : elles vont prendre en charge l'alignement sur une grande distance.

4. – Présentation des activités

La séquence proposée comporte quatre séances. Tout au long de chacune d'elles, l'enseignant devra accorder une certaine vigilance pour éviter que des constructions faites au hasard ne conduisent à une construction validée avec le papier calque. Un accompagnement pour inciter à dessiner sur le modèle, à explorer les propriétés grâce aux instruments sera certainement nécessaire parce qu'il s'agit d'un changement de comportement par rapport aux activités traditionnellement mises en œuvre. Des moments d'institutionnalisation réguliers sont indispensables pour ne pas rester au niveau de l'action et permettre la prise de

conscience de la fonction de l'analyse du modèle (Keskessa, Perrin-Glorian, Delplace, 2007).

4.1. - Séance 1

La première figure à reproduire est un quadrilatère convexe avec quatre angles différents, figure simple à laquelle les élèves sont familiarisés, qui ne pose a priori pas de difficulté d'analyse. Le caractère convexe implique une visualisation des angles à l'intérieur de la surface, ce qui paraît suffisant pour une première approche du concept. Les quatre côtés ont des longueurs distinctes pour que les élèves puissent les repérer plus facilement lors du travail de restauration. De même les quatre angles sont tous différents pour éviter les ambiguïtés pendant l'analyse et les échanges.

Les gabarits fournis ont des côtés de longueurs inférieures à tous les segments du modèle pour qu'ils ne puissent pas offrir la possibilité d'un report de longueur. Ils autorisent plusieurs possibilités de construction (par

exemple l'angle $\widehat{EDC}$ peut se reporter en utilisant le gabarit de 120° , ou en utilisant deux fois le gabarit de 60° , ou en accolant les gabarits de 80° et 40°).

La seconde figure est un triangle isocèle dont les angles de la base mesurent 50° . Il n'y a pas de gabarit correspondant à cette mesure. L'objectif de ce choix est de donner plus de légitimité à l'utilisation du reporteur d'angles.

Dans les deux cas, la consigne ne précise pas quel côté est donné en amorce, c'est aux élèves de réaliser cette identification.

La consigne donnée aux élèves est la suivante :

Vous allez reproduire la figure que je vais vous distribuer. Pour cela je vais vous donner une feuille sur laquelle un des côtés a déjà été reproduit. Vous devez reproduire le reste en vous aidant du matériel que j'ai donné à chaque groupe. Lorsque vous pensez avoir terminé, vous pourrez prendre une feuille de papier calque sur laquelle il y a le modèle, et vérifier votre construction par superposition. Si vous n'avez pas réussi, vous devez prendre une nouvelle feuille.

À la fin, un élève du groupe devra expliquer comment vous avez fait, que vous ayez réussi ou non.

4.1. - Séance 2

Cette fois, la figure est à agrandir (les longueurs du modèle sont doublées) sur une feuille unie blanche au format A3. Les élèves restent dans le micro-espace. La figure est un assemblage des deux figures de la séance 1.

La consigne est identique à celle de la séance 1.

4.1. - Séance 3

La figure est reprise de la séance 2, cette fois sur feuille en format A2. La longueur AB y a une mesure de 45 cm, cette figure est donc un agrandissement de rapport 3 du modèle donné en séance 2. L'amorce est toujours le segment $[BF]$. C'est indiqué explicitement aux élèves : il est dessiné en gras sur le modèle. Dans la cour il est dessiné à la craie, de longueur 96,5 cm. Cela correspond à un agrandissement de rapport 5. Ainsi la longueur AB mesurera 225 cm.

La consigne donnée est la suivante :

Vous allez reproduire la même figure que la dernière fois. Cette fois, le segment de départ a été dessiné dans la cour.

À la fin, un élève du groupe devra expliquer comment vous avez fait, que vous ayez réussi ou non.

4.1. - Séance 4

Le modèle est encore l'assemblage d'un polygone convexe et d'un triangle. De manière analogue à la figure 2, les polygones ont un sommet commun, le point A , et les côtés qui ont ce point pour extrémité sont alignés. De plus, d'autres sommets sont alignés : les points F , D et E et les points F , B et C . Les angles internes aux surfaces, à l'exception des angles

$\widehat{ADF}$ et $\widehat{DFB}$, n'ont pas des mesures qui permettent l'utilisation des gabarits, ce qui incite à utiliser de préférence le reporteur d'angles.

Le modèle est dessiné sur une feuille au format A2 avec $AC = 15$ cm. Les points E et F sont alors distants d'environ 76 cm sur le modèle. L'amorce est constituée des segments $[AC]$ et $[AB]$, en agrandissement de facteur 4. Ces deux segments sont repassés en gras sur le modèle et il est explicitement indiqué que les tracés dans la cour correspondent à ces segments. Les élèves devront déterminer lequel des deux est $[AC]$ en remarquant que c'est le plus long ou plus simplement par reconnaissance globale de la ligne brisée CAB . Le facteur d'agrandissement conduit à une longueur de 304 cm pour la distance entre les points F et E .

5. – Grandes lignes du scénario mis en œuvre

Chaque séance est prévue pour durer environ une heure. Elles sont séparées d'une semaine chacune, ce qui induit une séquence qui s'étale sur un mois.

5.1. - Séance 1

Première figure à reproduire

Les élèves doivent identifier le segment qui est donné en amorce grâce à sa longueur, pour cela ils utilisent la règle informable.

Nous pouvons prévoir trois catégories de procédures pour la première tâche, la restauration du quadrilatère :



Illustration 13 : séance 1, investigation pour trouver des gabarits

- utiliser uniquement des reports de longueur entre le modèle et l'amorce, avec des directions plus ou moins approximatives pour tracer les segments, éventuellement en plaçant le modèle et la feuille de travail parallèlement ;
- utiliser le reporteur d'angle.

Lorsqu'un groupe pense avoir terminé, la vérification a lieu en superposant le papier calque. Les observations des éventuelles im-

précisions ou erreurs conduisent à recommencer en modifiant les procédures.

Une mise en commun est à effectuer à la fin de cette première tâche. Les élèves prendront la parole pour expliquer ce qu'ils ont fait, s'ils ont obtenu une figure conforme ou non au modèle.

Le bilan de cette phase peut prendre la forme d'une trace écrite au tableau faisant référence à la nécessité de prendre en compte les angles.

Seconde figure à reproduire

Cette deuxième tâche doit permettre de réinvestir tout de suite les apports du premier travail pour que les élèves s'approprient les procédures de report d'angle.

Nous pouvons prévoir le même type de procédures, en espérant un recours plus large aux reports d'angle en plus des reports de longueur.

Une mise en commun permet d'exprimer les difficultés rencontrées et les solutions trouvées.

Le bilan global de la séance se concentre sur l'analyse géométrique à effectuer pour réussir une restauration : repérer des longueurs égales, reporter les angles avec les gabarits ou le reporteur d'angles. Le fait que le reporteur d'angles autorise plus de possibilités que les gabarits doit pouvoir être exprimé.

5.2. - Séance 2

La consigne précise explicitement que c'est le segment dessiné en gras qui sert d'amorce.

Pour commencer, les élèves doivent donc se rendre compte que la longueur du segment

donné en amorce est doublée par rapport au modèle, en utilisant la règle informable.

Ensuite ils vont réinvestir les procédures découvertes en séance 1, certainement en décomposant la construction en deux parties : le triangle puis le quadrilatère.

De nouveau, des élèves vont tenter de trouver des gabarits d'angles utilisables et vont être confrontés à la nécessité de s'emparer du reporteur d'angle.

La mise en commun devra porter sur les procédures utilisées en lien avec la validation ou non par le papier calque. Il faudra faire ressortir que la forme n'a pas changé, c'est à dire que les angles sont les mêmes, que les longueurs CD et CB sont restées égales et que les longueurs AC et CB ont gardé le même rapport ($AC = 2 \times CB$).

Pour la validation dans le méso-espace, il ne sera pas possible d'utiliser du papier calque. Il faut donc trouver un procédé de validation par le milieu dans cet espace plus grand. C'est pour cette raison qu'il faudra, à l'issue de cette séance 2, que les élèves aient constaté que les angles n'ont pas changé, que toutes les longueurs ont été doublées et que les points alignés le sont restés.

Le bilan de cette deuxième séance doit permettre de garder en mémoire que lorsqu'on agrandit une figure :

- les angles du modèle sont les mêmes sur la figure agrandie ;
- si des points sont alignés sur le modèle, alors ils seront aussi alignés sur la figure agrandie ;

- si des longueurs sont égales sur le modèle, alors elles le seront aussi sur la figure agrandie ;
- toutes les longueurs du modèle sont à multiplier par le même nombre pour les reporter sur la figure agrandie.

5.3. - Séance 3

La séance débute par un rappel du bilan de la séance 2. Le modèle étant le même, les élèves devraient mobiliser les connaissances acquises à cette occasion.



Illustration 14 : séance 3, détermination du coefficient d'agrandissement

Les élèves vont commencer par déterminer le coefficient d'agrandissement, en reportant la longueur du segment amorce 5 fois depuis le modèle sur le segment dessiné au sol.

Ensuite ils vont chercher des gabarits pour les angles et utiliser le reporteur. Ils seront confrontés au tracé de segments plus longs que la règle et à la difficulté de respecter l'alignement, ce qui conduira à manipuler la ficelle.



Illustration 15 : utilisation d'une ficelle en lien avec le reporteur



Illustration 16 : utilisation d'un gabarit pour reporter un angle

La mise en commun consiste en une présentation des productions de chaque groupe avec explication des procédures et des difficultés rencontrées. La validation se fait à ce moment-là, en s'appuyant sur le bilan de la séance 2 : vérification de la conservation des angles et des alignements et que chaque segment est bien 5 fois plus long que sur le modèle.

5.4. - Séance 4

Le scénario est le même qu'en séance 3.

6. – Éléments d'analyse a posteriori

Pour mesurer les effets de la séquence sur les compétences des élèves, nous leur avons fait passer le même test une semaine avant les séances puis une semaine après, sans correction entre les deux (annexe).

La comparaison des réponses aux deux tests permet de constater une nette évolution des conceptions concernant la tâche de comparaison des angles représentés par deux segments sécants et une marque en forme d'arc de cercle. Cette compétence n'ayant pas été évoquée pendant les restaurations de figures, nous faisons l'hypothèse que l'évolution est liée à la forte présence des angles dans les problèmes des quatre séances.

Les élèves ont tous cherché des angles pour résoudre les problèmes de restauration. Ce sont l'introduction des instruments en séance 1 et les contraintes des situations qui ont donné une forte importance à la prise en compte des angles. Le respect des formes par isométrie ou par agrandissement a été très vite acquis, et le fait que ce respect passe par la conservation des angles également : ainsi le repérage de cet objet a été très vite une priorité des élèves tout au long de la séquence. Pour preuve, cet échange bref au tout début de la séance 2 entre deux élèves qui ont pris l'écartement d'un angle avec le reporteur sur le modèle :

« — c'est plus grand »

— les angles c'est pareil »

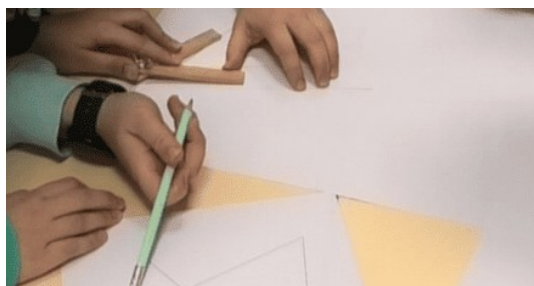


Illustration 17 : dialogue sur agrandissement des angles

Voici deux exemples de réussite partielle, dont les angles ont été correctement reproduits, grâce à une utilisation pertinente des gabarits (illustration 16) et du reporteur d'angles (illustration 15). Le papier calque est superposé à la production (illustration 18) et permet rapidement de déceler les écarts, qui concernent uniquement les reports de longueur. En séance 2, il s'agissait d'un agrandissement de rapport 2, les élèves ont donc dû effectuer le report en deux fois, ce qui conduit à des imprécisions plus fortes sur les longueurs que sur les angles (illustration 19).

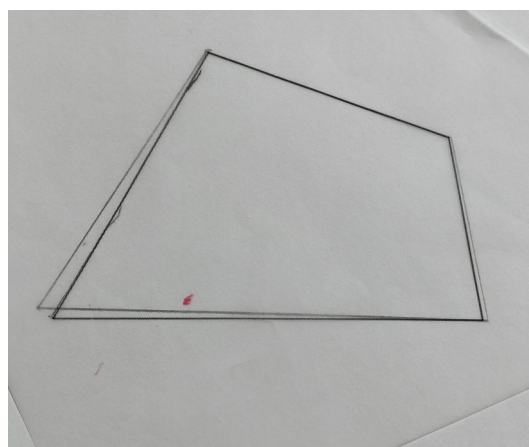


Illustration 18 : séance 1, figure 1, légère imprécision

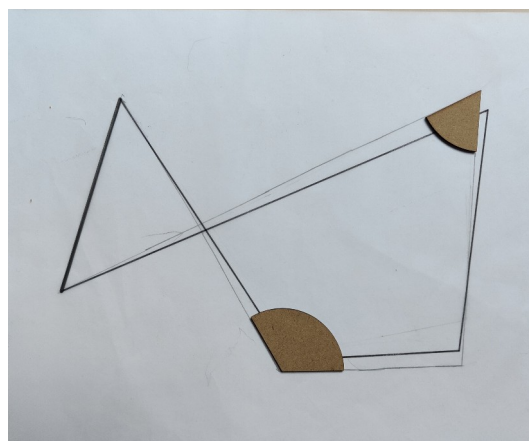


Illustration 19 : séance 2, réussite partielle avec angles corrects

On a pu observer à plusieurs reprises la prise en compte de directions, lors des séances 3 et 4, alors qu'elles ne sont pas apparues pendant les deux premières séances. Cela semble indiquer que c'est l'inscription dans le méso-espace qui a permis cette évolution de perception. La taille de l'espace a en effet obligé à utiliser la ficelle pour tracer les segments et donc les élèves se sont physiquement déplacés, alignés dans les directions indiquées par les gabarits d'angles ou les bras des reporteurs (cela rejoint les conclusions de Berthelot et Salin (1992)). Résoudre les problèmes dans le

méso-espace a conduit les élèves à davantage prendre en compte les points comme intersections de lignes, elles-mêmes isolées des surfaces dont elles sont les contours. Bien entendu, le choix des instruments à disposition, ne permettant pas de tracer en une fois les segments est une variable didactique qui a également influencé cette déconstruction dimensionnelle.

Comme en papier-crayon, le report de longueurs a posé davantage de problèmes que le report d'angles (illustration 20).



Illustration 20 : séance 3, longueurs incorrectes mais angles bien reportés, gabarits utilisés pour valider

Les deux situations de restauration par agrandissement dans le méso-espace, comme l'ont exprimé Bloch et Salin (2003) puis Perrin-Glorian et Godin (2018), ont impliqué des discussions entre les élèves sur les propriétés géométriques des objets. La dimension langagière que préconisent Mathé et Mithalal (2018), sans être formalisée par une situation de formulation ou de validation, est apparue dans l'action pour convaincre les autres membres du groupe ou pour vérifier les tracés. En plus d'aider à enrichir la notion d'angle, cette modalité contribue à progresser vers une géométrie plus théorique.

Voici quelques exemples de verbalisation entre élèves qui font référence à des objets et des propriétés géométriques :

« il faut trouver le bon angle ici »

« c'est les mêmes angles de base ça et ça »

« on va essayer de les faire croiser »

« on garde le point là »

« je sais quel sens c'est [...] il faut tracer vers par là »

« il faut qu'ils soient tous alignés »

L'accès aux échanges nous fournit aussi un éclairage sur la signification du mot « angle » qui a évolué en fonction de l'outil utilisé. Lors de la séance 4, un groupe analyse

le modèle pour reporter l'angle $\widehat{DAE}$. Les élèves ont commencé par tester les gabarits qu'ils nomment des angles :

« C'est pas le bon angle c'est celui-là je pense. »

— Il est trop grand celui-là

— Mais c'est trop grand bon bah y a pas d'angle pour celui-là

— y a pas d'angle ».

Ils ont été bloqués jusqu'à ce qu'une élève ait l'idée de prendre un reporteur :

« si y a un angle [...] là. »

Fournir un reporteur d'angles a aidé les élèves à dépasser leur vision surface des angles. Les bras de cet outil ont été le support visuel et matériel de directions à suivre pour tracer les côtés des surfaces. Les élèves se sont familiarisés rapidement avec ce nouvel instru-

ment et il a accompagné un enrichissement de leur perception des angles. Les photos ci-dessous illustrent les actions effectuées par les élèves avec l'outil.



Illustration 21 : glissement du reporteur

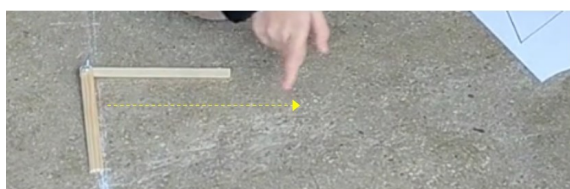


Illustration 22 : reporteur indicateur de direction

Au regard des évolutions de réponses aux tests de comparaison, la séquence a bien eu un impact et permis de dépasser la conception 2D des angles. Après ces problèmes de restauration, les élèves oscillent entre diverses représentations qui coexistent et qui demandent à être encore précisées. La notion de taille des angles, qui permet de les comparer, est influencée par l'instrument utilisé : le reporteur d'angles semble aider les élèves à s'approprier la propriété d'invariance par agrandissement et donc à comparer en se détachant des mesures d'aires ou de côtés des surfaces qui représentent les angles.

Si nous ne pouvons pas affirmer catégoriquement que la vision comme écartement est stabilisée, nous pouvons au moins valider le fait que l'utilisation du reporteur d'angles pour restaurer en agrandissant dans la cour d'école

a agi positivement sur l'évolution de la conception.

Conclusion

La mise en œuvre de cette séquence de restaurations de figures ayant les angles pour principal objet d'apprentissage a enrichi la conceptualisation de la notion par les élèves, enrichissant leur perception par la prise en compte d'un écartement entre deux directions, en plus d'une vision de surface.

Ce dispositif peut se révéler lourd à gérer avec une classe complète, pour les séances dans la cour d'école (mésospace). Toutefois les gains pour les élèves sont très importants et l'utilisation d'un reporteur d'angles en plus des gabarits utilisés en cycle 3 se révèle très pertinente.

Les séances 2 et 4 ont été utilisées en formation initiale pour des futurs professeurs des écoles, étudiants en première année de master MEEF. Ils ont apprécié de découvrir cette nouvelle façon d'aborder les problèmes de géométrie et en ont perçu le potentiel pédagogique et didactique. Cela nous a permis de traiter les notions de visualisation, d'analyse géométrique d'une figure, de communication, de variable didactique (taille de l'espace de travail, choix des instruments, supports-élève)

Enfin, on peut envisager d'utiliser ce travail en formation continue, par exemple en constellations pour enseignants de cycle 3, pour des questionnements professionnels concernant l'apprentissage des angles ou celui de la géométrie.

Richard DEBORDE

INSPE de Lyon
Université Claude Bernard - Lyon 1

Références bibliographiques

- Balacheff, N. (1988). Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège. [Thèse d'état, Université Grenoble I].
<https://theses.hal.science/tel-00326426>
- Berthelot, R. & Salin, M. H. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire [Phdthesis, Université Sciences et Technologies – Bordeaux I].
<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00414065>
- Bloch, I. & Salin, M.H. (2003). Espace et géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège. *Actes du XXXe colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres*, p.293-306.
- Bonjour les enfants (2024), Sujets des évaluations nationales
<https://www.bonjourlesenfants.net/ecole/eval/evaluations-nationales-pdf-sujet-automatismes-6e-2024.php> (consulté le 19/11/2024)
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, p. 5-53.
- Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J., Delplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, p. 33-60.
- Mathé, A.-C. & Mithalal, J. (2019). L'usage des dessins et le rôle du langage en géométrie : quelques enjeux pour l'enseignement. In *Nouvelles perspectives en didactique : Géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques – XIXe école d'été de didactique des mathématiques* vol. 1. La Pensée Sauvage.
- MEN (2024), Évaluations de début de sixième 2024, premiers résultats
<https://www.education.gouv.fr/evaluations-de-debut-de-sixieme-2024-premiers-resultats-415584> (consulté le 19/11/2024)
- Munier, V.& Merle, H. (2007) Une approche interdisciplinaire mathématiques – physique du concept d'angle à l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(3), p. 349-388.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Godin, M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837/document>

Annexe

Annexe 1 – Test de comparaison

NOM :
Prénom :

Question pour chaque paire d'angles :
Les deux angles ont-ils la même taille ? Si non, lequel est le plus grand ?

Ecrire « ils ont la même taille » ou « le plus grand est ... »

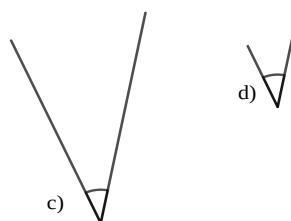
1)



Pour les angles a) et b) :

.....

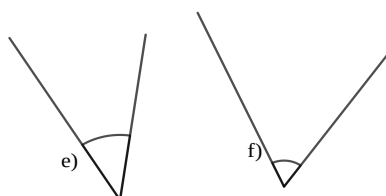
2)



Pour les angles c) et d) :

.....

3)



Pour les angles e) et f) :

.....