SOMMAIRE

Editorial	3
<i>Des problématiques avant des axiomatiques : des exemples de « raisons d'être »</i> Marc ROGALSKI, Irem de Paris	5
<i>Pavages pentagonaux convexes avec le corps</i> Stéphane VINATIER, Irem de Limoges	31
<i>Rubrique Multimedia</i>	44
<i>Analyse Non Standard et mathématiques ordinaires</i> Claude LOBRY, Centre de Recherche en Histoire des Idées, Université de Nice Sophia-Antipolis	49
<i>Rubrique Parutions</i>	80
<i>Rubrique Agenda</i>	83
Vie des IREM Préparation du Numéro spécial 128 (juillet 2022) Appel à contribution	84
Abonnements, réabonnements	86
Liste des Irem	87
Sommaire du prochain numéro	88

EDITORIAL

Voici un numéro très éclectique de notre revue.

L'article *Des problématiques avant des axiomatiques : des exemples de « raisons d'être »*, par Marc Rogalski, est un plaidoyer général d'un didacticien pour que les concepts clé de l'enseignement des mathématiques, à quelque niveau que ce soit, soient introduits à partir de problèmes qu'ils sont censés résoudre, et non par la méthode axiomatique.

On se rappelle peut-être que les Irem avaient été créés pour aider à développer le nouveau paradigme de la théorie des ensembles, qui était pensé comme plus simple et (donc ?) plus démocratique que les anciens paradigmes (géométrie euclidienne et théorie des grandeurs débouchant sur le calcul différentiel). C'est ainsi qu'on apportait aux enseignants des écoles, collèges et lycées, dérouterés par le nouvel évangile, la bonne parole de la logique booléenne remplaçant le raisonnement mathématique usuel, l'ensemble vide remplaçant le nombre 0, et celle d'abstractions permettant de ne plus rien comprendre à des notions un peu délicates comme celle de droite affine. Comme on sait aussi, la théorie des ensembles usuellement pratiquée n'est basée sur aucun modèle concret, ni sur aucune preuve de non contradiction d'un système formel. Il fallait donc baser les nouvelles mathématiques sur un acte de foi à l'état pur, et, ce qui est bien pire, dénué de toute base matérielle sérieuse. Fort heureusement, les enseignants du secondaire et du supérieur mobilisés dans les Irem ont vite compris qu'on s'était engagé dans une impasse, et ont fait le contraire de ce pour quoi on les avait recrutés. Ils ont donné la primauté à la compréhension du sens sur la formalisation, ce qui a développé la néces-

sité d'introduire l'histoire, l'épistémologie et la didactique dans la formation de base. Cinquante ans plus tard, la didactique a fermement établi que la *nécessité de donner à comprendre* était plus importante que *l'enseignement des axiomatiques*. C'est ce paradigme que défend Marc Rogalski à travers de nombreux exemples. Naturellement, tous ces exemples, qui s'attaquent à des problèmes d'enseignement pertinents, sont à priori sujets à discussion. Ils font en tout cas le tour des très nombreux problèmes d'enseignement abordés par l'auteur à travers des études de cas basées sur des hypothèses de travail que l'on confronte à la réalité de leurs mises en œuvre dans des classes ou dans la formation des enseignants. Certaines suggestions n'ont pas encore été mises en pratique, mais pourront faire l'objet d'études ultérieures. Il n'y a certainement pas de recette magique, mais les problématiques ont le mérite d'être posées. L'auteur plaide aussi à raison contre le morcellement de l'enseignement des mathématiques en une juxtaposition de domaines précisément délimités par des axiomatiques diverses. Il revendique au contraire la nécessité de mettre en valeur les liens qui relient les différents domaines entre eux ainsi que la nécessité de la relation intime à établir avec l'enseignement de la physique.

L'article *Pavages pentagonaux convexes avec le corps* par Stéphane Vinatier est un exemple de joli problème mathématique transformé en activité ludique pour des élèves du primaire ou du collège. Le problème mathématique consiste à décrire toutes les formes possibles pour un pentagone convexe dont les copies permettent de recouvrir exactement le plan, sans trou.

EDITORIAL

Naturellement l'énoncé de ce problème contient une part de flou : quand deux formes différentes (à similitude près) peuvent-elles être valablement dites « du même type ». L'article nous décrit l'état de l'art : une certaine méthode de classification des différents types est décrite de manière précise. Il en ressort une classification générale en quinze types distincts, découverts par différents professionnels ou amateurs au cours d'une histoire mouvementée, et cette classification a été démontrée exhaustive assez récemment. Ensuite se pose le problème de faire jouer les élèves avec ce questionnement tout en leur faisant appréhender les mathématiques qui peuvent s'y cacher. Le choix a été fait de privilégier deux types de pentagones, de les faire réaliser en un nombre d'exemplaires suffisant, en assez grand format, pour que le pavage puisse être réalisé sur une surface appréciable. Ceci met en jeu des mathématiques concrètes, comme le fait que les angles s'ajustent bien entre eux aux sommets du pavage, et les arêtes s'ajustent bien entre elles sur les cotés jointifs. Il reste ensuite à terminer le jeu en faisant « remplir » les pentagones par des élèves les bras en croix et les jambes écartées, à l'image de l'homme dessiné par Léonard de Vinci.

L'article *Analyse non standard et mathématiques ordinaires* de Claude Lobry revient sur un problème lancinant aux marges de la physique et des mathématiques. Les physiciens raisonnent souvent avec des notions d'ordre de grandeur qui leur permettent de conduire des calculs de manière efficace et dont les conclusions sont corroborées par les faits expérimentaux. Pour autant les notions de « relativement grand » et « très petit » n'ont pas de définition mathématique bien précise. Si les physiciens ont inventé de nombreuses méthodes de calcul illégitimes en leur temps qui ont été validées mathématiquement plus tard, la méthode des infiniment petits et infiniment grands, utilisée par les grands anciens, puis rejetée au 19^{ème} siècle

au profit des notions de limites et de convergence, n'a pas reçu de réponse mathématique complètement satisfaisante. Elle est encore l'objet de recherches et d'applications, souvent controversées par le courant dominant de la recherche mathématique. Pourtant, l'analyse non standard, depuis les travaux d'Abraham Robinson et d'Edward Nelson, entre autres, dans la deuxième moitié du 20^{ème} siècle, constitue un candidat sérieux pour faire admettre dans les codes actuels de la rigueur mathématique les méthodes des physiciens. L'article essaie de comprendre le phénomène de la marginalité de ces théories dans les mathématiques couramment produites aujourd'hui, alors même que les raisonnements intuitifs dans la tête des mathématiciens lorsqu'ils ou elles produisent des théorèmes d'analyse utilisent la plupart du temps ces notions d'infiniment grand ou infiniment petit. L'article pose donc le problème de l'image mentale d'un concept mathématique. Cette image mentale est personnelle et en bonne partie incommunicable. Pourquoi une démonstration qui semblait incompréhensible peu de temps avant, parce que sans signification réelle, emporte-t-elle soudain l'adhésion ? C'est qu'on s'est fait dans sa tête un cinéma personnel, plus convaincant que la preuve formelle, laquelle ne décrit qu'imparfaitement ce qui fait notre nouvelle compréhension du problème. Guidé par cette question de l'image mentale, l'auteur nous explique comment on peut être convaincu par cette nouvelle méthode de travail qui contrevient à tout ce qu'on nous a enseigné comme étant LA vérité en mathématiques. L'article se termine avec quelques exemples qui montrent comment les nouvelles intuitions qu'on peut ainsi acquérir peuvent rendre plus clairs certains concepts usuels ou conduisent parfois à résoudre des questions qui semblaient hors de portée.

Bonne lecture

Henri Lombardi

PARUTIONS

Tous les articles parus dans les numéros 1 (octobre 1990) à 122 (janvier 2021), sauf exceptionnellement le numéro 120 (juillet 2020), de Repères IREM sont consultables et téléchargeables librement en ligne sur le site de Repères IREM (portail des IREM) à l'adresse suivante : <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>

PARUS dans les IREM

- **Repères IREM**, N°122, janvier 2021, revue des IREM publiée sous le patronage de l'Assemblée des directeurs d'IREM, Topiques éditions, Nancy, ISSN 1157-285X, diffusion-distribution Université Grenoble Alpes - IREM de Grenoble, CS 40700, 38058 Grenoble Cedex, (contacts : tél. +33 (0)4 76 51 44 06 ; Fax +33 (0)4 76 51 42 37 ; courriel irem-secretariat@univ-grenoble-alpes.fr)
- **Mathéopolis. Tome 0 : Origine et pouvoir des mathématiques**, Francis Loret, Pierre Seguin, Fabrice Lli, Association « Maths pour tous », IREM de Lyon et Aix-Marseille, 188 p., ISBN : 9782906943681

VIENT DE PARAÎTRE

Reuves, bulletins, lettres d'information

- *BGV-Bulletin grande vitesse de l'APMEP*, N°216, janvier-février 2021, édition en ligne, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duméril, 75013 Paris, ISSN 0296-533X, consultable en ligne à l'adresse : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/BGV_216.pdf
- *Au fil des maths - Le bulletin de l'APMEP*, fil rouge : « Mathématiques à l'oral », N°538, octobre-novembre-décembre 2020, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duméril, 75013 Paris, consultable en ligne à l'adresse : <https://afdm.apmep.fr/rubriques/sommaire/n538/>)
- *Site Web « Maths en liberté »*, consultable en ligne à l'adresse : <https://maths-en-liberte.fr/home>

NOUS AVONS LU ...

MathemaTICE, N°73, janvier 2021

Revue en ligne éditée par l'association Sesamath, consultable en ligne en libre accès à l'adresse Web : <http://revue.sesamath.net/> (contact : mathematice@sesamath.net)

Voici les articles du numéro :

- Bernard Ycart offre aux lecteurs deux articles, à l'occasion de l'achèvement de son site <https://hist-math.fr/> :
 - Un entretien avec Mathématique où il développe les principaux aspects du site ;
 - Un ensemble d'énigmes historiques où il met en valeur une vingtaine de mathématiciennes qui ont compté au fil des siècles (cet article est le premier d'une série à venir) ;

- Stéphane Vinatier présente deux ressources numériques de l’IREM de Limoges, issues des travaux de groupes de l’IREM : son et musique pour la première, l’algorithmique avec SCRATCH via la géométrie et l’arithmétique pour la seconde ;
- Jacques Taillet raconte l’aventure du projet Latence de l’atelier scientifique du Lycée Parc de Vilgénis ; Baptiste Denis et Gabriel Ramssiss nous le font vivre du point de vue des élèves de l’atelier ;
- Alain Busser propose une suite inédite à son livre sur les graphes : il décrit un jeu qui n’y figure pas, et cherche une stratégie gagnante à ce jeu sur graphe ... à l’aide de graphes ! Le sujet peut donner des idées d’activités en Terminale NSI ou en Maths Expertes , de par sa nature même ;
- Quentin Fodéré procède à la visite guidée de ChingView, un système technique simple et d’une grande efficacité pour faciliter le travail à distance (partiellement ou en totalité) dans une classe. Son utilisation simplifie considérablement la capture, le partage et l’annotation de travaux d’élèves ;
- Bruno Serres plaide pour SacAdo, une interface qui permet de gérer et de suivre les acquisitions des savoir-faire des élèves grâce à des exercices aléatoires interactifs autocorrectifs ;
- Patrick Raffinat s’interroge : comment faciliter la création d’exercices aléatoires dans LaboMep ? Il présente une passerelle entre une librairie du logiciel R créant des QCMs mathématiques aléatoires et la plateforme pédagogique LaboMep (voir).

Yves Ducl (IREM de Besançon)

MathemaTICE, N°74, mars 2021

Revue en ligne éditée par l’association Sesamath, consultable en ligne en libre accès à l’adresse Web : <http://revue.sesamath.net/> (contact : mathematice@sesamath.net)

Voici les articles du numéro :

- Juliette Hernando présente Maths et Jeux, le site et la chaîne vidéo qu’elle offre à l’utilisation de ses élèves, mais aussi à tous les visiteurs qui voudront bien s’y connecter. La richesse et l’intérêt de ces documents apparaissent clairement lors de cette visite guidée très détaillée ;
- Cathy Burck et le groupe Mathouvert de l’IREM de Strasbourg mettent à la disposition des enseignants un scénario pour chaque introduction d’une notion mathématique nouvelle. Les problèmes proposés ont été testés par les membres du groupe et sont améliorés au fur et à mesure des expérimentations ;
- Fernand Alfred Malonga Mougabio et Espoir Memougame rapportent quelques éléments d’une expérimentation réalisée avec des élèves de Première scientifique, série C du Lycée de la Révolution à Brazzaville. Cette étude permet de montrer l’importance d’un environnement informatique comme WIMS pour développer des compétences graphiques ou visuelles dans l’étude d’une fonction et de la dérivée graphique ;

 PARUTIONS

- Bernard Ycart poursuit l'exploration de l'histoire des mathématiques dans un contexte d'enseignement. Deux articles en éclairent l'importance :
 - Un des intérêts de l'histoire des maths est de fixer une échelle de difficulté. Plus une notion est apparue récemment, plus les résistances ont été fortes, plus elle doit être considérée comme difficile pour nos élèves aujourd'hui. Ne pas connaître, au moins vaguement, le processus d'apparition d'une notion, c'est courir le risque d'en sous-estimer la difficulté pour les élèves ;
 - Si on cherche dans l'histoire des mathématiques des modèles à qui les élèves pourraient s'identifier, quoi de mieux pour les faire rêver que des enfants ou des adolescents de leur âge ? Bernard Ycart propose de découvrir vingt jeunes, de 5 à 26 ans, qui ont contribué à l'avancée des mathématiques ;
- Pascal Couvrechef plaide pour que des auteurs nouveaux et nombreux publient dans MathémaTICE. Peut-être vous convaincra-t-il d'en être et d'en recueillir les fruits ? ;
- Les deux articles qui terminent ce numéro sont bâtis à partir d'émissions de France Culture consacrées à Alan Turing et à Gérard Berry :
 - L'énigmatique Alan Turing retrace la courte vie de ce personnage génial et romanesque qui connut une fin tragique et prématurée, avant sa récente réhabilitation royale ;
 - Où va l'informatique ? s'interroge Gérard Berry dans ses ultimes cours au Collège de France. Vaste question !

Yves Duclé (IREM de Besançon)

Jeux et graphes, la théorie des graphes de 5 à 95 ans, Alain Busser, Ellipses, août 2020.

Les livres sur la théorie des graphes sont parfois, comme leur nom l'indique, très théoriques. Ce n'est pas le cas de celui-ci qui est très agréable à la lecture, son approche étant didactique.

Les notions sont généralement introduites à l'aide d'exemples qui permettent d'introduire la théorie, le tout couronné avec juste ce qu'il faut d'histoire. Ainsi, chacune est présentée sous forme ludique et le lecteur apprend ainsi la théorie en jouant. De plus, l'auteur sait montrer des exemples de déroulement de parties comme si on jouait réellement. Le titre n'est donc pas mensonger : de 5 à 95 ans ! Un certain nombre de jeux sont abordables dès l'école primaire. Cependant, on y découvre également des concepts plus élaborés tels les automates, ou encore le jeu de Nim et quelques variantes très intéressantes mais aussi des jeux originaux issus de pays lointains de Madagascar à Hawaï en passant par la Birmanie ou la Nouvelle-Zélande.

On y trouve des auteurs anciens mais aussi récents : Claude Gaspard Bachet, Edouard Lucas, Martin Gardner, John Conway, Elwyn Berlekamp, Richard Guy. Ce livre est ainsi une mine d'exercices et de jeux destinés à la fois aux amateurs mais aussi aux professeurs de mathématiques de tout niveau. On se demande ainsi pourquoi les graphes ne sont pas davantage étudiés dans les programmes de mathématiques puisqu'ils présentent toutes les caractéristiques d'un apprentissage idéal : attention, motivation, engagement actif, entraînement sensori-moteur, nouveauté, création, automatiser, liens sociaux et coopération, compétition ludique, défi, expérimentation, surprise, etc. Ils permettraient ainsi de réconcilier bon nombre d'élèves avec les mathématiques.

Emmanuel Claisse (IREM de Lorraine)