
SOMMAIRE

Editorial	3
<i>Le Jigsaw teaching comme modalité d'apprentissage. Études expérimentales autour du langage en mathématiques et français</i>	5
Marie DEFFENSE, Christophe HACHE, Pierre LAGANIER, Marianne MOULIN, Marie THIRION, Fanny WILSON (Groupe Léo, Irem de Paris)	
<i>Rubrique Multimedia</i>	36
<i>Pour un enseignement par la recherche. Compte-rendu d'un groupe de travail</i>	45
Didier LESESVRE, Sun Yat-Sen University, Chine (RPC)	
<i>Du problème de Wang vers une nouvelle situation de recherche pour la classe</i>	77
M. DA RONCH, M. GANDIT, S. GRAVIER, Irem de Grenoble	
<i>Rubrique Parutions</i>	106
<i>L'enseignement des mathématiques pendant le confinement, premiers retours</i>	109
Gilles ALDON, Ifé-ENS de Lyon	
<i>Rubrique Agenda</i>	128
Abonnements, réabonnements	130
Liste des Irem	131
Sommaire du prochain numéro	132

EDITORIAL

« Mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la manipulation et la verbalisation » afin de conduire l'élève vers « l'abstraction ». Et lui laisser parallèlement « le temps d'essayer, de se tromper, d'analyser son erreur, puis d'essayer à nouveau ». Telles sont les préconisations du rapport Villani et Torosian (2018) que ce numéro de *Repères Irem* se propose de mettre en perspective. Fondés sur l'analyse de trois situations différentes, les articles traités dans ce numéro illustrent en effet successivement ces recommandations, tout en apportant des éclairages complémentaires.

Dans un premier article, le groupe LÉO¹ (Langage Écrit Oral) de l'Irem de Paris relate et analyse des expérimentations de « *Jigsaw teaching* » (ou « puzzle collaboratif ») menées par des professeurs de français et de mathématiques dans des classes de collège et de lycée. Les auteurs explorent plus particulièrement la façon dont ce dispositif original nourrit les échanges langagiers et participe à la compréhension d'une notion. En effet, tandis qu'il se trouve en charge de la construction d'une des pièces nécessaires à l'ensemble de l'activité, chacun des élèves manipule, formule, reformule, par-

tage, explique aux autres élèves ; au sein du groupe, les pièces s'emboîtent alors, puis se complètent. Dans ce travail « en *Jigsaw* », le savoir est ainsi dialogué, ce qui induit conjointement l'acquisition d'un savoir plus complexe.

Il s'agit donc là d'un processus collaboratif et innovant, qui conduira peut-être certains de nos lecteurs et lectrices à tenter l'aventure avec leurs propres classes !

L'article suivant, écrit par D. Lesesvre et intitulé « Pour un Enseignement par la Recherche », nous invite à réfléchir à la possible mise en place d'une activité d'initiation à la recherche dans les parcours universitaires. Il nous présente en effet le compte rendu d'une séquence pédagogique conduite durant tout un semestre de premier cycle universitaire avec un groupe d'étudiants. Accompagné de jeunes chercheurs, ce groupe a travaillé sur une variation du « problème de Waring » et sur « la méthode du cercle » de Hardy-Littlewood. Ce sujet d'étude a offert aux étudiants un riche travail d'analyse et une appropriation approfondie de textes scientifiques, les amenant à l'apprentissage de concepts nouveaux.

Cette démarche d'investigation vise, elle aussi, à envisager différentes pistes, à présenter et confronter des idées, à construire et à

¹ Christophe Hache, Marie Deffense, Pierre Laganier, Marianne Moulin, Marie Thirion, Fanny Wilson.

EDITORIAL

expérimenter en commun. Les compétences développées à l'occasion de cette activité sont ainsi identifiées et décrites avec précision.

Cependant, tout en rendant à la fois compte des connaissances qui se construisent et des attitudes qui s'entremêlent au cours de cette expérience, l'auteur souhaite aussi fortement mettre en avant un changement de posture : en effet, lorsque l'expérimentation prend fin, une porte s'est ouverte, renforçant la créativité comme la curiosité de chaque étudiant.

Dans le troisième article de ce numéro, M. Da Ronch, M. Gandit et S. Gravier proposent une étude très approfondie du « problème de Wang ». Par une analyse épistémologique et historique, mais également mathématique et didactique, les auteurs montrent que ce problème de pavage du plan possède tous les critères définissant une Situation de Recherche pour la Classe (SiRC). Si le choix de la situation est déterminant pour le développement et la qualité de l'activité mathématique, on observera que la manipulation et le questionnement

sont ici encore, au cœur des SiRC, alimentant le processus de construction des connaissances. L'étude décrite dans cet article laisse ainsi présager une expérimentation des plus fructueuses.

Enfin, dans la période si singulière que nous vivons, nous avons souhaité également présenter dans ce numéro de *Repères Irem* l'analyse quantitative mais aussi qualitative des résultats d'une enquête — menée par G. Aldon en mai dernier — sur l'enseignement des mathématiques pendant le confinement. Il relate le vécu d'enseignants engagés dans un travail à distance inédit et étudie les stratégies mises en place par chacun pour faire face à ce défi sans précédent.

Au moment de clore cet éditorial, nous espérons donc que ce numéro, élaboré avec passion par chacun de ses auteurs, fournira matière à réflexion à tout lecteur ou toute lectrice qui désire enrichir les situations d'apprentissage des mathématiques, ouvertes à tout niveau d'enseignement.

Bonne lecture,

Anne Jorioz

PARUTIONS

Tous les articles parus dans les numéros 1 (octobre 1990) à 116 (juillet 2019), et exceptionnellement pour cause de Covid-19 le numéro 119 (avril 2020), de Repères IREM sont consultables et téléchargeables librement en ligne sur le site de Repères IREM (portail des IREM) à l'adresse suivante :

<http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>

PARUS dans les IREM

- **Repères IREM**, N°120, juillet 2020, revue des IREM publiée sous le patronage de l'Assemblée des directeurs d'IREM, Topiques éditions, Nancy, ISSN 1157-285X, diffusion-distribution Université Grenoble Alpes - IREM de Grenoble, CS 40700, 38058 Grenoble Cedex, (contacts : tél. +33 (0)4 76 51 44 06 ; Fax +33 (0)4 76 51 42 37 ; courriel irem-secretariat@univ-grenoble-alpes.fr)

VIENT DE PARAÎTRE

Ouvrages

- *Ingénierie de formation en mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies*, Blandine Masselin, avec la participation de Michèle Artigue, Hélène Declercq, Charlotte Derouet, Sylvain Duthil, Marion Guérin, Frédéric Hartmann, Jordan Martin et Amandine Oney, Presses universitaires de Rouen et du Havre, 2020, ISBN 979-10-240-1466-1, 15 €.
- *Histoire des nombres*, Grégory Chambon, Paris, PUF, collection « Que sais-je? », 2020, 127 pages, ISBN 9782130814429, 9 €.
- *Chronologie de l'histoire des sciences*, David Aubin et Néstor Herran (dir.), avec Santiago Aragon, Hélége Gaget, Alexandre Guilbaud et Christophe Lécuyer, Paris, Bescherelle-Hatier, Collection Bescherelle culture, 2019, ISBN 9782401047525, 19,90 €.
- *Jeux et graphes. La théorie des graphes de 5 à 95 ans*, Editions Ellipses, 2020, ISBN : 9782340041035, 240 pages, 24 €

Revue, bulletins, lettres d'information

- *BGV-Bulletin grande vitesse de l'APMEP*, N°212, mai-juin 2020, édition en ligne, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duménil, 75013 Paris, ISSN 0296-533X, consultable en ligne à l'adresse : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/BGV_212.pdf
- *Au fil des maths - Le bulletin de l'APMEP*, fil rouge : « Les jeux sont faits ! », N°536, Avril, mai, juin 2020, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duménil, 75013 Paris, consultable à l'adresse <https://afdm.apmep.fr/rubriques/sommaire/n534/>)
- *Au fil des maths - Le bulletin de l'APMEP*, fil rouge : « Mathématiques et arts », N°537, Juillet, août, septembre 2020, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duménil, 75013 Paris, consultable à l'adresse <https://afdm.apmep.fr/rubriques/sommaire/n537/>)
- *Visages 2020-2021 de l'APMEP (du 01 octobre 2020 au 30 septembre 2021)*, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duménil, 75013 Paris, (+ d'infos : consulter <https://www.apmep.fr>)

NOUS AVONS LU ...**MathemaTICE**, N°71, septembre 2020

Revue en ligne éditée par l'association Sesamath, consultable en ligne en libre accès à l'adresse Web : <http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique184> (contact : mathematice@sesamath.net)

Voici les articles du numéro :

- Benjamin Clerc achève dans ce numéro son marathon des nouveautés algorithmiques qui entreront en vigueur lors de la rentrée 2020 :
 - les algorithmiques de l'option Mathématiques complémentaires en Terminale ;
 - les algorithmes de l'option Mathématiques expertes, en Terminale ;
 - l'analyse critique des algorithmes figurant dans les E3C de la BNS ;
- Les deux articles qui suivent invitent à sortir de la classe pour faire des mathématiques en plein air ! Cela redeviendra sans doute possible dès la rentrée 2020.
 - Christophe Gilger cherche à ancrer les mathématiques au réel, afin d'améliorer la compréhension en résolution de problèmes des élèves du cycle 1 au cycle 4 ;
 - Alexandre Franquet et le groupe Numatécol de l'IREM de Lyon conçoivent et mettent en scène une séance de Maths en plein air au Cycle 3, avec MathCityMap ;
- Monique Gironce propose, en liaison avec le groupe numérique de l'IREM de Toulouse et dans le cadre des programmes 2019 du Lycée, une banque d'exemples de fonctions (ou types de calcul) pour lesquels l'utilisation de DGPad est particulièrement pertinente ;
- Alain Busser
 - montre comment faire une présentation interactive de documents, par le truchement de Tangle ;
 - fait paraître chez Ellipses un livre sur les jeux et les graphes de 5 à 95 ans. L'article en présente le contenu et la philosophie ;
- Patrice Debrabant s'intéresse aux polygones isotoxaux qui interviennent dans de nombreux domaines. On les voit partout, mais leur étude mathématique a longtemps été négligée. Cet article invite à y remédier ;
- Pascal Couvrechef présente la librairie R "exams", qui permet de créer des QCMs aléatoirisés adaptés aux évaluations en mathématiques ; ensuite, il évoque certaines injonctions incantatoires du plan de continuité pédagogique, en particulier celles relatives à l'évaluation à distance des élèves.

Yves Ducel (IREM de Besançon)

Mathématiques multiculturelles : arithmétique, algèbre, géométrie élémentaire, Jean-Michel Delire, collection « Sciences, Arts et Cultures », Bruxelles, Les Éditions HE2B, 2018, 431p. ISBN 978-2-9601719-2-1, 25€.

L'ouvrage sous recension n'est pas une histoire des mathématiques mais clairement un cours de mathématiques à l'usage des élèves du secondaire et des étudiant·e·s se formant aux métiers de l'enseignement (professeur·e·s des écoles ou de mathématiques en collège et

lycée). Privilégiant néanmoins l'approche historique par les problèmes et les différents contextes de production du savoir, l'auteur – historien des mathématiques, spécialisé dans les mathématiques sanskrites de l'Inde ancienne – propose un cours très illustré, avec des exercices et leur solution (p. 311-399). Basé sur la longue expérience d'enseignement et de formation d'enseignant de son auteur, ce livre de mathématiques est « inhabituel, dans la mesure où il cherche à inscrire cette science ardue dans une perspective historique, ajoutant aux explications techniques leurs contextes et leurs motivations, chaque fois que c'est possible » (p. 11). De nombreuses sources historiques sont ici exploitées pour donner plusieurs problèmes originaux.

Jean-Michel Delire débute son ouvrage par une introduction qui explicite son projet et sa méthode. Pour lui – je ne peux qu'être d'accord, défendant moi-même des idées analogues –, l'approche historique mise en place dans ce cours permet aux lecteur·rice·s d'apprécier trois qualités des mathématiques : elles sont humaines, leurs origines sont diverses et elles ont du sens !

Après l'introduction, l'ouvrage est divisé en quatre grandes parties. Les trois premières concernent le nombre : la première est centrée sur les « nombres naturels et nombres entiers » (p. 13-86), la seconde sur les « nombres entiers remarquables » (p. 87-139), la troisième sur les « nombres fractionnaires et nombres réels » (p. 141-234). Enfin, la quatrième partie abandonne le domaine numérique pour se focaliser sur la « géométrie élémentaire » (p. 235-310).

Le sous-titre de l'ouvrage précise trois domaines mathématiques : arithmétique, algèbre et géométrie. Je m'attendais à avoir une partie consacrée à l'algèbre des équations linéaires et quadratiques, notamment rapportées aux pratiques mésopotamiennes, égyptiennes et bien sûr des pays d'Islam. Mais, seuls de brefs éléments sur l'Inde ancienne sont disponibles (p. 186-187) au détour d'explications sur l'utilisation des nombres fractionnaires. En effet, l'auteur ne propose pas d'exposé, même concis, sur la résolution des équations des 1er et 2nd degrés. C'est sans doute dommage pour le public visé mais l'ouvrage est déjà tellement riche par la matière abordée et l'approche utilisée.

Ledit ouvrage partant de notions mathématiques élémentaires permet, en suivant le fil de la lecture, de découvrir des notions plus complexes comme la notion d'anneau et d'idéaux, celles de fractions continues ou encore celles de théorie des graphes. Le/la lecteur·rice est parfaitement guidé·e et la résolution des exercices au fur et à mesure permet d'avancer concrètement en validant sa propre compréhension. C'est donc un livre qu'il faut lire le crayon à la main pour faire un peu de mathématiques. Il est parfait pour découvrir ou entretenir un certain bagage mathématique.

La bibliographie/sitographie (p. 401-409) et l'index historique regroupant les auteurs, lieux et notions (p. 412-422) offrent la possibilité d'aller plus loin (les références proposées sont sérieuses et souvent incontournables pour l'histoire des mathématiques car facilement accessibles) et d'utiliser ce cours comme une vraie ressource pour l'enseignement ou sa culture personnelle – après l'avoir lu une première fois.

L'auteur ne semble pas s'arrêter au volume dédié à l'arithmétique, à l'algèbre (avec les limites que nous avons exprimées) et à la géométrie. Il promet dans l'ouvrage sous recension un deuxième volume consacré à l'analyse. Je suis évidemment impatient de pouvoir le lire.

Marc Moyon (IREM de Limoges)