
SOMMAIRE

Editorial	3
<i>La géométrie euclidienne plane</i> <i>chez al-Mu'taman Ibn Hud, roi de Saragosse (1081-1085)</i> Youcef GUERGOUR, ENS de Kouba, Alger	5
<i>Une expérience de formation d'enseignants</i> <i>en géométrie non euclidienne</i> El Hadji Malick DIA, UCAD/FASTEF/MATHS, Sénégal	29
<i>Géométries non-euclidiennes et interdisciplinarité</i> <i>mathématique-philosophie : un exemple</i> <i>d'activité pour la classe de terminale scientifique</i> Manuel BÄCHTOLD, Thomas FRANÇOIS, Thomas HAUSBERGER, Patrice MARIE-JEANNE, Irem de Montpellier	55
<i>Rubrique Parutions</i>	82
<i>Rubrique Multimedia</i>	91
<i>Vie des IREM</i>	
Communiqué du Comité de Rédaction	95
Abonnements, réabonnements	96
Liste des Irem	97
Sommaire du prochain numéro	98

EDITORIAL

Le numéro 111 de la revue est occupé par la géométrie d'Euclide et les géométries non euclidiennes, du point de vue historique et du point de vue de la pratique des enseignants. C'est plutôt un effet du hasard, car ce n'était aucunement programmé. Mais le jeu en vaut la chandelle.

L'article de Youcef Guergour est issu d'une version remaniée d'une présentation réalisée lors du colloque « Mathématiques et interculturelité » organisé à l'IREM de Lille en 2009. Il explique les développements de la géométrie euclidienne plane dans la tradition des mathématiques de ce que l'on appelle l'Occident musulman (Espagne et Maghreb).

La meilleure présentation de cet article se trouve sans doute dans sa conclusion, que voici.

« Quant à l'histoire de la géométrie euclidienne en Occident musulman, nous devons dire en premier lieu que la recherche dans ce domaine reste sérieusement handicapée par le manque de documents géométriques produits en Andalus et au Maghreb ... [les écrits disponibles] sont peu nombreux et souvent incomplets. Mais, cela suffit pour affirmer qu'il y a bien eu une tradition de recherche en géométrie en Andalus et qu'elle a pu atteindre parfois le niveau de celle de la tradition de l'Orient musulman. Cette tradition s'est largement inspirée de la production arabe d'Orient, en particulier celles des frères Banū Mūsā, de Thābit Ibn Qurra, et d'Ibn Haytham,

en la prolongeant parfois d'une manière significative. »

La géométrie d'Euclide est une géométrie des figures basée sur la possibilité de déplacer librement un objet solide d'un lieu à un autre ainsi que de le faire tourner sur lui-même dans n'importe quelle direction. Cela se manifeste dans les *Éléments* par l'importance centrale des cas d'égalité des triangles en géométrie plane. Un point faible dans les *Éléments* semble résider dans le fameux cinquième postulat. Celui-ci ressemble plus à une proposition à démontrer qu'à une évidence intuitive sur laquelle fonder les raisonnements futurs, contrairement aux autres demandes et postulats. La constatation que le cinquième postulat ne pouvait pas être démontré et qu'il pouvait exister d'autres géométries tout à fait honnêtes, en particulier avec les mêmes cas d'égalité des triangles, a cependant mis plus de vingt siècles à être mise à jour de manière incontestable. Cette découverte a été une rupture épistémologique majeure. Non, l'esprit humain ne pouvait pas, par la seule force de son raisonnement, découvrir une vérité objective universelle concernant la géométrie des figures dans le monde qui nous entoure. Il fallait désormais mesurer la somme des angles de très grands triangles pour connaître plus précisément la vérité objective, qui n'était plus universelle.

L'article d'El Hadji Malick DIA, « Une expérience de formation d'enseignants en géomé-

EDITORIAL

trie non euclidienne » discute la pertinence d'introduire les géométries non euclidiennes dans la formation des enseignants de collège et lycée. Une formation de ce type a eu lieu à Dakar. L'article présente cette formation dans tous ses détails. Elle s'est déroulée dans le cadre de l'unité d'Épistémologie et histoire des mathématiques. Le choix judicieux a été fait d'une brève histoire des recherches ayant mené à la découverte de la géométrie hyperbolique. La présentation de cette dernière est faite via le modèle du disque de Poincaré. Ce modèle présente l'avantage d'être assez intuitif et facilement manipulable au moyen de logiciels de géométrie dynamique. Cela introduit un caractère « expérimental » dans cette formation. C'est a priori un peu paradoxal car d'une part le modèle de Poincaré est un peu tombé du ciel comme par miracle, et d'autre part, localement notre géométrie est plutôt euclidienne qu'hyperbolique, comme l'atteste notre papier quadrillé usuel : si les carrés sont jointifs, c'est bien qu'ils ont des angles droits. Ainsi, quitte à imposer le modèle de Poincaré sans trop le motiver (ce qui demanderait beaucoup plus qu'une séance sur l'histoire de la question), on retrouve le caractère expérimental de la géométrie des figures, qui semble tout à fait pertinent pour l'enseignement de la géométrie des figures à la Euclide. Comme l'a dit le grand mathématicien russe Vladimir Arnold : les mathématiques sont une branche de la physique ; cette branche où les expériences ne coûtent pas bien cher. La formation a également étudié certaines figures usuelles en géométrie sphérique. Dans ce cas le caractère expérimental est tout à fait réel, sans que soit nécessaire la médiation d'un logiciel de géométrie dynamique.

Le troisième article décrit une expérience de travail interdisciplinaire mathématiques-

philosophie en classe de terminale scientifique : « Géométries non-euclidiennes et interdisciplinarité mathématique-philosophie » de Manuel Bächtold, Thomas François, Thomas Hausberger et Patrice Marie-Jeanne (Équipe Mathématiques et Philosophie, IREM de Montpellier).

Plutôt que de paraphraser l'excellente introduction des auteurs, en voici un petit extrait pertinent.

« Si les géométries non euclidiennes constituent par nature un objet interdisciplinaire, qui peut effectivement être éclairé selon des perspectives différentes, la question se pose de savoir comment il convient d'articuler ces perspectives dans le cadre de la classe ... notre approche a consisté d'abord à développer une culture commune sur les géométries non euclidiennes au sein de notre groupe, puis à élaborer une activité mathématique permettant aux élèves de manipuler un modèle de géométrie non euclidienne (la géométrie du demi-plan de Poincaré) et à l'articuler à une discussion philosophique orchestrée par le professeur de philosophie. Afin d'initier les élèves aux enjeux épistémologiques de l'émergence des géométries non euclidiennes et de soutenir la discussion philosophique sur les rapports raison-réel, nous avons proposé d'une part d'éclairer la démarche historique qui a conduit au développement d'une telle géométrie (une interrogation d'ordre logique portant sur le cinquième postulat d'Euclide), d'autre part d'illustrer le caractère « contre-intuitif » des géométries non euclidiennes ... tout en documentant son applicabilité au réel. Les principaux éléments de l'activité mathématique sont ainsi posés en vue de leur exploitation en cours de philosophie. »

Henri Lombardi

PARUTIONS

Tous les articles parus dans les numéros 1 (octobre 1991) à 100 (juillet 2015) de *Repères IREM* sont consultables et téléchargeables librement en ligne sur le site de *Repères IREM* (portail des IREM) à l'adresse suivante : <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>

PARUS dans les IREM

- *Repères IREM*, N° 109, octobre 2017, revue des IREM publiée sous le patronage de l'Assemblée des directeurs d'IREM, Topiques éditions, Nancy, ISSN 1157-285X, diffusion-distribution Topiques éditions, 22 rue Charles-Martel, 54000 Nancy (contact : topiqueseditions@dbmail.com).
- *Repères IREM*, N° 110, janvier 2018, revue des IREM publiée sous le patronage de l'Assemblée des directeurs d'IREM, Topiques éditions, Nancy, ISSN 1157-285X, diffusion-distribution Université Grenoble Alpes - IREM de Grenoble, CS 40700, 38058 Grenoble Cedex, (contacts : Tél. +33 (0)4 76 51 44 06 ; Fax +33 (0)4 76 51 42 37 ; Courriel irem-secretariat@univ-grenoble-alpes.fr)
- *Petit x*, N° 104, octobre 2017, (sommaire : Éditorial, Isabelle Bloch ; La logique formelle au niveau universitaire : une étude empirique en contexte de démonstration, Sarah Mathieu-Soucy, Denis Tanguay ; Classe inversée : quel impact sur les connaissances ?, Cécile Allard, Édith Petitfour ; Activité ... Étoiles magiques, Hervé Barbe ; De la théorie des jeux à l'élaboration d'actions d'enseignement et de vulgarisation : le cas de jeux de type Nim, Alix Boissière, Nicolas Pelay, Lisa Rougetet ; Activité ... Un résultat surprenant, Hervé Barbe), revue de l'IREM de Grenoble, ISSN 0759-9188, diffusion-distribution IREM de Grenoble - Université Grenoble Alpes, BP 41, 100 rue des maths, 38402 Saint-Martin D'Hères Cedex (contact : denise.grenier@univ-grenoble-alpes.fr).
- *Petit x*, N° 105, décembre 2017, (Éditorial Isabelle Bloch ; Genèse du modèle exponentiel. Situations de modélisation pour la classe de terminale scientifique, Mariza Grand'henry-Krysinska, Maggy Schneider-Gilot ; Quand le professeur de mathématique est sur You tube ... un témoignage, Loïc Asius ; Activité ... Partage d'un triangle équilatéral en triangles équilatéraux, Denise Grenier ; Pour étudier le dispositif classe inversée. Analyses des moments d'exposition des connaissances en classe et de capsules vidéos, Monique Chappuis-Parès, Françoise Pilorge, Aline Robert), revue de l'IREM de Grenoble, ISSN 0759-9188, diffusion-distribution IREM de Grenoble - Université Grenoble Alpes, BP 41, 100 rue des maths, 38402 Saint-Martin D'Hères Cedex (contact : denise.grenier@univ-grenoble-alpes.fr).
- *Quelques idées pour introduire la dérivation et les limites au lycée*, Groupe didactique des maths de l'IREM d'Aquitaine, brochure éditée et diffusée par l'IREM d'Aquitaine, 40 rue Lamartine, 33400 Talence (contact : <https://math-interactions.u-bordeaux.fr/Centres-de-ressources/IREM>)
- *Let History into the Mathematics Classroom*, Évelyne Barbin, Jean-Paul Guichard, Marc Moyon, Patrick Guyot, Catherine Morice-Singh, Frédéric Métin, Martine Bühler, Dominique Tournès, Renaud Chorlay, Gérard Hamon, (ce livre, dont la table des matières est consultable à l'adresse Web : <http://www.springer.com/fr/book/9783319571492>, est le produit de la traduction anglaise d'une sélection de chapitres parus précédemment dans *De grands défis mathématiques d'Euclide à Condorcet*, Vuibert, 2009, et *Les mathématiques éclairées par l'histoire, des arpenteurs aux ingénieurs*, Vuibert, 2012. Il présente dix expérimentations visant à introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques au niveau du collège ou du lycée), Springer, 2017, ISBN : 978-3-319-57149-2.
- *Activités de mathématiques appliquées à la résolution de problèmes scientifiques et techniques, en lien avec le développement durable*, Christophe Pêtre, niveau Lycée général et technologique, lycée professionnel, Brochure éditée et distribuée par l'IREM de Clermont-Ferrand, novembre 2017, 222 pages.
- *L'Autan moderne*, N°2, janvier 2018, Bulletin de l'Institut de recherche sur l'enseignement des sciences (IRES) de Toulouse, publication éditée et distribuée par l'IREM de Toulouse (IRES UFR FSI, Université Toulouse 3 Paul Sabatier, 31062 Toulouse cedex 09), ISBN 978-2-918013-09-9.
- *Proportionnalité et Géométrie*, Groupe didactique de l'IREM d'Aquitaine, (+ d'info voir fiche Publmath : <http://publmath.univ-irem.fr/biblio/IBO17002.htm>)
- *L'informatique débranchée*, Tangente éducation, N° 42-43, Éditions Pôle, en collaboration avec l'IREM de Grenoble (version numérique consultable à l'adresse : <http://www.tangente-education.com/>)

NOUS AVONS REÇU ...**Ouvrages**

- *Je suis ...* Sophie Germain, Anne Boyé, Christine Charretton, préface de Laurence Broze, collection « Je suis ... », Jacques André éditeur, octobre 2017, Lyon, 103 pages, 10 €.
- *Une approche heuristique d'une géométrie calculatoire*, Ngan Nguyen, Maggy Schneider, collection « Si les mathématiques m'étaient contées », Presses universitaires de Liège, 238 pages, 28 €.
- *L'art de ne pas dire n'importe quoi : ce que le bon sens doit aux mathématiques*, Jordan Ellenberg, traduit de l'anglais par Françoise Bouillot, Paris, Cassini, 2017, ISBN 9782842252236, 20€.
- *La Formule de Stokes, Roman*, Michèle Audin, Paris, Cassini, 2016, ISBN 9782842252069, 18€
- *Les probabilités et la statistique au lycée : pour un enseignement et une formation sans alea ... ou presque*, sous la direction de Laurent Vivier, Série « Didactiques Mathématiques », Presses universitaires de Franche-Comté, Besançon, 2017, ISBN 978-2-84867-601-2, 227 pages, 19€
- *Epistémologie & didactique. Synthèses et études de cas en mathématiques et en sciences expérimentales*, ouvrage coordonné par Manuel Bächtold, Viviane Durand-Guerrier, Valérie Munier, Série « Didactiques », Presses universitaires de Franche-Comté, Besançon, 2017, ISBN 978-2-84867-603-6, 268 pages, 26€
- *Les mathématiques et le réel. Expériences, instruments, investigations*, sous la direction d'Évelyne Barbin, Dominique Bénard et Guillaume Moussard, Collection « Essais », Presses universitaires de Rennes, 2018, ISBN 978-2-7535-6531-9, 246 pages, 20€
- *L'Arithmétique de Pamiers : traité mathématique en langue d'oc du XVe siècle*, Jacques Sésiano, Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2018, ISBN 978-2-88915-242-1

Revues, bulletins, lettres d'information

- *CFEM Bulletin*, N°44, novembre 2017, bulletin de liaison de la Commission française de l'enseignement des mathématiques (CFEM), 24 pages, consultable en accès libre à l'adresse Web : <http://www.cfem.asso.fr/liaison-cfem/bulletin-de-liaison-ndeg44-novembre-2017> .
- *BGV-Bulletin grande vitesse de l'APMEP*, N°197, novembre-décembre 2017, édition en ligne, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duméril, 75013 Paris, ISSN 0296-533X, consultable en ligne à l'adresse : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/BGV_197.pdf .
- *BGV-Bulletin grande vitesse de l'APMEP*, N°198, janvier-février 2018, édition en ligne, diffusion Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 26, rue Duméril, 75013 Paris, ISSN 0296-533X, consultable en ligne à l'adresse : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/BGV_198.pdf.
- *Lettre d'information « CultureMath »*, février-mars 2018 (+ d'infos consulter : <http://culturemath.ens.fr/>)

Vidéos

- Vidéos du Groupement de Service « Autour de la Diffusion des Mathématiques » (GdS AuDiMath), Institut National des Sciences Mathématiques et de leurs Interactions (INSMI) du CNRS, (ces vidéos sont des exposés faits par des enseignants-chercheurs à diffuser en classe - de niveaux, thèmes, durées variés - ou donnant des idées d'activités à faire en classe), consultables sur le site : <http://audimath.math.cnrs.fr/-videos-.html> (+ d'infos contacter : druet@math.univ-lyon1.fr.)

NOUS AVONS LU ...

MathemaTICE, N°57, novembre 2017 Revue en ligne éditée par l'association *Sesamath*, consultable en ligne en libre accès à l'adresse Web : <http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique142> (contact : mathematice@sesamath.net)

Voici les articles du numéro :

- Alexis Lecomte présente un projet de bac original de deux élèves d'ISN : des animations programmées en

 PARUTIONS

- Python et projetées lors d'un spectacle vivant au Cirque-Théâtre d'Elbeuf ;
- Patrick Raffinat montre comment faciliter la transition entre programmation visuelle au collège et Python au lycée, en s'appuyant sur le logiciel SofusPy et/ou le logiciel PluriAlgo, dont les nouveautés de la version 2017 sont présentées ;
 - Un siècle avant la promotion de la numération binaire par Leibniz, le baron John Neper inventa un artéfact permettant d'effectuer des calculs binaires sans le dire. Près de quatre siècles plus tard, Alain Busser utilise cet artéfact en ICN, dans une classe de Seconde. La séance fait partie d'une séquence pédagogique consacrée au binaire et décrite dans cet article ;
 - Patrice Debrabant modélise les pyramides, les pyramides à degrés, et la transition des secondes (le stade un peu grossier) vers les premières (l'achèvement, la perfection). Scratch, tableur et géométrie dynamique sont du voyage. Ce sujet peut faire l'objet d'un EPI ;
 - Richard Gomez propose un programme en Python capable de trouver tous groupes finis d'ordre inférieur ou égal à 6. C'est l'occasion de revenir à la notion de groupe et d'y travailler au moyen d'un langage informatique privilégié par les programmes de Lycée ;
 - Alain Busser et Patrice Debrabant réalisent une synthèse entre les spirales, les courbes fractales de Michel Mendès-France et la géométrie différentielle. Pour étayer leur exposé, ils mobilisent différents logiciels de géométrie dynamique (en particulier DGPad) et/ou des logiciels tortues (en particulier Python) ;
 - Patrick Raffinat montre comment créer des rapports statistiques avec RMarkdown, une librairie du logiciel R. Il combine ensuite RMarkdown et programmation visuelle pour proposer une extension statistique de Blockly, exécutable en ligne grâce au serveur R OpenCPU ;
 - David Crespil raconte l'histoire de la précession des équinoxes, une des découvertes majeures de l'astronomie. Ce phénomène a été mis en évidence il y a environ 2000 ans grâce au talent des astronomes grecs comme Hipparque et Ptolémée, s'appuyant sur les mesures de Timocharis d'Alexandrie. Newton, grâce à l'attraction universelle, commença à l'expliquer... ;

Yves Ducl (IREM de Besançon)

Toujours l'informe... Géométrie d'Albrecht Dürer, Bernard Cache,

Collection « Architecture Essais », Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2016. 496 p. ISBN 978-2-88915-121-9, prix : 71,50 €.

L'objectif de Bernard Cache peut se présenter comme un pari fou : relire, avec ses connaissances architecturales d'aujourd'hui, Albrecht Dürer (1471-1528)¹. Peintre et graveur de très grande renommée, il est aussi un maître de la perspective et anticipe, en outre, certains éléments de géométrie descriptive. Dans l'ouvrage sous recension, une place essentielle est faite à son traité de géométrie « pratique » pour les artistes publié en allemand – l'*Underweysung der Messung*² – à Nuremberg en 1525. Deux autres traités de Dürer sont étudiés : l'un sur la fortification des villes et l'autre sur les proportions humaines.

L'auteur développe trois parties : la première sur l'homme avec les rapports qu'entretient Dürer avec lui-même et ses proches, la seconde sur son traité de géométrie avec comme intention l'étude des instruments de dessin et de calcul, la troisième partie est historique pour replacer Dürer et son œuvre dans leurs contextes. C'est probablement la seconde partie, quantitativement la plus importante, qui intéressera le plus les enseignants de mathématiques, car vraiment centrée sur la géométrie [pp. 65-334]. Il serait néanmoins dommage de se limiter à cette partie tellement les autres permettent de mieux connaître l'artiste, de mieux appréhender son œuvre dans son contexte de création. Il faut aussi savoir que l'ouvrage sous recension n'est pas une nouvelle traduction de Dürer ;

¹ Voir la présentation de l'ouvrage par l'auteur : <https://www.youtube.com/watch?v=uUhu4mtBDnM>

² Une traduction française est disponible grâce à Jeanne Peiffer dans Albrecht Dürer, Géométrie. Paris : Seuil, 1995.

c'est un essai à part entière sur l'œuvre de Dürer. D'ailleurs, si l'auteur présente de nombreuses planches et autres œuvres de Dürer, peu de citations originales viennent étayer l'argumentation proposée.

La géométrie de Dürer est bien différente de celle, archétypale, d'Euclide. Il n'y a pas de preuves. Il y a des actes de dessin qui donnent des instructions aux lecteurs pour reproduire les figures. Les figures peuvent aussi être les instruments, ceux-là même utiles à la construction géométrique. Le texte rédigé par Dürer est alors utile pour la construction de la figure ou la fabrication de l'instrument. Bernard Cache montre que la notion de « variabilité » est essentielle chez Dürer, son idée étant de rendre paramétrique les figures et/ou les instruments³. C'est en ce sens qu'il écrit, dans son avant-propos : « c'est que d'une manière générale, dans son art et dans sa géométrie, Dürer perçoit la variation tout à la fois comme une puissance à développer et une menace à conjurer. Ainsi les lignes spiralées ne tardent-elles pas à dessiner des boucles dans lesquelles l'artiste craint de s'enchevêtrer (...) Si Dürer s'abstient de dessiner sa ligne serpentine, c'est que celle-ci est porteuse de probablement trop d'histoires pour un simple traité de géométrie » [p. VII]. La « ligne serpentine » est la principale motivation de Dürer mais il s'abstient finalement de la représenter. B. Cache interroge alors les raisons et la signification de cette absence. C'est précisément là que le contexte historique révèle toute son importance.

Dans *Toujours l'informe...*, l'auteur démontre une très grande érudition qu'il parvient à transmettre à son lecteur même si ce n'est pas toujours facile de suivre les divers points de vue proposés (de l'antiquité au monde contemporain). L'ouvrage est extrêmement riche en illustrations, de très bonne qualité. Enfin, de nombreuses constructions (avec les commentaires de l'auteur) peuvent être exploitées en classe, ce qui rend cet ouvrage très utile aux enseignants de mathématiques.

Marc Moyon (IREM de Limoges)

Les mathématiques en Mésopotamie & variations sur les aires : niveaux Collège et Lycée,

Groupe Histoire des Mathématiques, IREM de Grenoble, Grenoble, 2016.

Le groupe « histoire des mathématiques » de l'IREM de Grenoble a produit une seconde brochure à propos des mathématiques en Mésopotamie. Cette nouvelle brochure, construite sur le même modèle que la première⁴, est constituée d'un lot de fiches (220 p. au total, soit 110 fiches) reprenant des apports historiques (contexte et mathématiques) et des activités de classe. Après « quelques notions de base sur les mathématiques mésopotamiennes » (pp. 7-14), des « éléments d'introduction à l'histoire de la Mésopotamie » (pp. 15-27), les auteurs détaillent des éléments pédagogiques (regroupant systématiquement les documents destinés aux professeurs, les exercices proposés et leurs corrections) dont les thèmes sont variés : la numération sexagésimale (pp. 29-42), les égalités d'aires (pp. 43-64), la célèbre « formule de l'arpenteur » (pp. 67-93), les nombres inverses (pp. 95-108), les carrés et racines carrées en lien avec le théorème de Pythagore (pp. 109-143), les problèmes de partage (pp. 145-187) et enfin les équations du second degré (pp. 189-209). La brochure se termine sur des annexes comprenant des tables de multiplication (en base 60) et une large bibliographie très utile pour les lecteurs désireux d'aller plus loin dans la découverte des mathématiques mésopotamiennes.

Le programme de la brochure est identifié dès l'avant-propos où les auteurs précisent : « Les arpenteurs ont été amenés à inventer des méthodes de calcul d'aires et de partages [de] quadrilatères. L'apparition des écoles des scribes dès la fin du 3ème millénaire a permis de découvrir et d'affiner l'expertise de propriétés inattendues concernant ces figures géométriques de base ». Pour illustrer cela, je voudrais détailler ici un exemple – à propos de la formule des arpenteurs – que j'aime bien, notamment parce qu'on la retrouve dans diverses traditions mathématiques

3 C'est pour cela que B. Cache rapproche l'œuvre de Dürer du design paramétrique d'aujourd'hui. Ainsi, à plusieurs reprises, il tente de restituer des courbes et des instruments sur des logiciels de mécanique.

4 *Les mathématiques en Mésopotamie : Niveaux 6^e et 5^e*, IREM de Grenoble, Grenoble, 2014. Voir mon compte-rendu dans Repères-IREM 103, pp.24-25.

PARUTIONS

anciennes⁵. Elle permet de calculer l'aire d'un quadrilatère par le produit des moyennes arithmétiques des côtés opposés, autrement dit, pour un quadrilatère ABCD, l'aire est donnée avec le calcul $\frac{AB + CD}{2} \times \frac{AD + CB}{2}$.

À partir d'une tablette paléo-babylonienne⁶ (env. 1900-1600 av. J.C.) et un extrait du texte arabe d'Ibn 'Abdūn⁷, une activité de 3h00 est proposée pour : (1) découvrir cette formule, (2) démontrer (géométriquement et algébriquement) que cette formule majore l'aire exacte (est donc souvent au profit de l'administration fiscale relevant les impôts fonciers) et (3) caractériser les cas où la formule est exacte.

Toute la partie sur les problèmes de partage est aussi fort intéressante pour les exercices qu'elle permet de proposer aux élèves, notamment grâce à la richesse de la documentation.

Toutes les activités de cette brochure ont largement été testées en classe. Ainsi, les exercices, tels qu'ils sont proposés, correspondent à l'état final des réflexions du groupe d'auteurs après tests et analyses dans les classes. Je suis convaincu que cette brochure saura se révéler très utile au sein d'une équipe d'enseignants de collège ou de lycée pour y puiser des activités et exercices originaux et réfléchis.

Marc Moyon (IREM de Limoges)

Je suis... Sophie Germain, Anne Boyé et Christine Charretton, Préface de Laurence Broze. Jacques André éditeur, Lyon, 103 pages, ISBN 978-2-7570-0373-2, 10€.

Les auteures Anne Boyé – historienne des mathématiques et membre de la commission inter-IREM « épistémologie et histoire des mathématiques » – et Christine Charretton – mathématicienne (logique et combinatoire) – sont toutes les deux membres de l'association « Femmes et maths », comme d'ailleurs l'auteure de la préface Laurence Broze, qui dirige ladite association. Reconnaitre Sophie Germain, née avant la Révolution française comme une mathématicienne à l'égal des mathématiciens de la fin XVIIIe et du début du XIXe siècle : c'est bien ce dessein qui a réuni les deux auteures pour le plaisir de leur lectorat. Elles ont été jusqu'à se « mettre dans la peau » de Sophie Germain en écrivant cette biographie, à l'allure d'autobiographie ou de carnet intime, à la première personne du singulier.

Documentée par des faits historiques, des extraits de correspondance, etc, cette biographie se lit pour plusieurs raisons : pour Sophie Germain elle-même, pour les mathématiques qu'elle développe ou encore pour mieux comprendre le monde dans lequel elle évolue en tant que femme qui s'adonne à une discipline d'homme.

Destiné au grand public et aux jeunes lycéen.ne.s, cet ouvrage se lit très facilement. On plonge avec curiosité et intérêt dans les aventures de Sophie Germain ou Monsieur Le Blanc, identité qu'elle a dû prendre à plusieurs reprises pour être considérée à l'École polytechnique ou dans sa correspondance avec les mathématiciens de renom. Les auteures ont fait l'effort d'expliquer brièvement et de manière très didactique – sous forme de petits encadrés – quelques éléments mathématiques : le théorème de Fermat et les nombres premiers, les congruences de Gauss, les nombres polygonaux ou encore les nombres de Sophie Germain (comme on les appelle aujourd'hui). Huit court chapitres permettent de parcourir le destin mathématique de Sophie à partir de « [s]a famille, [s]es premiers apprentissages » jusqu'à « une trop tardive consécration » venue de l'étranger. En France, les auteures voient Sophie Germain comme « l'oubliée de la Tour Eiffel » parmi les « soixante-douze noms de savants qui ont honoré la France de 1789 à 1889 » [p. 88-89] alors même que les travaux de Sophie Germain sur les surfaces élastiques ont été indispensables pour la construction de la Tour.

L'ouvrage s'achève sur des annexes qui permettent aux lecteurs d'aller plus loin : les références d'œuvres de et sur Sophie Germain, une chronologie reprenant les principaux événements de la biographie et une galerie de

5 Moyon Marc, *La géométrie de la mesure dans les traductions arabo-latines médiévales*, Turnhout : BREPOLs, 2017, p. 37, 86, 96 (entre autres).

6 UM 29-13-173, conservée au Musée archéologique et anthropologique de l'Université de Pennsylvanie (Philadelphie).

7 Il s'agit d'une *Épître sur le mesurage* rédigée en Andalus (partie de la péninsule ibérique sous domination musulmane) au cours du 10e siècle, découverte par Ahmed Djebbar.

portraits de mathématiciens d’hier et d’aujourd’hui cités dans l’ouvrage (Fermat, Fourier, Galois, Gauss, Lagrange, Legendre, Libri, Mirzhakani et enfin Wiles). Je suis... Sophie Germain est un beau petit livre à lire et à faire lire à tout votre entourage, petits et grands. C’est l’histoire d’une femme amoureuse des mathématiques et de sa lutte pour faire reconnaître ses travaux, à une époque où ce n’était pas institutionnellement envisageable. On ne peut que le regretter et faire en sorte que les jeunes filles d’aujourd’hui n’aient pas à se battre autant que Sophie, toutes proportions gardées, pour pratiquer et inventer des mathématiques !

Marc Moyon (IREM de Limoges)

La géométrie avec les yeux, base de la composition dans les arts. Yvo Jacquier,

Éditeur Yvo Jacquier, Praha, Tchéquie, mars 2017. 123p. ISBN 978-80-270-1312-8, prix : 18€.

Dans ce livre, Yvo Jacquier, peintre et chercheur à Prague, présente le fruit de quinze années d’études sur l’art, en collaboration avec des mathématiciens, dont son conseiller historique et pédagogique Jean-Paul Guichard de l’IREM de Poitiers.

La « géométrie avec les yeux » ne nécessite que peu, voire pas de calculs. Elle permet de « montrer », plus que démontrer, mais n’en est pas moins une géométrie déductive (axiomatisée) et non uniquement perceptive ou instrumentée. Elle repose sur la notion de codage (à l’aide de quadrillages), de similitude, de symétrie, de rotation... Après avoir posé les éléments de « monstration », l’auteur invite à découvrir des « figures de quadrillages », c'est-à-dire que l’on peut construire et dont on peut (dé)montrer des propriétés grâce à cet élément de codage. En toute rigueur, il commence par préciser comment construire un quadrillage avec une corde, grâce à la vesica piscis (motif composé de deux cercles de même rayon dont le centre de chacun se trouve sur le cercle de l’autre). De nombreuses figures intéressantes et utiles à faire construire et réfléchir par des élèves de tout âge, comme, par exemple la roue solaire/zodiacale (fig.1), sont proposées dans cette partie.

Les trois chapitres suivants présentent des propriétés du triangle rectangle, différentes approches du nombre d’or, puis relient les deux.

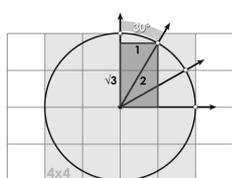


fig.1

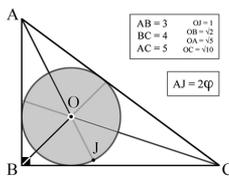


fig.2

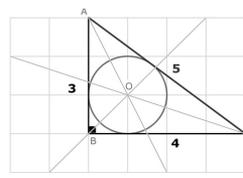


fig.2

Les autres parties explorent le « carré du pape » (fig.4), la figure de Huntley (fig.5), la lettre G du tympan de conques (fig.6) et la géométrie babylonienne. En voici quelques illustrations :

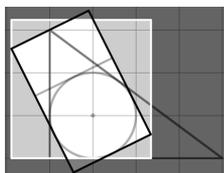


fig.4

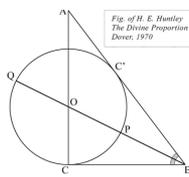


fig.5



fig.6

L’ouvrage débouche sur un panorama historique de la géométrie et conclut sur l’avancement de la réflexion de l’auteur. Ce livre constitue un corpus de propriétés s’inscrivant dans une étude plus large de la « composition », développée sur le site <http://www.art-renaissance.net/>. Il invite à découvrir ou redécouvrir sous un nouveau regard, des propriétés de figures, dont certaines sont souvent utilisées dans le cadre scolaire.

 PARUTIONS

Voir aussi : *La naissance de la Géométrie : la géométrie avec les yeux des Égyptiens*, Yvo Jacquier, Repères-IREM, 87, mars 2012, pp.5-22.

Vincent Paillet (IREM d'Orléans-Tours)

MathemaTICE, N°58, janvier 2018

Revue en ligne éditée par l'association Sesamath, consultable en ligne en libre accès à l'adresse Web : <http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique148> (contact : mathematice@sesamath.net)

Voici les articles du numéro :

- Caroline Mathias pratique la classe inversée dans ses 4èmes et 3èmes. Elle décrit les changements que cela induit dans son travail et dans l'organisation des classes. Une révolution à bas bruit dont nous espérons un bilan en fin de parcours ;
- Le groupe TQuiz de l'IREM de Grenoble s'appuie sur cet outil pour développer l'activité mentale des élèves. L'article présente des expérimentations déjà réalisées et de possibles utilisations en classe. Il explique aussi comment créer des ressources Tquiz ;
- Fabrice Houpeaux propose une approche algorithmique de trois situations mathématiques issues des probabilités. Les algorithmes sont traduits en AlgoBox, Python et R. Il prolonge l'étude par certaines recherches mathématiques qui en découlent ;
- Erwan Duplessy met en évidence les possibilités de LaTeX, tant pour la présentation de documents mathématiques que du point de vue algorithmique. Il espère convaincre de nombreux collègues de se lancer dans l'aventure ;
- Pierre Legrand présente une variété de cryptarithmes et leurs résolutions en-dehors de toute technologie. A la demande du comité de rédaction, Patrick Raffinat a rédigé une seconde partie algorithmique avec des programmes Scratch, Blockly et Python ;
- Une évolution de l'écriture des algorithmes est attendue dans les examens dès la session 2018. Benjamin Clerc explore l'incidence de cette nouveauté sur les sujets du bac 2017 des différentes séries, alors qu'Alain Busser tente, avec ses mots bien à lui, de traduire les recommandations de l'inspection générale ;
- Patrick Raffinat s'intéresse à l'utilisation des listes en Python dans un cadre mathématique. Il complète ainsi son article qui présentait dans le n° 57 le logiciel SofusPy, une passerelle entre programmation visuelle et Python ;
- David Crespil se penche sur les fuseaux horaires. Créés pour que que le midi de la montre ne s'éloigne pas trop du midi solaire, ils conditionnent nos vies. Cependant les fuseaux théoriques ne coïncident pas toujours avec ceux adoptés par les pays pour des motifs économiques ou autres (Chine ; îles Samoa etc). Une conséquence du découpage en fuseaux est la ligne de changement de date.

Yves Ducler (IREM de Besançon)

Les mathématiques à l'école élémentaire (1880–1970) – Étude France-Brésil,

sous la direction de Renaud d'Enfert, Marc Moyon, Wagner R.Valente, Presses Universitaires de Limoges, mai 2017, 255 pages, ISBN : 978-284287-756-9, prix : 23€

École du plus grand nombre, et bien souvent la seule fréquentée par les enfants des milieux populaires, l'école primaire élémentaire, des années 1880 aux années 1960, en France comme au Brésil, doit fournir aux enfants un bagage minimum pour « entrer dans la vie ». Comment et dans quelle mesure l'enseignement des mathématiques participe-t-il à cette visée ? Comment ses objectifs, contenus et formes ont-ils évolué ?

Cet ouvrage est le fruit de rencontres organisées dans le cadre d'un programme de recherche, d'échanges et de coopération réunissant historiens des mathématiques et de leur enseignement, français et brésiliens. Il propose un point de vue comparatiste sur l'évolution de l'enseignement primaire des mathématiques dans les deux pays, depuis la mise en place d'une école « républicaine » jusqu'aux réformes des systèmes éducatifs des années 1960 et 70.

Hélène Gispert ouvre le propos en mettant en lumière les apports réciproques de l'histoire des mathématiques et de l'histoire de l'enseignement. Avec les auteurs (Maria Célia Leme da Silva, Valérie Legros et Marc Moyon, Wagner Rodrigues Valente), nous nous intéresserons aux renouvellements pédagogiques opérés, en France et au Brésil, lors de la mise en place de l'école « républicaine ». Nous verrons comment des manuels scolaires, de la presse pédagogique ou encore la création de « Groupes Scolaires » initiée par l'état de São Paulo contribuent à la définition de finalités d'un enseignement des mathématiques globalement tourné vers des visées concrètes, pratiques, utilitaires mais également vers une certaine « culture de l'esprit ». Nous explorerons, avec Maria Cristina Arujo de Oliveira et ses co-auteurs, Catherine Radtka, l'impact de l'éducation nouvelle qui, malgré quelques spécificités nationales, a marqué de manière assez similaire la dynamique de l'enseignement des mathématiques dans les deux pays dans l'entre-deux-guerres. Cette étude comparatiste nous amènera également à regarder avec intérêt du côté des établissements secondaires, avec Renaud d'Enfert, et des centres d'apprentissage, avec Xavier Sido.

À l'heure de nouvelles velléités de refonte de l'enseignement des mathématiques, dès les premières années de scolarité, les dix textes de cet ouvrage nous invitent ainsi à une mise en regard riche et éclairante des caractéristiques et des dynamiques de l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires brésiliennes et françaises, à l'époque contemporaine.

Anne-Cécile Mathé (IREM de Clermont-Ferrand)

Les travaux combinatoires en France (1870-1914) et leur actualité - Un hommage à Henri Delannoy,

ouvrage collectif sous la direction d'Evelyne Barbin, Catherine Goldstein, Marc Moyon, Sylviane R. Schwer et Stéphane Vinatier.

Presses universitaires de Limoges. 2017

Le dernier tiers du XIXe siècle correspond en France à une période de restructuration des communautés scientifiques: en témoignent la création de nouvelles associations et sociétés savantes (comme la Société mathématique de France en 1872) et la publication de nouveaux périodiques, en particulier ceux destinés à un public en pleine expansion d'enseignants, d'étudiants et d'amateurs éclairés. Parallèlement en effet aux innovations fondées sur des outils avancés d'analyse complexe ou de théorie des groupes, développées dans les institutions traditionnelles, de nouveaux milieux s'intéressent à la mathématisation d'objets variés, comme les jeux de société ou le tissage. Certaines de leurs recherches connaissent un renouveau récent, notamment lié au développement de la combinatoire et de l'algorithmique.

L'occasion de ce livre a été fournie par la célébration du centenaire de la mort de Henri Auguste Delannoy (1833-1915). Ce militaire polytechnicien, lecteur de revues de vulgarisation scientifique, envoie en 1881 à la rubrique des récréations mathématiques de la Revue scientifique de la France et de l'étranger une étude sur le jeu de taquin, au moment même où y est sous presse un article sur le même sujet dû à un professeur de mathématiques, chercheur déjà bien reconnu pour ses travaux en théorie des nombres, Édouard Lucas.

C'est le point de départ d'une fructueuse collaboration entre les deux hommes. Henri Delannoy a entretenu une abondante correspondance avec des ingénieurs, des mathématiciens, des amateurs éclairés qui se passionnaient pour les problèmes d'arithmétique et de combinatoire figuratives : il apparaît ainsi comme un membre actif de cette nouvelle communauté mathématique française qui se met en place avec la Troisième République,

PARUTIONS

hors des universités et de l'Académie des sciences, en particulier à l'Association française pour l'avancement des sciences.

La première partie de l'ouvrage restitue sur des exemples précis quelques aspects cruciaux de cette communauté : l'origine professionnelle de ses membres avec leurs approches caractéristiques, ses modes d'échanges et de collaboration. Catherine Goldstein y intègre Henri Delannoy, tant institutionnellement que mathématiquement, en situant ses contributions combinatoires dans le contexte scientifique général de la théorie des nombres autour de 1900. Jérôme Auvinet dresse la trajectoire d'un pilier fondateur de ce groupe, Charles-Ange Laisant, en soulignant les activités variées qui servent et façonnent tout à la fois la collectivité mathématique au sein de laquelle il évolue. Jenny Boucard s'intéresse aux images de la combinatoire dans un journal important pour ce thème, les *Nouvelles Annales de mathématiques*, jusqu'à la veille de la première guerre mondiale. Norbert Verdier, enfin, restitue les changements éditoriaux et les nouvelles opportunités qu'ils offrent à la publication des mathématiques entre 1870 et 1914. Les résultats obtenus à la fin du XIXe siècle ont quelquefois pris la forme de récréations mathématiques, parfois explicitement destinées à l'enseignement. Citons parmi les plus illustres les *Récréations mathématiques* d'Edouard Lucas : parues entre 1882 et 1894, chez Gauthier-Villars, en quatre volumes.

La deuxième partie de l'ouvrage examine sur le long terme certaines de ces récréations mathématiques. Evelyne Barbin montre comment Gaston Tarry (correspondant de Delannoy et ami de Lucas et Laisant) introduit ce que l'on appelle aujourd'hui les parcours sur un graphe pour résoudre le « problème des dominos » et un algorithme de combinatoire pour résoudre le problème des 36 officiers posé par Leonhard Euler. Lisa Rougetet s'intéresse à certains jeux de combinaison, depuis leur description par Lucas jusqu'à leurs développements combinatoires et informatiques récents. Enfin René Guitart examine les jeux de taquin, tant dans leur approche élémentaire à la fin du XIXe siècle qu'à leurs réinterprétations topologiques et algébriques actuelles.

La troisième partie donne un aperçu de la richesse des développements auxquels ont donné lieu jusqu'aujourd'hui les recherches de Delannoy. Sylviane R. Schwer revient sur les propriétés mathématiques des échiquiers mobilisées par Delannoy et en montre des applications à la linguistique et à la physique statistique. Jean-Michel Autebert explique la théorie mathématique des treillis de Delannoy, obtenus en codant les déplacements dans un échiquier. Jean-Paul Allouche, enfin, explore les propriétés arithmétiques des nombres de Delannoy et de leurs analogues, en relation avec les séries formelles associées.

Henri Lombardi (IREM de Besançon)