
EDITORIAL

Au commencement était le verbe.

Théologiquement chacun jugera, scientifiquement pas de doute possible.

Avec le verbe naquit la pensée magico-mystique, dans laquelle le mot est la chose, énoncer est créer. Puis les prémisses de ce que nous pouvons appeler aujourd'hui science vinrent avec l'idée d'abstraire, d'avoir un seul mot pour une collection de choses, et cela créa, jumelle de la généralité, la contradiction.

De là, la science se dota d'un second objectif, celui de permettre, in fine, l'accord de tous sur ses résultats. Et pour cela définir est indispensable, peut-être particulièrement en mathématiques, dont l'objet est si souvent immatériel. La définition est ainsi absolument liée à la démarche scientifique et son utilisation en sciences est bien spécifique.

Mais qu'est-ce définir au juste ? Décider d'une suite de phonèmes qui sera l'abréviation d'une phrase ? Proposer une méthode de classement des choses en collections qui nous permettent de mieux comprendre le monde ? Une définition doit-elle avoir un lien avec l'intuition, ou avec « la réalité » ? Doit-elle être purement formelle ? Doit-on la discuter ? Peut-on, doit-on la faire évoluer ?

Henri Poincaré dans sa célèbre conférence « les définitions générales en mathématiques » de janvier 1904 commença par la question : « Qu'est-ce qu'une bonne définition mathématique ? ». Cela sous-entend naturellement qu'il existe plusieurs définitions du même objet, et que certaines sont préférables à d'autres. Imre Lakatos alla plus loin encore en 1976

lorsqu'il bouscula mathématiciens, philosophes et professeurs dans Preuve et Réfutations en montrant la nature transitoire d'une définition et ses multiples liens avec les preuves, les réfutations et la logique de la recherche mathématique dans son ensemble.

Il y a ainsi eu au cours de l'histoire des évolutions de l'idée de définition mathématique, qui ont répondu chacune à des difficultés spécifiques, des obstacles épistémologiques qu'il est naturel de retrouver chez les élèves, les étudiant(e)s, les professeur(e)s, en chacun(e) de nous. Aborder ou pas cette évolution, expliciter ou pas ces obstacles, pour nous-mêmes et dans le travail de la classe ne peut pas être neutre.

Nous avons reçu de nombreuses contributions à ce numéro spécial pour tenter de cerner ce que recouvre l'activité de définir et en quoi elle peut être une base, un outil ou une difficulté pour l'enseignement des mathématiques aujourd'hui. Vous pourrez ainsi découvrir dans le numéro 101 plusieurs articles poursuivant cette réflexion sur le zéro, les nombres négatifs, le concept de tangente ou « l'engagement direct » en géométrie dynamique.

En ce qui concerne le numéro que vous avez entre les mains, Cécile Ouvrier-Bufferet ouvre le propos avec un article intitulé « Quelles sont les conceptions d'élèves, d'enseignants, de mathématiciens contemporains sur la définition ? Qu'en est-il de l'activité de définition ? Vers un modèle de l'activité de définition en mathématiques ». Dans celui-ci, à partir de travaux antérieurs et d'entretiens avec des mathématiciens, elle propose une présentation de différents moments de travail sur les définitions dans

 EDITORIAL

l'activité mathématique contemporaine et discute de la place que ces moments peuvent trouver dans une classe.

Dans « Les définitions de nom et les autres », Stefan Neuwirth remonte depuis la Grèce antique jusqu'au début du XX^{ème} pour synthétiser différentes acceptions du mot définition : de nom, de mots, de chose... ce qui nous informe simultanément sur de nombreuses nuances qui n'avaient pas échappé à nos prédécesseurs ainsi que de certaines difficultés de l'acte de définir, difficultés que nous pourrions retrouver chez nos élèves.

Sur un ton plus léger, Agnès Rigny et Pierre López nous font partager leur point de vue sur les liens entre langue française et langue mathématique dans « Si on parlait définition ? ». Les auteurs décrivent en quoi le sens commun peut agir sur la compréhension des définitions et comparent plusieurs types de définition d'une même notion vis à vis de cette compréhension et de son utilisation dans une preuve.

Thomas Lecorre propose ensuite « Définir une nécessité à construire. Le cas de la définition de la limite d'une fonction. Mise en œuvre

d'une situation sous forme de « débat scientifique » ». Il y prend le parti d'un travail en classe à l'apparence modeste : amener les élèves à ressentir la nécessité (donc l'intérêt) d'une des définitions les plus délicates de la charnière lycée-université qui introduit toute l'analyse. En réalité, cette gageure régulièrement esquivée permet à l'élève non seulement de ne pas rejeter a priori un formalisme souvent vu comme excessif, mais d'en comprendre le caractère à la fois inéluctable et opérationnel. Les scripts de séances de classe analysées par l'auteur permettent à chacun de découvrir cette mise en œuvre et d'évaluer la réussite de son pari.

Pour clore ce numéro, Denise Grenier prend, elle aussi, un exemple concret. Dans « De la nécessité de définir les notions de Logique au lycée », elle étudie les réponses des manuels de lycée à la double injonction des programmes d'aborder différents types de raisonnement sans opérer de cours séparé de logique. Son analyse pointe des confusions et des erreurs, en particulier chez les étudiants de licence. Elle aboutit à une argumentation en faveur d'une définition des notions de logique employées dans le raisonnement mathématique au collège et au lycée.

Bonne lecture,
Liouba Leroux

AGENDA

Dernière mise à jour le 11 juin 2015

Contact : Yves Ducel, reperes-irem@univ-irem.fr

Juillet-septembre 2015

- 26-29 juillet 2015 : 2ème Séminaire international *Les mathématiques à l'ère numérique*, Lycée de maths-Kouba (Alger) organisé par l'association algérienne pour le développement de l'enseignement des mathématiques et des technologies de l'information (AADEMTI) (+ d'infos : contacter l'association ADEMTI, aademi@hotmail.fr)
- 30 septembre-2 octobre 2015 : Colloque *Les travaux combinatoires de l'entre-deux guerres 1870-1914 : leur actualité pour les mathématiques et l'enseignement d'aujourd'hui*, É.S.P.É. de l'académie de Limoges, Guéret, ancienne École normale de la Creuse (+ d'infos : sylviane.schwer@lipn.univ-paris13.fr)

Octobre-décembre 2015

- 10-15 octobre 2015 : Colloque 2015 de l'Espace mathématique francophone (EMF), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*, Tipaza (Algérie) (+ d'infos : <http://emf2015.usthb.dz/>)
- 17-20 octobre 2015 : Journées nationales de l'APMEP, *Les maths, quelle histoire ? !* Laon (+ d'infos : consulter <http://www.apmep.fr/-Journées-nationales-2015-a-Laon->)
- 17-19 novembre 2015 : Colloque pluridisciplinaire international *La voie professionnelle à l'épreuve du baccalauréat et de la hausse du niveau d'éducation : les trente ans du bac pro. Politiques éducatives, normes scolaires et marché du travail*, Université de Lille 3 (+ d'infos : contacter Fabienne Maillard, fabienne.maillard@univ-lille3.fr)

Janvier-mars 2016

- 29-30 janvier 2016 : Colloque de la CII « Université », Bordeaux

Avril-juin 2016

- 2-5 juin 2016 : Séminaire ADIREM, *Le réseau international des IREM : bilan et perspectives*, Strasbourg
- 14-16 juin 2016 : Colloque de la CII « COPIRELEM », Le Puy en Velay

Juillet-septembre 2016

- 18-22 juillet 2016 : Colloque *History and pedagogy of mathematics (HPM), Mathematics in the Mediterranean*, Université de Montpellier, Faculté d'éducation (+ d'infos : consulter <http://hpm2016.sciencesconf.org/>)
- 24-31 juillet 2016 : 13th International congress on mathematical education (ICME), Hambourg (Allemagne) (+ d'infos : consulter <http://www.icme13.org/announcements/second>)