Les titres et les textes de l’exposition de Yann Arthus Bertrand - le développement durable - sont truffés de grands nombres, de fractions et de pourcentages. Ceci n’a pas échappé à Anne Ruhlmann, webmestre du site « le Matou matheux ». Avec une collègue d’Orléans, Aline Mathey, elle a trouvé un thème qui permet une approche pluridisciplinaire et motivante pour des collégiens souvent sensibilisés aux problèmes de l’environnement. Anne Ruhlmann partage son expérience dans un article naturellement intitulé *Mathématiques et développement durable.*

Abandonnons l’actualité pour revenir aux sources des mathématiques avec l’article de Georgios Kosyvas et Georgios Baralis : la duplication du carré. Ce problème datant du quatrième siècle avant J.C. est toujours instructif et l’erreur classique du *Jeune Garçon* du « Ménon » se retrouve chez les enfants du collège d’aujourd’hui : lorsqu’on double le côté du carré, on double son aire. Confrontés à une situation de non-linéarité, les élèves adoptent des stratégies variées pour résoudre le problème : l’une arithmétique, l’autre géométrique. Apparaît alors la diagonale du carré, cette fameuse diagonale qui marquera la fin des croyances des Pythagoriciens, convaincus que toute grandeur pouvait s’exprimer à l’aide de nombres entiers ! A la manière de Socrate, les auteurs de cet article nous décrivent les réactions des élèves découvrant le monde des irrationnels.

Bien sûr, il n’est pas simple de démontrer dans une classe de collège l’irrationalité de la racine carrée de 2, ou, ce qui revient au même, l’incommensurabilité de la diagonale du carré à son côté. Par un curieux hasard que celui des articles proposés à la rédaction de *Repères*, celle-ci figure dans l’article de Henri Lombardi, *deux algorithmes du pgcd plus un*. La méthode appelée « anthyphérèse » ou « soustraction réciproque » est avant tout une méthode géométrique pour trouver une plus grande commune mesure, si elle existe, à deux grandeurs de même nature. Dans le cas de la diagonale et du côté du carré, le processus est infini. Ce qui permet de conclure à l’incommensurabilité de la diagonale du carré à son côté. Par contre si on raisonne avec deux nombres entiers, le processus s’arrête au bout d’un nombre fini d’étapes et nous fournit le pgcd de ces deux nombres. Vieille de plus de deux millénaires, cette méthode figure dans « Les Eléments » d’Euclide. D’où son nom actuel: algorithme d’Euclide.

Considérant l’ensemble des relations de Bézout de deux nombres et les propriétés spécifiques de l’ensemble des entiers naturels, l’existence du pgcd de deux nombres se prouve en quelques lignes. Belle démonstration, certes ! Mais comment faire pour le calculer ? C’est ce que nous révèle Henri Lombardi dans la deuxième partie de son article.

Les élèves de spécialité mathématiques de terminale S connaissent une troisième méthode pour calculer le pgcd de deux nombres entiers utilisant la décomposition en facteurs premiers de ces nombres. Cette méthode pourrait fournir un troisième algorithme de calcul du pgcd. Méthode séduisante mais purement illusoire pour les grands nombres.

Restons dans le domaine des nombres entiers avec l’article de François Brisoux, *L’arithmétique et la culture du problème*. Au départ, un problème posé par Euler : *"Une caravane composée d'hommes et de femmes fait halte dans une auberge. Les hommes y dépensent 19 sous et les femmes 13. La recette de l'aubergiste est de 1000 sous. Combien y* *avait-il d'hommes et de femmes dans cette caravane?"* Exercice classique, sans difficulté pour ceux qui ont étudié les équations diophantiennes, les nombres premiers, les propriétés du pgcd et autres chapitres du programme d'arithmétique de la spécialité mathématiques de terminale S. Ceci n'est bien sûr pas le cas des élèves de seconde ou de première auxquels le groupe arithmétique de l'IREM de Strasbourg a présenté ce problème. Le vécu mathématique n'est pas le même dans les deux cas et un élève de seconde ne réagit pas comme un élève de première en face d'un problème ouvert où il faut faire preuve d'esprit d'initiative.

Dans une bouteille opaque, il y a des billes de trois couleurs différentes. On souhaiterait connaître le nombre de billes de chaque couleur. Comment faire ? La question posée, les élèves de Thierry Chevalarias mettent en œuvre des processus pour estimer le résultat. D'autres activités sont proposées. A chaque fois après une phase d'expérimentation, une période de réflexion permet au professeur d'introduire progressivement les concepts probabilistes au programme de troisième. Les élèves s'investissent et deviennent acteurs de leur savoir. Thierry Chevalarias raconte son expérience dans *le chapitre probabilités en troisième.*

L'équipe Collège de l'IREM de Poitiers s'interroge sur le programme de mathématiques de sixième. Celui-ci se présente comme une énumération de compétences qui induit un découpage du savoir (et du savoir-faire) en multiples chapitres hermétiques les uns aux autres. Ne se contentant pas de ce constat négatif, les professeurs de l'IREM de Poitiers cherchent à redonner du sens aux mathématiques qu'ils sont amenés à enseigner. Ils questionnent l'Histoire tout en cherchant où vivent les mathématiques dans notre société. La notion de grandeur leur fournit une réponse. Ainsi l'année scolaire s'organise autour de cette notion unificatrice et les chapitres qui s'agencent naturellement deviennent pour les élèves des parcours de recherche où les deux questions fondamentales sont *pourquoi* tel concept (les angles, les aires,…) et *où* intervient celui-ci dans les activités humaines actuelles (et passées). A lire dans leur article, *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs*.

Bonne lecture et meilleurs vœux pour 2010, année qui marquera le vingtième anniversaire de *Repères*.

André Stoll