

## Éditorial de Repères IREM n°77

Dans ce numéro de rentrée, vous pourrez prolonger votre lecture du numéro spécial de juillet qui, ironie du sort, a manqué d'espace pour son sujet ! Trois articles vous parleront donc du volume de la sphère, de l'icosaèdre et de l'espace à l'école élémentaire. Les deux autres articles traitent d'un sujet qui a fait son apparition au collège l'an dernier : l'aléatoire.

L'article de Sébastien Peyrot, concerne la question du volume de la boule en classe de 3ème. L'auteur regrette que l'on se contente d'utiliser la formule au programme et il argumente en faveur de la possibilité de justifier cette formule au moyen d'un raisonnement convaincant pour les élèves. Il propose une étude expérimentale (s'appuyant sur un logiciel 3D) des sections planes horizontales d'un cylindre droit (à base circulaire, de hauteur égale au rayon du disque), d'un cône droit pointant vers le bas s'insérant exactement dans le cylindre, puis d'une demi-boule de même base et de même hauteur que le cylindre. Le théorème de Pythagore est mis à contribution pour vérifier qu'à chaque hauteur la section du cylindre est égale à celle du cône augmentée de celle de la boule. Une mise en place intuitive du principe de Cavalieri est ensuite justifiée avec des exemples concrets. Tout ceci permet de conclure, grâce aux résultats concernant le volume du cylindre et celui du cône vus dans les classes précédentes. Un exemple donc de problème concret pour lequel une argumentation convaincante peut séduire les élèves par la beauté et la surprise du résultat. De plus les compétences au programme en géométrie dans l'espace s'organisent comme outils indispensables pour atteindre le but visé. Vous trouverez sur le site de Repères IREM l'accès aux fichiers informatiques utilisés par Sébastien Peyrot.

L'article de Luc Sinègre est pour sa part une belle illustration de la fécondité des interactions entre géométrie plane et géométrie dans l'espace. Le problème est celui de l'existence et de la construction de l'icosaèdre régulier, polyèdre à 20 faces et 12 sommets (ou ce qui revient au même, par dualité, du dodécaèdre régulier, polyèdre à 12 faces et 20 sommets). Ces deux solides de Platon recèlent une petite part de mystère car leur existence, attestée par les solides en bois correspondants, que l'on peut aussi fabriquer à partir de patrons plans, peut néanmoins être mise en doute d'un point de vue purement mathématique. A priori il se pourrait en effet que ces solides matériels ne soient que des approximations (très précises et cependant inexactes) d'objets idéaux ne pouvant pas exister dans le modèle mathématique abstrait de l'espace euclidien. Plus prosaïquement, même si l'on admet sans sourciller leur existence abstraite, on peut vouloir en décrire d'autres constructions, d'allure plus « géométrie euclidienne classique », que celle découlant des patrons plans, difficile à justifier théoriquement, car « pourquoi diable est-ce que cela se referme exactement sans forcer ? ». Luc Sinègre nous montre comment, par projection stéréographique, un icosaèdre peut donner une figure qui se comprend entièrement à partir du pentagone régulier, lequel relève de la pure géométrie plane. Et inversement, à partir d'un pentagone régulier, on peut reconstruire l'icosaèdre d'une manière si convaincante qu'Euclide lui-même n'aurait rien trouvé à y redire.

L'article de Fabien Emprin s'intéresse au problème de la formation initiale des professeurs des Écoles pour ce qui concerne la géométrie de l'espace que l'on peut enseigner aux élèves de l'école primaire, de la grande section de maternelle jusqu'au CM2.

Avec l'article d'Yves Ducel et Bruno Saussereau, nous entrons dans le domaine de l'aléatoire. Les auteurs s'adressent en priorité aux professeurs de 3ème qui ont, pour la première fois en collège, à assurer un enseignement des probabilités. L'accent est mis sur l'importance qu'il y a,

avant de faire fonctionner quelques concepts et calculs probabilistes, à faire réfléchir les élèves sur ce qu'est une situation aléatoire, sur comment la mathématiser, et sur la validation des affirmations. Ce dernier point, crucial et pourtant bien souvent passé sous silence, est très bien analysé. L'article cible de façon claire ce qu'il y a à faire au collège et comment le faire. Il pourra intéresser aussi le professeur de lycée ou post bac grâce à la mise en perspective faite par les auteurs en fonction des différents niveaux d'enseignement.

L'article de Guillaume François nous propose une idée originale : utiliser des situations aléatoires pour introduire et faire travailler la notion de fréquence au programme de la classe de 5<sup>ème</sup>. Mais n'est-ce pas anticiper la demande du nouveau programme de 3<sup>ème</sup> ? La réponse de l'auteur est claire : oui on anticipe (planche de Galton, jets de dés), mais pour la bonne cause. On ne formalise rien sur les probabilités : on parle et on évalue des chances et des fréquences d'apparition, ce qui va donner sens à la notion de fréquence et montrer l'intérêt d'un travail de statistiques. Se placer dans un contexte riche et porteur de sens favorise à coup sûr les apprentissages. A chacun de voir s'il est prêt à suivre l'auteur dans sa démarche.

Pour terminer, je vous invite à lire, dans la rubrique "Vie des IREM", un texte intéressant d'un groupe de l'IREM de Lille sur l'introduction de l'algorithmique en seconde qui fait son apparition à l'occasion de cette rentrée scolaire.

Bonne lecture

Jean-Paul Guichard

Avec la collaboration d'Henri Lombardi