L'ARITHMETIQUE LYONNOISE

Patrick GUYOT et Frédéric METIN
Irem de Dijon

Il n'est pas très courant, lorsque l'on va parler d'austères mathématiques et de comptes savants, de rendre au préalable hommage à la beauté d'une « Belle Cordière » et de sa poésie.

Qu'il nous soit donc permis de citer tout d'abord quelques vers de la dame, dont le portrait ci-contre mettra en évidence le sourire discret, et ce regard...[1]

Tant que mes yeus pourront larmes espandre,
A l'heur paßé auec toy regretter :
Et qu'aus sanglots & soupirs resister
Pourra ma voix & un peu faire entendre :

Tant que ma main pourra les cordes tendre
Du mignart Lut, pour tes graces chanter :
Tant que l'esprit se voudra contenter
De ne vouloir rien fors que toy comprendre :

Ie ne souhaitte encore point mourir. [...]

(EVVRES de Lovïze Labé lionnoize, A Lyon par Ian de Tournes. M. D. LV.)

Les Marchands lyonnais

La plupart des livres d'arithmétique (pratique ou non) publiés en français au début du XVIème siècle ont paru à Lyon, ce qui pourrait sembler étonnant (pourquoi cette ville ?) mais s'explique assez bien : d'abord, Lyon est l'une des plus grandes villes du Royaume, en pleine expansion économique et démographique au début de ce siècle, et son rayonnement est grand, en France et dans les pays voisins ; Lyon est aussi l'un des grands centres français de l'imprimerie et de l'édition avec Paris, et plus tard Rouen, donc beaucoup de livres publiés à l'époque le sont à Lyon ou ont une édition lyonnaise suivant de près l'édition originale. Enfin, la ville est un grand centre d'échanges commerciaux entre le Sud et le Nord de l'Europe, en particulier l'Italie du Nord et les villes des Flandres et du sud de l'Empire ; la proximité de Venise, Gênes, etc., la position de point de passage sur la route du Nord (Lyon est vraiment une ville de *Confluences*)

1 Et surtout parce que l'arithmétique lyonnaise a été marquée par la venue d'un autre grand poète (de la Pléiade), Jacques Peletier du Mans, que les mathématiciens revendiquent comme l'un des leurs.

expliquent en grande partie la présence de marchands aux grandes foires de Lyon, accompagnés de changeurs et d'arithméticiens professionnels, puis de banquiers, qui, comme les Bonvisi, installeront leurs premières succursales hors d'Italie dans la cité lyonnaise. L'activité commerciale et financière intense devait logiquement déboucher sur la formation d'arithméticiens, voilà sans doute une des principales raisons de cette quantité importante d'ouvrages d'arithmétique pratique.

Entre autres nombreux exemples, nous avons principalement consulté l'anonyme *Livre de Chiffres et de Getz* [2], les arithmétiques d'Etienne de la Roche [3] et d'Antoine Cathalan [4], et le livre des *Récréations* du p. Leurechon [5] (pour le plaisir…)

Les ouvrages d'arithmétique — 1 : les nombres

Une des caractéristiques des ouvrages les plus anciens étudiés ici est la place qu'ils réservent aux nombres : le premier chapitre est souvent consacré à une présentation des entiers, sous l'un ou l'autre aspect de la symbolique mystique et du pythagorisme. Nous prendrons comme exemple l'*Arithmétique* d'Etienne de la Roche, qui passe en revue les qualités, tant symboliques que numériques, des entiers de un à douze.

On commence évidemment, non pas par zéro (le grand absent de la revue), mais par un, qui a longuement posé problème aux philosophes, puisqu'il n'est pas assuré qu'il soit *vraiment* un nombre [6] : *Par quoi apparaît que l'unité n'est pas nombre mais est racine & fondement de ceux-ci. Ainsi que le dit Boèce en son Arismeticque. Neanmoins ung est plus haut & plus parfait que tous les nombres qui sont. Car en lui est annexée potentiellement la propriété & perfection de tous nombres. Et sans lui nulle chose ne peut auoir être*. [...] *il a toute propriété de nombre. Car il est parfait comme 6. il est linéal, quarre-cube, solide, racine carrée, racine cubique, racine de racine &c*. Nous sommes saufs ! En effet, un ne pouvait pas être une sous-espèce de nombre, puisqu'il est l'élu par excellence : *Et parce qu'il est de si grande dignité & excellence, le créateur l'a élu pour son essence ; car il n'est qu'un seul dieu créateur de tout le monde. Une bonne loi, c'est-à-savoir la loi chrétienne divisée en dix commandements. Et une bonne foi : c'est-à-savoir la foi catholique qui consiste en douze articles de la foi. Et tant d'autres dignités & perfections*. Dire qu'on a soupçonné Etienne de la Roche de sympathie pour les thèses de la Réforme…

Qui vient après un ? *Deux est nombre de si grande preéminence & utilité que dieu l'a observé en plusieurs de ses oeuvres. Car premièrement il créa lumière & ténèbre. Puis créa deux grands luminaires, c'est-à-savoir le soleil & la lune. Le soleil pour servir le jour. Et la lune pour servir la nuit. Puis il créa toutes les bêtes en double sexe, c'est-à-savoir*

2 Livre d'Chiffres & de getz, nouuellement imprime. Lyon, Pierre Mareschal et Barnabé Chaussart, s. d. [entre 1503 et 1515]. Un seul exemplaire est référencé, il appartient à la bibliothèque Méjanes d'Aix en Provence.

3 L'Arismétique nouellement composee par maistre Estienne de la roche, dict Villefranche natif de Lyõ sus le Rosne diuisee en deux parties etc. Lyon, Constantin Fradin, 1520.

4 L'Arithmetique & maniere d'apprendre à chifrer & conter, par la Plume & par les Getz, etc. Lyon, Thibault Payan, 1566.

5 Jean Leurechon, s.j. (pseud. De H. Van Etten), Recréations mathématiques avec les commentaires de D.H.P.E.M. Lyon, C. de Prost, 1642-1643.

6 Dans tous les extraits qui suivent, nous avons traduit le texte en français «presque moderne». Car il aurait été assez fastidieux pour les lecteurs de suivre les tournures anciennes (comme dans le court extrait du poème de Louise Labé donné plus haut.) Qu'on en juge par la première phrase : Par quoy appert q vnite nest pas nombre ains est racine & fondement diceulx. Pas désagréable au début, mais peut-être lassant à la longue…

masculin & féminin. Puis créa l'homme & la femme, & leur fit plusieurs membres doubles, c'est-à-savoir deux yeux, deux oreilles, deux narines, deux bras, deux mains, deux jambes, deux pieds. Et plusieurs autres à l'utilité du corps humain. Et puis tant de passions que le corps humain souffre, comme joie & tristesse, espoir & peur, faim & soif, chaud & froid, boire & manger, dormir & veiller, santé & maladie, vivre & mourir. Et aussi tous les relatifs sont constitués en duplicite, comme créateur & créature : père & fils : creans & creatum, producens & productum, abstractum & concretum *&c. Et aussi tous les opposés comme bonté & malice, vertu & vice, science & ignorance, sagesse & folie, vérité & mensonge &c.*

La Roche ne cite pas d'autre propriété arithmétique que cette aptitude à partager les nombres en deux catégories. On constate aussi que cette faculté de séparer ne débouche pas sur une opposition radicale entre le Bien et le Mal. Le diable serait-il une créature des siècles suivants ? S'il ne s'appesantit pas sur le nombre deux, c'est que son successeur, on s'en doute, sera l'objet d'un véritable festival !

Trois est le plus digne & le plus parfait après un qui soit entre les nombres, ainsi que le dit une maxime quasi de chacun : Omne trinum perfectum. *Et la perfection ne procède pas par la composition de lui comme il est fait de 6. Mais par les grands & hauts mystères qui se trouvent en ce nombre. Et premièrement il a plu a Dieu le Créateur d'être trine en personnes. C'est-à-savoir père, fils, & saint esprit. Il lui a plu de créer trois Hiérarchies, & en chaque hiérarchie trois ordres d'anges. Il y a trois choses en Jésus-Christ : c'est-à-savoir la déité, l'âme, l'humanité. Le prêtre fait trois parties du précieux corps de Jésus-Christ en la messe.* On apprend ensuite que Jésus fut attaché à trois clous, qu'il y a trois degrés de pénitence, que le monde est divisé en trois continents, Asie, Europe et Afrique… Mais aussi une citation de la Bible [7] que l'on retrouve dans beaucoup de préfaces des ouvrages d'arithmétique que nous avons étudiés : *Dieu a disposé toutes choses par nombre, par poids & par mesure*. Alors évidemment, comme Il avait placé la barre assez haut, il n'est pas étonnant que « tout soit nombre » et que christianisme et pythagorisme fassent bon ménage dans l'esprit de nos auteurs.

La suite de cette introduction est du même acabit ; Estienne de la Roche passe rapidement sur les nombres huit, neuf, onze (qui n'ont quasiment pas de propriété mystique) mais détaille quatre (essentiellement des propriétés naturelles), cinq et douze, qui est le nombre des apôtres, bien sûr ! Mais les nombres ne sont pas vus seulement comme des signes écrits sur du papier : vous souvenez-vous des vos nombres-bûchettes qui vous ont appris à compter ?

Les ouvrages d'arithmétique — 2 : les *gectz*

On trouve la plupart du temps dans nos ouvrages d'arithmétique un ou plusieurs chapitres traitant de calculs avec des jetons, que l'on appelle *gectz*, pluriel de *gect* [8]. Antoine Cathalan justifie la place accordée à cette technique de calcul en écrivant : *il est expédient de montrer et traiter ladite science selon les six plus utiles espèces de nombres entiers, par les jetons, […] pour ceux qui ne savent ni lire ni écrire […], numération, addition, réduction, soustraction, multiplication, & division*.

7 Au livre de la Sapience, ou de la Sagesse, livre apocryphe, qui ne figure pas dans toutes les éditions.
8 On trouve aussi les orthographes iets, iettons, jects, et enfin jetons.

Nous allons à travers quelques exemples étudier le mode de fonctionnement du calcul avec jetons en détaillant trois des éléments énumérés ci-dessus.

La **numération** consiste à écrire un nombre quelconque. On place une colonne centrale de jetons qui vont matérialiser, de bas en haut, les unités, les dizaines, les centaines, les milliers, etc. Il est possible d'intercaler un jeton entre deux rangées, comme l'écrit Cathalan : *note que le jeton du milieu vaut 5. Et celui de dessous la moitié de celui du dessus, comme au milieu de 1, & 10 vaut 5, & de 10 & 100 vaut 50, & de 100, & mille vaut 500. Et ainsi des autres tu peux faire semblablement. & de cette espèce j'ai mis une figure pour mieux connaître la valeur des jetons.* La figure 1 ci-contre, extraite du *Livre d'chiffres et de getz* donne, comme l'indique l'intitulé en haut à droite de cette représentation, *la figure de numération qui montre comment poser les jetons & leurs valeurs*.

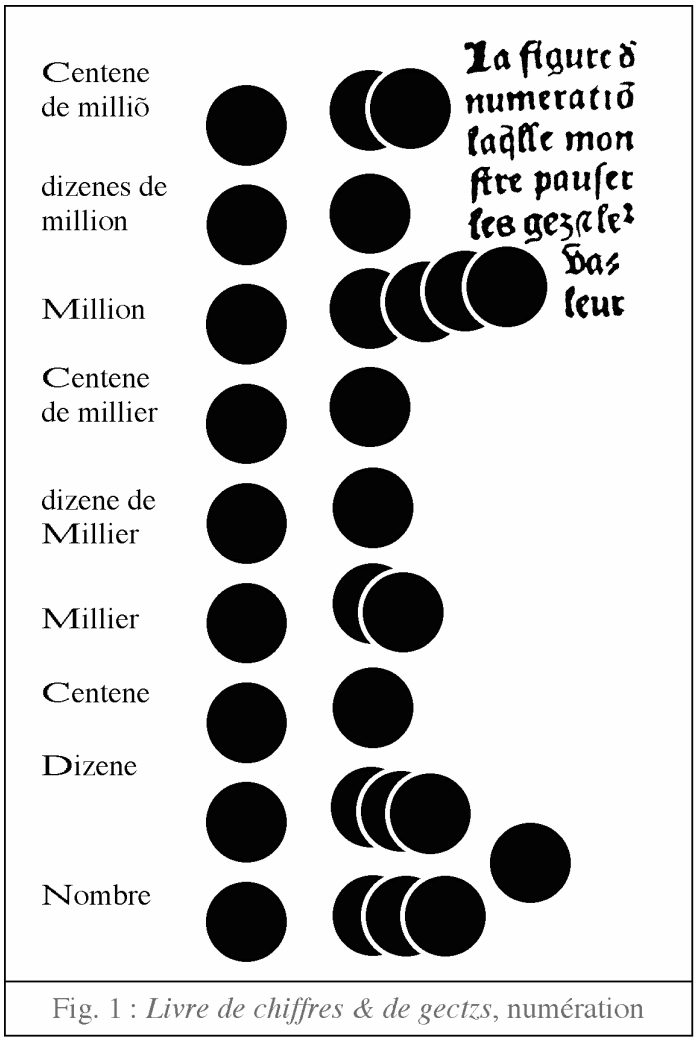


Fig. 1 : *Livre de chiffres & de gectzs*, numération

Vous avez bien sûr obtenu à la lecture de cet exemple le nombre 214 112 138. Poursuivons notre description par le détail d'une **multiplication**. L'exemple décrit page ci-contre (figure 2) en représente une, puisqu'il s'agit de transformer 1223 francs en sols (1 franc équivaut à 20 sols.) La légende est la suivante : *la figure de multiplication laquelle demonstre comme fault ordonner les getz pour multiplier. Exemple. En 1223 francs a de sols 24460.*

On place les jetons du nombre 1223 (nombre de départ) à gauche (côté senestre.)

Et pour *un jeton que tu enlèves de la gauche, il te faut poser 20 à droite*. Cathalan écrit *leue* pour *lève*, c'est-à-dire *enlève*.

Pour comprendre le fonctionnement d'une **division** nous en décrirons deux successivement. Nous commençons par une division simple. Cathalan décrit la division de 3424 par 32. Nous nous appuyons sur la figure 3 de la page suivante.

Il s'agit de placer dans un premier temps les jetons du dividende sur la partie droite (*dextre*) :

Si tu veux diviser & partir 3424 francs à 32 hommes, il te faut poser ces 3424 francs au lieu de droite par le contraire de la multiplication selon la valeur des jetons, dans ce but pose 3 jetons au quatrième lieu & 4 au troisième, & 2 au second, & 4 au premier lieu.

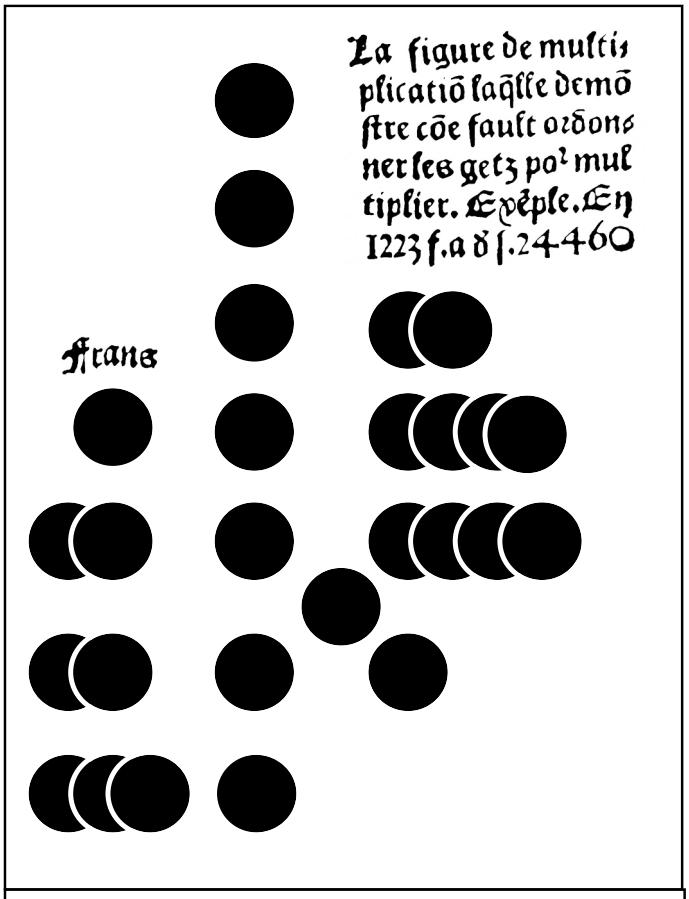


Fig. 2 : *Livre de chiffres & de gectzs*, multiplication.

On commence la division proprement dite par la quatrième rangée en comptant à partir du bas (quart lieu), rangée des milliers.

Maintenant divise par 32, pour ce faire, au répit du quatrième lieu enlève 30, & enlève 2 du troisième lieu, & cela fait 32, & pose 1 jeton au trosième à droite.

En utilisant le reste, on constate qu'on peut utiliser la moitié du diviseur, c'est-à-dire 16, et que le résultat sera donc placé sur la rangée de gauche intermédiaire entre la rangée des unités et celle des dizaines, le jeton ainsi placé représente donc 5.

& puis prends les 2 jetons qui sont demeu-

rés au troisième lieu, ils valent 200 & fais-en 20 dizaines, puis prends & enlève 32 ou la moitié si tu ne peux enleuer 32. La moitié est 16. Ainsi enlève 16, & tu poseras un jeton en l'espace dessous le second lieu.

Il ne reste plus alors qu'à terminer la division : *& puis va au second lieu, & enlève 32 chaque fois que tu les trouveras, & pour chaque fois pose un jeton, & puis regarde combien cela donne par homme, & cela donne 107 pour chacun des 32 hommes.*

Nous notons que le résultat est exact, sans reste ; sinon il sera nécessaire d'utiliser une conversion selon les monnaies utilisées :

Et note que quand il demeure une somme, qui ne peut pas se diviser ni partir par le diviseur, il te faut multiplier les sols ou les deniers selon l'argent, & puis diviser par le diviseur.

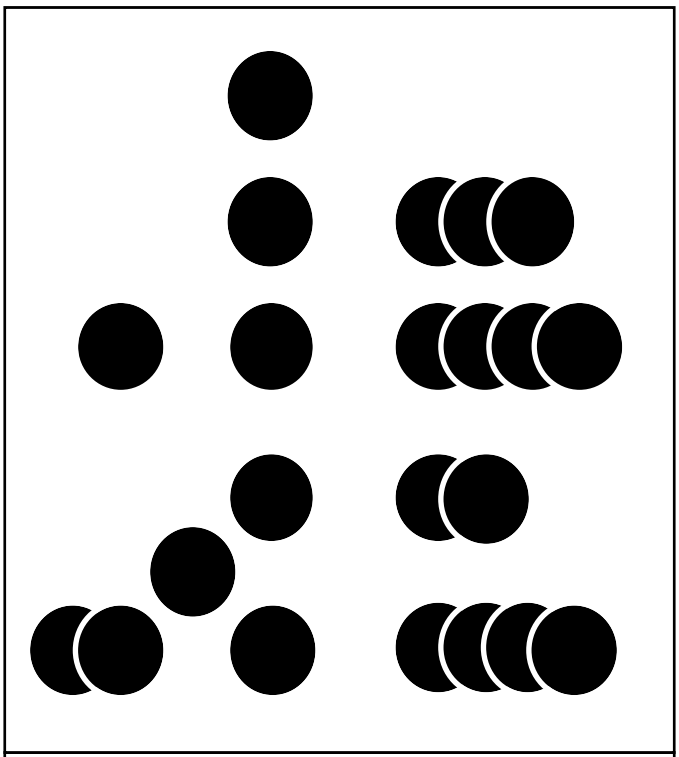


Fig. 3 : *Livre de chiffres & de gectzs*, division.

La **division** suivante (figure 4) permet de nous faire une idée des difficultés rencontrées lors des calculs plus complexes. Il s'agit de *la figure de division laquelle monstre a diviser* 12231 *francs a* 30 *hommes de quoi chacun en a* 407 *francs* 1/2 *et* 4 *sols comme il appert* (c'est-à-dire comme il apparaît.) Le début de l'opération est simple : les 12000 à droite donnent 400 à gauche. On prend 210 à droite pour donner 7 (5 + 2) à gauche.

Il reste donc 21 francs à droite à diviser par 30. 15 d'entre eux donnent 1/2 franc qui aurait dû être placé à gauche de la colonne centrale. Les 6 francs restant non divisibles doivent être transformés en 120 sols qui donnent après division les 4 sols placés à gauche, d'où la réponse indiquée.

Arithmétique récréative

La plupart de nos ouvrages d'arithmétique présentent quelques exercices ludiques, applications des règles enseignées au préalable et dans lesquels on explique comment utiliser les

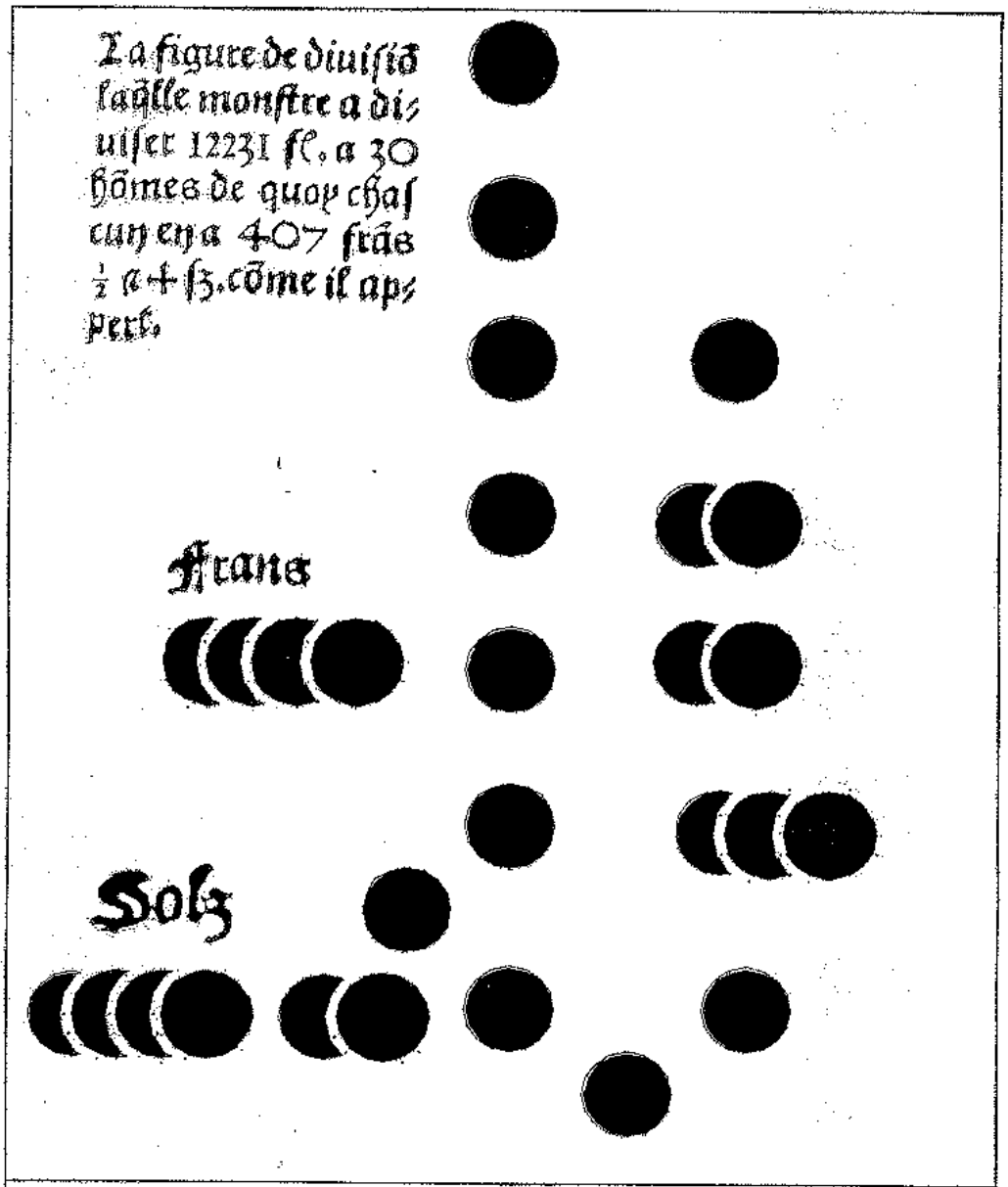


Fig. 4 : *Livre de chiffres & de gectzs*, une autre division.

nombres pour étonner ou impressionner l'entourage. Nous en avons sélectionné deux, qui sont en fait deux énoncés d'un même problème, l'objet du premier étant la recherche d'un nombre à deviner, le second étant habillé pour constituer un véritable tour de magie (on ajoute même un artifice final supplémentaire pour augmenter l'effet.) Ils sont tous deux proposés par Cathalan et Etienne de la Roche, mais nous préférons les deux énoncés suivants, extraits des *Récréations mathématiques* ; nous les faisons suivre de deux encadrés (fig. 5 & 6) expliquant *à la moderne* les calculs effectués.

PROBLEME 35.
Deviner plusieurs nombres pensés, pourvu que chacun d'eux soit moindre que dix.

Faites multiplier le premier nombre pensé par deux, puis ajouter cinq au produit, & multiplier le tout par cinq, & à cela ajouter dix, puis ajouter le second nombre pensé, et multiplier le tout par dix, (chose facile en mettant un zero derrière toute la somme.) Puis faites-y ajouter le troisième nombre pensé, & si l'on avait pensé davantage de nombres, faites encore multiplier ce dernier, tout par dix, et ajouter le quatrième nombre pensé, & ainsi des autres.

Puis faites-vous declarer la derniere somme, & si l'on n'a pensé que deux nombres, ôtez trente cinq de cette somme, resteront les deux nombres pensés, dont le premier sera le nombre des dizaines, & l'autre le suivant. Que si l'on a pensé trois nombres, il faut ôter de la dernière somme trois cent cinquante : & du reste le nombre des centaines sera le premier nombre pensé, celui des dizaines le second, &c. Si l'on en a pensé quatre, ôtez de la dernière somme trois mille cinq cents, & du reste le nombre des milliers sera le premier nombre pensé. Le même faut-il faire en devinant davantage de nombres, soustrayant toujours un nombre augmenté d'un chiffre.

Problème 35

3 5 8 2

$2 \times \mathbf{3}$	= 6
+ 5	= 11
$\times$ 5	= 55
+10	= 65
+ **5**	= 70
$\times$ 10	= 700
+ **8**	= 708
$\times$ 10	= 7080
+ **2**	= 7082
+ 12	= 7094
– 3512	= 3582

Pour un nombre **abcd** , on obtient :

$$[[[\mathbf{a} \times 2 + 5] \times 5 + 10 + \mathbf{b}] \times 10 + \mathbf{c}] \times 10 + \mathbf{d}] + 12$$

$$[[10\mathbf{a} + 35 + \mathbf{b}] \times 10 + \mathbf{c}] \times 10 + \mathbf{d} + 12$$

$$[100\mathbf{a} + 350 + 10\mathbf{b} + \mathbf{c}] \times 10 + \mathbf{d} + 12$$

$$1000a + 3500 + 100\mathbf{b} + 10\mathbf{c} + \mathbf{d} + 12$$

$$1000\mathbf{a} + 100\mathbf{b} + 10\mathbf{c} + \mathbf{d} + 3500 + 12$$

Fig. 5

Comme si l'on avait pensé quatre nombres, 3, 5, 8, 2 ; faisant doubler le premier, viennent 6. ajoutant 5 vient 11, qui multiplié par 5 donne 50.[9] *auquel ajoutant 10 vient 60. & ajoutant à celui-ci le 2, nombre pensé,*

9 Erreur dans le texte original, qui est corrigée à la ligne suivante, puisqu'on retrouve le nombre 70 (= 5×11+10+5).

vient 70, qui multiplié par 10. fait 700 ; auquel ajoutant le 4. nombre pensé vient 7082. Et en ôtant 3500, il reste 3582, qui exprime par ordre les 4 nombres pensés. Or d'autant qu'à la fin, & quand on vous declare la dernière comme les deux derniers nombres à main droite, sont les mêmes que le troisième & quatrième nombre pensé, & partant il appert trop évidemment que vous faites déclarer la moitié de ce qu'il faut deviner. Pour mieux couvrir l'artifice, il faudrait encore faire ajouter quelque nombre, par exemple 12, viendront 7094. & puis en soustrayant 3512. vous auriez les nombres pensés comme auparavant, par un bien plus secret artifice.

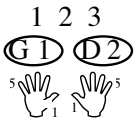
Imaginez votre succès en soirée ! Les convives vous prendront-ils pour un magicien ? Cela est peu probable si l'on se souvient que chacun sait maintenant compter et a presque sûrement pratiqué un peu l'algèbre, ce qui n'était pas le cas au XVIème siècle. Attendez ! Vous n'avez pas encore lu le meilleur : le jeu de l'anneau.

PROBLEME 36.
Du jeu de l'anneau.

En une compagnie de 9 ou 10 personnes, quelqu'un a pris, ou porte sur soi un anneau, une bague d'or, ou choses semblable. Il faut deviner qui l'a, en quelle main, en quel doigt, & en quelle jointure. Cela jette bien un profond étonnement dans l'esprit des ignorants, & leur fait croire qu'il y a de la magie, ou sorcellerie, en cette façon de deviner. Mais en effet ce n'est qu'une souplesse d'Arithmétique, & une application du Probleme precedent. Car on suppose premierement que les personnes soient ordonnées, tellement qu'une soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisième, & ainsi du reste s'il y en avait jusqu'à dix. Semblablement, on s'imagine que des deux mains l'une est premiere, l'autre seconde. Et aussi que des cinq doigts de la main, l'un est premier, l'autre second, l'autre troisième, &c. Bref qu'entre les joinctures de chaque doigt l'un est comme 1, l'autre comme 2, l'autre comme 3, &c. D'où il appert qu'en faisant ce jeu, on ne fait rien d'autre que deviner quatre nombres pensés. Par exemple si la quatrième personne avait la bague en la seconde main, au cinquième doigt, en la troisième joincture, & que je le voulusse deviner, je procèderais comme au 35e Problème, faisant doubler le

Problème 36 le jeu de l'anneau

3 personnes
2 mains
5 doigts



3 phalanges par doigt

Exemple choisi : 3 – 2 – 2 – 2
(la 3e personne porte l'anneau sur la 2e phalange de l'index de sa main droite.)

× 2	= 6
+ 5	= 11
× 5	= 55
+10	= 65
+ 2	= 67
× 10	= 670
+ 2	= 672
× 10	= 6720
+ 2	= 6722
+ 14	= 6736
– 3514	= 3222

Fig. 6

premier nombre, c'est à dire le nombre de la personne, lequel étant 4, son double sera 8, puis tu ajoutera 5, il vient 13, multiplié par 5, donne 65, ajoutant 10, vient 75. Puis j'y fais ajouter le second nombre qui est 2, nombre de la main, & viennent 77 ; je les fais multiplier par 10, viennent 770, je dis encore ajoutez-y le nombre du doigt, viendront 775, multipliez-les par 10, viendront 7750, ajoutez-y le nombre de la jointure qui est 3, viendront 7753. Faites-y encore ajouter 14, pour mieux couvrir l'artifice, & viendront 7767, desquels ôtant 3514, resteront 4253, dont les figures expriment par ordres tout ce qu'on veut deviner : car la premiere à main gauche, qui est 4, montre le nombre de la personne, 2, la main, 5, le doigt, 3, la joincture.

Intermède

Pour effectuer une transition en douceur entre un exercice ludique et des problèmes concrets d'arithmétique, nous n'avons pas hésité à proposer le problème suivant dans lequel notre œil moderne va trouver de l'humour, mais qui pour nos anciens était la preuve qu'ils ne craignaient pas de «*pointiller sur un maigre sujet sur un tour de passe-passe*». Ce problème est le problème 56 des *Récréations mathématiques*.

Quand une boule ne peut passer par un trou, est-ce la faute du trou ou de la boule ? est-ce que la boule soit trop grosse, ou le trou trop petit ?

Cette question peut être appliquée à plusieurs autres choses. Par exemple, quand la tête d'un homme ne peut entrer dans un casque, ou bonnet, ou la jambe dans la botte, est-ce que la jambe soit trop grosse, ou la botte trop petite ? Quand quelque chose ne peut tenir dans un vase, est-ce que le vase soit trop étroit, ou qu'il y ait trop de quoi le remplir ? Quand une aune ne peut justement mesurer une piece de drap est-ce que l'aune soit trop courte, ou le drap trop long ? Et bien que semblables questions semblent ridicules (aussi ne les proposé-je que pour rire) néanmoins il y a quelque subtilité d'esprit à les résoudre. Car si vous dites que c'est la faute de la boule qui est trop grosse, je dis que non, d'autant que si le trou était plus grand, elle passerait aisément, c'est donc plutôt la faute du trou. Si vous avouez que c'est la faute du trou, qui est trop petit, je montre que non. Car si la boule était plus petite, elle passerait par le même trou. Bref si vous pensez dire qu'il tient à l'une & à l'autre, j'ai de quoi maintenir que non : car si on avait corrigé l'un ou l'autre seulement, la boule ou le trou, il n'y aurait plus de difficulté. A qui tient-il donc ? Si ce n'est à l'un & à l'autre conjointement, c'est à l'un ou à l'autre séparément, parce qu'en corrigeant la boule seule, ou corrigeant le trou seul, & corrigeant l'un & l'autre à proportion, toujours la difficulté du passage sera ôtée. Il n'est pas nécessaire de corriger l'un & l'autre ensemble ni de corriger l'un des deux déterminément mais l'un ou l'autre ou tous les deux ensemble indifféremment. Voyez vous comment on pointille sur un maigre sujet sur un tour de passe-passe.

Enfin des problèmes sérieux ! (Quoique…)

Dans le sixième et dernier livre de son *Arithmétique*, Anthoine Cathalan propose une trentaine de problèmes, applications (ou non) des règles données dans les livres précédents. Le premier problème concerne un testament qui se présentait simplement, mais qui a vu son traitement se compliquer par un imprévu…

La cinquième règle, & question du testament.

Un homme a fait son testament , qui a laissé sa femme grosse, & ordonne par son testament , que si elle enfantait un fils, il eût les 2 parties de ses biens. C'est à savoir de 1200 écus, & la femme l'autre partie. Et si elle enfantait une fille, que la mère eût les 2 parties, & la fille l'autre partie. Il advient que quand l'homme est mort, la femme enfanta un fils, & une fille. Je demande comment ils diviseront 1200 écus ? Il te faut mettre 1 pour la fille, & 2 pour la mère, car la mère doit avoir 2 parties plus que la fille, & poser 4 pour le fils : car il doit avoir 2 parties plus que la mère ; pour cela, il te faut multiplier ces 1200 écus par4 pour le fils , & par 2 pour la mère, & par 1 pour la fille. Et pour trouver le diviseur, il faut ajouter 1, 2, 4. qui font 7 pour cela divise par 7.

EXEMPLE.

4 Le fils aura 685 écus & demi, 7 sols, 8. deniers & 4 parties de 7 de denier.
2 La mere aura 342 écus & demi, 12 sols & demi 4 deniers & 2 parties de 7 de denier.
1 La fille aura 171 écus , 15 sols , 5 deniers, & 1 partie de 7 de denier.

Deux méthodes pourraient être proposées pour l'étude de ce cas : la première serait de retrouver à partir de l'exemple présenté les taux de conversion d'écus en sols, et de sols en deniers, la deuxième consisterait à recalculer les attributions de chacun en ayant connaissance des taux de conversion.

Le traitement de la première méthode consiste à comparer les sommes fournies dans l'exemple à la mère et au fils, sachant que le deuxième perçoit le double de la première. Il suit que le double de 12 sols et demi (donc 25 sols) est égal à un demi-écu et 7 sols, donc qu'un demi-écu vaut 18 sols, ou encore un écu 36 sols. Pour la conversion des sols en deniers, la comparaison se fera entre la fille et la mère, et nous donnera 12 deniers pour un sol.

La résolution du problème par la deuxième méthode consiste à diviser les 1200 écus de l'héritage en sept parties (le fils en perçoit quatre, la mère deux, et la fille une) pour obtenir la part de la fille.

La première division donne un quotient de 171 écus avec un reste de 3 écus qu'il faut convertir en 108 sols, et recommencer la division par 7. Le résultat est 15 sols, avec un reste de 3 sols, qui valent 36 deniers. Une dernière division par 7 donne 5 deniers avec un reste de 1 denier. La part de la fille sera donc de 171 écus 15 sols 5 deniers et 1/7 de denier (cette fraction provenant du dernier reste.)

Il ne s'agira plus alors que de multiplier la part de la fille par 2 pour obtenir celle de la mère, puis celle-ci encore par 2 pour obtenir la somme perçue par le fils. Le tableau proposé ci-après (voir page suivante) permet de visualiser une possibilité de présentation des calculs et des résultats.

Passons à un autre exercice, surnommé par nous la « course de prêtres » :

La 30e règle & question des lieues & du chemin

Un prêtre va de Paris à Rome pour impétrer un bénéfice vaquant , & chemine tous les jours 10 lieues. Un autre le suit, qui le veut aussi impétrer, & chemine tous les jours 15 lieues, mais le premier a déjà cheminé 60 lieues. Je demande en combien de temps il l'atteindra ?

Le Testament

fille 1200 | 7
$\frac{1}{7}$ 50 | 171 écus
10
3 écus

= 108 sols | 7
38 | 15 sols
3 sols

= 36 deniers | 7
1 denier | 5 deniers
$\frac{1}{7}$ de denier

1 sol = 12 deniers
1 écu = 36 sols

fille	171 écus	15 sols	5 deniers	$\frac{1}{7}$ de denier.
mère	342 écus	30 sols	10 deniers	$\frac{2}{7}$ de denier.
	342 écus $\frac{1}{2}$	12 sols $\frac{1}{2}$	4 deniers	$\frac{2}{7}$ de denier.
fils	685 écus	25 sols	8 deniers	$\frac{4}{7}$ de deniers.
	685 écus $\frac{1}{2}$	7 sols	8 deniers	$\frac{4}{7}$ de deniers.

Fig. 7

Il te faut considérer combien de lieues chemine le second de plus que le premier, & il chemine 5 lieues par jour. Pour cela, divise les 60 lieues que le premier a cheminé de plus par 5 , il en viendra 12, pour cela tu peux répondre qu'il atteindra en 12 jours. Tu le peux prouver ainsi. Le second chemine tous les jours 15 lieues , pour cela multiplie 12 par 15 , & font 180, & le premier chemine tous les jours 10 lieues, multiplie 12 par 10, font 120, & ajoute 60 qu'il avait cheminé en plus, & font aussi 180 lieues comme l'autre.

Ce problème est un classique de la littérature arithmétique, bien qu'il concerne plus souvent les archers poursuivant un voleur

que ce genre de « course de prêtres » ! Un peu plus d'un siècle plus tard, Jacques Ozanam [10] raffinera cet énoncé en améliorant les performances des poursuivants : ceux-ci parcourront chaque jour une lieue de plus que le jour précédent. La résolution proposée par Cathalan ne fait pas appel à des connaissances particulières sur les suites arithmétiques, mais plutôt au bon sens commun, et l'on peut remarquer que la vérification finale est appelée « preuve ».

Voici un autre problème classique, dit « problème de Josèphe » puisqu'il semble qu'il soit né d'une histoire vécue par l'historien antique Flavius Josèphe, et de son astuce pour échapper à une mort certaine. L'énoncé se retrouve adapté selon les époques et la nationalité des auteurs, pour notre siècle, il s'agit de Sarrasins contre les Chrétiens (il aurait d'ailleurs été plus cohérent de les trouver face aux Turcs, mais bon…)

27e question des Sarrazins pour les mettre dedans la mer.

Il y a sur mer une galère où il y a 30 marchands, c'est à sauoir 15 Chrétiens, & 15 Sarrazins. Il advient grande tempète. Par quoi il faut jeter toute la marchandise dedans la mer, & encores pour cela ne sont ils point surs qu'ils ne périssent , car la dite galère est fort faible, & ainsi par ordonnance faite par le Patron il est nécessaire que l'on jette en la mer la moitié des 30 marchands, & puisque les Sarrazins ne veulent point être mis en la mer, ni les Chrétiens, par appointement fait entre eux, il se doivent asseoir en un rang, & puis se compter jusqu'à 9, & celui qui tombera sur le 9, qu'on le jette dedans la mer. Je demande comment les assoirez-vous afin qu'on ne jette aucun des Chrétiens ? Il les faut ordonner ainsi qu'il s'ensuit, c'est à sauoir 4 Chrétiens, 5 Sarrazins, 2 Chrétiens, 1 Sarrazin, 3 Chrétiens, 1 Sarrazin, 1 Chrétien, 2 Sarrazins, 2 Chrétiens, 3 Sarrazins, 1 Chrétien, 2 Sarrazins, 2 Chrétiens, 1 Sarrazin, comme il appert par les mètres qui sensuivent,

Post quatuor quinque da,
post duos unum colloca.
Tres numerabis, posteà unum collocabis.
Unum dic pariter, & duo consequenter.
Duos pòstapponas, & tres simul
hîc apponas
Semel dic ante bis, post duos
unum terminabis,
Primi Cristiani sunt, Sarraceníque
secundi.

Une petite récitation latine pour toute explication ? Nous n'en avons pas trouvé de meilleure que le comptage pur et simple… Voici maintenant les malheurs d'une jeune fille :

La quinziesme règle est des œufs.

Or une jeune fille portait des œufs au marché pour vendre, rencontra un jeune fils, qui se voulait jouer d'elle, tant qu'il fit tomber tous les œufs, & ne les voulut payer ; elle le fit appeler deuant le juge, le Juge condamna à payer les œufs, mais le Juge ne savait combien il y avait d'oeufs, & le demanda à la fille, elle répondit qu'elle n'en savait rien : car elle était jeune, & ne savait compter, mais elle les avait ordonnés & disposés par 2 & 2, & demeurait 1 œuf , & puis par 3 & 3, & demeurait 1 œuf, & puis par 4 & 4, & demeurait 1, & puis par 5 & 5, & demeurait 1, & puis par 6 & 6, & ne demeurait rien [11] *& puis par 7 & 7, & ne demeurait rien. Je demande combien elle avait d'oeufs ?*

10 Jacques Ozanam, Récréations mathématiques et physiques etc., Paris, Jean Jombert, 1694.

11 Il faut bien sûr lire « et demouroit un ».

RÉPONSE. *721. Et pour le savoir, multiplie les nombres l'un par l'autre, en disant 2 fois 3 sont 6, 4 fois 6 sont 24, 5 fois 24 sont 120, 6 fois 120 sont 720, ajoute 1, qui lui demeurait toujours, & seront 721 lesquels divise par 7, & ne demeurait rien, & ainsi elle avait 721 œufs . Et selon cet exemple peut juger le Juge.*

Pauvre jeune fille ! Mais aussi, quelle idée d'emporter tant d'œufs dans un même panier ? Encore une fois, la réponse est donnée sans explication, juste une vérification. Les théorèmes de Bézout et de Gauss peuvent nous aider à résoudre ce problème de manière formelle, mais est-ce vraiment utile ? Dans ce dernier que nous proposons, il est question d'un avocat amnésique qui trouve un bien étrange stratagème pour récupérer son argent :

La sixième règle, & question de l'argent oublié au changeur.

Un Avocat avoit baillé de l'argent à un Changeur, & avait oublié combien. Pour savoir combien, & pour auoir tout son argent, il trouva cette subtilité qui s'ensuit.

Il dit à un de ses fils, car il en avait plusieurs, Va à un tel changeur, & me rapporte 1 franc, & la 10e partie de l'argent que je lui ai baillé, & ainsi fut fait. Et une autre fois, il dit à l'autre fils, va au changeur, rapporte-moi 2 francs, & la 10e partie du demeurant. Et ainsi dit-il à tous, jusqu'au dernier, auquel il dit, va au changeur, & rapporte tout le demeurant de l'argent, & ainsi fut fait , & autant apporta l'un comme l'autre. Je demande combien il avait d'argent, & combien de fils, & combien d'argent rapporta chacun?

RÉPONSE. *Pour ces trois questions pose le nombre que tous rapportent, c'est à sauoir le dixième, égal à10, de 10 enlève 1, & demeurent 9, pour cela tu peux dire qu'il avait 9 fils, & chacun portait 9 francs, & pour savoir combien il avait baillé, multilplie 9 par lui-même, & sont 81, ainsi il avait baillé 81 francs au changeur. Pour faire la preuve, pose 81. Et enlève pour le premier fils un, & la 10e partie du demeurant, & ainsi des autres.*

Effectivement, c'est une « subtilité ». Trouvez-vous la solution apportée satisfaisante ? On dirait que le problème a été construit à partir de sa solution, ce qui bien sûr ne pourrait jamais se produire de nos jours…

Adieu, Lyon !

Espérant que ces quelques textes vous auront permis de voyager dans le temps et peut-être même d'imaginer de nouvelles activités en classe, nous arrêtons là notre maigre anthologie, car il y en aurait tant à raconter et à lire ! Puisque nous commençâmes par un poème, il est juste de finir itou. Et la Belle Cordière avait, dit-on, enflammé le cœur de plus d'un prétendant : notre Jacques Peletier du Mans, mais aussi Clement Marot qui composa «Les adieux de Marot à la Ville de Lyon», paru en 1588, dans l'édition lyonnaise de ses œuvres complètes :

J'ay de vous receu tant de bien, Tant d'honneur, et tant de bonté,
Que voulentiers diroys combien, Mais il ne peult estre compté. […]
Je diroys: Adieu, ma maistresse, Mais le cas viendroit mieulx à point
Si je disoys: Adieu jeunesse, Car la barbe grise me poingt.