
J'AI MEME RENCONTRÉ UN PROF DE MATHS HEUREUX¹...

Huguette PANDOLFO, Gérard KUNTZ
Irem de Strasbourg

UN JARDIN MATHÉMATIQUE.

*(à propos d'une visite guidée avec
enthousiasme par Aloyse Grebil
dans « son » jardin mathématique
du Collège Jean Rostand de
Lingolsheim sud, près de Strasbourg.)*

Une expérience extrêmement sympathique et vraiment intéressante sur le plan éducatif est menée depuis cinq ans maintenant, dans un Collège tout neuf d'un quartier récent, près de Strasbourg.

Le bâtiment lui-même — une longue « brique » grise vitrée (abstraction, transpa-

rence, jeux de lumière...) posée sur un grand terrain plat —, entouré de constructions récentes sans âme n'inspirerait pas vraiment la sympathie... n'était la touche étonnante et remarquable par son inventivité, son charme et son efficacité, d'un jardin évolutif entièrement pensé, expérimenté, géré même par les collégiens, inspirés, entendus, soutenus et autonomisés par leur jeune professeur de mathématiques qui a initié il y a quelques années un projet devenu, au fil du temps, vraiment multidimensionnel, vraiment multidisciplinaire, vraiment pédagogique.

Aloyse Grebil est un personnage ! Il arrive à vélo, dans ses grandes bottes de « terrien », un grand rire dans ses yeux clairs, volubile, les mains occupées déjà de bouts de ficelle, de cordeaux et de petites plantes. Les élèves de l'Atelier Jardinage arrivent un peu avant l'heure, discrets et

¹ Allusion à un titre de film (J'ai même rencontré des Tsiganes heureux) et à la biographie de Le Nôtre par Erik Orsenna (Portrait d'un homme heureux).

déjà en éveil. Ils retrouvent là chaque mercredi leur étonnant prof de maths qui vient parfois en classe un bouquet de fleurs à la main, un fruit de la passion, une citrouille, pour leur faire découvrir avec un plaisir communicatif l'étonnante nature, ses courbes admirables, ses surfaces particulières, ses volumes divers, ses constructions subtiles. Pour faire voir les mathématiques, pour faire sentir les mathématiques, pour faire expérimenter les mathématiques.

Aloïse est un éducateur passionné qui suscite l'étonnement, éveille et propose, accompagne et fait confiance. Il relance et soutient l'effort des élèves. Il sait s'effacer pour qu'ils transmettent eux-mêmes leurs découvertes. A proximité des quartiers difficiles (le Collège jouxte une « zone sensible »), il réussit un îlot de calme, à l'abri du vandalisme.

Notre collègue est un professeur dont l'originalité consiste à faire des mathématiques avec... les pieds, les mains et la tête ! Avec les outils du jardinier et les outils intellectuels qui s'élaborent au fil des années-Collège. Avec les formes, les couleurs et les odeurs !

Sur la surface un peu trop neutre du gazon, quelques collégiens ont d'abord été invités à « gribouiller » pour le plaisir de rapporter à la maison, au lieu de mauvaises notes, quelques fleurs, des salades bio ou des radis de leur propre production. Des parents curieux (inquiets ?) sont venus voir ce drôle de Collège dont leurs enfants leur parlaient à mi-voix...

Et puis l'idée est venue (à notre prof de maths bien sûr) de se servir de cette page verte inespérée pour représenter quelques figures

géométriques simples : des triangles, un rectangle très allongé, un damier, puis un losange... un disque, des ellipses, une spirale. Et à chaque fois, très progressivement, au fil des semaines et des saisons, d'y laisser se révéler des propriétés remarquables.

Le travail préparatoire — disons théorique — se faisait bien sûr en classe, au tableau à la craie, sur le papier à l'aide du crayon, de la règle à du compas. On nommait, on proportionnait, on établissait des figures à une échelle adéquate. Sur le terrain, on avait délimité un rectangle très allongé (10 mètres sur un mètre), sorte d'étalon pour les longueurs et les aires.

Les outils ? Des planches (pour marcher le long de parallèles), des bâtons pour indiquer des « points » ou, plus tard, pour porter la figure dans l'espace, créer des plans perpendiculaires, fonder des constructions plus élaborées (la maison sur base carrée, couverte d'une pyramide), servir aussi de tuteurs à des plantes encore fragiles ou de structures à des plantes grimpantes. Et bien sûr des bâtons et des ficelles pour décrire arcs, cercles et ellipses, tracer parallèles, perpendiculaires et bissectrices, reporter mesures et angles.

Les apprentis jardiniers retrouvaient les observations et les gestes des arpenteurs, ces premiers géomètres. Ils se mettaient à organiser et à calculer des pieds et des mains ! Pour le plaisir et pour mieux voir, mais aussi pour que se révèlent, au fil des semaines, des figures, on a planté aux points importants (sommets, centres des figures, foyers des ellipses...) de belles touffes de lavande, on a déposé en ligne des bulbes de tulipes, destinées à marquer par leur orgueilleuse splendeur, les côtés, les diagonales, les médianes, les axes de symé-

trie, en jouant sur les couleurs pour la lisibilité et la beauté, on a semé finement des plantes « tapissantes » pour recouvrir de bleu (myosotis), de vert pâle ou de rouge (salades « volantes ») les surfaces, on a installé aussi, le long de parallèles à la base d'un triangle, des bettes ou des choux qui révéleraient au fil du temps des homothéties. Thalès et Pythagore allaient se réjouir.

A l'occasion, toutes sortes de questions fusaient (les noms, les origines, les exigences, les compatibilités des plantes) et on mettait à contribution les profs d'arts plastiques, de français, de biologie, d'histoire et de géographie. Les collégiens prenaient conscience de la richesse des points de vue. Ils apprenaient à observer. A attendre. A patienter. A s'étonner toujours. A chercher pour établir des liens. A transmettre leur jeune savoir. A présenter avec fierté leur ouvrage collectif ...

Et puis toujours à nettoyer, à arroser, à repiquer, à cueillir certaines fleurs (pour décorer aussi le Collège), à récolter des légumes et des herbes aromatiques, à recueillir, trier, ranger des graines, à vendre aussi leurs plantes vertes et leurs semences, à gérer leurs recettes. A les réinvestir dans des outils, de nouvelles variétés et à les offrir aussi, en parrainant un enfant du Tiers Monde par exemple.

Les maths auraient-elles été négligées, perdues de vue ? Que de calculs ont pris du sens ! Que d'opérations ont pris de la réalité ! La science des programmes est devenue sympathique. Son utilité n'est plus discutée. Son unité est pressentie (qu'elle soit « exacte » ou « humaine »). Le Collège est devenu pour les acteurs du projet un lieu où on se rend avec plaisir, même quand on n'y est pas obligé (leur assiduité en témoigne). Et on y voit même de

plus en plus de parents pour un utile coup de main.

La fin de l'automne semblait sonner la fin des travaux. Mais ils savaient déjà que « l'essentiel est invisible pour les yeux ». Que la saison n'est morte qu'en apparence, que sous les tiges et les feuilles défraîchies, sous la neige, se prépare la prochaine germination. Que le repos de la terre est indispensable aux futures floraisons. Qu'il faut dès maintenant rêver, imaginer, prévoir, préparer...

Des réalisations plus complexes, plus ambitieuses, ont vu le jour, qui ont suscité plus de recherches, plus de participations, qui ont fait appel à de nouvelles connaissances :

— Un *MASQUE* composé de deux ellipses (tracées au cordeau) dans lesquelles se trouvent deux angles, l'un aigu, l'autre obtus, ainsi que leurs bissectrices : les yeux du masque regardent le Collège... Un losange, à l'intérieur duquel se trouve un carré, ainsi que leurs axes de symétrie, composent le nez du masque.

Au printemps, les tulipes, narcisses, monnaie du pape, feront apparaître les lignes importantes et les symétries, axiales ou centrales, myosotis et giroflées révéleront les surfaces.

Les figures sont réalisées à l'échelle (la proportionnalité est omniprésente dans le jardin), sur le papier à la règle et au compas, au jardin avec les piquets et les ficelles.

— Un très symbolique *TUNNEL* vert pour accueillir, accompagner et « lancer dans la vie » les petits sixièmes, invités à passer sous une structure géométrique (des parallèles dans l'espace, des plans parallèles ou

perpendiculaires, coiffés d'un demi-cylindre avec sa base et ses génératrices) entre des espaliers, arbres « géométrisés », couverts de passiflores (la passion des études), sous le regard d'un homme vert (espoir, « acidité » de l'adolescence) jusqu'à un homme rouge, compagnon de la sortie du tunnel (la vie passionnante et dangereuse, l'action), au fil des fleurs bleues (le rêve, la poésie) et dans la splendeur des roses.

— Et surtout, la *TORTUE*, une réalisation très subtile construite sur un monticule de treize mètres sur neuf. Sur cette butte, une cinquantaine d'élèves ont réalisé (avec l'aide du prof d'arts plastiques) cinq petits jardins extraordinaires :

Un jardin médiéval (carré, cercle, croix, plantes médicinales et aromatiques)

Un jardin classique (rectangles, symétries, aux plantes somptueuses)

Un jardin zen, minéral, avec cactus.

Un jardin romantique toujours fleuri, avec une petite grotte, un peu fouillis.

Et le jardin d'eau (pourvu d'une pompe solaire) qui reflète le ciel...

Le jardin mathématique de Lingolsheim est en effet, aux dires enthousiastes de son initiateur et dans la participation attentive des enfants qui ont investi le projet, un lieu étonnant d'accès à l'éducation, un outil pédagogique exceptionnel pour s'ouvrir aux mathématiques, s'y intéresser, les appliquer. Les élèves de toutes les classes s'y investissent², s'épaulent, transmettent leur savoir et leurs connaissances. Les enseignants de plusieurs disciplines y trouvent leur place, naturellement et réa-

² Le jardin fonctionne sous forme d'atelier, en-dehors des heures de cours. Les élèves y participent à titre individuel, sur la base du volontariat. La trentaine d'élèves de l'atelier a un effet d'entraînement sur les différentes classes et sur le Collège tout entier.

lisent l'interdisciplinarité, *dans les faits*. Le projet collectif intègre les multiples dimensions de l'activité humaine et en particulier le temps, saisi dans toute sa profondeur.

Il permet d'imaginer des problèmes complexes, d'exprimer, d'analyser, d'observer, de proposer des solutions, de briser des préjugés, de révéler (réveiller) des aptitudes, de transformer, d'aboutir à des résultats, eux-mêmes évolutifs et beaux !

Il met en jeu la curiosité, l'esprit de recherche, le travail responsable et solidaire. Il permet d'expérimenter la nécessité de comprendre, d'organiser, de faire évoluer (avec respect) et de recueillir les bénéfices (en admiration et en espèces sonnantes !), de réinvestir dans d'autres projets collectifs (dont ils ne seront plus que les « parrains », au sortir du Collège.)

Il permet de saisir l'abstrait dans le concret, de concrétiser des notions, de passer constamment de l'idée à la réalisation, du réel avec ses apparences (difficiles, trompeuses, charmantes) à l'abstraction, à la signification, à la beauté. Des maths à la vie... en passant par le jardin. La belle idée !

LES MATHÉMATIQUES DU JARDIN.

L'omniprésente proportionnalité.

La réalisation d'une nouvelle plate-bande ou d'un nouveau décor de jardin commence par une idée et un rapide schéma. Ensuite il faut préciser et passer au plan détaillé en respectant les proportions. La forme et les dimensions tiennent compte des contraintes du terrain et du projet du jardinier. La traduction sur papier se fait à une certaine échelle éta-

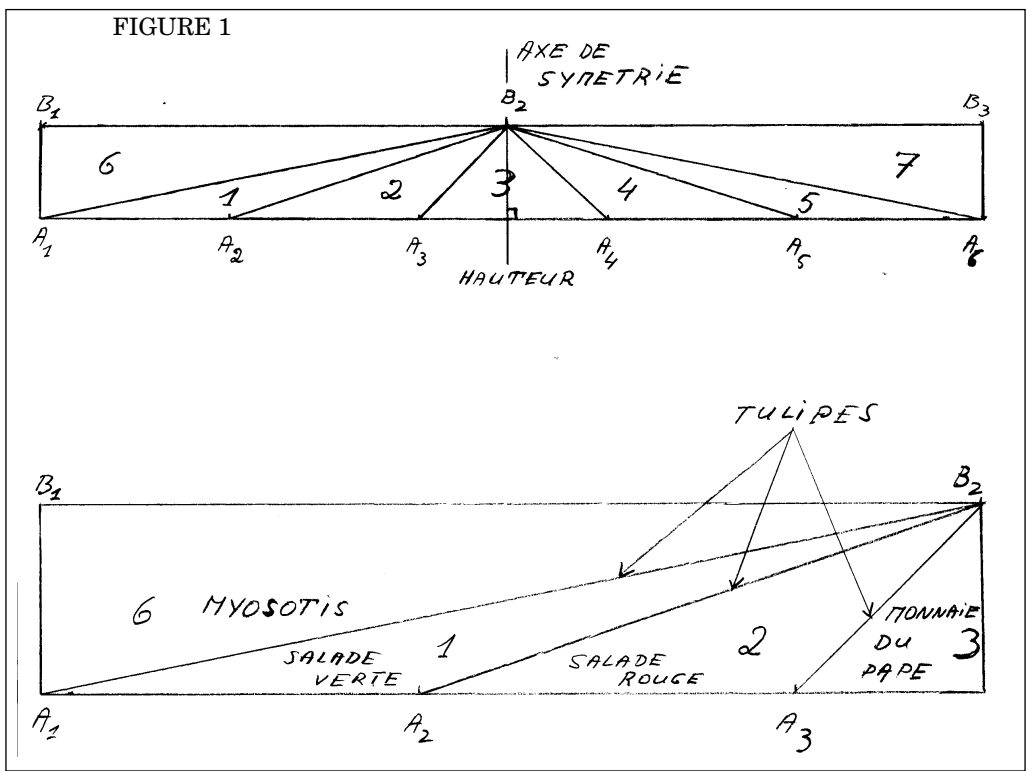
blie en fonction des dimensions sur le terrain et d'une bonne « occupation » de la feuille de papier.

L'ajout, au fil du temps, de nouveaux éléments à une zone du jardin oblige à de constants calculs de proportionnalité : comment reporter sur le plan un élément qu'on a projeté dans le jardin ? Comment réaliser, sur le terrain, le décor rajouté au plan ?

Les petits jardiniers pratiquent les conversions au quotidien. Est-il étonnant qu'ils en aient une bonne maîtrise en fin de Collège ?

Rectangles et triangles. Aires et périmètres.

Le rectangle étalon a dix mètres de long sur un mètre de large. La longueur est divisée en cinq segments de deux mètres. Les points ainsi délimités sont joints au milieu de la seconde longueur. On délimite ainsi 7 triangles, de 4 formes très différentes, échangés deux à deux par une symétrie axiale. Ces triangles numérotés de 1 à 5 ont une *hauteur commune*, dont le pied se trouve (sauf pour le 3) à « l'extérieur » du côté opposé du triangle (c'est une situation qui trouble bien des élèves). La



longueur commune d'un de leurs côtés (2 mètres) leur confère *même aire*, un mètre carré. Le collégien découvre ici un invariant au-delà des apparences. Et il constate (puis démontre) que les triangles numérotés de 1 à 3 ont des périmètres différents bien qu'ils soient de même aire...

Aires et périmètres ne sont pas sans intérêt pour le jardinier. La quantité de semence nécessaire pour un mètre carré figure sur les sachets de graines. S'il plante des tulipes tous les dix centimètres, la connaissance des périmètres lui permet d'évaluer le nombre d'oignons nécessaires à son projet (des mesures sur papier suffisent).

Le collégien constate aussi que si un point M se déplace sur la droite (A_1A_6) , la longueur B_2M passe par un minimum B_2b_3 obtenu quand M est le projeté de B_2 sur A_1A_6 : c'est la « distance » de B_2 à (A_1A_6) .

On imagine aisément le passage en 3D par l'adjonction de structures pyramidales (plantes grimpantes) ou pour évaluer approximativement la biomasse produite.

Triangle rectangle. Pythagore. Thalès.

Voici une plate-bande formée par un triangle rectangle (figure 2). On partage les côtés de l'angle droit en quatre parties égales. On joint deux à deux les points par des segments, comme l'indique la figure. Le long de ces segments, on plante des épinards. En menant les parallèles aux côtés de l'angle droit (pointillés), on délimite 16 triangles rectangles (numérotés sur la figure), aux centres desquels on plante un dahlia. Apparaissent alors des parallélogrammes, des rectangles et des angles correspondants (donc égaux). On

trace la médiane [CI]. Si on connaît la notion de médiatrice, il n'est pas difficile de montrer qu'elle égale la moitié de l'hypoténuse.

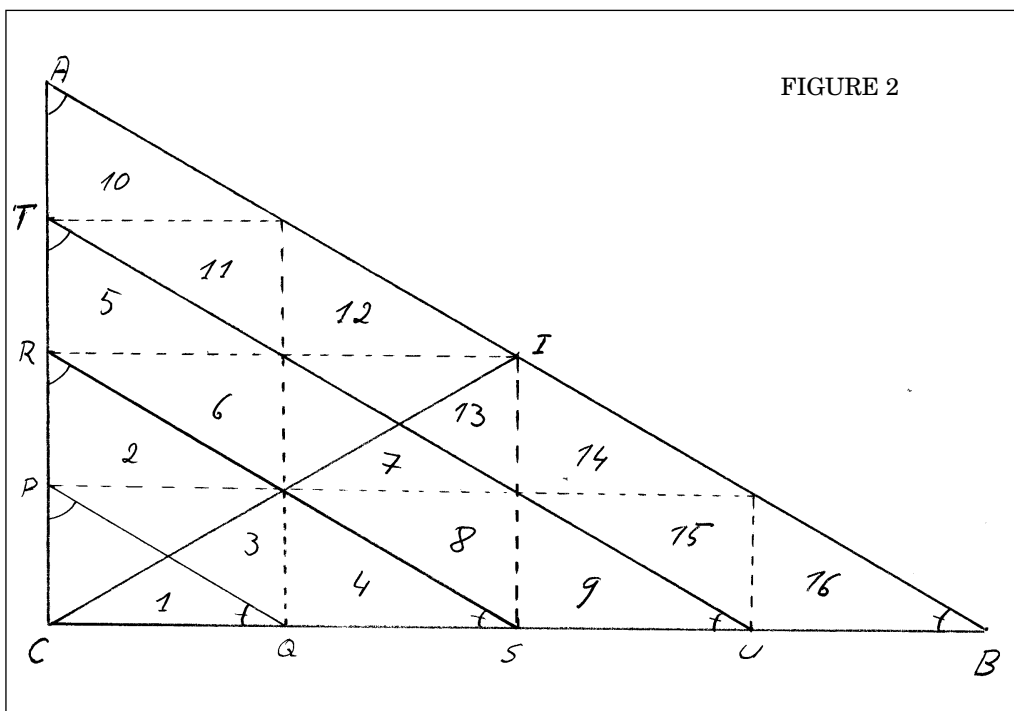
Suivant la classe concernée, cette figure permet soit d'appliquer des théorèmes connus (donc de démontrer des propriétés qui apparaissent à l'œil), soit de confronter l'élève à des situations que le cours traitera par la suite : situation de Thalès, théorème de Pythagore, somme des angles aigus d'un triangle rectangle, égalité d'angles correspondants etc. L'énoncé d'un théorème par un grand de Troisième n'est pas sans influence sur le petit « Sixième », admiratif et désireux de grandir... Le mélange des classes est une véritable richesse dans ce contexte.

La numérotation des triangles rectangles est particulièrement intéressante : chaque bande en contient un nombre impair, 1, 3, 5, 7. Les numéros situés le long de BC comptent le nombre de triangles situés dans les bandes qui précèdent : 1, 4, 9, 16. On reconnaît là des carrés de nombres entiers.

Donc $1 = 1^2$, $1 + 3 = 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$! Et si on continuait ? Et voilà lancé un débat sur une conjecture qui n'est pas simple à formuler. Et que les plus déterminés convertiront en théorème avec l'aide du professeur.

Les tracés sur le terrain reproduisent avec ficelles et piquets celles faites à la règle et au compas (sur papier). Pour le milieu sur le terrain, point besoin de médiatrice : La ficelle pliée en deux suffit !

Le passage du plan au terrain met en œuvre une similitude de rapport 25. On connaît alors (ou on constate) les invariants de cette transformation. On vérifie (ou on



découvre) que l'aire de la plate-bande est 625 (= 25²) fois celle du triangle sur le plan.

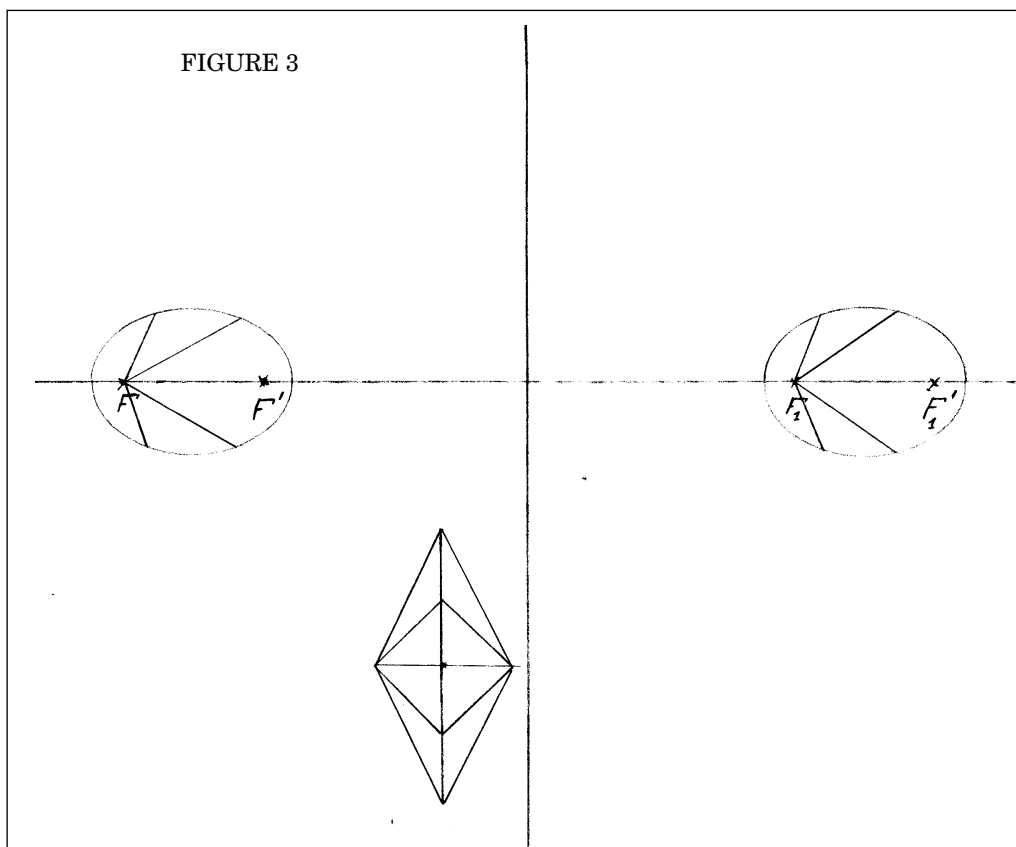
Le Masque. Ellipses. Angles. Symétries.

Le Masque (cf. figure 3 page suivante) tire son nom de la figure évocatrice obtenue à partir de deux ellipses complétées par un losange contenant un carré à l'intérieur. Le Masque regarde le Collège de son air mystérieux qui change au fil des saisons quand apparaissent les axes de symétries (en monnaie du pape) et les zones échangées par symétrie axiale ou centrale, en couleurs associées ou en opposition). Le losange et le carré, qui ont leurs symétries propres, sont décentrés par rapport à l'axe de

symétrie vertical des deux ellipses : ce n'est pas pour faire plus joli (bien que trop de symétries lassent le regard). Il y avait sur le terrain un lampadaire que les jardiniers voulaient intégrer au décor. Ce fut l'occasion d'une utile triangulation et la découverte de cette technique (avec ses divers aspect, longueurs et angles) dans différents domaines scientifiques et professionnels. L'échelle retenue ici (1/100) facilite beaucoup les conversions...

Quand à l'ellipse, elle est introduite par la « construction des jardiniers³ » : étant donné deux points F et F' et une longueur

³ C'est Descartes qui l'appelle ainsi. Pour lui, elle définit l'ellipse de manière préférable à celle d'Apollonius (section plane d'un cône).



constante $2a$ (supérieure à FF'), l'ellipse est l'ensemble des points M obtenus quand $MF+MF'$ vaut $2a$. Cela permet une construction « en continu » ainsi que la mise en évidence des axes et du centre de symétrie de la courbe. Apparaissent alors le grand et le petit axe, ainsi que la distance focale. La relation classique $a^2 = b^2 + c^2$ traduit pour les élèves de Troisième, la situation de Pythagore.

Rien n'empêche de proposer ensuite la définition par foyer et cercle directeur qui exploi-

te bien la notion de médiatrice. Enfin, il n'a pas échappé à certains apprentis jardiniers que l'ellipse avait partie liée avec l'astronomie : c'est l'occasion de leur parler d'un certain Kepler et de ses lois. Et de découvrir (loi des aires) que la terre se déplace plus vite sur son orbite en hiver où elle est plus proche du soleil... Aloyse semble alors « élargir jusqu'aux étoiles, le geste auguste du semeur » !

Les trois exemples proposés montrent que les mathématiques mises en œuvre dans

le jardin sont consistantes et couvrent une bonne partie des programmes de Collège. Il faudrait y ajouter les remarquables travaux de « pliage » réalisés en arts plastiques (symétries) et bien d'autres aspects comme la trigonométrie. Mais là n'est pas l'essentiel : ces mathématiques ne sont pas rejetées ou reçues à contrecœur : le climat convivial qui entoure le travail mené explique largement l'ouverture des élèves à la connaissance. Les mathématiques sont en symbiose avec la symbolique,

la beauté, la vie, le plaisir de construire ensemble.

Si l'expérience du Collège Jean Rostand n'est pas transposable telle quelle (n'est pas « maître-jardinier-enseignant de mathématiques » qui veut), la philosophie de l'éducation et le regard chaleureux sur la vie qui la sous-tendent sont sans aucun doute des clés pour sortir de la profonde crise éducative qui pèse sur trop de Collèges et de Lycées.