
A PROPOS DE «CAMEMBERTS»

*ou...
l'art de manipuler
l'information*

François GOULETQUER
Irem de Dijon

INTRODUCTION

Dans cet article, notre but n'est pas de traiter (une fois de plus) de la manière de réaliser des représentations de données statistiques sous la forme de « camemberts ». De nombreuses publications existent sur la question, dans lesquelles on peut trouver de bonnes idées d'activités à mener en classe avec des élèves (voir par exemple, dans la brochure de l'IREM de DIJON [1], l'article de Michel PLATHEY « statistique descriptive et géométrie »).

L'expérience décrite ici est issue d'une réflexion menée au sein du groupe « liaison Mathématiques – Sciences Économiques et Sociales » de l'IREM de Dijon ; nous nous sommes intéressés ici à l'impact *visuel, subjectif*, de ce type de représentation : tout le monde est sans doute plus ou moins convain-

cu que le passage du diagramme circulaire à la perspective cavalière risque de modifier la perception du lecteur ; nous avons simplement voulu essayer d'en savoir un peu plus à ce sujet, en soumettant un test à un certain nombre de personnes (des élèves, mais aussi quelques adultes, d'une part des participants à une réunion IREM, d'autre part un groupe de professeurs stagiaires de Mathématiques de l'IUFM).

Que soient ici remerciés tous ceux qui ont accepté de « jouer le jeu »...

Une première version de ce test a été... testée au sein de notre groupe de travail, puis, à la suite de discussions, une nouvelle version a été élaborée, qui est celle décrite ici.

DESCRIPTION DU TEST

Lorsque l'on dispose d'une représentation statistique sous forme de diagramme circulaire, que l'on veut présenter sous l'aspect « camembert », la question est de savoir dans quelle mesure le *choix* de l'orientation de ce camembert peut influencer la perception du lecteur.

Pour pouvoir travailler « toutes choses égales par ailleurs », nous sommes donc partis d'un diagramme circulaire, dont nous avons donné quatre représentations en perspective, selon des points de vue différents.

Pour « habiller » ce test d'un contexte, les quatre représentations ont été présentées comme les illustrations d'élections successives auxquelles participaient cinq partis politiques (cf annexe 1).

Les données de départ ont été volontairement choisies assez simples (cf annexe 2) :

- Trois secteurs ont la même importance, représentant chacun 25 % de l'effectif total : ceci devait nous permettre de voir si les changements de points de vue permettaient d'induire l'illusion de la suprématie de l'un par rapport aux autres.
- Les deux derniers secteurs sont d'importances voisines mais différentes (15 % et 10 %), afin de voir s'il était possible d'aller jusqu'à induire une perception inversée de leurs importances relatives.

PASSATION DU TEST, « RÉCOLTE » DES RÉSULTATS

Ce travail a été l'un des thèmes de réflexion de notre groupe au cours de l'année 1997/98 ; Nous n'avions ni le temps ni les moyens

d'entreprendre une étude à grande échelle : pour l'essentiel, les résultats recueillis auprès d'élèves l'ont été dans les classes (de lycée) des membres du groupe ; quelques autres classes ont également été sollicitées : au moment de la rédaction de cet article, 262 élèves avaient ainsi passé ce test.

Nous ne donnons (annexe 3) et commentons que les résultats obtenus auprès des élèves, le nombre d'adultes sollicités étant trop faible (31) pour être significatif ; nous pouvons toutefois signaler que des professeurs de mathématiques « aguerris » sont « tombés dans le panneau » tout comme des élèves de lycée....

Par ailleurs, il convient de souligner que notre souci était principalement de *soulever* une question dans la tête des personnes (élèves ou adultes) qui se « soumettaient » à ce test ; notre ambition n'était en aucun cas d'entreprendre une étude exhaustive des différents paramètres qui peuvent venir fausser la vision d'un lecteur devant la présentation de données à l'aide de « camemberts ».

COMMENTAIRES DE CERTAINS RÉSULTATS

Dans le relevé de résultats, nous nous sommes attachés à certaines comparaisons que nous estimions plus « sensibles » ; en tenant compte des égalités et des inégalités possibles dans chacune des élections, nous laissons au lecteur le soin de calculer le nombre de cases qu'aurait dû comporter un tableau qui aurait prétendu à l'exhaustivité...

L'égalité « B = D = E »

On observe que rares sont les cas où au moins deux de ces secteurs sont perçus comme ayant la même importance : les égalités

« B = E », « B = D » et « D = E » ne sont généralement mentionnées que par moins de 15 % des personnes interrogées : ceci confirme bien notre hypothèse de travail initiale.

Les seules exceptions : l'égalité « D = E » est mentionnée à près de 24 % dans la deuxième élection, et « grimpe » à 64,5 % dans la quatrième ; ce dernier score est d'ailleurs assez paradoxal : dans la quatrième élection, les secteurs D et E occupent des positions exactement symétriques par rapport à la « verticale », on pouvait donc s'attendre à voir l'égalité mentionnée par une majorité plus écrasante ; il est également intéressant de noter que ce modeste score de 64,5 % se retrouve aussi bien chez les élèves que chez les adultes, qui étaient tous, rappelons-le, professeurs de Mathématiques...

La « rivalité » entre E et B

Logiquement, on observe que la première élection privilégie E par rapport à B, la troisième équilibre les points de vue, et la quatrième favorise B... Toutefois, il n'y a pas inversion complète des pourcentages entre la première et la quatrième élection : à la quatrième, seules 66,4 % des personnes placent B avant E, alors qu'entre ces deux élections, les secteurs occupent des positions tout à fait analogues, aux appellations près.

La « rivalité » entre E et D

Les figures ont été conçues pour essayer d'induire l'illusion que E l'emporte sur D dans les trois premières élections : ce n'est qu'à moitié réussi pour les deux premières, le point de vue de la troisième élection remplit mieux le contrat. On doit aussi noter que, dans la qua-

trième, un pourcentage non négligeable de personnes (15,6 %) placent E avant D...

La « rivalité » entre A et C

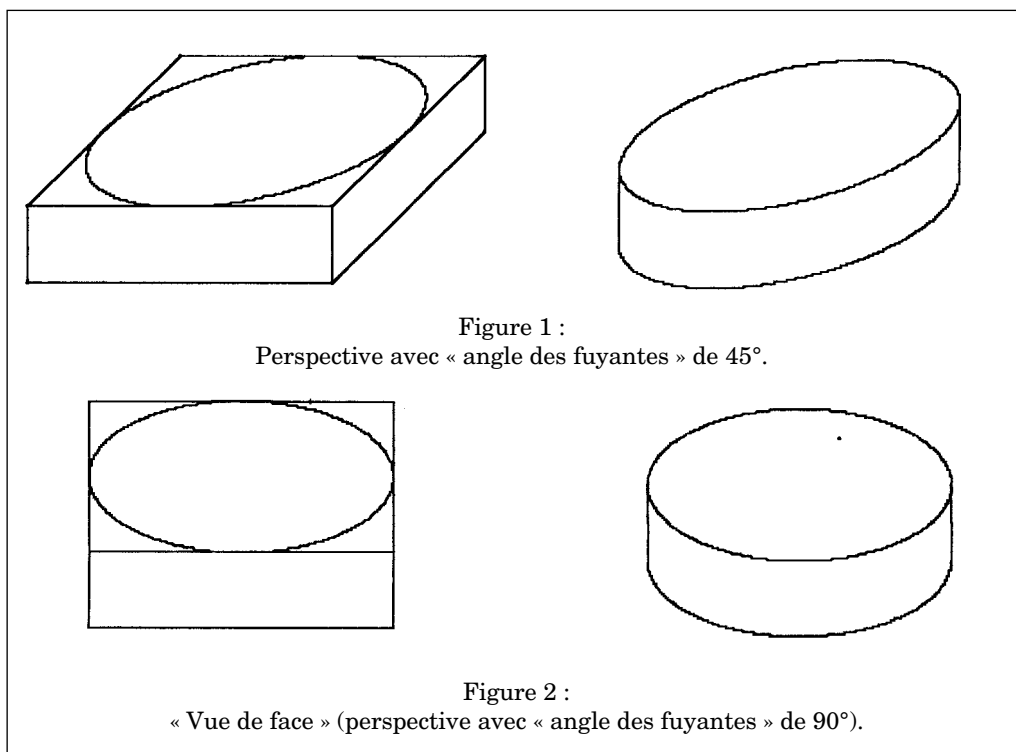
Sans grande surprise, on constate que « A avant C » est mentionné par la majorité des personnes dans toutes les élections, mais le pourcentage n'est tout de même que de 55,3 % dans la troisième, dans laquelle « C avant A » recueille 17,6 % des choix : une proportion non négligeable de personnes ont donc tout de même été « piégées » sur ce point. On peut aussi noter que « A = C » recueille quelques suffrages, surtout dans la quatrième élection, ce qui semble paradoxal : ces deux secteurs sont présentés avec des côtés alignés, et dans cette quatrième élection cet alignement se fait sur une « horizontale » : tout était fait pour permettre, au moins dans la quatrième, une comparaison facile de ces deux secteurs...

ÉLÉMENTS D'EXPLICATION

Dans la représentation de données sous forme de diagramme circulaire, la règle est que les *aires* des secteurs circulaires doivent être proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences) des catégories représentées.

Il s'en déduit alors une « recette » pour la réalisation pratique du diagramme, basée sur le fait que, dans un disque *donné*, les *aires* des secteurs angulaires sont elles-mêmes proportionnelles aux *mesures des angles au centre* correspondant. Bien entendu, dans la tête de beaucoup d'élèves, c'est cette technique « efficace » qui subsiste...

Mais que se passe-t-il donc lorsque l'on passe à la représentation « en camembert » ? On procède alors à la représentation d'un cylindre



en perspective cavalière, de sorte que le disque supérieur est représenté par une ellipse ; généralement, on réalise une « vue de face » du cylindre, ce qui revient à dire que l' « angle des fuyantes » vaut 90° ¹ (c'est en tout cas ce qui est utilisé pour les « camemberts » présentés dans notre test).

Dans la « vue de face », la correspondance entre l'ellipse et son cercle principal est facile à visualiser : ce cercle principal est le cercle servant à la représentation en diagramme circulaire, et les secteurs elliptiques se déduisent donc des secteurs circulaires par une affinité orthogonale simple.

¹ Sur cet « angle des fuyantes », voir par exemple [2], p. 49 et suivantes.

Dans cette affinité orthogonale, les angles **et** les aires sont modifiés, mais :

- Les **égalités** d'aires, et plus généralement leurs **rapports** sont conservés (les aires étant multipliées par la valeur absolue du rapport d'affinité).
- Les **égalités** d'angles, et plus généralement leurs **rapports ne sont pas** conservés.

En toute rigueur, on peut donc dire que la représentation « en camembert » respecte la règle fondamentale : les diverses catégories étudiées sont représentées par des surfaces dont les aires

sont proportionnelles aux effectifs ou aux fréquences.

Notre test semble simplement confirmer ce que nous soupçonnions a priori : il semble bien que l'observateur « de base » soit en fait plus sensible à la perception des angles au centre qu'à celle des aires en elles-mêmes.

Il convient également de souligner un autre aspect que nous n'avons pas intégré dans notre étude : il s'agit de l'impact visuel de **l'épaisseur** du camembert. Il est clair que c'est un paramètre qui joue également un rôle fondamental² ; si nous n'avons pas pris en compte cet aspect de la question dans cette étude, c'est d'une part à cause du contexte très modeste dans lequel elle s'est déroulée, d'autre part à cause de l'objectif que nous nous étions fixé : il s'agissait avant tout, rappelons-le, d'amener les « citoyens de base » que seront nos élèves à prendre conscience de **l'existence d'un problème** lié à cette présentation de données statistiques.

D'autres tests, d'autres activités à proposer aux élèves sont donc bien sûr possibles et souhaitables...

PROPOSITION(S) D'ACTIVITÉ(S) EN CLASSE

Nous pouvons déjà, bien entendu, proposer à tout un chacun de faire passer ce test à ses élèves, à quelque niveau que ce soit (ou à des étudiants, ou professeurs stagiaires d'IUFM...).

Après passation du test, plutôt que de « vendre la mèche » trop vite, il nous semble

² Voir par exemple à ce sujet l'article de Bernard PARZYSZ [3].

intéressant de faire reconstituer les diagrammes circulaires à partir des camemberts ; par commodité, il est sans doute préférable de fournir aux élèves un nouveau document dans lequel on aura éliminé l'« épaisseur » pour ne garder que les ellipses : ceci ne signifie pas que l'on « évacue » la question de l'importance de cette épaisseur ; il s'agit simplement d'un « allègement » technique du document sur lequel travailleront les élèves.

Il est également possible d'alléger le document **a priori** en présentant dans le test, non des camemberts, mais directement de simples diagrammes elliptiques...

Il aura été nécessaire, bien entendu, d'évoquer la manière dont est réalisé le dessin du diagramme elliptique ; dans les classes autres que la Terminale S, on peut se contenter de parler d'un « aplatissement » du cercle.

On pourra alors demander aux élèves de tracer le « cercle principal », de reconstituer les secteurs circulaires, puis d'en déduire les pourcentages de voix obtenus par les différents candidats.

Pour gagner du temps, il peut être intéressant d'organiser le travail par groupes, chaque groupe ne travaillant que sur une des élections : il restera alors à confronter les résultats obtenus par les différents groupes.

CONCLUSION

Ce travail ne fait qu'ébaucher une piste de réflexion. En aucun cas, nous ne pouvons prétendre avoir mené une enquête selon la « méthode statistique » : il aurait fallu pour

cela utiliser un « échantillon représentatif... », ce qui aurait nécessité des moyens matériels et des compétences bien au-delà de nos possibilités.

Plus modestement, nous dirons que nous avons réalisé ce que Daniel SCHWARTZ [4] appelle une « enquête d'observation » ; ceci nous semble déjà fort intéressant à au moins deux points de vue :

- Le fait de « démonter » un document pour

en reconstituer la « source » apporte certainement un « plus » à la compréhension, et peut en particulier contribuer à ancrer davantage chez les élèves l'idée-force de la proportionnalité entre les *aires* et les grandeurs représentées.

- Au titre de l' « éducation à la citoyenneté », une petite leçon de manipulation de l'information vaut sans doute de longs discours concernant la nécessité de l'esprit critique...

BIBLIOGRAPHIE

[1] Collectif : « Statistique en Seconde et... un peu après » Brochure de l'Irem de DIJON – mai 2000

[2] Bernard DESTAINVILLE : « Enseigner la Géométrie dans l'Espace au Collège et au Lycée » brochure APMEP n° 99

[3] Bernard PARZYSZ : « Heurs et malheurs du su et du perçu en statistiques » - repères-Irem n° 35 – avril 1999

[4] Daniel SCHWARTZ : « Le Jeu de la Science et du Hasard (la Statistique et le Vivant) » - Flammarion 1994 – réédité en 1999 dans la collection « CHAMPS ».

ANNEXE 1

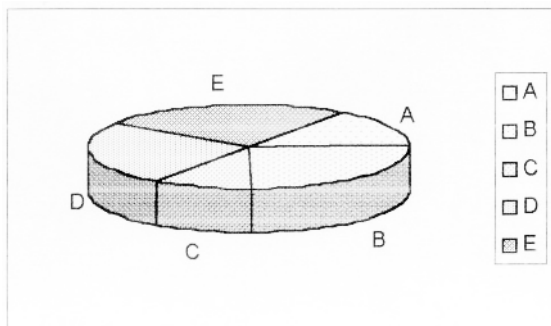
NOM : CLASSE :

Lors de diverses élections législatives, cinq partis politiques désignés par les lettres A, B, C, D, E, ont présenté chacun un candidat. Pour chacune de ces élections, on présente les résultats du premier tour à l'aide d'un diagramme « en camembert ».

A chaque fois, indiquer le classement des cinq candidats, en allant de celui qui a obtenu le plus grand nombre de voix à celui qui en a obtenu le moins (il est possible qu'il y ait parfois égalité entre certains candidats : si c'est le cas, on demande de l'indiquer).

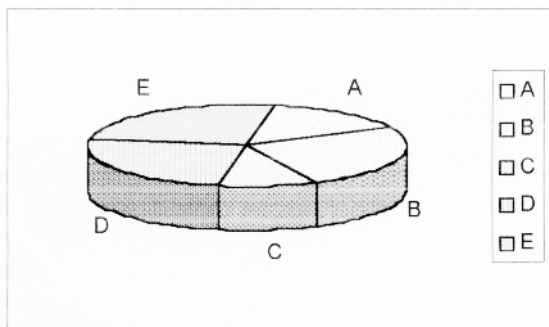
On demande d'effectuer ces classements par simple observation des diagrammes, sans utiliser d'instruments de mesure.

Première élection :



Classement :

Deuxième élection :

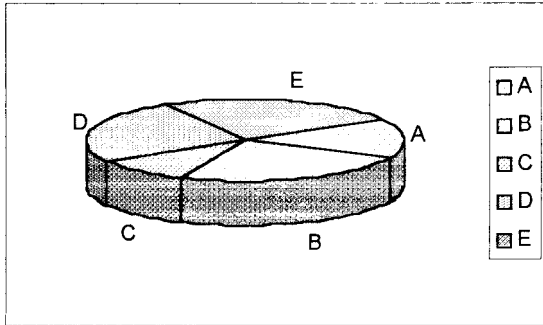


Classement :

T.S.V.P.

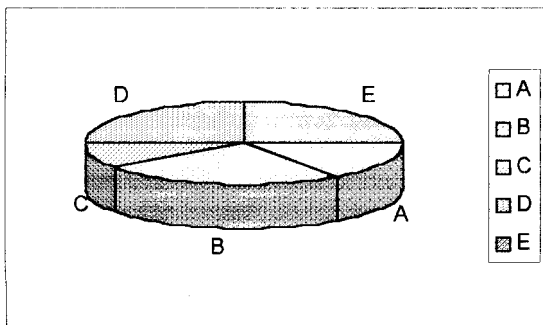
A PROPOS DE
«CAMEMBERTS»

Troisième élection :



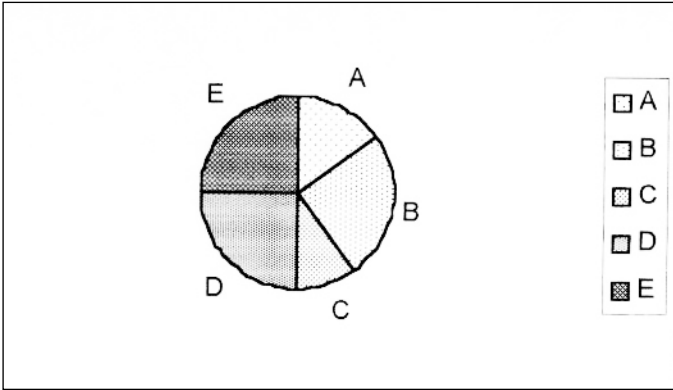
Classement :

Quatrième élection :



Classement :

ANNEXE 2



ANNEXE 3

Bilan en pourcentage de l'ensembles des élèves (de lycée) interrogés Effectif total : 262							
1ère élection		2ème élection		3ème élection		4ème élection	
B = E	14,9	B = E	10,3	B = E	35,1	B = E	10,7
B = D	14,1	B = D	24	B = D	7,6	B = D	12,6
D = E	13,4	D = E	23,7	D = E	10,7	D = E	64,5
B avant E	3,8	B avant E	2,3	B avant E	46,9	B avant E	66,4
E avant B	80,5	E avant B	61,,8	E avant B	18,7	E avant B	8
E avant D	55,7	E avant D	57,3	E avant D	76	E avant D	15,6
A avant C	93,5	A avant C	96,2	A avant C	55,3	A avant C	88,2
C avant A	3	C avant A	0	C avant A	17,6	C avant A	0,7
C = A	1,5	C = A	0,4	C = A	0	C = A	4,2