
QUE PEUT-ON ENSEIGNER EN MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE ET POURQUOI ?

Guy BROUSSEAU

D'une part la première question peut être prise dans différents sens :

1. Qu'est-ce que le développement psychologique et psychogénétique des enfants permet de leur enseigner pendant la scolarité obligatoire, sous réserve des conditions didactiques, et pédagogiques favorables ?

2. Qu'est-ce que les conditions didactiques et pédagogiques actuellement «disponibles» dans le milieu (enseignants, société) permettent d'enseigner aux élèves ?

3. Que peut-on désirer enseigner aux élèves, compte tenu des finalités de la scolarité obligatoire et des exigences ultérieures de la scolarité et de la société ?

4. Quelles améliorations, selon quels critères peuvent être envisagées par le moyen de modification «marginales» ou profondes, et à quels «coûts» ?

D'autre part la formulation des réponses — sinon les réponses elles-mêmes — et l'accent mis sur telle ou telle, varient selon les destinataires : responsables politiques en quête d'actions prestigieuses ou de critiques faciles, noosphériens friands de nouveautés séduisantes, public inquiet de recettes faciles, enseignants sceptiques ou prompts à anticiper et à interpréter de façon excessive les hypothèses à l'étude, etc.

Or les différents points de vue ne peuvent pas être dissociés : L'adaptation d'une connaissance mathématique aux possibilités et aux pratiques d'un niveau scolaire (et à l'inverse l'adaptation des pratiques à un projet) demande une adaptation et un consentement de l'ensemble des partenaires culturels et sociaux et de toute la chaîne scolaire. Trop d'intérêts et trop d'enjeux sans véritable rapports avec le bien privé et public des élèves s'expriment trop égoïstement et trop fort en éducation.

De sorte qu'une réponse courte, même prudente sera une mauvaise réponse.

Finalité

Personne ne résiste à l'impérieuse nécessité de formuler des finalités générales pour l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire.

L'apprentissage le plus fondamental — il y en a d'autres — que les enfants peuvent trouver dans les mathématiques à l'école primaire me semble être celui de la gestion personnelle et sociale de la vérité et de la décision. Les mathématiques n'ont pas le monopole de la recherche de la vérité mais elles sont de ce point de vue un domaine privilégié où on peut rechercher directement le plus précocement et où on peut apprendre à la traiter avec le moins de savoirs préalables.

Dès l'école primaire, un enseignement des mathématiques convenable devrait permettre le développement de la personnalité rationnelle de l'élève et lui enseigner les comportements sociaux relatifs à l'établissement de la vérité. Qui l'établit ? par quels moyens ? Quand et pourquoi une déclaration mathématique est-elle « vraie » ? quels arguments sont recevables ? Quels ne le sont pas ? Quand faut-il résister aux arguments de séduction, d'autorité et à la « rhétorique », pour ne s'en remettre qu'à son jugement, à ce qu'on peut constater par soi-même, de ce qu'on voit avec « évidence », ou qu'on déduit. Au contraire quand est-il nécessaire, honorable, de passer outre l'amour propre, l'intérêt ou les engagements pour se ranger à l'opinion de l'autre parce qu'elle est vraie. Comment convaincre les autres ? Quel rôle respectifs jouent les savoirs, le jugement personnel, la réflexion et l'apprentissage ? Un tel projet ne se réalise pas peine et sans technique.

A propos de quelques connaissances fondamentales de la scolarité obligatoire.

Les **nombres** y sont au service des *mesures* avant d'être des objets d'études mathématiques. On devrait donc réintégrer et préciser, sous une forme nouvelle peut-être, l'écriture et le traitement des **unités de mesure** (ex. « 3 F/m »), les changements d'unités et l'étude du système métrique (dont la quasi disparition affaiblit la connaissance de la numération).

La **linéarité** est une propriété essentielle, mais sa transposition didactique dans la scolarité obligatoire sous forme de **proportionnalité** n'est plus du tout satisfaisante depuis la disparition (justifiée) dans les programmes du collège et du lycée, de la théorie des rapports et proportions et de l'arithmétique, puis celle des éléments de vocabulaire qui permettaient d'identifier les rapports.

Différents types d'**espaces mesurables** sont rencontrés (ensembles finis petits ou grands, segments, surfaces, « volumes », événements, angles, capacités, temps, vitesses et densités constantes etc.) les opérations propres aux (dénomination des objets et des classes, l'énumération des collections et les comparaisons de listes, l'identification des opérations correspondant à la réunion et à l'intersection et au complémentaire, etc.) peuvent être enseignées, à la fois avec un vocabulaire précis et stable, et sans étude formelle.

Il faut pour cela que les professeurs sachent (et conviennent de) distinguer leur savoir de celui de leurs élèves. La tradition qui établissait implicitement un partage entre les connaissances de différents niveaux et par conséquent entre celles du maître et celles de ses

élèves tend à disparaître lorsque les réformes se succèdent rapidement, elle doit être remplacée par des conventions s'appuyant sur des techniques didactiques connues ou apprises par les professeurs - ceux du niveau considéré et ceux des autres niveaux - et acceptées par les autres. Il serait malveillant d'assimiler ces propositions avec «un retour aux mathématiques modernes» ou avec «les mathématiques anciennes» et de réveiller ainsi des malentendus qu'il faut dépasser.

L'écriture mathématique «formelle» est indispensable mais son étude formelle ne l'est pas.

Le désir de faire précocement «comme en mathématiques» conduit les enseignants à plusieurs choix discutables : faire écrire aux élèves des «formules numériques» correctes et abstraites qui préfigurent les écritures algébriques ne serait peut être pas impossible mais le faire pour représenter leurs programmes de calculs arithmétiques conduit sûrement à fausser la signification des symboles mathématiques («+» et surtout «=») sans préparer en rien l'étude de l'algèbre et prépare les malentendus futurs sur ce que les élèves savent ou pas. Ce même choix a conduit à rejeter le traitement explicite des unités vers les programmes de sciences du collège et à ne traiter que des nombres «abstraits» (sans d'ailleurs rien faire pour les abstraire de quoi que ce soit). Cette position met l'enseignement primaire dans l'embarras.

On ne peut vraisemblablement pas revenir en arrière mais il faut corriger cette dérive que l'on observe aussi dans le développement d'un enseignement de «**géométrie**» excessivement ambitieux et coûteux en temps. Il consiste essentiellement à «montrer» les objets et les propriétés qui seront étudiés plus tard en géométrie. Mais ces ostensions

ne servent pas et elles brouillent le caractère déductif de la géométrie et le rôle de «modèle d'une théorie mathématique» qu'elle devrait tenir dans le secondaire alors que l'étude des connaissances spatiales pratiques (comment représenter, se diriger, mesurer... dans l'espace familier, urbain rural...) est négligée.

La **résolution de problèmes** «de la vie courante» ou non devrait s'achever par un compte rendu ou les élèves devraient montrer clairement les expressions arithmétiques qu'ils traitent et les identifier (dénommer ce qu'elles représentent), le programme de calcul suivi (représenté) et qu'ils doivent justifier (oralement), et les résultats. Il faudrait donc leur faire utiliser (sans formalisme mais avec les termes élémentaires nécessaires), les moyens actuels utilisés pour ces tâches (expressions numériques, déclaration, diagrammes, valeur et unités.

La tendance à utiliser l'**algèbre** dès les premières classes de l'école primaire se manifeste de plus en plus quoique de façon très confuse. Cette tendance vient plutôt de ce que les professeurs d'école n'ont pas appris autre chose que d'une décision raisonnée en fonction des élèves et des enseignements ultérieurs. L'introduction de l'algèbre au collège en est elle aussi brouillée et semble se réduire à des collections de techniques formelles.

Langage et rigueur

Il n'est possible ni de laisser entrer dans les classes n'importe quel vocabulaire et n'importe quelle conception sous prétexte qu'ils sont utilisés quelque part hors de l'école, ni de prétendre à un usage «parfaitement» monosémique et rigoureux du langage mathématique. De tout façon le sens des termes évolue avec l'environnement l'usage et le niveau. «Donner du sens» est utile, mais cela revient

souvent à plonger une notion assez simple dans un univers «concret» qui la rend beaucoup plus obscure et difficile et qui contrarie la compréhension et l'apprentissage. Une propriété essentielle des mathématiques est de permettre de se débarrasser des conditions particulières.

Il est possible d'enseigner à la plupart des élèves assez précocement de l'arithmétique élémentaire, du calcul mental ou non, des rudiments d'algèbre, et de vraie géométrie déductive, de statistiques et même de probabilités, une construction mathématique des rationnels et des décimaux, des éléments de logique etc. cela s'est fait. Mais il n'est pas possible de «généraliser» à tous les professeurs ce qui s'est réalisé dans des conditions particulières (qu'elles soient d'innovation ou d'expérimentation rigoureuse) ni de «tout faire».

L'enseignement de ces connaissances suppose qu'elles sont suffisamment **utilisées et répétées** aux niveaux suivants. Les **transpositions** nécessaires en changeant le sens, qui doit être **repris et «régulé» à tous les niveaux**. Ce qui précède implique que l'ensemble du processus est pris en charge par **l'ensemble des professeurs de la scolarité obligatoire** et au delà. La distance entre les

cultures des professeurs des écoles et celle des professeurs de collèges, ces derniers étroitement assujettis à la culture des lycées et des préparations aux grandes écoles, est excessive et très dommageable. Il est indispensable de la réduire!

Les successions de trains de réformes souvent chaotiques favorisent l'abandon des projets cohérents et des pratiques éprouvées au bénéfice d'improvisations fugitives. Elles aboutissent à rechercher des positions immédiates de «moindre effort» pour les élèves et leurs professeurs, qui se révèlent en fait ensuite très coûteuses (en efforts) sur le long terme.

Rien n'est possible si la formation des professeurs de mathématiques reste soumise aux deux conceptions opposées mais complémentaires suivantes. Selon la première, quasi officielle, il suffirait de savoir «des» mathématiques (celles visées et mal atteintes pour le CAPES) pour enseigner celles dont les enfants et la société ont besoin. Selon la seconde à l'inverse, si on renonçait à cette position d'amateur, il faudrait chercher **uniquement** les solutions dans diverses disciplines, en tout cas ailleurs que dans une connaissance (scientifique, donc expérimentale) des spécificités didactiques des mathématiques.