ANALYSE A PRIORI DE SEQUENCES DE FORMATION A PROPOS DES DECIMAUX

Alain BRONNER
IUFM et IREM de Montpellier

1. Objet

Cette étude présente une exploration des différents champs d'investigation pour construire des séquences de formation à propos des nombres décimaux. L'article n'expose pas un exemple de " séquence type " en formation des professeurs-stagiaires (PE2) d'école, mais il s'agit plutôt de dégager les principales variables sur lesquelles il est possible de s'appuyer pour construire des séquences en formation. On pourrait imaginer que, pour construire une séquence idéale, il faille prendre en compte toutes ces variables ; ce n'est, ni nécessairement souhaitable pour certains publics, ni, la plupart du temps, réaliste compte tenu de diverses contraintes, notamment celles de temps et de programmes.

Les supports de l'étude

Pour ce travail, j'ai étudié plusieurs types de documents :

- Les cours ou progressions, proposés par quatre formateurs en IUFM (C. Houdement 1997, M.L. Peltier 1997, G. Lepoche 1997, A. Bronner 1997)[1] ;
- les articles publiés dans certaines brochures de la COPIRELEM (Collectif Colloque d'Angers1995, J. Briand, G. Vinrich colloque de Pau 1992, Muriel Fénichel colloque de Colmar 1993)
- les manuels de formation : " Se former pour enseigner les mathématiques " (tome 3 et 4, Armand Colin) et " Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles " (tome 2, Hatier).

Les différents champs d'exploration

J'ai essayé de dégager les différents champs travaillés en formation sur ce thème Le premier tableau indique les champs étudiés préalablement aux constructions ou aux analyses d'activités de classe. La colonne de droite indique le nombre d'occurrences dans les huit documents consultés[2].

Champs	Présence
Analyse mathématique	8
Analyse historique et/ou épistémologique	6
Analyse cognitive, psychologique	8
Analyse des attentes de l'institution : programmes, instructions, évaluations	4
Analyse de manuels	7

[1] Je tiens à remercier les formateurs qui ont bien voulu me faire parvenir leur cours pour ce travail.
[2] Il semble peu significatif de comparer cette présence des champs d'étude dans des documents qui n'ont pas le même statut ou qui ne s'adressent pas à un même public. Je les présente néanmoins à titre indicatif.

Le deuxième tableau précise les dimensions didactiques travaillées.

Champs	Présence
Explicitation d'hypothèses d'apprentissage ou de macro choix didactiques	**8**
Analyse ou construction d'une progression	**6**
Analyse ou construction d'activités de classe	**8**

2. Analyse mathématique

2.1. Objectifs

La plupart des auteurs souhaitent faire émerger les représentations des professeurs stagiaires à propos des décimaux et des rationnels. Ils envisagent ainsi une mise à jour des connaissances. Ils profitent donc de ce champ pour des mises au points d'ordre mathématique et, parfois, pour une exploration de nombreux aspects ou cadres d'interventions de ces nombres.

2.2. Présentation de quelques dispositifs

La plupart des formateurs conçoivent plusieurs dispositifs s'appuyant sur les connaissances et les représentations des étudiants à propos des nombres décimaux, rationnels, voire réels ou, tout au moins, sur les racines carrées.

2.2.1 Des questions essentielles

Il est possible de s'appuyer sur quelques questions comme : ***Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?***

Les réponses (correctes ou erronées) peuvent être classées en cinq catégories (Briand J. et Vinrich G. 1993) :

- Définition basée sur une écriture décimale (*nombre à virgule - avec un nombre fini ou infini de décimales -, deux nombres séparés par une virgule, ...*) ;
- Définition basée sur la place des décimaux par rapport aux entiers (*nombre non entier, nombre entier plus une partie fractionnaire, ...*) ;
- Définition basée sur les fractions (*nombres fractionnaires, nombres fractionnaires se finissant, fractions décimales, ...*) ;
- Définition liée à la division (*résultat d'une division de deux entiers, d'un entier par une puissance de dix, ...*) ;
- Définition liée aux puissances de dix ou la numération (*produit d'un entier par une puissance de dix, sommes de fractions décimales*).

Une autre question porte sur l'intérêt : ***Pourquoi les décimaux sont-ils intéressants ?***

L'intention est ici de faire ressortir, avec les professeurs-stagiaires, que les décimaux permettent de résoudre des problèmes dans lesquels les entiers ne suffisent pas. Ils permettent d'approcher des nombres ou des mesures de grandeurs avec une précision donnée. De plus ils fournissent, d'une part une continuité avec les entiers par leur codage et, d'autre part une extension des algorithmes de calcul sur les entiers à un coût assez réduit.

2.2.2 Des questionnaires ou tests complémentaires

Certains formateurs proposent à leurs professeurs-stagiaires des questionnaires explorant d'autres aspects. On pourra consulter deux exemples en annexe :

Annexe 1 : “ Prendre conscience de ses connaissances sur les nombres ” (Bronner A.)

Annexe 2 : “ A propos des nombres décimaux ” (Fénichel M., 1994).

Ces exercices peuvent être analysés globalement en utilisant une typologie de rapports personnels à l'objet “ nombre ” (Bronner A. 1997). On pourra aussi comparer avec les résultats donnés par Robert Neyret (1995) dans sa thèse.

Certaines difficultés sont souvent repérées : les inclusions et relations entre les différents ensembles ne sont pas maîtrisées ; peu de distinctions sont faites entre nombres et écritures ; les étudiants ont une difficulté à situer les décimaux parmi les autres nombres ; les rationnels et les décimaux sont souvent confondus ; les liens exacts entre rationnels et décimaux ne sont pas établis. Ces études montrent ainsi que, pour un grand nombre d'étudiants, d'une part, les nombres sont rabattus sur les décimaux et, d'autre part, les décimaux sont identifiés à une écriture à virgule.

2.2.3 Synthèse du formateur

Les formateurs insistent souvent sur les aspects suivants :

- les différents types de nombres, les divers ensembles de nombres ;
- les écritures fractionnaires des rationnels et des décimaux ;
- le lien entre les rationnels et, d'une part, la division et, d'autre part, les équations du premier degré à coefficients entiers ;
- la reconnaissance d'un rationnel décimal à l'aide de sa fraction irréductible ;
- les écritures décimales et le lien avec la numération décimale de position ;
- la reconnaissance d'un réel rationnel à partir de l'écriture décimale ;
- la structure d'ordre dense de $\mathbb{D}$;
- la densité de $\mathbb{D}$ dans _Qet dans $\mathbb{R}$.

3. Analyse historique

3.1. Objectifs

Il s'agit de présenter des repères importants de l'histoire des nombres décimaux, voire des rationnels ou des réels, de repérer les difficultés et d'identifier des obstacles épistémologiques à l'émergence des décimaux. Cette étape permet de mettre en évidence les remarques suivantes :

- le sens du décimal vient de la notion de fraction comme chez les mathématiciens arabes du moyen âge ou comme chez Stevin ;
- la notation décimale est une convention qui étend celle sur les entiers et permet une extension peu coûteuse des algorithmes.

3.2. Des dispositifs

En général les formateurs apportent les informations, mais il proposent parfois des lectures d'articles de travaux d'histoire des mathématiques ou de textes historiques.

3.2.1 Des repères importants

On fera d'abord remarquer que, de la notion, très ancienne, de partage de l'unité vont naître des systèmes de numération utilisant les fractions unaires en Egypte et les fractions sexagésimales avec développement chez les Babyloniens. Une extension du concept de nombre aux rationnels et à certains irrationnels apparaît chez les arabes au IXe siècle. Pour ce qui est des premières fractions décimales, après les avoir découvertes en Inde, les historiens les repèrent à nouveau chez Al-Uqlidisi (fin du X$^{\text{ème}}$) et Al Kashi (1427).

On insistera ensuite sur l'apparition tardive de la numération et la notation décimale en Europe (F. Viète 1579, S. Stévin 1585), sur les liens officiels avec le système métrique (lois organiques du 7 avril 1795 et du 10 décembre 1799) et sur la difficulté d'imposition de ce système pour les calculs en France (loi du 4 juillet 1837). Le système métrique devient alors légal en 1840 (IREM de Rouen, 1979). Il faut attendre la fin du XIXe siècle pour que les décimaux soient enseignés à la population dès l'école primaire.

3.2.2 Un exemple de Travail Dirigé : " Etude de LA DISME de STEVIN de Bruges "

Lors du stage d'Angers (COPIRELEM de mars 1995), une étude guidée de la Disme[3] a été proposée par plusieurs formateurs (Briand J, Euriat J, Huet M.L., R. Lecoq, M.L. Peltier, 1996). Les auteurs ont choisi ce texte pour " *son côté très contemporain en ce qu'il répond à une préoccupation sociale, la problématique posée, les procédés d'exposition, les rapports que ce texte révèle entre les savoirs savants et les pratiques sociales* ".

4. Analyse cognitive

4.1. Objectifs

Dans ce champ, le but des formateurs est d'amener les professeurs-stagiaires,

- sur le plan de l'apprentissage des décimaux,
  - à repérer les connaissances des enfants à certains niveaux de classes à propos des décimaux et des fractions ;
  - à mettre en évidence les erreurs souvent observables dans certaines tâches (notamment sur les calculs, la comparaison ou l'encadrement, la résolution de certains problèmes, et la signification de l'écriture décimale) ;
  - à prendre conscience de certaines représentations des élèves à propos des fractions et des décimaux ;
- sur le plan des notions de didactique des mathématiques,
  - à prolonger un travail sur les obstacles épistémologiques ou didactiques, et les processus d'apprentissage ;
  - à se familiariser avec les notions d'objectifs et de variables de test.

4.2. Des supports

4.2.1 Analyse des résultats de tests et d'évaluations nationales Sixième

Je propose en annexe 3 une synthèse de résultats d'élèves à certains tests (APMEP, INRP, Evaluation Sixième, ...). Cette synthèse permet d'avoir une vue globale des compétences travaillées à l'école élémentaire et d'en tirer certaines régularités dans les réponses d'élèves aux exercices types.

Les exercices sont classés en trois catégories (écriture et reconnaissance, opérations, ordre). On peut demander aux professeurs stagiaires de réaliser les tâches suivantes :

- imaginer les intentions des auteurs (si les objectifs ne sont pas annoncés par le formateur) ;
- dégager les variables pertinentes de tests ou des exercices en lien avec les objectifs et les choix faits par les auteurs ;
- analyser les résultats ;
- construire un test à faire passer dans des classes de CM.

[3] On pourra trouver une traduction complète de ce texte dans la brochure : Documents pour la formation des professeurs d'école, Tome 4, IREM de Paris VII, Paris.

Cette étude statistique peut être utilement complétée par une analyse de cahiers d'élèves de " l'évaluation Sixième ".

4.2.2 Etude de travaux d'élèves : Rangement des décimaux et addition de fractions

Le sujet CRPE de Poitiers 1992 (Annales de la COPIRELEM 1992) fournit une analyse d'une situation de Math Hebdo CM1 (annexe 4). Le but de ce travail est d'étudier les conceptions des élèves à propos du rangement d'une liste de décimaux. On pourra s'aider des règles implicites sur l'ordre, suggérées par C. Grisvard et F. Léonard (1981 et 1983).

Fénichel M. (Colloque COPIRELEM de Colmar, 1993) propose, à partir du Tangram, des travaux d'élèves sur l'addition des fractions (annexe 5). Les professeurs stagiaires pourront en particulier classer, décrire les réponses et les procédures des élèves, et émettre des hypothèses sur les origines des réponses erronées.

4.2.3 Sensibilisation à des notions de didactique des mathématiques

Le formateur fait une synthèse des conceptions à propos des décimaux (Grisvard et Léonard, 1981 et 1983) et des fractions (Perrin M.J. 1986), et des problématiques de calcul (Bronner 1997). Il profite de ce type de travail pour introduire les notions de *théorèmes-en-acte et d'obstacle*. On mettra en évidence que, dans les productions des élèves, la plupart des erreurs, ne peuvent être considérées comme anodines, dues à l'étourderie. Elles sont souvent liées à des obstacles :

> " *Un obstacle se manifeste donc par des erreurs, mais ces erreurs ne sont pas dues au hasard. Fugaces, erratiques, elles sont reproductibles, persistantes. De plus ces erreurs, chez un même sujet, sont liées entre elles par une source commune : une manière de connaître, une conception caractéristique, cohérente sinon correcte, une " connaissance " ancienne et qui a réussi dans tout un domaine d'actions.* " (Brousseau G. 1983)

5. Analyse des attentes de l'institution

5.1. Objectifs de l'étude

Nous proposons ici d'étudier l'évolution des programmes et instructions officielles d'enseignement, d'identifier ce qu'attend actuellement l'institution à propos des décimaux, notamment de repérer les compétences exigibles en relation avec exercices types, et de dégager quelques lignes directrices d'enseignement. On pourra utiliser les documents suivants :
- les programmes et les commentaires d'accompagnement de différentes périodes (1923, 1945, 1970, 1980, 1995) ;
- des " évaluations nationales " à l'entrée en sixième de différentes années;
- des référentiels de compétences, comme celui de l'IREM de Montpellier (Bellard et al, 1995).

5.2. Evolution des programmes à propos des décimaux

Je rappelle ici quelques repères importants et, pour une analyse plus approfondie on pourra consulter Ermel CM1 (1997) ou encore Neyret (1996) :
- 1887 : Fractions décimales et système métrique ;
- 1923 : Ecritures à virgules et système métrique ;
- 1945 : recodage d'une écriture complexe d'une grandeur ;
- 1970 : la virgule traduit un changement d'unités dans le cas de grandeurs discrètes ;

- À partir de 1980 : les décimaux sont des nouveaux nombres dont l'introduction est motivée par l'insuffisance des entiers pour certains problèmes et en tenant compte de différents cadres.
- À partir de 91 : les cycles et les compétences exigibles par cycle. L'organisation de l'enseignement élémentaire en cycles conduit à un programme en deux éléments :

- l'une, très succincte, centrée sur les notions mathématiques ;
- l'autre organisée en compétences à acquérir pendant le cycle.

On peut relever que les objectifs concernant les fractions évoluent souvent (notion de fraction, fractions simples, ...), et laissent la plupart du temps beaucoup d'implicites sur le statut de cet objet à l'école primaire.

5.3. Dispositifs

Il est assez difficile de faire entrer les stagiaires dans une lecture de textes officiels. Cependant des dispositifs spécifiques peuvent être envisagés :

- Analyse et mise en relation des programmes et des instructions avec des exercices de manuels ;
- Détermination des compétences en jeu dans certains exercices à propos des décimaux et des fractions, éventuellement avec l'aide d'un référentiel ;
- Construction d'une typologie des exercices à l'évaluation nationale Sixième (travail sur la signification des écritures, calculs formels - hors contextualisation -, rangement, intercalation, approximation, problèmes faisant intervenir le système métrique, les mesures de grandeurs...).

On notera la diminution des exercices formels dans ces épreuves au bénéfice d'exercices faisant intervenir les grandeurs, ainsi que l'apparition d'exercices sur l'approximation.

5.4. Quelques repères institutionnels

Les études précédentes justifient certains objectifs d'apprentissage à propos des décimaux :

1) Les nombres décimaux sont des nouveaux nombres qui permettent de mieux traiter certaines situations ou problèmes. Ils sont notamment des nombres rationnels. Il faudrait, en particulier, éviter que le nombre décimal apparaisse comme le recollement de deux nombres entiers ou comme un codage différent d'un nombre entier.
2) Ils peuvent s'écrire de plusieurs manières : fractions, fractions décimales, écriture décimale, écritures utilisant les signes opératoires. Pour cela un travail minimum sur les fractions doit être envisagé à un moment ou à un autre. De plus, il est indispensable de (re)donner une signification aux chiffres de l'écriture décimale.
3) On peut comparer les nombres décimaux avec des règles spécifiques. L'ordre n'est pas le même que sur les entiers, tout en le prolongeant. La propriété d'ordre dense de l'ensemble des décimaux la différencie de l'ordre de l'ensemble des entiers : entre deux décimaux on peut toujours en intercaler un autre.
Comprendre, que la longueur de la partie décimale n'est pas un bon critère dans le rangement des décimaux, n'est possible que lorsqu'on a donné une signification aux chiffres situés après la virgule. Il faut souligner la performance du support visuel offert par la droite numérique, même si, par ailleurs, il peut créer des obstacles pour l'apprentissage du Numérique.
4) Les décimaux servent en particulier à mieux repérer les points d'une droite et sont un outil pour les activités de mesure.
5) On peut calculer (ajouter, retrancher, multiplier et diviser) avec les nombres décimaux en utilisant des règles spécifiques qui prolongent celles sur les entiers. De plus, l'extension du sens des opérations sur les décimaux doit encore faire l'objet d'apprentissage.

6) Les nombres décimaux servent à approcher d'autres nombres. Les divisions qui " se finissent " et celles qui " ne finissent pas " doivent être l'occasion d'une réflexion sur ces problèmes d'approximation.

6. Analyse de manuels

6.1. Objectifs

Il s'agit maintenant de poursuivre l'étude de la transposition didactique par une analyse des manuels. Plus spécifiquement, le but est d'étudier et comparer les choix des auteurs dans les activités d'introduction des nombres décimaux en CM1 ou de reprise en CM2. On essaie notamment de repérer les aspects et les significations du décimal, privilégiés par les activités de découverte ou de réinvestissement de chaque manuel en s'appuyant sur les outils mis en place dans les quatre premiers champs d'exploration.

On choisira des manuels présentant des démarches différentes et on dégagera les avantages et inconvénients de chaque démarche. La tâche peut-être plus ou moins ouverte dans la mesure où les critères de comparaison et d'analyse sont donnés, imposés ou à trouver.

6.2. Quelques critères d'analyse

L'analyse des pratiques ou des manuels conduit à prendre en compte certaines questions essentielles pour la construction de la progression et des situations de classe :

- L'étude des rationnels ou de quelques rationnels précède-t-elle celle des décimaux ?
- Si les fractions sont introduites en premier, quels sens et donc quelles situations ont été choisies pour l'écriture a/b ?
Quel est le cadre choisi : mesure de longueurs ; d'aires ; partages ; fonctions numériques ; graduations ?
- Quel est aspect privilégié :
  * l'aspect fractionnement a/b = a x (1/b) ;
  * l'aspect commensuration,
  * ou encore l'aspect quotient y tel que y x b = a ?
- Quel problème motive l'introduction des décimaux ?
- La séquence comporte-t-elle une ou plusieurs situations de référence ?
- Est-ce que les rationnels et/ou les décimaux sont perçus comme des nouveaux nombres ?
- Comment est introduite l'écriture décimale ? Si les écritures fractionnaires précèdent les écritures décimales, comment est assuré le passage des premières aux secondes ?

Il est essentiel d'introduire un débat sur l'ordre d'introduction des fractions et des décimaux, les manuels privilégiant actuellement l'antériorité des fractions sur les décimaux alors qu'il n'en a pas toujours été ainsi. Il s'agit de montrer les intérêts et inconvénients des différentes approches de façon à ne pas réduire le choix actuel de démarrage par les fractions à une injonction due à une " mode pédagogique ". Si on se réfère au savoir savant constitué, deux " constructions " de $\mathbb{D}$ peuvent être envisagées :

- $\mathbb{D}$ vue comme extension de $\mathbb{N}$, et dans ce cas, la nouvelle structure est en rupture importante avec celle de $\mathbb{N}$;
- $\mathbb{D}$ comme partie de $\mathbb{Q}$, lui-même construit comme extension de $\mathbb{N}$, et dans ce cas, on récupère les propriétés de $\mathbb{Q}$ par restriction : $\mathbb{D}$ dénote par les écritures décimales

finies, et les nombres de $\mathbb{Q} - \mathbb{D}$ sont des idécimaux[4] et ont une écriture décimale illimitée (n'admettant ni la période 0, ni la période 9).

En analysant les options du programme actuel, on s'aperçoit que l'on n'a finalement pas les avantages de l'une des constructions du savoir savant, qu'il faut trouver une voie moyenne difficile à dégager. Si on se réfère à l'apprentissage, des situations basées sur une extension de $\mathbb{N}$ présentent l'avantage de mieux s'ancrer sur les connaissances antérieures. Mais, si les décimaux sont des nombres, outils de codage de situations de mesure ou de repérage comme les entiers, ils doivent aussi apparaître comme des nouveaux nombres permettant de mieux appréhender certaines de ces situations. Il est aussi nécessaire de faire identifier les décimaux comme des rationnels pouvant être représentés par des fractions décimales. Rappelons le concept mathématique de " décimal " s'est construit à partir de cette signification.

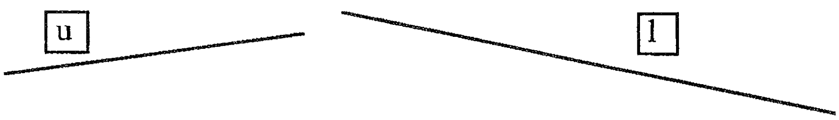
7. Les situations de découverte des fractions

Les situations analysées sont de deux types mais les formateurs proposent généralement une seule entrée, plus rarement les deux.

7.1. Une situation de fractionnement

Un consensus assez large apparaît chez les formateurs pour introduire les fractions à partir d'une situation proposée par M.J. Perrin et R. Douady (1986). Il s'agit d'une situation de communication dans un contexte de mesures de longueur pour mettre en œuvre l'aspect fractionnement.

Une longueur l et une unité u étant données, il s'agit de construire un code permettant de relever ou de tracer un segment de telle longueur :



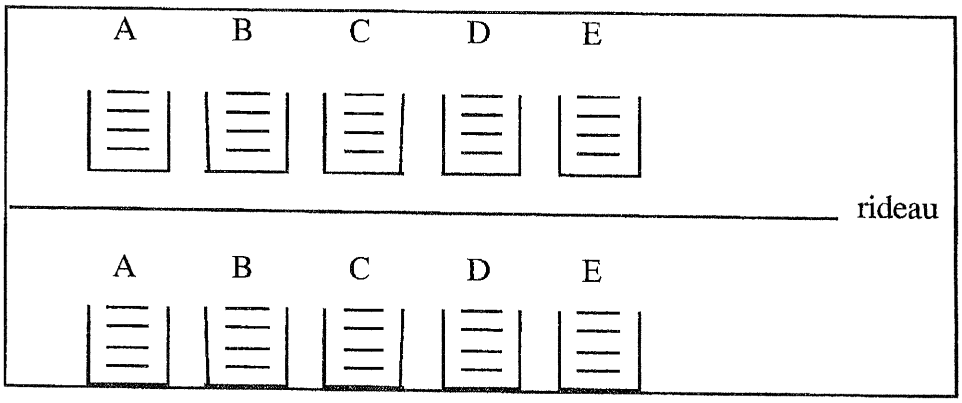
Les principales variables didactiques de la situation sont :

- le support de l'unité (fractionnable ou pliable facilement ou non) ;
- la taille relative de u et de l (u très petit devant l ou non) ;
- la relation entre l et u : si $l = nu + r$, avec n entier et $0 \leq r < u$, r sensiblement nul ou r très petit devant u, ou r sensiblement égal à u, ou r sensiblement égal à une fraction simple 1/2, 3/4, ...

7.2. Une situation de commensuration

Une situation type de commensuration est celle de *l'épaisseur des feuilles de* papier (Brousseau G. et N. 1987). Le contexte est aussi celui des mesures de longueurs : deux collections de 5 tas d'environ 200 feuilles de même format mais d'épaisseurs différentes, séparées par un rideau.

[4] J'ai proposé cette expression pour désigner les nombres réels non décimaux, compte tenu du rôle que joue les nombres décimaux dans le système d'enseignement actuel (Bronner 1997).



La classe est partagée en 2 équipes. Les élèves disposent de moyens de mesurage (règle graduée ou pied à coulisse). Il s'agit encore d'une situation de communication où les élèves doivent trouver un code pour repérer et différencier chaque tas dans un jeu de messages entre les deux équipes. Cette situation est plus délicate à mettre en œuvre que la précédente. Ce type de situation, qui privilégie l'aspect " commensuration " des rationnels, semble moins utilisé dans les pratiques de classe et dans les séquences de formations[5]. Une des raisons est peut-être que certains formateurs, conformément aux programmes, préfèrent les réserver pour la Sixième. Pour une comparaison des deux types de situation, on pourra consulter le travail de Bolon J. (1997).

8. Questions diverses

Il reste des questions importantes à prendre en compte comme la construction de progressions en CM1 et CM2, la répartition CM1/CM2, ainsi que la liaison avec les deux premières années du collège. L'un des aspects non négligeable dans ces choix est sans doute celle de l'importance accordée aux techniques opératoires et à la calculatrice à l'école primaire comme en formation.

Je rappelle qu'après le glissement de la division de deux décimaux vers la sixième en 1980, la multiplication des décimaux ne devient exigible qu'en sixième. Ils ne devraient pas toutefois faire disparaître les problèmes du type " Prix de 0,650 kg de saucisse à 16,80F le kg ", que l'on peut traiter avec les outils de la proportionnalité. On pourra se reporter à l'article " *la multiplication des nombres décimaux est une nouveauté de la classe de 6ème tant du point de du sens que de la technique* " des actes du stage d'Angers (Briand J., COPIRELEM 1996).

Dans ce texte, j'ai esquissé l'étude du thème des décimaux en formation des professeurs d'école. J'ai tenté de mettre en évidence les variables pertinentes de séquences de formation à propos de l'enseignement et l'apprentissage des décimaux en formation des professeurs stagiaires. Ainsi, de nombreux champs et perspectives d'étude et de nombreux aspects des décimaux peuvent être travaillés avec les professeurs-stagiaires. Bien que l'on puisse penser que l'étude de certains champs représente des passages quasi obligés en formation, l'essentiel reste, pour le formateur comme pour l'enseignant, un problème de choix adaptés aux publics en formation.

[5] On pourra voir une situation de ce type dans le cadre des aires déterminées par un puzzle, proposée par Lepoche G. dans cette même brochure.

Bibliographie

APMEP (1979), *Approximations*, brochure Mots IV, APMEP, Paris.

BELLARD N., BRONNER A., CASENOVE B., GIRMENS Y., LARGUIER M., LEWILLION M., PELLEQUER S., REBILLARD E., SECO M. (1995), "*Liaison cycle 3 - 6ème, un outil d'aide à l'analyse des compétences en mathématiques*", Groupe didactique, IREM de Montpellier.

BOLON J.(1993), "*L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire*", Grand N n°52, IREM de Grenoble.

BOLON J. (1995), "*Les nombres décimaux à la charnière école-collège : une situation paradoxale*", Qu'est-ce qu'un programme d'enseignement, Hachette Education CNDP.

BOLON J. (1997), "*Comment les enseignants tirent parti des recherches en didactique : le cas des décimaux*" Thèse Paris 5.
BRIAND J., VINRICH G. (1993), COPIRELEM, Actes du colloque du colloque de Pau.

BRIAND J, EURIAT J, HUET M.L., LECOQ R., PELTIER M.L., (1996), "*Etude de La Disme de STEVIN de Bruges*", Documents pour la formation des professeurs d'école, Tome 4. Stage d'Angers, IREM de Paris VII, Paris.

BRONNER A. (1997a), "*Etude didactique des nombres réels : idécimalité et racines carrées*", Thèse, Université J. Fourier, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1980), "*Problèmes de didactique des décimaux*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 1/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1981), "*Problèmes de didactique des décimaux*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 2/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1983), "*Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*", Recherches en didactique des mathématiques, vol. 4/2, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU N. et G. (1987), "*L'enseignement des rationnels et des décimaux dans l'enseignement obligatoire*", Brochure de l'IREM de Bordeaux I.

CANU M. et al. (1989), "*Découverte de π au CM2*", Math et info au C.M. tome 1, IREM de Rouen.

CHARNAY R., MANTE M. (1996), "*Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*", Hatier.

COMITI C., NEYRET R. (1979), " *A propos des problèmes rencontrés lors de l'enseignement des décimaux en classe de CM* ", Grand N n°18, I.R.E.M. de Grenoble.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1986), *Aides pédagogiques de l'A.P.M.E.P pour le CM : Décimaux,* publication APMEP n°61.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1992), *ANNALES 1992, Concours externe de Recrutement des Professeurs d'Ecole*, LADIST, Irem de Bordeaux.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1993), *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, tome 2, Stage de Pau, IREM de Bordeaux.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1995), *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques*, tome 4, Stage d'Angers, IREM de Paris 7.

C.O.P.I.R.E.L.E.M (1996), *La multiplication des décimaux*, Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, tome 5, IREM de Paris 7.

COQUAND M. (1981), "*Les décimaux, Mathématiques pour le cycle moyen*", numéro spécial, Revue Grand N, IREM de Grenoble.

DAHAN A., PEIFFER J. (1986), "*Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*", Points-Seuil, Paris.

DHOMBRES J. (1978), "*Nombre, mesure et continu*", CEDIC Nathan.

DOUADY R. (1980), "*Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire*", Recherches en didactique des mathématiques vol. 1/1, La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY R. PERRIN GLORIAN M.J. (1986), "*Nombres décimaux*", IREM de Paris 7.

DUBOIS C., FENICHEL M., PAUVERT M.(1993) "*Se former pour enseigner les mathématique. Tome 3.Numération , décimaux*", Ed.A.Colin, Paris.

ERMEL CM1 (1997), "*Apprentissages Mathématiques et résolution numériques*", Cycle moyen, Hatier, Paris.

FÉNICHEL M., (1994), "*Formation initiale " 24 heures avec les PE2 "*", Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome III, COPIRELEM, IREM de Paris 7.

GRISVARD C., LEONARD F (1981), "*Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs*", Bulletin de l'APMEP n° 327,Paris.

GRISVARD C., LEONARD F (1983), "*Résurgences de règles implicites dans la comparaison de nombres décimaux*", Bulletin de l'APMEP n° 340, Paris.

Groupe HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE des mathématiques (1979), "*Introduction du calcul décimal et du système métrique dans la région de Rouen pendant la révolution*", l'IREM de Rouen.

HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1994), "*La machine à partager, Fractions et décimaux au cours moyen*", I.R.E.M. de Rouen.

HOUDEMENT C, (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

I.R.E.M. de Paris 7 (1980), "*Histoire des mathématiques pour les collèges*", Ed Cedic, Paris.

LEPOCHE G., (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

NEYRET R. (1979), "*Décimaux*", Grand N n°17, I.R.E.M. de Grenoble.

NEYRET R. (1995), "*Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants ; nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts universitaires de formation des maîtres*", Thèse, Université J. Fourier, Grenoble.

PELTIER M.L (1997), "*Cours sur les décimaux*", non publié.

PERRIN M.J. (1986), "*Représentation des fractions et décimaux chez des élèves de CM2 et de collège*", Petit x N°10, IREM de Grenoble.

RATSMBA-RAJOHN (1982), "*Deux méthodes de mesures rationnelles*", Recherches en didactique des mathématiques, Volume 3/1, La pensée sauvage, Grenoble.

ROUCHIER A. et al. (1980), "*Situations et processus didactiques dans l'étude des nombres rationnels positifs*", Recherches en didactique des mathématiques, Vol 1/2, La pensée sauvage, Grenoble.

STEVIN (1585), "*La Disme enseignant facilement expédier par nombres entiers, sans rompuz, tous comptes se rencontrant aux affaires des hommes*", Reproduction de textes anciens, IREM de Paris VII.
"

TANNER M. (1993) "*Le nombre décimal n'existe pas : théorie et applications*", Grand N n°52, I.R.E.M. de Grenoble.

WARUSFEL A. (1961), "*Les nombres et leurs mystères*", Points-Seuil, Paris.

" Prendre conscience de ses connaissances sur les nombres " (Bronner A.)

1- Indiquez si les expressions suivantes représentent des nombres et précisez à quels ensembles ces nombres appartiennent parmi $\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres décimaux et $\mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres rationnels, c'est-à-dire des quotients de deux entiers.

	3,0001	36/3	8/7	$\sqrt{81}$	$\sqrt{7}$	23,1/1,2	4/0	$\sqrt{-16}$
Existe ?								
$\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ ou $\mathbb{Q}$.								

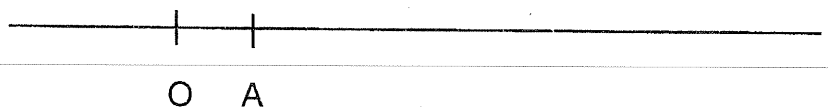
	4,1/1,1	$\sqrt{4,16}$	23,8 + 3/7	0,999....
Existe ?				
$\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ ou $\mathbb{Q}$.				

2- Calculez sans poser l'opération :
2,4 + 5,2 = ; 2,4 x 5,2 =

3- Entourez le plus grand des deux nombres : 15,2 et 15,13

4- Pouvez vous trouver 3 nombres décimaux compris entre 4,32 et 4,35 ?
Si oui : ....

5- Sur la droite munie du repère (O,A) avec la longueur OA comme unité, peux-t-on construire un point B tel que OB = 13/3 cm ?



6- Existe-t-il un carré d'aire 64 cm^2 ? si oui donner la longueur du côté :
mêmes questions avec 17 cm^2 ?

7- Pouvez-vous donner un exemple de nombre décimal, non rationnel ?
Pouvez-vous donner un exemple de nombre rationnel non décimal ?

8- Le quotient de 2 nombres décimaux est-il toujours décimal ?
Le quotient de 2 nombres rationnels est-il toujours rationnel ?

9- La racine carrée d'un nombre entier ou décimal est-elle toujours décimale ?

10- Une unité de longueur étant choisie, la longueur d'un segment s'exprime-t-elle toujours par un nom décimal ? un nombre rationnel ? autre ?

" À propos des nombres décimaux " (Fénichel M., 1994).

A propos des nombres décimaux

Essayez d'aller le plus loin possible dans le choix des exercices suivants. Rédigez-les. Faites le point sur vos connaissances et/ou vos manques à l'occasion de ce travail.

1) Ordonnez : 121,54 - 0,2 - 13,5248 - 98 - 20,32 - 3,32 - 0,002 - 13,401 - 2,18 - 121,0242 - 2,28 - 121,3419.
Ecrivez les règles de comparaison des nombres décimaux.

2) Citez des nombres décimaux, des nombres non décimaux ? Comment caractérisez-vous ces types de nombres ?

3) Citez, si possible 3 nombres compris entre :
- 1,8 et 2,1
- 1,6 et 1,8
- 1,3 et 1,4
- 1 et 1,1

Quelle(s) conclusions pouvez-vous tirer ?

4) Donnez une approximation de $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{256}$, à 10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6} près. Ces nombres sont-ils des décimaux ?

5) La longueur du second côté d'un rectangle d'aire 11 m^2 et de premier côté 5 m mesure-t-elle un nombre entier de mètres ?

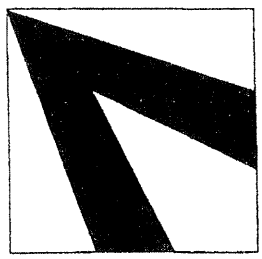
6) Nicolas Oresme a étudié en 1377 la suite des fractions suivantes :
1/2, 2/4, 3/8, 4/16, 5/32, 6/64, ...
a) Quelles fractions a-t-il écrit ensuite ?
b) Quelle est l'écriture décimale des sommes suivantes :
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$,
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}$,
- $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}$,
- ...

c) Oresme a démontré que ces sommes se rapprochent d'un certain nombre. A votre avis, quel est ce nombre ?

7) Observez ces fractions
- $f_1 = 1+\frac{1}{2}$
- $f_2 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}$
- $f_3 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}$
- $f_4 = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}$

a) Ecrivez les quatre fractions suivantes
b) Donnez une écriture décimale de ces huit fractions avec une machine à calculer. Comparez les à 2.

8) Quelle fraction du carré représente la partie colorée ?



Annexe 3

" Synthèse de Résultats d'évaluation " (Bronner A.)

On prend en compte les tests ou enquêtes suivantes :
AIN : test passé dans le département de l'Ain par 626 enfants répartis dans 39 classes de CM
INRP : Enquête effectuée par l'INRP en 1977 auprès d'élèves de fin de CM2.
EVALUATION 6èME 1991 : Evaluation nationale de la classe de 6ème - septembre 1991.

A) écriture et reconnaissance

Enquête INRP

Exercice : Complète le tableau suivant comme on a commencé :

4,25 m	quatre mètres vingt-cinq centimètres
12,253 m	douze mètres deux cent cinquante-trois millimètres
82,2 m	quatre-vingt-deux mètres deux décimètres
	soixante-treize mètres trente-deux centimètres
16,84 m	
	cent vingt-cinq mètres trois centimètres
1,047 m	
	cent vingt-cinq mètres trois décimètres
0,049 m	

L'exercice complet est réussi par 40 % des élèves.
a) passage de l'écriture en chiffres à l'écriture en lettres :
* Pour 16,84 m l'exercice est assez bien réussi (85 %).
* Pour 1,047 et 0,049 m, donc pour des nombres où il y a un zéro après la virgule la réussite passe à 60 % environ, et il y a 30 % d'élèves qui donnent une écriture correcte mais se trompent d'unité.
b) passage de l'écriture en lettres à l'écriture en chiffres :
* Pour soixante-treize mètres trente-deux centimètres, le nombre est correctement écrit (73,32) par la majorité des enfants ; 5 % font erreur d'unité.
* Pour cent vingt-cinq mètres trois centimètres, 53 % des enfants donnent la bonne réponse et 42 % oublient un zéro ou en rajoutent un.
* Pour cent vingt-cinq mètres trois décimètres, 82 % donnent une réponse correcte, tandis que 12 % ajoutent un ou plusieurs zéros.

EVALUATION 6ème 1991

	Réussite	Erreurs	
Exercice 18 : Complète les phrases ci-dessous a) dans le nombre 124,753 le chiffre des centaines est	61 %	* 7 (sans prise en compte de la virgule).......... * 5 (confusion de la position des centaines et des centièmes).......... * autre réponse	16 % 3 % 19 %
b) dans le nombre 180,254 le chiffre des dixièmes est	42 %	* 5 (confusion entre dixième et centième) .... * 8 (confusion entre dixième et dizaine) .... * autre réponse	26 % 12 % 17 %
c) dans le nombre 328,315 le chiffre des dizaines est	61 %	* 1 (sans prise en compte de la virgule) .... * 3 (confusion entre dixième et dizaine) .... * autre réponse	15 % 5 % 17 %
d) dans le nombre 13,456 le chiffre 4 est celui des	42 %	* centaines .... * dizaines .... * autre réponse	21 % 5 % 29 %

Passage entre écriture fractionnaire et écriture décimale :

Enquête académie de Nice

Dans l'académie de Nice une étude faite en novembre 1991 auprès de 320 élèves de collège en proposant l'exercice suivant :

Exercice : Dans la liste ci-dessous, entoure les écritures qui représentent 14/10 :

140 1,40 1 + 4/10 1, 04 1,4 0,14

1 + 4/10 non entouré	1,40 non entouré	1,4 non entouré	0,14 entouré	140 entouré	1,04 entouré
66 %	33 %	29 %	22 %	16 %	4 %

Evaluation fin de Sixième APMEP-1987

Elle porte sur un échantillon représentatif est de 200 élèves.

Item EXB34 : En te servant du modèle suivant : 21 + 1/100 + 4/1000 = 21,014
Écris sous forme d'un nombre décimal : 2 + 5/10 + 7/1000

Réussite : 27 %

Item EXB34 : Ecris sous forme d'une fraction les nombres suivants :
0,1 = ... O,6 = ... 3,7 = ...0,03 = ...

Réussite à l'ensemble : 34 % (en 1989 : 44 %)

Item EXB35 : Indique quels sont les nombres décimaux représentés par les fractions suivantes :
2/5 = ... 7/4 = ...

Réussite à l'ensemble : 15 %

B) opérations

EVALUATION 6èME 1991

	réussite	**Erreurs**	
Exercice 10 c : Calcule 9,4 - 6,78	Rép : 2,62 54 %	* oubli de la virgule .... * erreurs dans les retenues .... * calcul, à tort, de l'écart entre les chiffres de même position. (par ex 2,78 ; 3,38 ; ...)	18% 6 % 8 %
Exercice 11 : Calcule a) 6,25 + 12,85	Rép : 19,1 ou 19,10 79 %	* oubli de la virgule .... * erreur dans la retenue (18,1) .... * 18,110 (les décimaux sont considérés comme deux entiers accolés)	3 % 6 % 1 %
b) 9,37 - 4,6	Rép : 4,77 54 %	* oubli de la virgule .... * erreur dans la retenue (5,77) .... * partie décimale 31 (par ex 5,31) .... * calcul, à tort, de l'écart entre les chiffres de même position....................................... * autre résultat..	2 % 5 % 4 % 2 % 30 %

Exercice 23 : Calcule b) 11,4 x 5,3	Rép : 60,42 58 %	* oubli de la virgule ... * calcul correcte, mais virgule présente mais mal placée ... * 55,12 (les décimaux sont considérés comme deux entiers accolés) ...	14 % 7 % 0 %
Exercice 24 : Donne le résultat des multiplications suivantes a) 63 x 10	Rép : 630 94 %		
b) 1,54 x 1000	Rép : 1540 ou 1540,0 69 %	* application de la règle sur les entiers 1,54000 ... * déplacement inexact de la virgule, ex 15,4... * multiplication de la partie entière et/ou de la partie décimale ... ex 1000,54 ou 1000,54000	8 % 8 % 3 %
c)7,14 x 100	Rép : 714 73 %	* application de la règle sur les entiers 7,1400 ... * déplacement inexact de la virgule, ex 71,4 ... * multiplication de la partie entière et/ou de la partie décimale ... ex 700,14 ou 700,1400	8 % 6 % 3 %
Donne le résultat des divisions suivantes d) 67 : 100	Rép : 0,67 58 %	* 6700 ... * autres réponses ... * absence de réponse...	4 % 24 % 14 %
e) 325,6 : 10	Rép : 32,56 62 %	* 3256 ... * autre déplacement de la virgule ex 3,256... * autre réponse ...	6 % 4 % 11 %
f) 3000,6 : 1000	Rép : 3,0006 53 %	* 3 ... * déplacement inexact de la virgule ... ex 30,006 * traitement séparé de la partie entière : 3,6 ... * autre réponse ... * absence de réponse ...	2 % 8 % 5 % 12 % 19 %

C) ordre et encadrement

Test AIN

Exercice 1 : "Sur chaque ligne entoure le plus petit des trois nombres"

Pourcentage de réussite	3,7	7,1	5,1	96%
	5,21	5,15	5,12	97%
	7,3	7,28	7,401	44%
	6,04	6,4	6,44	71%

Si les nombres ont même partie entière et une partie décimale de longueur différente, une analyse plus fine des résultats montre que le plus petit des nombres est celui qui a le moins de décimales :
pour 50 % des élèves à la ligne 3 et pour 30 % des élèves à la ligne 4.

Exercice 2 : Voici une liste de décimaux : 4,25 ; 3 ; 2,7 ; 4,2 ; 3,9 ; 2,12 ; 3,09. Écris ces nombres du plus petit au plus grand dans les cases suivantes

37 % de réponses justes et 63 % erronées réparties comme suit :

a) 23 % (ne rangent pas 3,9)
b) 12,5 %
c) 2 %
d) 4 %

2,7	2,12	3	3,09	4,2	4,25	
2,7	2,12	3	3,9	3,09	4,2	4,25
3	2,7	2,12	3,9	3,09	4,2	4,25
3	2,7	3,9	4,2	2,12	3,09	4,25

<u>Exercice 3</u> : Place 3,245 dans ce tableau.

2,9		3		3,1		3,2		3,3		3,4	

Même question avec 0,027

	0,001		0,01		0,1		0,1	

71 % des enfants répondent correctement pour le premier nombre et le score descend à 52 % pour le deuxième. Dans ce dernier cas on note que 22 % des élèves situent 0,027 entre 0,001 et 0,01, peut être en tenant compte de la longueur de la partie décimale.

<u>Exercice 4</u> : Dans les tableaux suivants les nombres sont rangés du plus petit au plus grand. Écris chaque fois un nombre dans la case vide :

3,25		4

5,2		5,3

80 % le font pour le premier tableau et seulement 42 % pour le deuxième.

Enquête INRP

<u>Exercice</u> : Range, du plus petit au plus grand les nombres suivants :
50,327 370,52 5,0273 5,127 3570,12 5,09 50,0992 50,34

*Le quart des élèves (26 %) ordonnent correctement les 8 nombres.
*Beaucoup d'enfants (74 %) ordonnent correctement les nombres d'après leur parties entières.
*Plus du tiers des enfants (37 %) donnent une série où les nombres de même partie entière sont ordonnés d'après le nombre de chiffres de leur partie décimale.

Annexe 4

“ Séquence 14 ” Manuel Math Hebdo CM1

situation-problème

Rangement des nombres décimaux

Ranger des nombres décimaux du plus petit au plus grand est un exercice sur lequel beaucoup d'élèves se trompent. C'est d'autant plus grave que, souvent, ils font toujours la même erreur sans s'en rendre compte.
Dans cet hebdo, je vais te montrer les erreurs les plus fréquentes et t'aider à ne pas les faire.

Dans un CM 2, le professeur a demandé de ranger du plus petit au plus grand les dix nombres suivants :

6,4	6,217	5,8	7,41	6,05	50,3	7	5,5	6,30	5,12

Voici les différents résultats trouvés par quatre élèves.

Karim	Simon	Céline	Luce
50,3	5,5	5,12	7
7,41	5,8	5,5	5,5
7	5,12	5,8	5,8
6,4	6,4	6,05	6,4
6,30	6,05	6,217	50,3
6,217	6,30	6,30	5,12
6,05	6,217	6,4	6,05
5,8	7	7	6,30
5,5	7,41	7,41	7,41
5,12	50,3	50,3	6,217

Sur ces quatre élèves, bien sûr, un(e) seul(e) a le bon résultat. Mais les autres n'ont pas rangé leurs nombres n'importe comment ; ils ont respecté une règle. Malheureusement, ce n'est pas la bonne. Essaie de comprendre ce qu'ils ont fait.
Beaucoup d'erreurs proviennent du fait qu'on oublie que l'on a affaire à des nombres décimaux et qu'on les traite comme des nombres entiers.
Tout irait bien mieux si, avant tout travail sur les décimaux, on pensait à se faciliter la tâche grâce aux **écritures équivalentes.**

Tu as certainement déjà entendu dire :

- un mètre cinquante
- un kilo cinq cents
- un kilomètre cinq
- un franc cinquante
- un an et demi.

Toutes ces formules, avec des unités différentes, désignent le même nombre, sous des « habillages », des « déguisements » **différents mais équivalents.**

1,5 ; 1,50 ; 1,500 ; 1 $^1/_2$; 1,5000... c'est toujours le même nombre. A nous donc, de choisir au mieux. Pour l'exercice précédent, sur les cahiers il y avait intérêt à écrire 6,400 ; 6,217 ; 5,800...

1. Quand on rencontre un nombre décimal, il faut d'abord le situer par rapport aux entiers naturels.

12,7 432 519
⇩
12,7 432 519
⇩

C'est un nombre compris entre 12 et 13, plus près de 13 que de 12.

2. Un nombre décimal peut être écrit de plusieurs façons différentes.

Quand on veut comparer des décimaux, faire des [...]tions, il faut choisir des écritures commodes.

contrôle

1 Explique comment on doit s'y prendre pour comparer deux nombres décimaux.

2 Range du plus petit au plus grand les nombres obtenus.

7,4 − 5,23
8,9 − 6,345
1,203 + 0,3
19,542 − (8,91 + 7,247)
9,814 − 8,941
(0,319 + 0,137) + (7,841 − 6,73)

3 4 Voici 4 cartons, que l'on peut déplacer :

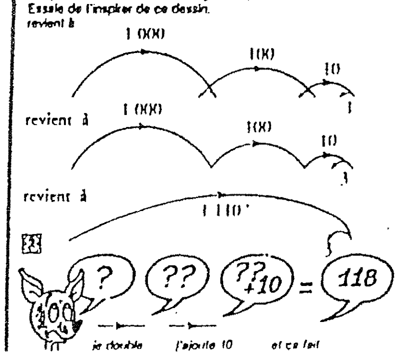
4	,	0	7

Dans cette position, ils affichent le nombre décimal 4,07.

- Trouve tous les nombres que l'on peut afficher en utilisant les 4 cartons.
- Range les nombres obtenus du plus grand au plus petit.

POUR T'AIDER

1 Ce qui est difficile, c'est de se souvenir de tout cela !
Tu peux raccourcir le message en pensant à modifier l'ordre.
Essaie de t'inspirer de ce dessin.



2

3 La 4e ligne du tableau se lit :
Si l'on a besoin de 4 cahiers
- au *Mini-Bazar*, on doit payer 4 fois 3,50 F, c'est-à-dire 14 F.
- aux *Galeries Printanières*, on doit payer 2 lots à 6,50 F, 13 F.
- au *Mastodonte*, on est aussi forcé d'acheter 2 lots 3 cahiers (1 lot ne suffit pas) ; il faut donc payer 20 F.

C'est d'ailleurs souvent comme cela que les gens achètent [...] que nécessaire ; ce qui mène souvent au gaspillage.

Essaie de trouver des moyens astucieux de remplir le tabl[eau] pour gagner du temps et éviter de te tromper.

4 a) Attention : la virgule ne peut être ni en prem[ière] position, ni en dernière.
b) On trouve plus d'écritures... que de nombres (!?!?!?!?)
A toi de savoir ce que cela veut dire

" Tangram et fraction "
Fénichel M (C.O.P.I.R.E.L.E.M 1993)

Tangram et fraction

Compte-rendu d'un travail en CM2

Les enfants avaient à leur disposition un tangram qu'ils pouvaient découper et utiliser pour leurs calculs.

Les questions 1 et 2 ont fait l'objet d'un travail individuel.
Les questions 3 et 4 ont fait l'objet d'une recherche de groupe et d'une "rédaction" individuelle.
La question 4 n'a pas été traitée par tous.

****

1) Quelle fraction du tangram (cf. dessin 1) représente chaque pièce ?

2) Compare $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{16}$.

3) En observant attentivement le tangram, fais les calculs suivants :
$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$; $\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}$
Tu peux découper le tangram et utiliser les pièces.

4) Quelle fraction du tangram représente le bateau suivant (cf. dessin 2) ?

Consigne pour les étudiants

a) Faire une analyse a priori de ce travail en s'aidant des questions qui suivent.

(On précise que c'est un travail proposé au mois de mars en CM2, que les enfants utilisent couramment les décimaux introduits dès le début du CM1 et qu'ils connaissent quelques fractions usuelles.
On a photocopié quelques "constructions" faites par les groupes d'enfants en cours de recherche et dont ils n'ont pas gardé les traces. Elles sont fournies).

a1 - Quels sont les contenus mathématiques précis des activités ?
a2 - Quel est le contexte pour le concept "fraction" dans ce travail ?
a3 - Quels sont les objectifs des activités ?

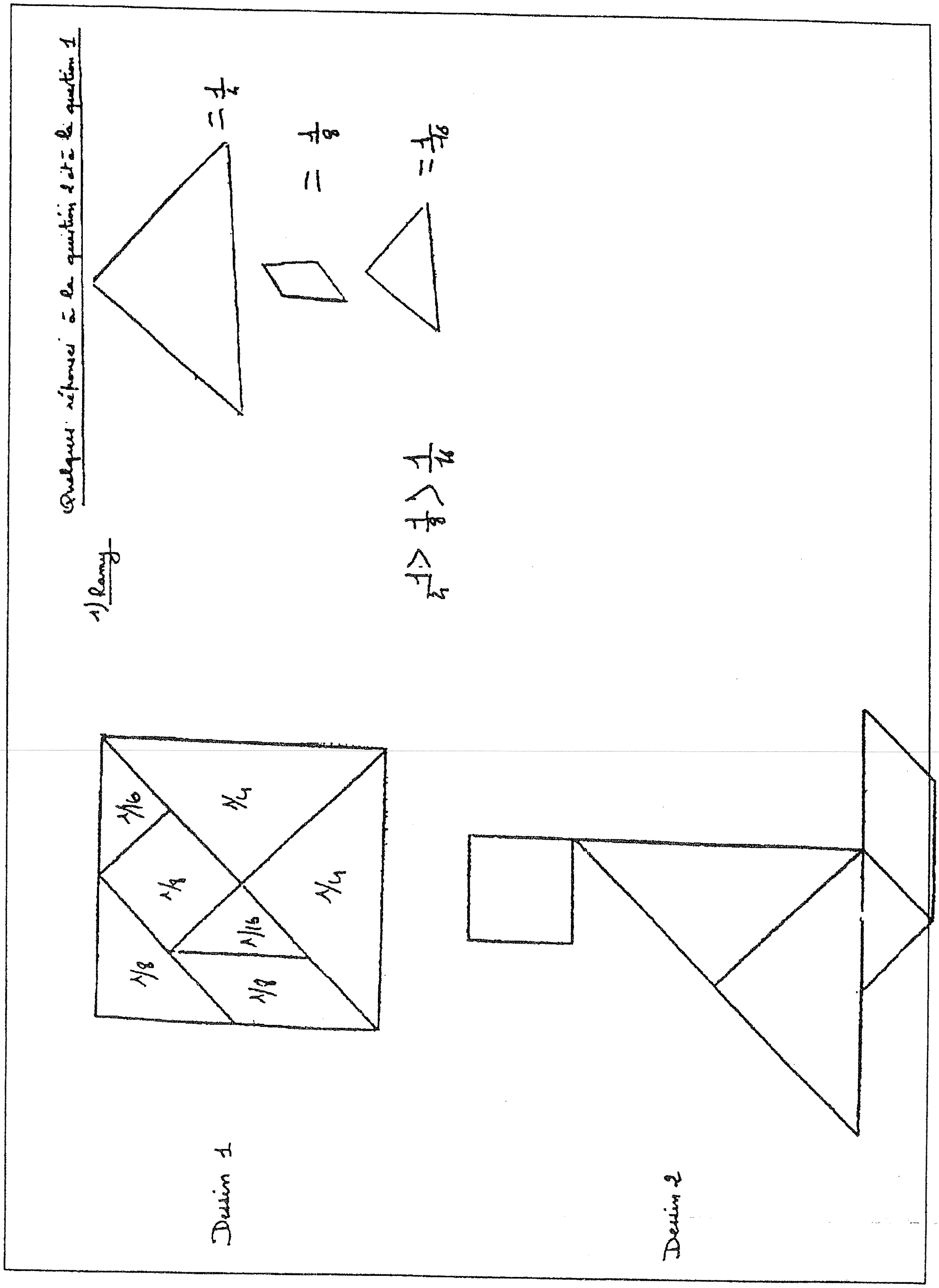
b) Analyser les travaux d'enfants photocopiés

b1 - Repérer les procédures utilisées
b2 - Relever les erreurs éventuelles
b3 - D'après vous, d'où proviennent ces erreurs ?

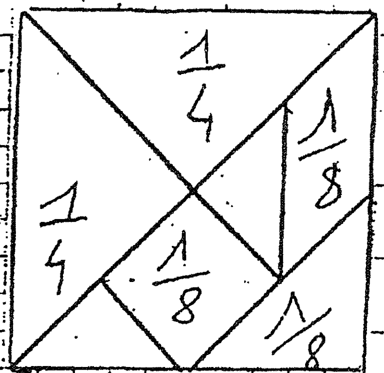
c) Faire une proposition pour continuer ce travail

(On précise que la recherche a été longue et laborieuse, et qu'un groupe d'enfants n'est pas allé au-delà de :
1/4 + 1/4 = 1/2
Il n'a pas terminé son travail, mais n'a pas écrit d'erreurs).

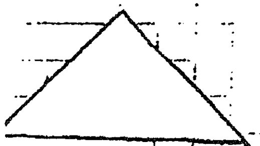
Annexes liées à cette évaluation : constructions faites par les enfants

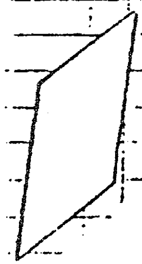


3) Naïma

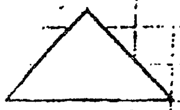


Question 1

 $= \frac{1}{4}$ du gros

 $= \frac{1}{8}$ du grand carré

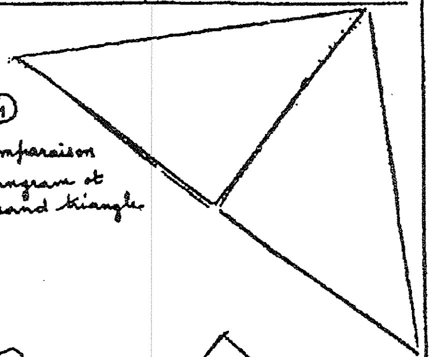
Question 2

 $= \frac{1}{16}$ du grand carré

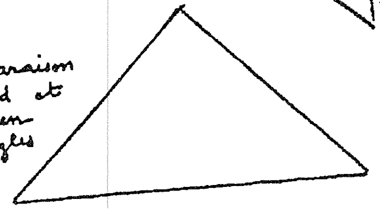
$\frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \frac{1}{16}$.

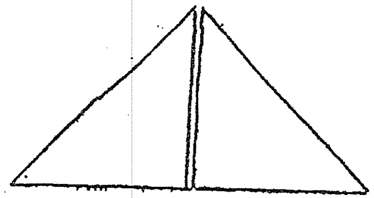
recherche de la question 3

① comparaison tangram et grand triangle

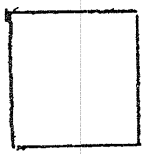


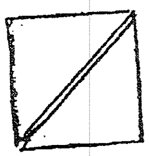
② comparaison grand et moyen triangles



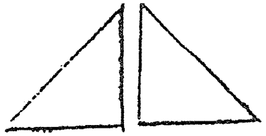


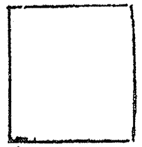
③ comparaison carré et petit triangle



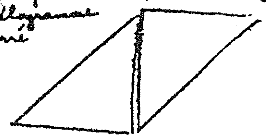


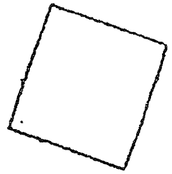
④ comparaison moyen et petit triangles et carré





⑤ comparaison petit triang parallélogramme et carré





1) Samia

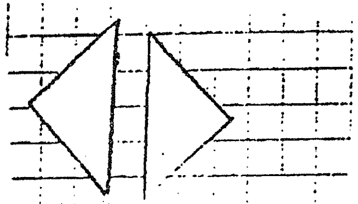
En observant attentivement le tangram complète les égalités:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

on a calculé $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} +$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$



$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$

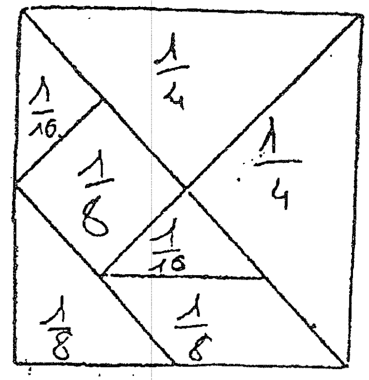
2) Ramy

En observant attentivement le tangram complète des égalité;

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$ On a calculer $\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ sa fait $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ et $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

3) Naima



$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$

4) Lahrisdile

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$; $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

J'ai d'abord pris toutes les pièces correspondants à la fraction. Je les ai placé sur le carré et j'ai trouvé $\frac{1}{2}$.