
LES MATHÉMATIQUES, MYTHE OU RÉALITÉ ?

Faire des mathématiques :
apprendre une façon de penser le monde ou apprendre un monde déjà pensé ?

Marc Legrand
enseignant-chercheur
Université Joseph Fourier de Grenoble

Avant-propos.

Écoutant avec du recul l'enregistrement de ce que je vous ai dit il y a quelques mois à Aussois et le débat qui a suivi, je mesure mieux, en le transcrivant, pourquoi il est bien normal que certains d'entre vous aient ressenti mon propos comme agressif, se soient sentis un peu enfermés par des jugements de valeurs.

Je vais donc, dans une première partie, essayer de donner un éclairage qui, semble-t-il, a manqué à mon propos initial, lequel sera résumé dans la deuxième partie.

Cet éclairage supplémentaire, qui prend en compte certaines de vos réactions, n'adoucit pas ce propos initial, bien au contraire, puisque, sur un registre différent, il en développe les idées principales, il peut donc choquer ou déranger encore plus, j'ai néanmoins pris le risque de l'écrire non par goût de la provocation, mais parce que je crois sincèrement que les idées qui sont soulevées ici sont profondes et doivent absolument être discutées dans notre communauté.

Il m'est donc apparu nécessaire de mieux structurer ces idées afin qu'elles soient le plus possible débattues pour ce qu'elles sont au fond et ne soient pas grevées par des malentendus dus à la forme.

Par contre, je n'ai pas transcrit ici vos interventions, car j'aurais eu peur de déformer la pensée de ceux qui se sont exprimés ou de les engager au delà de ce qu'ils ont voulu dire.

Première partie

Cette première partie pourrait s'intituler : quel droit, quelle légitimité un enseignant-chercheur a-t-il pour interpeller ses collègues sur le fonctionnement de leur profession commune ?

Cette question de légitimité d'un propos tel que celui que je vous ai tenu m'est apparue après coup comme cruciale, car il est vrai qu'au moment où je m'adresse à vous dans ce colloque, nous sommes là unis par notre appartenance à une même profession, mais essentiellement divers par nos visions et nos pratiques de la science et de son enseignement. Or, sur cette diversité tout à fait légitime, j'ai l'air de vouloir imposer une unité de point de vue, abusive aux yeux de certains.

En tant que scientifique par exemple, il est clair que chacun de nous s'est forgé une épistémologie personnelle et possède à juste titre une certaine vision des mathématiques, chacun "sait" ce qu'il aime dans cette activité, ce qu'il vient y chercher, ce qu'il y trouve parfois et aussi ce qu'il n'aime pas, ce à quoi les mathématiques lui ont permis d'échapper, finalement ce qu'il ne voudrait surtout pas voir réapparaître par le truchement de l'enseignement.

Mathématiques et réalité

En particulier, nul n'ignore que les mathématiques comme la poésie peuvent, pour qui les comprend bien, se pratiquer avec beaucoup de profondeur en se souciant fort peu

d'une forme de réalisme et de l'obligation de conformité aux contingences de la vie matérielle, et c'est bien pour cela que certains d'entre nous les aiment tant !

Pour ceux qui s'inscrivent essentiellement dans ce point de vue, mon propos peut alors être ressenti comme une agression contre une forme d'esthétisme, de gratuité de la pensée mathématique à laquelle ils adhèrent fortement et qu'ils essayent de faire partager à leurs élèves.

En effet, je soutiens qu'à partir du moment où nos sociétés démocratiques réclament pour leur bon fonctionnement qu'un grand nombre de citoyens suivent un enseignement scientifique assez poussé, il est nécessaire (pour qu'un tel apprentissage ne devienne pas pervers) que le cours de mathématiques, lieu par excellence d'un apprentissage théorique, soit simultanément un lieu privilégié de confrontation entre théorie et pratique.

Cette thèse, qui pour des raisons opposées, dérange autant le théoricien que le technicien, ne doit pas, pour des raisons dialectiques, être rabattue (comme bon nombre de mathématiciens se complaisent à le faire) sur la proposition démagogique très en vogue d'un enseignement des mathématiques pour tous se réduisant aux seules mathématiques utilitaires, car le plus souvent cette optique utilitariste (qui nie l'importance de développer une pensée abstraite chez l'élève et la quasi impossibilité pour ce dernier d'utiliser des théories qu'il ne comprend pas) aboutit à une démarche diamétralement opposée à celle sur laquelle je désire attirer votre attention.

En effet, à vouloir mettre en avant les seuls résultats et techniques qui sont utilisés pour résoudre des problèmes pratiques, on est obligé de construire un édifice théorique tellement lacunaire qu'aucune rationalité scientifique ne peut s'y développer (ni par le recours à la preuve intellectuelle ni par le recours à la preuve expérimentale). Les résultats que l'on manipule alors en classe ne peuvent plus être présentés que sous forme de recettes à appliquer dans des circonstances déterminées, car les modes de pensée qui permettent de les obtenir et/ou de vérifier

leur adéquation sont trop délicats et coûteux à évoquer pour que l'élève y trouve le moindre éclairage supplémentaire.

Très vite, dans cette conception réductrice de l'enseignement scientifique, on réalise que lorsqu'on ne s'est pas constitué dans la classe une base d'outils conceptuels suffisante, on ne peut plus faire de science, on s'est même contractuellement interdit toute démarche scientifique, laquelle exige en permanence de faire des détours, des retours en arrière, des rapprochements, que l'on ne peut immédiatement justifier comme utilitaires, i.e. on entre au niveau de ce qui est le plus difficile à réaliser avec les élèves (faire le lien entre plusieurs aspects apparemment distincts, comprendre le pourquoi du résultat) en conflit ouvert avec la philosophie déclarée de ce projet d'enseignement : aller toujours le plus directement possible au résultat.

Si donc on convient pour la suite de notre propos de dépasser le côté polémique qui interdit de se comprendre sur le fond, la thèse que je défends ici est celle de la nécessité dans l'enseignement général de multiplier les confrontations entre théories et réalités matérielles pour permettre notamment à nos interlocuteurs culturellement éloignés de se faire la preuve que la théorie est un moyen de mieux penser, comprendre, maîtriser des réalités qui les touchent directement.

Cette confrontation est pour eux un préalable nécessaire pour que les mathématiques que nous pratiquons puissent devenir pour eux aussi un objet de pensée culturellement valide et intéressant en soi.

Enseignement et éducation

Mais cette nécessité de confronter les mathématiques aux autres réalités n'est pas le seul point de vue que j'ai soutenu avec véhémence, qui puisse déranger une certaine vision de l'enseignement de notre discipline; il est une autre thèse qui la corrobore et qui s'est retrouvée en filigrane de toute mon intervention, c'est celle de notre responsabilité de professeurs scientifiques vis-à-vis de l'image que nous donnons de la science, vis-

à-vis du type de société que nous contribuons à construire et vis-à-vis des possibilités d'insertion dans la société que nous contribuons à donner à nos élèves par nos enseignements.

Je me suis permis de soulever ce problème avec vous, car on peut gager qu'en tant que professeurs, bien qu'ayant des conceptions et des pratiques pédagogiques fort différentes, nous étions néanmoins réunis dans ce colloque par un même désir : faire en sorte que le plus grand nombre possible de nos "élèves" (jeunes et moins jeunes) "réussissent".

Il est probable aussi que si nous pratiquons effectivement ce métier d'enseignant, nous nous trouvons régulièrement en butte aux mêmes énormes difficultés : tous nos élèves, tant s'en faut, ne souhaitent pas véritablement apprendre ce que nous leur enseignons, beaucoup trop ne voient pas ce que nous voulons faire, ne comprennent pas l'essentiel de ce que nous leur disons, ne trouvent nulle part les motivations nécessaires pour consentir l'effort intellectuel sans lequel aucune compréhension n'est possible et, reconnaissons-le, nous sommes le plus souvent assez également démunis devant cet échec qui nous fait souffrir et qui nous mine.

Nous sommes le plus souvent démunis devant cet échec, car au delà de ce que nous pouvons améliorer personnellement en élevant notre niveau de compétences épistémologiques et didactiques et par une plus grande implication pédagogique, nos efforts trouvent toujours leurs limites et cela nous conduit peu à peu à nous considérer comme des éléments "infinitésimaux" d'un système très complexe où trop de paramètres sont hors de notre pouvoir pour que nous puissions échapper à un certain déterminisme de la médiocrité ou de l'échec scolaire.

Beaucoup de paramètres nous échappent certes, mais il en est un, celui de la finalité de nos actions qui me paraît déterminant dans l'acte d'enseignement, et ce paramètre-là, je prétends que dans le respect des lois et des

règlements, il nous appartient en propre pour l'essentiel.

Je me suis donc permis de lever un interdit en reposant la question cruciale qui nous obsédait en 1968 et que nous avons progressivement éludée depuis : quel est, en cette fin de millénaire, le rôle d'un professeur de sciences dans un pays démocratique évolué comme le nôtre ?

Cette question, nous (les intellectuels) l'avons progressivement étouffée comme si c'était une mauvaise question, comme si elle devenait impudique face à une crise économique durable et à la montée vertigineuse du chômage (chômage d'autant plus insupportable à regarder en face pour nous, professeurs scientifiques, que d'un côté nous en sommes épargnés par notre statut, et que de l'autre, il se présente en partie comme une conséquence de ce qui nous servait jusqu'ici de paravent éthique : "le progrès scientifique" !)

De façon plus précise, cette question recouvre les interrogations suivantes :

- sommes-nous là pour enseigner une démarche scientifique avec tout ce que cela comporte d'exigences au niveau de la recherche de la vérité, ou sommes-nous là pour adapter nos élèves à une organisation sociale où la référence scientifique domine, mais où les pratiques scientifiques elles-mêmes, quand il s'agit de prendre des décisions, en particulier les méthodes de travail pour tenter de démêler le vrai du faux, sont le plus souvent ignorées, voire bafouées ?

- sommes-nous là (spécialement en mathématiques) pour sélectionner une "élite" jugée suffisamment indispensable à l'intérêt du pays pour qu'on lui sacrifie la transmission d'une culture mieux adaptée à la grande majorité (majorité qui par ce choix se définit de façon négative comme constituée de ceux qui ne peuvent comprendre, apprendre et réciter à la vitesse des autres).

Devons-nous, pour réaliser ces deux objectifs, accepter de prendre le risque que la pensée scientifique soit dans son essence même dévoyée auprès de tous ?

- dévoyée auprès des sélectionnés, car dans une optique de classement, bon nombre d'entre eux ne voient la science que comme un faire-valoir scolaire et s'en désintéressent tout naturellement dès qu'elle ne joue plus ce rôle (exemple des Polytechniciens)

- dévoyée auprès de la "masse", qui toujours contrainte à "penser" plus vite qu'elle ne le peut raisonnablement, se trouve condamnée à n'attraper de la science que ses techniques les plus stéréotypées (inutilisables en dehors des cas d'école) et non ses concepts et ses modes de pensée (qui, eux, ont vocation à donner des idées et des méthodes de travail en dehors précisément de ces cas d'école).

A mon sens, dans l'école d'aujourd'hui, ce qui distingue pour l'essentiel les "très bons" des moyens et des "mauvais", c'est que les premiers disposent des moyens culturels et intellectuels, et d'une forme de docilité qui leur permettent d'être souvent en phase (sur le plan algorithmique, mais aussi à un niveau non totalement superficiel sur le plan conceptuel) avec le professeur, alors que les autres, lorsqu'ils pensent par eux-mêmes, se retrouvent bientôt sur une autre planète (ils deviennent vite très "mauvais" et sont le plus souvent exclus), et lorsqu'ils suivent la pensée du maître, n'en comprennent que le mot à mot et non le sens global.

Au niveau conceptuel, le plus souvent ces élèves moyens ne commencent à entrevoir suffisamment de quoi il s'agit pour s'autoriser à penser à la première personne et à exploiter leurs idées personnelles dans les applications techniques qu'au moment où l'apprentissage de la notion prend officiellement fin; comme à ce moment-là (un contrôle montrant que les élèves savent apparemment) on passe à un autre chapitre, tout le monde va éviter les retours en arrière nécessaires pour lever les doutes et rectifier les contre-sens qui demeurent.

Comme le professeur doit avancer (puisque certains ont montré qu'ils savaient), et que l'élève qui ignore encore n'a plus le droit de le montrer (puisque'il a été contrôlé sur ce savoir), ces élèves "normaux" ne peuvent donc

jamais comprendre. Ils acquièrent ainsi - par impossibilité de se faire la preuve du contraire - la conviction qu'ils "perdent leur temps" quand ils cherchent à approfondir.

En tout cas s'ils veulent "être bons", ils savent qu'ils ne doivent pas s'entêter à vouloir comprendre le fond des choses (à un certain niveau, plus on réfléchit, moins on peut agir).

Dans ce système, les élèves curieux, imaginatifs, ayant des idées originales, qui sont le plus souvent un peu lents et têtus, doivent donc soit se marginaliser, soit pour survivre honorablement, trouver des trucs qui leur permettent d'être artificiellement en phase avec le professeur.

Le plus souvent donc, nos élèves sont persuadés (de très nombreuses discussions menées ces dernières années hors du cadre scolaire, avec des groupes d'élèves et d'étudiants, m'ont montré que c'est une véritable religion que nos pratiques pédagogiques leur inculquent) que pour réussir en sciences à l'école, il faut plus ou moins s'interdire de vouloir comprendre les notions sur le fond.

La majorité des élèves qui "réussissent" dans nos classes scientifiques se disent par suite que leur travail d'élève scientifique est essentiellement de repérer, dès leur apparition, les formules et les techniques passe-partout et de les répéter suffisamment souvent avant le contrôle pour être opérationnels le jour de l'épreuve.

Ces contrôles marquant pour eux la fin de l'apprentissage d'une notion, ils feront alors pression sur le professeur pour qu'il n'y revienne plus, c'est-à-dire qu'ils feront tout pour que l'apprentissage scolaire ne donne pas naissance à un savoir scientifique (et finalement un savoir tout court, i.e. une forme de pensée utilisable en toutes circonstances, y compris dans la vie professionnelle).

En fait, pour que l'élève apprenne du scientifique à l'école, il faudrait que la classe dans son ensemble considère que les contrôles, qui sont nécessaires pour savoir où on en est, indiquent seulement si oui ou non on est bien entré dans le sujet, si on parle tous à peu près de la même chose, et dans le cas positif, s'il va être possible maintenant de faire jouer

dans la classe à ces nouveaux objets de savoir leur véritable rôle d'objets scientifiques : on va pouvoir, maintenant qu'on a dépassé les balbutiements de l'introduction, faire interagir ces connaissances nouvelles avec d'autres objets à chaque fois que l'occasion se présentera pour approfondir ces objets de pensée, voir davantage ce dont ils nous rendent capables : résoudre de nouveaux problèmes ou construire de nouveaux objets.

Mais pour qu'un tel dispositif marche dans une classe, il faudrait que chacun (professeur, élèves, parents etc.) désire que cette mise à l'épreuve de ce qu'on croit connaître soit une épreuve de vérité de ce que l'on sait effectivement; cela veut dire qu'à chaque fois qu'apparaîtraient de nouvelles incompréhensions, que reviendraient certaines erreurs et qu'on parviendrait à les identifier et à les analyser, on ne le verrait pas comme un échec de l'enseignement, on ne se sentirait pas coupable, on n'accuserait pas les autres de manque de travail, d'intelligence ou de réflexion, mais on se considérerait comme au cœur d'un apprentissage réellement scientifique.

Si, arrêtant de rêver, on regarde à nouveau ce qui se produit le plus fréquemment à tous niveaux dans l'enseignement scientifique, on risque de constater que celui-ci ne remplit pas son rôle d'initiation à des démarches de pensée permettant à la majorité des élèves de tirer un réel profit de l'héritage scientifique.

Si on convient de cela, la question cruciale et dérangeante est alors la suivante : est-ce déontologiquement acceptable de faire perdurer un système d'enseignement si peu adapté aux problèmes du monde contemporain ?

Science, enseignement, éthique et démocratie

La question précédente rebondit sur cette autre : Aujourd'hui, qui a autorité, qui a légitimité pour dire ce qu'il faut faire en matière d'enseignement ?

Face à la diversité de nos points de vue sur la science et sur l'enseignement, et partant de l'ambiguïté totale de notre rôle dans la société, je me suis alors permis au cours de la conférence de soutenir la thèse qu'en tant qu'enseignants scientifiques, il nous faut refuser cette position (humble et confortable, mais non conforme à notre dignité d'hommes) de quantité infinitésimale dans un système très vaste et très complexe; il nous faut nous donner un pouvoir et une responsabilité sur la transformation nécessaire du système que nous constituons.

Pour cela, il nous faut donc d'une part nous doter des compétences épistémologiques et didactiques qui légitiment notre autorité en tant qu'enseignants scientifiques (thèse qui a été largement développée par Philippe Perrenoud dans sa conférence le lendemain) et il nous faut aussi, non pas travestir la science telle que nous la comprenons, afin que tous réussissent sans véritablement apprendre (comme y conduisent des slogans du type 80% d'une classe d'âge au niveau du bac, non accompagnés d'une volonté politique pour que cela garde sens au niveau des apprentissages), mais par contre accepter de prendre en compte des problématiques, des visions scientifiques, une vitesse de pensée, des niveaux de rigueur qui ne sont pas forcément les nôtres, afin que le plus grand nombre possible de nos élèves ou de nos étudiants, dès lors qu'ils participent à un enseignement scientifique, puissent y pratiquer une véritable activité scientifique.

Il me semble que faire faire à nos élèves des choses assez sophistiquées, justes par seule imitation, sans qu'ils aient à comprendre véritablement le pourquoi, le comment et les limites de ce qu'ils entreprennent (parce qu'ils sont totalement guidés par le contexte), est à l'opposé d'une démarche scientifique, alors qu'échafauder des solutions par des constructions maladroites et erratiques, mais qui gardent sens parce qu'elles demeurent suffisamment proches de leurs intuitions, est bien au cœur du projet scientifique.

De mon point de vue, c'est en ce sens que nos sociétés évoluées nécessitent une culture scientifique comme ciment de la vie démocratique.

Sachant que (excepté lorsque nous enseignons en fin de deuxième cycle du supérieur ou en troisième cycle) la plupart de nos interlocuteurs ne se serviront pratiquement jamais directement dans leur vie sociale ou professionnelle de plus de 90% de nos définitions, théorèmes, techniques et algorithmes, ma proposition est de mettre l'essentiel de nos énergies sur l'apprentissage de savoirs qui leur seront très probablement utiles, quoiqu'il arrive, et non sur ceux qui risquent fort de se désagréger rapidement avec l'oubli.

Réduisons donc l'importance exorbitante donnée actuellement à ces connaissances "récitables" mais non intériorisées, et travaillons avec nos élèves ces modes de pensée non "naturels", ces méthodes de raisonnement sophistiquées, mais appréhendables par l'élève lorsqu'il peut les éprouver lui-même dans l'action (pour se persuader que ce qu'il souhaiterait être vrai l'est effectivement ou au contraire ne l'est pas).

Donnons-nous le temps de vivre des situations où la philosophie de la science se montre particulièrement pertinente, des situations dans lesquelles on se rend compte progressivement que l'on obtient difficilement de bonnes explications et des certitudes si on veut trop rester à un niveau concret très particulier, des situations où pour comprendre, il faut s'engager dans un double mouvement à la fois généralisateur et réducteur, des situations où pour résoudre un problème concret d'apparence simple et pour tirer une leçon de ce que l'on a fait, il faut accepter de théoriser ses pratiques, inventer un modèle, faire des hypothèses, définir ce dont on parle, poser des règles pour pouvoir déterminer avec certitude les interactions entre les objets du modèle.

Et finalement, pour que cet apprentissage scientifique ne conduise pas au dogmatisme, il nous faut aussi prendre le temps de vivre des situations où l'on peut facilement constater que lorsqu'on a fait tout un travail

théorique et qu'il nous a fortement éclairé sur les raisons des choses, on n'a pas pour autant l'arme absolue, l'outil universel. Il faut donc que chacun puisse expérimenter concrètement que la théorie peut le conduire à dire n'importe quoi, s'il se permet de plaquer brutalement les résultats d'un modèle sur une réalité qui s'en écarte trop.

Doter le plus grand nombre possible d'élèves et d'étudiants de méthodes de travail qui leur permettent de relier rationnellement le général et le particulier, c'est à mon sens l'apport que seule l'école peut effectuer sur l'ensemble des citoyens d'une nation à partir de l'héritage scientifique.

Cet apport culturel irremplaçable est d'autant plus nécessaire aujourd'hui que l'homme doit maintenant, pour pouvoir occuper un emploi, faire la preuve qu'il peut affronter positivement le changement et la complexité.

A cause précisément des immenses progrès de la science et des techniques, l'homme d'aujourd'hui est déjà dessaisi de son travail et le sera chaque jour davantage plus systématiquement, à chaque fois que ce travail est suffisamment répétitif pour être exécutable par une machine.

Or, actuellement, l'essentiel de ce qu'un élève de Terminale ou de premier cycle du Supérieur sait faire sur le plan algorithmique est très nettement en dessous de ce que réalisent des calculateurs électroniques à deux ou trois mille francs; il m'apparaît donc vital que ces étudiants acquièrent ces techniques à un niveau conceptuel et philosophique qui leur en assure le contrôle, qui leur donne la capacité de s'adapter à des situations imprévues, puisque c'est seulement sur ce plan qu'ils pourront manifester une supériorité sur ces machines.

Le professionnalisme du professeur

Demander à un mathématicien, à un physicien ou à un chimiste d'assumer une dimension sociale et philosophique, de s'ouvrir à d'autres épistémologies que celles dans laquelle il baigne naturellement, c'est effectivement beaucoup demander, mais c'est pré-

cisement de mon point de vue ce qui différencie l'enseignement d'aujourd'hui de celui d'il y a quarante ans, ce qui différencie le professeur du chercheur pur, ce qui différencie le professionnel de l'amateur ou de celui qui pratique les mathématiques comme violon d'Ingres.

Cette réalité professionnelle, beaucoup d'enseignants, notamment dans le supérieur, refusent de la prendre en compte en revendiquant une liberté de faire ce qui leur plaît, illégitime de mon point de vue : dans un enseignement de spécialité (par exemple dans un DEA), présenter les choses comme on les comprend est tout à fait légitime, puisqu'alors l'étudiant à qui on s'adresse a normalement trouvé une entrée personnalisée dans la discipline, et c'est précisément une activité très formatrice pour lui à ce niveau de savoir tirer parti d'un point de vue scientifique opposé, voire même très opposé au sien. Par contre, dans un enseignement de masse comme celui du primaire, du secondaire ou du premier cycle du supérieur (et même dans un certain sens de licence) où la majorité des interlocuteurs ne se destinent pas à devenir des chercheurs de cette discipline et où beaucoup s'y instruisent plus par obligation que par choix épistémologique, il n'est pas légitime de mon point de vue pour un professionnel de ne laisser vivre dans son enseignement qu'une seule épistémologie (la sienne), car dès lors il peut être certain qu'il "interdit de compréhension" la majorité de ses interlocuteurs qui, eux, sont probablement dans des épistémologies très éloignées.

Je pense que "jusqu'à son dernier cours", un professeur doit se révolter contre l'incompréhension; sous peine que notre métier ne se dévalorise complètement à nos propres yeux et à ceux de la société, ne devienne dérisoire et insipide, nous ne devons jamais nous accommoder du fait que la majorité de nos élèves ne s'approprient de notre enseignement que son côté superficiel, puissent se contenter de n'apprendre que ce qui est strictement nécessaire pour passer dans l'année suivante (car, dans ces conditions, seule la sélection peut donner de la valeur à ce qui est enseigné).

Liberté et bonheur du professeur

Je comprends bien que ces déclarations soient, sous certains aspects, ressenties comme très irritantes puisqu'elles tendent à brimer notre liberté de professeur et à nous donner mauvaise conscience : elles tendraient à dire que nos comportements égoïstes de professeurs sont en partie responsables de l'échec scolaire et que, trop souvent, nous nous dédouanons hypocritement de cet échec en nous contentant d'une fausse réussite pour un grand nombre de nos élèves ou étudiants.

Je suis conscient également que je me mets, de par mon propos, dans une situation très paradoxale, car je partage moi aussi les résistances exprimées par certains et j'en appelle tous les jours à la liberté du professeur, mais à une liberté à la hauteur de notre responsabilité.

En effet, sur ce point crucial, je suis bien d'accord qu'il faut mettre le moins d'entraves possible à la liberté du professeur, car vu la difficulté du métier, je ne crois pas qu'un enseignant puisse faire passer quelque chose d'intéressant dans son cours s'il ne se donne pas le droit d'être lui-même; toutes les connaissances que m'ont apportées les recherches en didactique me persuadent que le plus sûr moyen d'échouer dans ce métier, c'est de se forcer à faire des choses qui vous ennuient profondément et qu'on ne ressent pas.

Mais, tout en reconnaissant cette nécessité de tout faire pour que l'enseignant ne s'ennuie pas dans son propre cours, soit scientifiquement heureux dans son enseignement, je m'interroge sur la nature du jeu auquel nous nous livrons parfois publiquement : avons-nous le droit, en tant que professeur, d'imposer à beaucoup de nos élèves ou de nos étudiants ce supplice de Tantale qui consiste à pratiquer devant eux un jeu "qui leur apparaît comme passionnant et intelligent pour qui est dedans", mais qui leur est "absurde" à eux qui se sentent à l'extérieur ?

Dans notre cours de mathématiques, beaucoup d'élèves ne se trouvent-ils pas projetés dans un monde où ils ne peuvent faire que

de la figuration ? (ils connaissent des mots, mais pas leur sens, ils connaissent en principe les règles du jeu, mais ils n'en ont pas compris la philosophie.)

Ne devons-nous pas, si nous choisissons ce métier d'enseignant, accepter de vivre une grande part de notre temps dans nos classes ou nos amphithéâtres dans des mondes intermédiaires qui ne sont ni exactement les nôtres, ni exactement ceux de nos interlocuteurs, mais plutôt des lieux de transaction dans lesquels se négocie progressivement le bien-fondé de passer d'une rationalité de la contingence (celle de la vie quotidienne) à une rationalité de la nécessité (celle de la vie scientifique) ?

Le contrat scolaire classique permet de faire l'économie d'une telle négociation, puisque le vrai jeu de l'école n'est ni celui de la science ni celui de la vie ordinaire, c'est celui de l'examen.

Il existe de réelles possibilités de changement

Si je me permets de soulever ces questions avec tant d'insistance, c'est pour deux raisons principales :

- d'une part, comme je viens de le développer, vu l'évolution des compétences nécessaires pour exercer un emploi et vu la démocratisation de l'enseignement, si nous ne changeons pas assez radicalement nos formes d'enseignement, nous démissionnons de notre responsabilité de construire une école au service de tout citoyen, et de plus nous plaçons consciemment ou non une grande part de nos élèves dans une situation psychologiquement insupportable;

- d'autre part, s'il existe des possibilités réelles de faire autrement, nous ne pouvons refuser de changer, en nous abritant sur le plan déontologique derrière le fait qu'on n'y peut rien, ou qu'en agissant ainsi nous ne faisons que reproduire ce qui s'est toujours fait et ce qui continue à se faire pratiquement partout.

J'affirme qu'on peut faire autrement, car les recherches en didactique auxquelles je par-

ticipe depuis une quinzaine d'années dans le secondaire comme dans le supérieur amènent la preuve empirique qu'il est possible (certes à un "prix" très supérieur) de faire tout autrement.

Il est bien certain que si cet "autrement" doit en fin de compte, au niveau des résultats obtenus, nous laisser sur des insatisfactions du même ordre que celles qu'on connaît habituellement, le prix du changement est prohibitif; si, par contre, cela permet (comme nous le constatons maintenant sur un grand nombre de cohortes d'élèves ou d'étudiants) de réussir précisément là où l'on échoue durablement par des méthodes plus classiques, le surplus d'énergie et de compétences nécessaires se trouve ramené à la mesure de la transformation sociale indispensable.

Et si alors nous reprenons le thème de la liberté du professeur et du bonheur qu'il devrait pouvoir éprouver en enseignant, je prétends qu'il est possible de se sentir très libre en acceptant de travailler sur des modes de pensée qui ne sont pas les nôtres, afin de collaborer à la construction d'une rationalité scientifique auprès de personnes qui participent d'une culture qui nous est (devenue) étrangère ; on éprouve alors plus de bonheur à les voir "faire des mathématiques imparfaites" qu'en leur "faisant des mathématiques plus correctes" dont on sait pertinemment que toutes les subtilités leur échappent.

Permettre, par des formes d'enseignement plus problématiques et erratiques, à des interlocuteurs primitivement très éloignés de toute préoccupation scientifique de prendre peu à peu conscience des limites du bon sens, des erreurs qui se glissent tout naturellement derrière les raisonnements spontanés, et cependant ne pas neutraliser leur spontanéité (en les entraînant à exercer à tout moment un contrôle sur leurs raisonnements mutuels, ils prennent à juste titre confiance en leurs idées et en leurs jugements personnels), tout cela est très différent du plaisir que procure le fait d'effectuer un discours magistral écouté, mais cela peut néanmoins devenir extrêmement satisfaisant et enrichissant pour tout scientifique.

Cette satisfaction n'est pas factice pour le professeur dans la mesure où, lorsqu'il se met à travailler dans cette direction, il peut identifier clairement au fil des années le type de progrès didactique qu'il est en train d'effectuer : le jour où il parvient à faire la dévolution à ses élèves d'une véritable responsabilité scientifique, il réalise par les propositions pré-scientifiques qu'ils produisent, que dans un enseignement frontal où la plupart des propositions sont inspirées par le professeur et où celui-ci impose son rythme de pensée (même lorsqu'il a l'impression d'aller très lentement et de tout détailler), l'enseignant ne parvient en fait à partager ses préoccupations réellement scientifiques qu'avec les élèves qui lui ressemblent énormément, ceux qui sont "doués", qui voient les choses comme lui, qui disposent déjà d'une épistémologie bien adaptée (et la démocratisation de l'enseignement aidant, ces élèves-là représentent une population de plus en plus faible, voire inexistante dans une classe ou un amphi ordinaire).

Ainsi, lorsqu'on trouve un dispositif didactique qui permet peu à peu d'élargir le petit cercle des initiés (sans pour autant défavoriser ceux qui marcheraient déjà bien dans un dispositif plus magistral, parce qu'on n'est pas du tout contraint pour cela de faire des mathématiques au rabais, tout au contraire), on (re)découvre dans l'enseignement ces joies profondes que chacun de nous éprouve lorsqu'il se sent réellement acteur d'une activité scientifique, et on les fait découvrir à nos interlocuteurs.

Je milite d'autant plus pour que chacun aille regarder ce qu'il peut tirer de ces autres façons d'enseigner, que je crois que ce qui nous bloque principalement pour faire évoluer nos enseignements, ce n'est pas tant la crainte du travail supplémentaire que la peur de son inutilité : au bout de quelques années d'enseignement, on ne croit pas ou on ne croit plus que l'on puisse se changer (ou changer ses élèves) substantiellement, on ne perçoit pas assez fortement ou on ne perçoit plus les enjeux du changement qu'on pourrait provoquer.

Ce qui m'a personnellement poussé à chercher dans d'autres directions, c'est d'abord que contrairement à la majorité des professeurs de mathématiques, je n'ai pas toujours été à l'école un bon élève en mathématiques : jusqu'en classe de seconde, à part de courts moments comme celui, par exemple, de l'introduction à la géométrie où le maître faisait un peu d'épistémologie explicite, je ne voyais pas trop le jeu qu'on jouait en cours de mathématiques où l'on appliquait des règles et où on effectuait des calculs sans fondements pour moi et sans buts apparents.

J'y ai alors ressenti quel lieu d'enfermement, de honte, de rejet et de mépris représente le cours de sciences, et de mathématiques en particulier, pour celui qui ne comprend pas les choses comme le professeur et qui le fait savoir ; j'ai vu de près quel danger d'anéantissement psychique ou de marginalisation par la révolte, et finalement quel risque d'exclusion sociale court celui qui, dans ces conditions, ne se résout pas facilement à la docilité scolaire.

J'ai dû chercher dans d'autres directions ensuite, car cette expérience cruciale ne suffisait pas pour me donner de bonnes solutions, i.e. devenu par privilège professeur de mathématiques (privilège en ce sens que fils de professeur, j'ai bénéficié d'un environnement socio-culturel très favorable sans lequel j'aurais certainement été "évacué" du système vers 13 -14 ans et peut-être même bien avant), je me suis empressé, malgré mon désir de faire autrement, de reproduire en tant que professeur le modèle que j'avais tant critiqué en tant qu'élève ou étudiant.

Je l'ai reproduit non pas par mauvaise volonté, mais parce que tout en ayant maintes fois constaté (comme élève ou comme professeur) que, quelle que soit la bonne volonté des partenaires de la relation didactique, "l'explication du prof" n'est pas comprise par l'élève si ce dernier n'est pas prêt à la recevoir (et à un certain stade la sur-explication ne fait qu'envenimer les choses), je restais néanmoins persuadé que "s'il s'y prenait bien" (utilisation de situations introductives attrayantes, d'images et de métaphores parlantes, d'applications spectaculaires, de

commentaires de nature épistémologique, etc.) le professeur devait toujours pouvoir expliquer, se faire comprendre, se mettre sur la longueur d'onde de l'élève (à moins, bien sûr, que ce dernier ne refuse d'apprendre).

En tant qu'enseignant donnant beaucoup plus d'explications sur le pourquoi et sur le comment que je n'en avais reçues, j'avais donc le sentiment de ne pas reproduire les pratiques pédagogiques qui m'avaient tant rebuté en tant qu'élève, et cependant je devais constater que si je réussissais très bien avec certains élèves ou étudiants (ceux qui étaient dans une épistémologie proche de la mienne), je n'atteignais que très localement et très superficiellement les autres; par amitié, certains faisaient un effort pour aller dans le sens impulsé, mais pour l'essentiel ils restaient hors des préoccupations scientifiques auxquelles je les invitais, et malgré moi, beaucoup se sentaient plus ou moins niés, péjorés, rejetés dans mes enseignements.

Le nouvel éclairage sur les mathématiques qu'introduisent les recherches en didactique des mathématiques

La participation aux recherches en didactique des mathématiques m'a permis de sortir de ce cercle vicieux où l'on reproduit pour l'essentiel un système que l'on critique tout en croyant néanmoins le changer en profondeur.

Les éléments déterminants de ce déblocage ont été les suivants :

- d'une part, j'ai découvert ce qui est tu dans l'enseignement d'une discipline majeure comme les mathématiques, discipline ancienne ayant pignon sur rue et qui par suite n'a plus besoin de justifier socialement sa validité et sa pertinence.

J'ai donc découvert la multiplicité des épistémologies scientifiques et la fécondité qu'il y avait à les prendre en compte dans leur diversité; du coup j'ai réalisé à quel point il était "infantile" de considérer les mathématiques comme vraies en soi, comme indiscutables et indiscutablement plus pertinentes que d'autres approches, de croire et de pré-

tendre qu'il n'y avait qu'une bonne épistémologie (la sienne) et penser que les autres n'en étaient que des formes plus ou moins dégénérées. Pour caricaturer ma position initiale, je peux dire que le mot épistémologie ne m'était pas nécessaire pour désigner les diverses conceptions philosophiques de la science, puisqu'il n'y en avait qu'une, celle que je connaissais; les autres que je ne comprenais pas, n'étaient pas dignes de porter un nom (outrecuidance du mathématicien pur et dur).

- d'autre part j'ai pu réaliser, à travers différentes théorisations constructivistes inspirées entre autres par les travaux de Bachelard et de Piaget, quelles différences fondamentales il pouvait y avoir entre un savoir scolaire fait "pour la récitation" et un savoir scientifique.

Le premier savoir, non problématisé, peut très bien produire de bons résultats aux examens traditionnels, tout en laissant co-exister des systèmes de pensée contradictoires, constitués de raisonnements erronés qui se taisent quand ils entrent en conflit direct avec le savoir officiel du professeur ou du livre, mais qui reprennent immédiatement le dessus dans l'action, si aucune indication explicite ne les interdit.

Contrairement à ce savoir superficiel qui s'enseigne d'autant plus facilement qu'il évite les contradictions avec d'autres systèmes de pensée, le savoir scientifique doit lutter pour prendre sa place; lorsqu'il est appris en étant associé à des problématiques consistantes, ce savoir-là finit par changer le regard de l'apprenant sur le monde, car il interagit sur l'ensemble de son système de pensée.

La notion d'obstacle épistémologique

Ce qui, je crois, a changé le plus radicalement mon regard de professeur, c'est la notion d'obstacle épistémologique que j'épinglerai par la boutade : "la bonne explication du professeur n'est toute puissante que lorsque la chose enseignée est mineure".

Ce que toutes mes années d'études et mes premières années d'enseignement m'avaient

souvent laissé entrevoir se trouvait ainsi en grande partie théorisé dans les travaux de didactique, travaux qui de façon complémentaire mettent en exergue ce qu'on pourrait appeler le paradoxe fondamental de l'enseignement :

"Lorsque ce que l'on veut enseigner est vraiment consistant, il est impossible de l'enseigner directement".

En d'autres termes, cette notion d'obstacle épistémologique était révolutionnaire pour moi dans la mesure où elle battait en brèche le postulat fondamental de la toute puissance didactique du professeur (postulat auquel je tenais fortement, bien que toute mon expérience d'élève et de professeur l'ait nié).

En effet, si on reconnaît l'existence d'obstacles épistémologiques, i.e. d'entraves à la compréhension d'un savoir qui ne sont pas dues au seul fait que l'élève n'est pas doué ou ne travaille pas, ou qu'on a mal présenté les choses ou qu'il est difficile d'apprendre du nouveau, mais d'entraves qui sont liées au fait que ce qu'on veut enseigner est "énorme", représente un changement très important de regard sur le monde, va contre tout un système de pensée qui avait une pertinence locale et avait fait ses preuves dans des cas assez simples, on est conduit à faire l'hypothèse que l'explication directe de tout savoir réellement consistant ne sera probablement entendue que par ceux qui ont déjà une problématique idoine, et ne pourra par contre produire que contre-sens ou savoir assez superficiel chez ceux qui seront à l'extérieur de telles problématiques.

Si on "lit" un programme d'enseignement en termes d'obstacles épistémologiques et si on analyse les difficultés que l'on rencontre classiquement pour l'enseigner à un niveau donné, on prend alors assez vite conscience que l'apprentissage des connaissances les plus fondamentales de ce programme est lié au dépassement de quelques obstacles épistémologiques bien repérables.

Le changement de regard sur l'enseignement consiste alors, si nous voulons que nos

élèves sachent vraiment, à ne plus regarder ces obstacles comme des ennuis, des gênes, des "erreurs" qu'il faudrait à tout prix éviter, contourner, escamoter par des acrobaties pédagogiques. Il faut dans ce modèle que l'élève affronte ces obstacles, bute durablement dessus, ne comprenne pas tout de suite, réalise lui aussi qu'il y a là quelque chose de très important et que c'est bien normal qu'il éprouve à cet endroit de véritables difficultés de compréhension.

Il nous faut donc, dans cette vision de l'enseignement, arrêter de tant miser sur les vertus de la bonne explication préalable et des applications immédiates consécutives à l'énonciation de la théorie, pratiques qui rassurent l'élève, lui donnent même l'impression de tout comprendre alors que l'essentiel lui échappe (l'élève qui a ce sentiment ne peut plus affronter l'obstacle), et il nous faut le faire travailler beaucoup plus sur l'entrée dans des problématiques consistantes.

Il nous faut donc assurer la viabilité dans la classe ou dans l'amphi de situations erratiques et conflictuelles (sur un plan cognitif) susceptibles de provoquer à terme un changement de regard de l'élève sur la situation (changement de l'élève ou plus exactement des élèves, et là se situe un problème didactique majeur, car tous ne vont pas changer au même moment et pour les mêmes raisons), une mini-révolution épistémologique du groupe classe, fruit le plus souvent de la traversée collective d'une période d'incertitude et de doute scientifique.

Apparaît alors la nécessité de ne pas combattre de façon frontale et péjorative les épistémologies trop naïves de nos élèves ou de nos étudiants, puisque ce sont elles qui vont engendrer les conflits cognitifs indispensables pour surmonter les obstacles, mais plutôt de travailler explicitement ces épistémologies avec eux pour qu'en restant leurs, elles deviennent peu à peu compatibles avec la complexité des savoirs que l'on voulait leur enseigner.

Partant de ces hypothèses sur l'appropriation des savoirs, mon nouveau métier d'en-

seignant m'est donc apparu davantage comme consistant à ouvrir mes élèves à des problématiques scientifiques, à provoquer chez eux un véritable questionnement scientifique plutôt que de me précipiter à leur enseigner directement des résultats importants (pour moi), mais qui arrivant pour la majorité d'entre eux sur une absence totale de questionnement scientifique, se présentent à beaucoup comme du non-sens, comme des réponses à des non-questions, à des fausses questions, à des questions qu'ils n'ont pas envie de se poser, et ce parce qu'en dehors de la notion de problème d'examen dont l'intérêt est de produire une note, ils ne voient pas vraiment à quels autres types de problèmes intéressants renvoie la théorie développée avec enthousiasme et élégance devant eux !

C'est donc par la confrontation entre théories didactiques et réalité de l'enseignement que se sont progressivement dégagées des possibilités de faire effectivement autrement, i.e de donner à la grande majorité des élèves ou des étudiants le droit de vivre à la première personne leurs apprentissages mathématiques, et ce malgré la diversité de leurs points de vue et les contraintes d'un enseignement "normal".

Je tire donc la conviction à partir des expériences en vraie grandeur que nous menons depuis une quinzaine d'année dans le secondaire et dans le supérieur que, contrairement à ce que j'ai cru autour des années 75, des possibilités de changement énormes sont dans nos mains.

Dans le quotidien de notre métier, nous subissons tous des contraintes externes très importantes, et nous en déduisons que ce sont elles qui nous interdisent tout changement; je suis persuadé maintenant qu'en réalité les blocages majeurs sont dans nos têtes, ce qui rend les conditions du changement à la fois plus accessibles à chacun et plus difficiles aussi, car cela demande une telle révolution dans nos mentalités de professeurs qu'on ne peut s'y engager que si l'on en ressent l'absolue nécessité.

L'obstacle épistémologique majeur de l'enseignement

Avec la dernière affirmation du paragraphe précédent, nous pouvons observer que mon argumentation est en train de "boucler", car nous tombons ici sur un obstacle épistémologique majeur !

En effet, l'invitation au changement que je vous fais sur un mode direct est totalement paradoxale, car si vous ne ressentez pas l'urgence qu'il y a à débloquer nos sociétés, si vous ne vous êtes pas déjà donné mission d'inventer une école où l'on apprendrait à chacun dès le plus jeune âge à partager les éléments profonds d'une même culture, où l'on aborderait de front les difficultés de compréhension de cette culture et où l'on respecterait néanmoins les potentialités et les approches de chacun, vous risquez de regarder mes exhortations avec circonspection, agacement ou condescendance.

Tout naturellement, après avoir convenu qu'il y avait "un peu ou beaucoup de vrai" dans tout ce que je viens de dire, vous penserez qu'il n'y a pas "le feu au lac", que les problèmes d'aujourd'hui ont toujours existé d'une certaine façon, qu'on ne refait pas le monde tous les jours, que tout n'est d'ailleurs pas aussi mauvais que ce que ces prophètes de malheur veulent bien nous dire pour faire de l'audience, que de toutes façons, quoiqu'on le déplore, ceux qui comprennent comprendront toujours si on leur enseigne quelque chose de sérieux, et que malheureusement les autres n'iront jamais bien loin, quelles que soient nos contorsions pédagogiques ; pour ce qui concerne mes allusions aux problèmes de société, vous vous direz qu'il ne faut pas tout mélanger et charger l'école de tous les problèmes du monde, que l'école n'étant qu'à l'image de la société, c'est la société qu'il faut transformer si l'on veut transformer l'école.

Si votre analyse de la situation vous mène à ce point, la boucle sera bouclée, et vous repartirez en sens opposé à celui que je vous suggérais ; en effet, la vapeur ayant été inver-

sée, puisque vous considérerez que la balle du changement n'est plus dans le camp de l'école, vous en viendrez à penser que non seulement il ne faut rien changer soi-même dans l'école, mais que de plus il faut résolument s'opposer à l'influence de ces réformateurs comme Legrand et/ou autres didacticiens qui sèment le désordre et la perturbation par leurs théories théorisantes dans une école qui aurait bien besoin d'un peu de pragmatisme, de bon sens, de calme, de sérieux et de continuité pour pouvoir faire son travail correctement.

En guise de conclusion à cette première partie :

Finallyment donc, je ne chercherai pas à vous convaincre davantage par ce type d'arguments généraux, puisque cela ne servirait à rien, bien au contraire; je vous dirai seulement pour conclure que je crois très profondément au réalisme de cette utopie que serait une école qui, à chaque fois qu'elle enseigne un savoir, se donnerait pour mission de le faire dans le respect du savoir et du développement personnel et social de la personne-élève, une école donc qui ne se donnerait plus pour but de sélectionner ceux qui courent plus vite, mais plutôt d'apprendre à vivre positivement ensemble en ne marchant pas tous à la même vitesse (une école qui augmenterait les compétences de chacun et renforcerait les caractères individuels dans une approche sociale de notre culture qui serait plus coopérative que compétitive).

La légitimité de mon propos, c'est finalement vous et vous seuls qui pouvez la donner :

- ou bien mes questions, mes imprécations, mes suggestions vous interpellent et vous aident à cheminer dans une quête de vérités toujours fragiles quand il s'agit de théoriser l'humain, et dans ce cas mon propos est totalement légitime,

- ou bien tout cela vous dérange, sans pour autant vous donner des pistes intéressantes pour espérer et construire ce monde meilleur auquel nous aspirons tous, mais où il faut bien admettre que le désir ne fait pas la réalité (bien qu'il y contribue fortement), et

alors je vous prie de bien vouloir excuser les jugements que vous aurez reçus comme des jugements de valeur injustes ou qui vous auront inutilement agressés.

Deuxième partie résumé de la conférence

Nous avons débuté vers 21 heures sur la question suivante :

Sommes-nous voués à devenir les spectateurs passifs de notre vie ?

Dans un monde de plus en plus technique et scientifique où le financier fait office de philosophie, aurons-nous demain quelque chose à décider véritablement ? Nos enfants, nos élèves pourront-ils choisir en partie leur vie, ou "tout ou presque" ne sera-t-il pas tellement contraint et organisé dans un ailleurs que nul ne maîtrisera, que chacun se trouvera pris dans un système de délégation de responsabilité où :

- soit il acceptera de faire ce qui lui est plus ou moins implicitement suggéré, et alors il sera assez fortement protégé,

- soit il voudra faire preuve d'indépendance, mais alors, sans rien entreprendre qui ne soit formellement interdit, il sera néanmoins conduit à prendre chaque jour davantage de risques en voulant (re)tracer des chemins inconnus (oubliés).

Tout ira bien jusqu'au jour où par erreur, malchance, incompatibilité ou tout simplement parce que son cas ne sera prévu nulle part, il se retrouvera coupé de ce monde, hors du monde, en incompatibilité avec ce monde; les ennuis de toutes sortes s'abattront successivement sur lui, car plus rien ne le protégera de l'exclusion et du bannissement social (il me semble que ce scénario-catastrophe est déjà une réalité cruelle pour beaucoup aujourd'hui).

Je ne développerai pas davantage frontalement cette interrogation, elle demeurera en filigrane dans toutes les questions que je vais soulever à propos de l'école et des mathématiques, car pour moi il n'y a d'activité mathématique et plus généralement d'activités intellectuelles dignes de l'homme que lors-

qu'elles respectent une certaine indépendance de pensée et une certaine liberté d'action.

Par contre, j'essayerai de tester l'évolution de l'école et de nos sociétés (baignées de progrès scientifique et économique) à l'aune des libertés que ces "progrès" semblent créer ou au contraire supprimer : il est clair pour moi que si, au nom du progrès scientifique, nous construisons en pratique des structures de plus en plus rigides où tout le monde est convié à penser et agir de façon très semblable, alors j'aurai tendance à considérer ce progrès-là comme une régression pour l'homme; par suite j'aurai tendance à chercher à limiter les effets de ces "faux progrès" pour privilégier des cheminements moins spectaculaires, moins optimisés sous certains rapports, mais qui respectent mieux la dimension humaine des personnes que nous rencontrons comme élèves ou collègues.

J'ai alors proposé la réflexion suivante :

L'école ne remplit pas sa fonction sociale et culturelle, car elle veut donner des réponses au lieu d'apprendre à poser les problèmes. Elle n'accepte pas la confrontation de deux rationalités

Il s'agissait pour moi de faire ici le lien entre le titre de la conférence "Mathématiques, mythe ou réalité ?" et la double notion de savoir : le savoir scolaire et le savoir scientifique.

Dans une certaine modélisation de l'école telle qu'elle se donne à voir majoritairement, j'appelle savoir scolaire tout savoir qui s'introduit assez linéairement et qui est artificiellement "clair" parce que totalement orienté vers un moyen devenu but : la récitation.

Apparemment on pourrait penser que ce savoir est confronté avec l'expérience de la vie ordinaire par le biais de commentaires magistraux introductifs ou d'applications pratiques; en fait, on constate que cette confrontation n'a lieu que lorsqu'elle sert d'introduction, d'illustration au savoir enseigné.

L'expérience de vie quotidienne qui est exploitée à l'école est celle qui ne ralentit pas l'introduction du savoir, mais au contraire qui l'accélère car elle en permet la monstration, i.e. elle permet de dire : "Ce que je suis en train de vous expliquer et que vous ne comprenez pas immédiatement ne doit pas vous effrayer, vous le rencontrez tous les jours, seule la façon de le dire est un peu compliquée; nous pouvons donc poursuivre, tout s'éclairera à l'usage".

Par contre, les raisonnements de la vie quotidienne, eux, ne sont pratiquement jamais confrontés aux raisonnements franchement scientifiques, en particulier aux démonstrations, car ils ne peuvent en aucun cas servir à la monstration de ces raisonnements scientifiques; ils leur sont presque toujours contradictoires ou sur des registres complètement différents. Les confronter prendrait un temps considérable, introduirait un désordre et une confusion peu propices à l'ordre de la récitation.

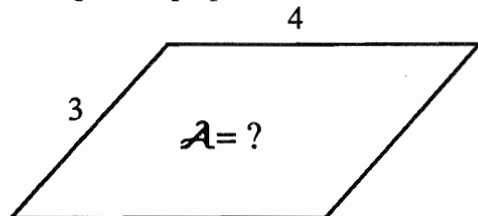
J'oppose ce savoir scolaire au savoir scientifique, car précisément pour moi, l'apport principal de la science et des mathématiques est que les savoirs scientifiques partent toujours plus ou moins de réflexions pragmatiques, analysées au départ avec des raisonnements naïfs, en partie erronés, et sur lesquels les méthodes scientifiques vont permettre de travailler en en faisant sortir ce qu'ils ont d'essentiellement vrai et qui n'était pas forcément formulé dès le départ, et d'en écarter ce qui n'apparaît faux qu'après étude.

En résumé, il semble que le projet scientifique et mathématique comporte dans son essence une confrontation permanente méthodologiquement conflictuelle entre théorie et pratique, alors que le projet scolaire crée pour ses fins propres une harmonie artificielle entre théorie et pratique en s'arrangeant pour que la seconde ne se frotte à la première que pour l'illustrer (les modèles épistémologiques dominants s'opposent à la notion d'obstacles épistémologiques, et les modèles cognitifs en vigueur dans les classes

s'opposent à la nécessité de conflits cognitifs pour dépasser ces obstacles).

Etude d'un premier exemple

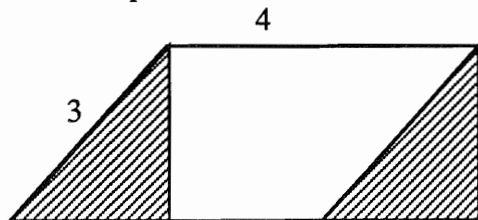
Pour illustrer ce propos, j'ai rapporté l'expérience réalisée plusieurs années de suite avec des étudiants entrant en DEUG A, donc titulaires pour la plupart du bac C.



A la question "quelle est l'aire $\mathcal{A}$ de ce parallélogramme ?" la majorité des étudiants répondent :

$$\mathcal{A} = 12 \text{ m}^2$$

Et comme ils sont "bien élevés", certains donnent une preuve :



Devant ce manque de "réalisme" du savoir majoritairement utilisé, la question que l'on est en droit de se poser est la suivante :

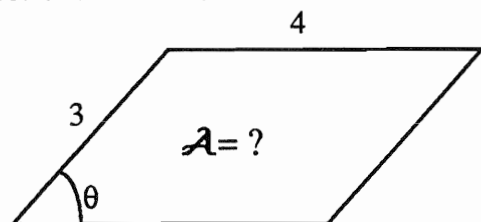
"Comment l'école peut-elle admettre de produire cela ?"

La réponse que je suggère est la suivante :

L'école n'a pas l'occasion de se poser cette question, car elle a appris à ne pas poser les questions qui produisent ce type de réponses.

A l'école, on pose ce problème de la façon suivante :

Quelle est l'aire de ce parallélogramme de côtés 3 et 4 mètres ?



Cette nouvelle formulation du problème de l'aire du parallélogramme fait disparaître le problème didactique que la formulation précédente avait fait surgir, la réponse majoritaire devient maintenant :

$$\mathcal{A} = 3 * 4 * \sin(\theta)$$

montrant par là que ces élèves ont appris des mathématiques et savent les utiliser sur des problèmes pratiques lorsque les questions sont "bien posées".

Pour moi, cet exemple que l'on pourrait considérer comme un avatar de début d'année universitaire, introduit directement la question majeure de la fonction sociale de l'école et du but de nos enseignements scientifiques et mathématiques auprès du plus grand nombre.

L'école a-t-elle senti les évolutions fondamentales? Prépare-t-elle l'élève à affronter les problèmes de demain ?

Devant l'énorme problème du chômage qui touche aujourd'hui jusqu'aux cadres, on ne peut éviter de se poser les questions :

- dans la vie sociale et professionnelle, qu'est-ce qui nous sert réellement dans tout ce que nous avons appris au cours de nos études scientifiques ?
- en quoi nos connaissances scientifiques nous donnent compétence pour réaliser ce qu'une machine ne peut faire et que des personnes peu scolarisées scientifiquement ont énormément de mal à entreprendre ?

A mon sens, les problèmes qui donneront demain du travail à l'homme scientifiquement cultivé parce qu'ils nécessitent un savoir scientifique, ce ne sont pas les problèmes bien ciblés et bien typés que l'on propose actuellement à l'école, mais plutôt ceux qui sont "mal posés".

En effet, d'une part, une fois qu'un problème est bien posé, il est en général à moitié résolu, et d'autre part, ce n'est souvent que dans la phase de clarification du problème que l'homme est irremplaçable, car une fois les questions bien cernées, les variables et paramètres pertinents bien identifiés, le travail

de résolution peut devenir assez mécanique et de ce fait, être en grande partie effectué par des machines.

Le réalisme de la science et des mathématiques pour moi, c'est précisément de nous fournir une méthode de pensée qui nous aide à mieux poser certains problèmes, c'est-à-dire une méthode qui nous évite de prendre nos désirs pour des réalités, en remplaçant les questions initiales le plus souvent faussement simplistes par une série de questions plus pointues où l'on peut mieux identifier ce qu'on sait déjà faire, ce qu'on devrait savoir faire après travail, ce qu'on ignore actuellement et ce à quoi on ne pourra jamais répondre tant qu'on ne disposera pas de moyens d'investigation ou d'informations supplémentaires.

Ici, pour ce problème d'aire, la connaissance que les mathématiques m'apportent sur cette réalité du parallélogramme, ce n'est pas d'abord la formule exacte $A = a * b * \sin(\theta)$ (qui condense en quelques symboles - pour qui connaît la fonction sinus - tous les commentaires que je vais faire maintenant), c'est essentiellement de pressentir tout de suite qu'il me manque des informations pour répondre à la question posée.

Ma culture mathématique me dit ici, qu'à défaut de posséder une information sur la valeur de l'angle ou sur la "hauteur" du parallélogramme, je dois m'interdire de chercher une réponse simple et catégorique du genre $6m^2$ ou $12m^2$, et ce bien que la question ait été formulée d'une façon qui m'invite à ce type de réponse (quelle est l'aire de la simple figure parallélogramme dont les dimensions sont données par de simples nombres entiers 3 et 4 !!!).

Mon réalisme mathématique m'amène à considérer comme une réponse noble l'affirmation "je ne peux pas répondre", affirmation qui dans la vie scolaire, comme dans la vie ordinaire, a le plus souvent une connotation négative puisqu'elle est prise pour un aveu d'ignorance ou de faiblesse.

Ma culture scientifique me permet alors de ne pas décevoir mon interlocuteur si je peux lui expliquer pourquoi sa question n'admet pas de réponse sous la forme où elle était suggérée, je pourrais par exemple lui dire :

"Je ne peux pas vous répondre par un nombre précis, car l'aire de votre parallélogramme peut être un nombre quelconque compris entre 0 et 12, il suffit d'aplatir suffisamment votre parallélogramme pour que son aire se rapproche de 0 (cas des porte-partitions de musique lorsqu'ils sont repliés); si au contraire vous voulez vous rapprocher de 12, il vous faudra faire un angle quasiment droit, et alors, vous ne pourrez dépasser cette aire maximum.

Entre ces deux extrêmes, la formule mathématique qui marque le lien entre angle et aire est Aire = 12 sin (angle).

Cette relation qui fait intervenir le sinus est parfaitement connue, ce qui ne signifie pas qu'elle soit linéaire, car à l'angle moitié (45°) ne correspondra pas l'aire moitié, mais un peu plus des 2/3 de la surface, et ce n'est que pour l'angle tiers de l'angle droit (30°) que l'aire deviendra moitié !"

(Tout cela, à mon sens, n'a rien de naïf et de spontané, c'est le propre d'une culture scientifique.)

Pour conclure sur cet exemple

J'ai tendance à considérer le comportement observé sur plusieurs cohortes d'étudiants, face à ce problème, comme un fait didactique important qui devrait nous interroger sur le fonctionnement de l'école : que la réponse scientifiquement pertinente " $3 * 4 * \sin(\theta)$ " devienne majoritaire auprès des bacheliers lorsque l'angle du parallélogramme est désignée par la présence d'un code comme une variable pertinente du problème, et que par contre cette variable angle soit ignorée de la majorité des étudiants quand on n'attire pas leur attention sur sa pertinence, n'est-ce pas symptomatique d'un fonctionnement très, trop, beaucoup trop superficiel de l'école ?

Ce fait n'est-il pas symptomatique aussi d'un fonctionnement de l'école qui lui évite de s'interroger sur ce que les élèves apprennent véritablement : en vieillissant dans notre métier, n'apprend-on pas inconsciemment à poser les "bons problèmes", ceux qui permettent d'obtenir un taux correct de réponses satisfaisantes ?

Par un système de codes avertisseurs qui deviennent une coutume totalement transparente dans l'enseignement des sciences et surtout des mathématiques, l'école ne parvient-elle pas ainsi à marquer des différences énormes entre les élèves qui savent répondre (car ils savent observer les codes) et ceux qui ne savent pas répondre (en partie parce qu'ils n'ont pas compris ce jeu scolaire ou qu'ils ne veulent ou ne peuvent, par leur culture, le pratiquer) ?

Cette réussite forcée des uns n'empêche-t-elle pas l'école de sentir le besoin de se transformer ?

L'école ne peut-elle pas ainsi "en toute bonne foi" se dédouaner du fait que certains n'y comprennent rien, puisqu'une grande partie des autres semblent bon an, mal an pouvoir apprendre et comprendre (et certains très bien) dans le système tel qu'il fonctionne ?

Pour ma part, j'ai été réellement interpellé par les recherches en didactique des mathématiques le jour où j'y ai découvert des concepts et des outils qui permettaient de mieux identifier le jeu cognitif de l'élève et de la classe : qui fait quoi au juste dans la classe ? quel est le vrai travail scientifique de l'élève ? quelles connaissances peut-il utiliser de son propre chef sans qu'on le tienne par la main ?

A la recherche d'un autre mode de transmission des savoirs : le débat scientifique en cours de mathématiques

Partant de ces savoirs didactiques, nous nous sommes donné, avec un certain nombre

d'autres chercheurs, comme principal objectif de nos propres recherches sur l'enseignement, d'imaginer et d'analyser des dispositifs d'enseignement des mathématiques dans le secondaire et dans le supérieur tels que des élèves ou des étudiants placés dans des situations analogues à celle de notre parallélogramme puissent réagir plus scientifiquement.

La question fondamentale était bien évidemment de savoir si l'école peut, dans un dispositif de cours collectifs, transmettre un savoir qui permette à une grande partie des élèves ou des étudiants de mieux comprendre le monde qui les entoure et de s'adapter plus "intelligemment" aux situations délicates.

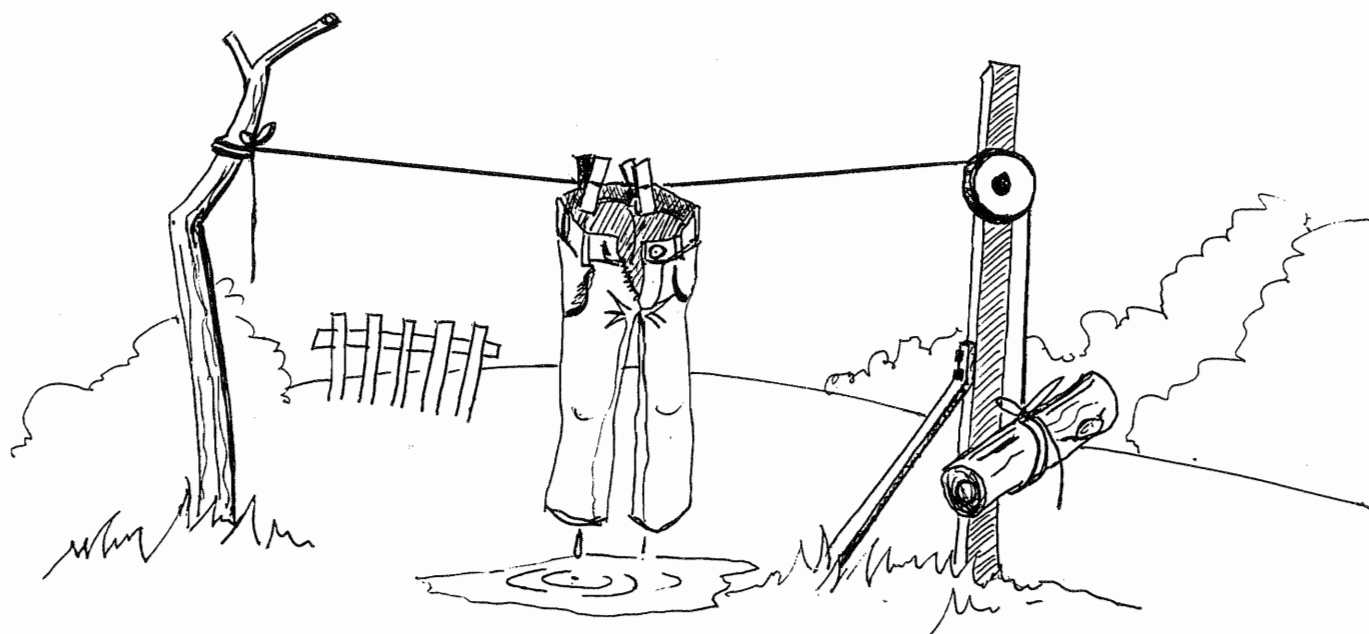
C'est ainsi que nous avons été amenés progressivement à imaginer et à réaliser en vraie grandeur dans des classes ou des amphis un cours de mathématiques qui se déroule sous forme de "débat scientifique" entre les élèves.

En quelques mots, de quoi s'agit-il ?

Partant de situations problématiques introduites par le professeur ou de conjectures proposées par les élèves, les définitions et les théorèmes du cours sont peu à peu introduits par l'enseignant comme réponses, mises en forme, synthèses des débats des élèves : débats faits de questionnements, d'essais de résolution des problèmes, de tentatives de preuves etc.

Etude d'un deuxième exemple : le blue-jean

N'étant plus persuadé que vous me suiviez encore dans mes considérations et percevant ici ou là quelques signes d'assoupissement (bien légitimes vu l'heure tardive, les effets du repas et la pénombre organisée pour rendre les transparents plus lisibles), j'ai alors proposé ex abrupto la situation suivante, que nous utilisons souvent dans nos classes.



Ce blue-jean mouillé suspendu à ce fil à linge pèse environ 3 kg , Question :

La tension T du fil (c'est-à-dire la valeur en kg du contrepoids C qu'il faudrait suspendre à son extrémité pour soutenir le blue-jean dans cette position) est-elle à votre avis plutôt de ?

1,5 kg 3 kg 6 kg 20 kg 45kg 100kg

Chacun de vous était invité à travailler seul ou avec ses proches voisins afin de déterminer la réponse qui lui semblait la plus satisfaisante.

Après quelques instants de silence nécessaires pour sortir du bercement du confrencier et se remettre à penser à la première personne, l'assistance qui était très proche de l'état de sommeil s'est brutalement enflammée, et au bout de cinq minutes la salle était dans un état quasi volcanique (la bande est inaudible, excepté certains hurlements de rires laissant prévoir le pire sur le sort qui allait être réservé à ce pauvre pantalon!)

Les réponses ont été les suivantes :

1,5 kg	3 kg	6 kg	20 kg	45kg	100kg
25	40	13	20	0	0
(2 refus de réponses)					

J'ai eu le tort de ne pas vous proposer, comme cela se pratique dans nos cours, d'entrer dans un débat où chacun pourrait expliquer sa position ou attaquer les explications des autres lorsqu'elles lui paraîtraient erronées.

Je ne vous l'ai pas proposé, car l'objet de cette conférence n'était pas de vous présenter en détail le débat scientifique en cours de mathématiques, mais plutôt d'illustrer par des exemples les possibilités de confrontation des mathématiques aux autres domaines de réalité.

Je ne vous l'ai pas proposé donc parce que, pour que nous puissions débattre scientifiquement sur ce problème, il aurait fallu que nous consacrons un certain temps non seulement au débat, mais aussi à son organisation.

En effet, pour qu'un débat initié par une situation problématique comme celle de notre pantalon puisse se structurer scientifiquement dans un grand groupe, il est apparu progressivement nécessaire, au cours de nos recherches, de respecter des règles strictes peu coutumières à l'école et dans la société, règles nécessaires pour gérer la situation paradoxale suivante : l'enseignant doit garder le contrôle de la situation sans la dominer, il doit organiser le débat sans l'arbitrer; les participants, eux, doivent être spontanés et simultanément se sentir responsables de la vérité de ce qui est dit, se plier aux lois du scientifique et respecter la prise de parole en groupe.

Pour cela donc, l'enseignant "doit" distribuer la parole à ceux qui en font la demande et résumer aussi fidèlement que possible au tableau ce que chacun propose en prenant garde de ne pas sélectionner ce (ou ceux) qui lui plaît (sent), de ne pas arranger ce qui est dit, et surtout de ne pas laisser le moins du monde transparaître son avis, afin que pour chaque participant "élève" le jeu ne soit pas scolaire : "qu'est-ce que le maître en pense ? qu'est-ce qu'il attend de moi ?" mais scientifique : "qu'est-ce qui est vrai ici ? cet argument est-il crédible ? qu'est-ce qui est certainement faux ? comment le montrer ? etc".

La nécessité d'un contrat didactique explicitement négocié

Je n'ai donc pas lancé ce débat ici non pas parce qu'il n'y avait pas de tableau (on aurait pu s'arranger pour en trouver un), mais parce que n'ayant négocié aucun contrat didactique avec vous, il m'est apparu dangereux, malgré la tournure joviale que prenaient les débats en petits groupes, de vous pousser à vous exposer dans un débat public, dans une prise de parole sincère où probablement une grande partie de ce que vous avanceriez, s'avérerait faux, sachant que cette mise en évidence se ferait sans douceur et sans pudeur par la dureté du jeu mathématique dans lequel 3 ou 6 ne peuvent être

considérés comme des nuances de 45 ou de 100.

En effet, ce jeu socio-mathématique, dans lequel on ne peut adoucir la fausseté des arguments pour tenir compte des données psychologiques, ne peut respecter l'individu "élève" que dans une coutume didactique explicitement convenue, où les personnes acceptent une position d'apprenti scientifique et où l'erreur n'est plus connotée négativement, mais au contraire est explicitement reconnue comme un passage obligé vers une compréhension plus profonde.

Ce jeu n'est donc jouable que si dans un premier temps l'on convient (et à terme on prouve dans l'action) que celui qui défend une position erronée n'est pas un âne qui fait perdre son temps à la classe, mais plutôt un scientifique ordinaire qui contribue par son intervention à faire avancer une des parties essentielles du travail scientifique : déterminer la réalité du problème que l'on cherche à traiter.

Dans ce contrat didactique-là (voir en notes le contrat didactique proposé aux étudiants de DEUG A), il est clair que l'élève, s'il souhaite apprendre, n'a plus intérêt à chercher à deviner "les pièges" que le maître lui aurait tendus, ou à se gloser du pair qui ne proposerait pas la bonne réponse, puisque dès qu'on admet que les obstacles épistémologiques existent (et par suite que les raisonnements erronés sont très résistants), il n'existe plus de mauvaises réponses sur le plan cognitif en classe (i.e. de réponses dont on puisse dire a priori que leur discussion ne nous apprendra rien d'intéressant).

Pour apprendre plus, l'élève doit donc mettre en débat tout raisonnement spontané qui lui paraît valide après réflexion personnelle et /ou discussion avec ses proches voisins, afin d'en tester la solidité et la pertinence.

On "gagne" à ce jeu didactico-scientifique, aussi bien si l'on a trouvé le pourquoi des réponses exactes que celui des réponses erronées; et l'on sait que, pour que le jeu puisse perdurer tout au long de l'année, il faut qu'il y ait des personnes pour proposer des

réponses de toute nature et des personnes pour les contredire. (Il faut donc en particulier qu'à l'issue de chaque débat, personne ne sorte blessé de s'être exposé à dire sincèrement ce qu'il pensait.)

Pour revenir à l'exposé de ce deuxième exemple, ayant écarté toute possibilité de débattre entre nous de vos réponses, j'ai seulement tenté de vous expliquer de quelle connaissance mathématique cette situation se voulait être une entrée problématique.

Le réalisme des mathématiques ou l'objectif d'une situation comme celle du blue-jean

Ici l'objectif est triple :

- il s'agit d'une part d'expérimenter avec les élèves un aspect important de la méthodologie scientifique : la nécessité de construire de nouveaux objets intellectuels quand ceux que l'on possède ne sont plus adaptés,
- il s'agit ensuite d'introduire ces nouveaux objets : ici les vecteurs,
- il s'agit enfin de montrer d'entrée de jeu que ces nouveaux objets, s'ils ressemblent aux précédents (les nombres), puisque comme eux ils s'ajoutent, sont néanmoins très différents dans la mesure où ils ne s'ajoutent pas de la même façon (et que c'est cette différence qui les rend performants ici pour nous aider à mieux penser la réalité matérielle du fil à linge).

De façon plus précise, observons qu'ici le problème est présenté en termes de nombres: le blue-jean pèse 3 kg et il est maintenu en l'air par l'action conjuguée des deux brins d'un même fil. Bien que cette action soit fondamentalement vectorielle, elle est dans ce problème ramenée à un nombre puisque la question posée est : quelle est la tension T qui s'exerce sur chaque brin ?

L'introduction de la poulie et du tableau des valeurs possibles permet, s'il subsistait un doute, de matérialiser cette tension par un nombre: la valeur en kg du contrepoids qui tend la corde.

Rien donc, dans la position du problème, ne permet à l'élève habitué à décoder les énoncés scolaires pour y trouver les variables pertinentes de soupçonner que les nombres ne sont pas bien adaptés ici pour mathématiser cette situation.

Le problème orientant notre réflexion sur des nombres et l'action des deux brins du fil tendant à se conjuguer pour contrer le poids du pantalon, notre bon sens nous pousse tout naturellement à ajouter ces tensions, d'où la réponse $T = 1,5 \text{ kg}$ car $1,5 + 1,5 = 3$

Les explications que les élèves donnent habituellement pour justifier les réponses : 3kg et 6kg sont le plus souvent des variantes de cette vision fondamentalement numérique.

La réponse 3kg correspond au cas où on ne fait intervenir qu'un brin pour soutenir le pantalon, par exemple le brin actif relié au contrepoids ; 6 kg est une opération plus complexe, mais fréquente en situation scolaire : puisqu'il faut fournir une réponse et que la réponse obtenue par un premier raisonnement est trop contraire à l'expérience, on rééquilibre le résultat en prenant l'opération inverse.

Ici le raisonnement spontané est "la moitié du poids sur chaque brin" qui donne une tension plus faible que le poids; comme cette réponse ne correspond pas à l'expérience de ceux qui ont bricolé des suspensions horizontales, ils transforment cette moitié en son double pour obtenir une réponse rationnelle et plus vraisemblable.

Une vingtaine d'entre vous ont choisi $T = 20 \text{ Kg}$ (ce qui est très différent de ce qui se produit dans une classe où cette valeur n'est choisie au plus que par un ou deux individus, qui par leur singularité provoquent en général l'hilarité de la classe); il est remarquable de voir néanmoins que les valeurs 45 kg et 100 kg n'ont été choisies par personne, bien que ce soient des réponses bien adaptées à la situation.

Devant ce résultat, j'aurais tendance à dire que cette situation est idoine et robuste pour provoquer un changement de regard.

En effet, le problème didactique majeur pour introduire significativement les vecteurs auprès d'élèves peu attirés par les mathématiques est que ces élèves sont toujours réticents lorsqu'il s'agit d'élargir, de compléter, de remplacer des objets devenus simples pour eux à force de s'en servir par des objets nouveaux et plus complexes (passage des entiers aux décimaux, des chiffres aux lettres, des nombres aux vecteurs, des formules aux fonctions, etc.).

Souvent, pour ces élèves, la complexité des nouveaux objets mathématiques apparaît comme artificiellement entretenue par le professeur pour faire monter les enchères de la course d'obstacles que représente pour eux le cours de mathématiques (pourquoi faire si compliqué, alors que jusqu'ici on pouvait faire beaucoup plus simplement).

Ici il me semble que la difficulté vectorielle est adaptée à la complexité du problème qu'on cherche à étudier; si on veut échapper à cette complexité, on ne pourra comprendre pourquoi la réalité est aussi éloignée de notre intuition, de notre bon sens.

C'est donc là (nous l'espérons) que l'élève réservé sur l'intérêt du jeu mathématique va peut-être commencer à apercevoir qu'en "faisant compliqué" dans un premier temps, les mathématiques peuvent aussi beaucoup nous simplifier la vie en nous apportant un éclairage pertinent et des outils de calcul pour quantifier nos intuitions.

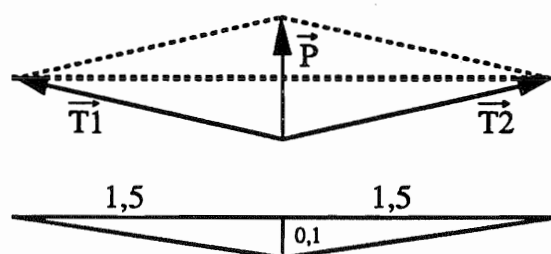
Ici donc, il me semble que tant qu'on ne veut voir que les nombres poids et tension pour résoudre le problème, tant qu'on ne veut pas faire intervenir l'angle des deux brins de la corde, i.e. tant qu'on n'accède pas à une vision vectorielle, nos raisonnements ne font que nous éloigner d'une réponse "vraie".

En particulier, contrairement aux nombres qui, lorsqu'ils "coopèrent à la même action", sont automatiquement de même signe (i.e. sont tels que le module de leur somme est la

somme des modules), les vecteurs, eux, peuvent bien coopérer à la même action (c'est le cas des vecteurs $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ qui participent chacun pour moitié à compenser le poids P du pantalon) sans que pour autant leurs modules s'ajoutent.

(Ici ce n'est pas parce que : $\vec{P} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$ que l'on a aussi $\|\vec{P}\| = \|\vec{T}_1\| + \|\vec{T}_2\|$).

De façon a priori paradoxale (à force de ne considérer que des repères orthonormés, on se fabrique le faux théorème : "Le module des composantes d'un vecteur est toujours inférieur à la norme du vecteur lui-même"), le module de la somme (ici le poids du pantalon) peut devenir dérisoire par rapport à chacun des modules composants (ici la tension T que l'on demande d'évaluer), et plus on veut ignorer la nécessité que ces vecteurs équilibrateurs T_1 et T_2 fassent un angle pour contrer le poids (plus on veut faire en sorte que l'étendage ne fléchisse pas) et plus le rapport T/P devient fou (tellement fou que tout étendage finit par casser si on lui refuse de fléchir).



En effet si on prend pour définition de la somme de deux vecteurs la diagonale du parallélogramme, et si l'on se propose de modéliser les forces par des vecteurs et non plus par de simples nombres, le principe de Thalès appliqué à un étendage dont par exemple le fil mesure 3 mètres et sur lequel on accepte une flèche au centre d'environ 0,1m (étendage normal!) nous conduit à prévoir un rapport T/P d'environ 8.

Si nous réalisons des expériences de suspensions horizontales et que nous mesurons les différents paramètres, nous constaterons que cette nouvelle mathématisation du problème en termes de vecteurs semble beaucoup mieux adaptée à représenter cette réa-

lité que l'ancienne mathématisation par les nombres simples, mathématisation simpliste qui nous poussait à choisir un rapport T/P de 0,5, 1 ou 2 tout à fait inadapté au problème.

C'est bien l'absence de cette intuition vectorielle "la tension doit être de 10 à 20 fois supérieure au poids à soulever si l'on veut que la flèche de l'étendage soit faible qui nous interdit de choisir spontanément les réponses les plus adéquates 20 kg, 45 kg ou même 100 kg, mais excepté pour celui qui travaillerait régulièrement de façon empirique sur des ruptures d'étendages, cette intuition-là n'est rien moins que de l'évidence, du simple "bon sens", c'est du bon sens théoriquement construit, mathématiquement construit!

Je prétends donc que ce concept de vecteur mathématique, s'il est couplé avec une situation telle que celle du blue-jean, change notre regard sur le monde et que ce changement de regard est aussi important pour l'intellectuel pur qui renâcle à se salir les mains dans une réalité trop contingente et incertaine, que pour l'esprit concret qui se déclare irréductiblement pragmatique, et qui (pour cela ou en se protégeant par cela) renâcle a priori contre tout effort de théorisation, en particulier celui que lui réclame le cours de mathématiques ou de physique.

Qui, par exemple, de l'un ou de l'autre de ces deux personnages pense avec son pragmatisme ou avec ses théories pures pouvoir sortir sa voiture tombée dans le fossé, alors qu'il est seul avec un enfant et ne dispose que d'une corde et d'un solide point fixe ?

Le bon sens seul et le manque d'entraînement physique les pousseront l'un et l'autre à se dire qu'ils n'ont pas la force de tirer leur voiture; les vecteurs, s'ils les possèdent en tant que concepts frottés à la réalité du monde sensible, leur indiqueront qu'en tirant la corde par son travers (comme le blue-jean) ils finiront par exercer une tension telle que leur voiture sera obligée d'avancer un petit peu (jusqu'à ce que l'angle que les deux brins de la corde feront par leur traction la-

térale soit trop marqué), l'enfant n'aura alors qu'à glisser une pierre sous les roues pour que la voiture ne recule pas lorsqu'ils relâcheront la corde pour la retendre, et ils n'auront plus qu'à recommencer la manœuvre autant de fois qu'il le faudra pour que la voiture soit à nouveau sur la route.

C'est un peu long, me direz-vous bien sûr, et tout le monde ne dispose pas d'une corde assez solide et raide en prévision de ses sorties de route.

Mais, si vous le voulez bien, vous avez compris le sens de mon propos; je veux dire ici que c'est important pour le père (ou la mère) comme pour le fils (ou la fille) de vérifier, à chaque fois que c'est possible, que théorie et pratique, mathématiques et réalités concrètes peuvent se rejoindre et se conforter, cela peut leur donner une certaine force psychique et pallier une insuffisance de force physique.

Deux autres exemples un peu différents

Ayant posé la question :

Qui sera demain assez intelligent et productif pour avoir le droit de vivre ?

j'ai alors brièvement évoqué deux exemples qui guident ma réflexion sur ces problèmes, exemples qui, semble-t-il, n'ont pas convaincu certains d'entre nous; il s'agissait de l'exemple de la catastrophe de Tchernobyl et de celui de l'écrasement de l'Airbus A 320 dans une présentation en vol.

Dans les deux cas je voulais montrer que, vu la généralisation de technologies très avancées, nous étions chaque jour plus menacés, non par des erreurs dans la conception ou la réalisation de ces technologies, mais par des inadaptations entre ces technologies et les personnes qui ont à les utiliser.

Je ne vais développer ici que le second exemple, car c'est celui qui, à mon sens, illustre le mieux une thèse que je partage avec Y. Chevallard :

Nous allons vers un monde où le didactique devient partout nécessaire

Je dis bien le didactique, et pas seulement la communication à sens unique, ou la pédagogie comme les politiques l'entendent de plus en plus, i.e. convaincre les gens, par tous les arguments vrais ou faux, que la solution déjà choisie est bonne et que c'est celle-là qu'il faut adopter.

Je dis didactique dans la mesure où les hommes, en se fabriquant un monde de plus en plus sophistiqué, doivent, s'ils ne veulent pas jouer les apprentis sorciers, entretenir une dialectique constante entre concepteurs, réalisateurs et utilisateurs : la communication doit donc s'effectuer dans les deux sens, de façon de plus en plus précise et significative.

Aujourd'hui il ne suffit plus d'inventer des techniques bonnes en soi pour un homme qui n'existe pas, il faut concevoir et fabriquer ces techniques en connaissance et coopération avec l'homme qui aura à les utiliser.

Ces technologies n'étant ni simplistes ni transparentes, il faut pouvoir en communiquer la philosophie à l'homme-utilisateur, et ces techniques doivent être conçues en tenant compte de la philosophie, des pratiques et des capacités d'évolution de ces personnes, faute de quoi on risque de voir se multiplier les contre-sens profonds dont la portée (apparemment mineure à l'école) peut devenir catastrophique dans la vie professionnelle.

Je vais tenter d'illustrer ce propos à travers l'analyse de ce que je sais de l'écrasement d'un Airbus A 320 dans une présentation en vol.

De façon très schématique, l'accident est survenu au moment où le pilote de l'avion ayant exécuté un passage à très basse altitude a voulu relancer les moteurs pour s'arracher au-dessus de la forêt qui se présentait face à lui : les moteurs n'ont pas réagi suffisamment pour éviter la catastrophe.

On peut, pour des questions d'assurance, de carrière ou de marketing, faire tendancieusement le procès du pilote ou de l'avion, on peut aussi dépasser l'événement particulier

pour étudier quel peut être le rapport d'un pilote confirmé à un avion d'une nouvelle génération.

Quand le concepteur de ce nouvel avion intercale un ordinateur entre la commande des gaz et les leviers qui permettent effectivement de lancer le moteur, il ne fait pas que changer de technologie de transmission des commandes, il change aussi la philosophie du pilotage.

En commande directe (comme dans une voiture ordinaire), quand un moteur ne réagit pas assez rapidement, on réactive la commande des gaz et en général ça marche (le moteur repart instantanément avec encore plus de puissance); si on fait la même manœuvre lorsqu'un ordinateur a été intercalé entre le moteur et les leviers de commandes, le logiciel se trouve "pris dans un conflit" entre deux ordres contradictoires : l'ancien ordre qui avait lancé une procédure complexe conduisant à l'ouverture des gaz, et le nouvel ordre qui pour être immédiatement exécuté, doit interrompre la procédure en cours d'exécution pour relancer une nouvelle procédure d'ouverture des gaz.

Puisque rien, semble-t-il, n'avait été prévu pour interpréter le réflexe du pilote comme un message de détresse réclamant l'accélération de la procédure en cours d'ouverture des gaz, l'ordinateur de cet Airbus A 320 a interprété la sollicitation du pilote comme un message d'erreur sur la procédure en cours, il l'a donc stoppée pour faire repartir à zéro une nouvelle procédure; pendant ce temps précieux, les gaz n'étant toujours pas remis, cet avion dont la puissance et la technologie de pointe ne semblent pas pouvoir être mis en cause dans cette affaire, n'a pu délivrer à temps la puissance dont il disposait pour s'arracher de la forêt.

A mon sens, il ne s'agit ici d'incriminer ni la technologie de l'appareil ni la compétence du pilote, mais une carence didactique entre concepteurs du nouvel avion, exploitants et pilotes.

La didactique est ici la connaissance sur les rapports entre des pilotes et un nouvel avion.

Si ces pilotes sont "anciens", i.e. n'ont pas appris à piloter sur ce nouveau type d'avions

(en un certain sens plus simples et plus fiables, mais peu transparents), mais sur d'autres (plus kinesthésiques), il ne suffit peut-être pas de leur enseigner la nouvelle technologie et de leur proposer le nombre réglementaire d'heures de simulation en vol, car s'ils ont réellement du métier, ils se sont forgé des réflexes, des modes de pensée rapides adaptés à des avions de conception très différente; ils ne vont donc probablement pas les abandonner aussi radicalement que le laissent supposer nos modèles cognitifs classiques (ces réflexes anciens auront tendance à reprendre le dessus dans les moments de surprise, de très forte tension, en cas de détresse).

La didactique peut alors être cet ensemble de connaissances qui vont permettre à l'exploitant de ce nouvel appareil de subodorer que la technologie de pointe qu'il vient d'acheter fort cher et qu'il compte bien rentabiliser n'est peut-être pas forcément utilisable immédiatement dans sa conception la plus performante. S'imposera alors une période transitoire pendant laquelle l'avion "va devoir se faire connaître" aux pilotes dans sa nouvelle conception, mais "n'imposera pas systématiquement sa nouvelle philosophie" au cas où le pilote réagirait par réflexe comme avant.

Le didactique est ici vu dans sa conception large comme intervenant directement sur l'ensemble des rapports entre les hommes quand ils cherchent à élaborer, communiquer, exploiter du savoir technologique.

En conclusion de cet exposé, un parallèle entre mythe et réalité en mathématiques et mythe et réalité en didactique des mathématiques

Je voudrais, pour conclure, faire un parallèle entre ce qui me paraît actuellement comme essentiellement caché dans l'enseignement scientifique (et qui de mon point de vue interdit à l'enseignement de montrer le vrai visage de la science) et ce qui est également caché dans la présentation de la didactique des sciences : la modélisation (occultation qui, à mon sens, interdit au pro-

fesseur de sciences de découvrir le vrai visage de la didactique des sciences).

Nécessité d'une modélisation reconnue comme telle

Il me semble que la pensée scientifique, de par sa méthodologie contraignante, n'apporte quelque chose d'important par rapport à la pensée philosophique ou religieuse que dans la mesure où elle se déclare incapable de dire avec certitude quelle est l'origine du monde et ce qui est définitivement vrai dans la réalité que nous vivons.

A chaque fois que les mathématiciens avec leurs ensembles infinis et leur droite réelle, les physiciens et les chimistes avec leurs atomes, les biologistes et les médecins avec leurs génomes, les didacticiens avec leur contrat et leur transposition didactique ne déclarent pas parler de la réalité objective (qu'ils seraient bien en peine de définir), mais prétendent seulement avoir créé des modèles et des théories cohérentes susceptibles de nous aider à comprendre ce que nous appelons communément la réalité sans jamais pouvoir la saisir directement, ils apportent un savoir utile à l'homme, car un savoir qui ne déresponsabilise pas l'homme de son humanité.

Quand les scientifiques expliquent à ceux qu'ils instruisent de leur science que dans leurs modèles ils ont tout fait pour que les événements qui leur servaient de références se pensent bien, en particulier qu'ils ont été amenés à simplifier "outrageusement" ce qu'ils perçoivent de la réalité du monde sensible afin d'éviter incertitudes et contradictions internes, ils invitent ces personnes, devenues élèves, à garder leur sens critique vis-à-vis de ce qu'elles apprennent et les stimulent à apporter elles aussi leur contribution pour découvrir de nouveaux modèles mieux adaptés.

Quand, dans leurs rapports médiatiques, les scientifiques explicitent leur philosophie et leurs méthodes de travail, ils rappellent aux citoyens que les résultats de leurs théories sont solides dans ces théories, mais qu'ils ne

sont applicables avec une certaine fiabilité qu'aux éléments de la réalité qui collent de suffisamment près avec les hypothèses de leurs modèles.

Ils rappellent donc que la confiance que nos sociétés industrialisées font tout naturellement aux résultats de la science ne doit pas être aveugle, elle doit être chaque jour confirmée, corroborée par les faits; personne ne peut prouver que la science a absolument raison et surtout pas les scientifiques eux-mêmes.

Vu l'ancienneté de certaines disciplines, personne ne met en cause fortement les mathématiques ou la physique, mais chacun devrait se souvenir que si l'histoire des mathématiques ne fait pas souvent apparaître de grandes crises internes, l'utilisation qui est faite des mathématiques pour (faire) prendre des décisions, par exemple économiques, est en crise permanente (les vecteurs, c'est bien pour prévoir la tension du fil à linge, mais tout vecteur économique ne conduit pas forcément à des prévisions fiables et à des décisions pertinentes).

A l'inverse, les disciplines plus récentes comme les sciences humaines ou la didactique, ont beaucoup de peine à être reconnues comme porteuses de vérités, comme susceptibles d'être utiles à l'homme et à la société; certains parmi nous les rejettent en bloc de façon quasi allergique, parce que soit-disant, elles n'ont pas fait leurs preuves.

Les plus réticents pour prendre au sérieux ces "sciences molles" sont bien entendu les scientifiques durs et parmi eux les mathématiciens. Cela tient à de multiples raisons bien sûr, y compris les moins nobles (les guerres de territoire et de poste), mais si l'on met de côté ces affaires dont l'histoire nous montre qu'elles sont caractéristiques de l'introduction de toute nouvelle discipline (qui doit pour exister se tailler une place le plus souvent malgré et parfois contre les plus anciennes), regardons si par exemple la didactique dans la façon dont elle se diffuse, voire s'enseigne, ne sécrète pas elle-même un malentendu fondamental en minimisant son caractère modélisateur.

Naïvement, chacun d'entre nous voudrait que cette discipline nous fournisse des résultats vrais et utiles sur l'enseignement; or, pour qu'une théorie soit utilisable en pratique, il faut pouvoir la rendre simple et qu'au moins dans certaines circonstances bien cadrées, elle nous dise clairement ce qu'il faut faire et ce qu'il ne faut pas faire.

Suivant les modèles des sciences dures, il faudrait donc pouvoir décrire avec précision ce qu'est un résultat vrai de didactique, ce qu'est une contradiction.

Or quiconque n'est pas totalement naïf, sait très bien que tout ce qui touche directement à l'homme est beaucoup trop délicat pour entrer aisément dans la dichotomie vrai-faux qui fait la force du modèle mathématique et simultanément en limite la portée externe.

Du coup certains voient là un argument décisif pour déclarer que cette discipline est une hérésie scientifique, qu'elle ne peut prétendre à être considérée comme une science, sous-entendant par là qu'elle ne peut être porteuse d'aucune vérité scientifique.

Si on ne décide pas de prendre la didactique comme l'exutoire de toutes nos insatisfactions vis-à-vis de l'enseignement et/ou de la recherche, il nous faut, me semble-t-il, pour en faire une discipline pertinente, regarder ses déclarations non comme des descriptions fidèles de la réalité de l'enseignement (ce qu'elles ne sont pas, mais laissent souvent croire par un ton doctrinal inadéquat), mais comme des modélisations (ce qu'elles tendent à devenir majoritairement, mais ne déclarent pas assez explicitement être).

Dans l'enseignement des sciences, on passe sous silence l'aspect modélisateur de la science, d'une part parce qu'on a peur que les gens ne comprennent pas, perdent confiance dans la vérité de ce que l'on dit, ne voient plus la nécessité d'apprendre quelque chose d'incertain, contestent le fait qu'on les contrôle sur des connaissances passagères, etc. (la science, les mathématiques ne seraient plus absolument vraies!!!), d'autre part, on passe sous silence cet aspect modélisateur

parce que c'est l'obstacle épistémologique majeur pour comprendre ce qu'est une science : croire en l'utilité d'un modèle comme les mathématiques dans lequel on prouve tout, sans pouvoir prouver que le modèle lui-même est pertinent pour décrire les réalités (par exemple accepter qu'on ne puisse pas mathématiquement prouver la pertinence du modèle euclidien pour représenter l'espace dans lequel nous vivons, puisque cette preuve n'est pas de l'ordre des mathématiques, alors que ce modèle nous intéresse en partie parce qu'on peut y effectuer des preuves mathématiques) est un paradoxe terrible auquel l'école parvient constamment à échapper sauf peut-être quand il s'agit d'enseigner les probas (c'est probablement en partie pour cela que l'école renâcle à faire cet enseignement-là).

Dans la modélisation de l'enseignement qui sert de base à mon propos (modélisation que je fais dans ce texte parfois en la déclarant explicitement comme telle et parfois de façon beaucoup plus cachée), je fais l'hypothèse que l'école d'aujourd'hui refuse dans son ensemble la notion d'obstacle épistémologique et de conflit cognitif; cette théorisation nous donne une explication au fait que cette école se trouve alors "interdite" de présenter la science telle qu'elle se pratique : une succession de théories et de modèles où tout est fait pour que l'esprit humain parvienne à mieux comprendre le monde dans lequel il pense, mais où rien n'est définitivement certain.

Cette hypothèse peut nous éclairer sur les raisons pour lesquelles, dans l'enseignement public comme dans le privé, les énoncés scientifiques se présentent essentiellement comme des vérités révélées, localement reliées par des chaînes de rationalité; en principe dans l'enseignement, il n'y a pas de Bon Dieu de la science présenté comme tel, mais en pratique, comme tout doit être clair, précis et ne pas donner lieu à débat et contestation, il y a des dogmes (ce qui est partout présent dans la classe, mais jamais discuté : par exemple le sens du vrai et du faux en math, les rapports entre le vrai et "l'utile", etc.), il y

a les grands prêtres (les chercheurs) à qui ces dogmes sont révélés, qui garantissent l'utilité de ces dogmes, les vicaires (les professeurs) qui les enseignent aux fidèles (les élèves) qui apprennent et appliquent !

Le didactique n'ayant pas en soi des vertus qui lui permettraient d'échapper naturellement à cette "loi du didactique", la didactique se transmet elle aussi un peu trop souvent de cette manière; la supercherie saute alors aux yeux de ceux-là même qui acceptent sans la voir celle qui se vit quotidiennement dans l'enseignement de leur discipline : la mystification de la didactique saute aux yeux d'un grand nombre de personnes qui ne voient pas (se refusent à voir) celle que peut représenter l'enseignement des mathématiques pour une grande partie des élèves et des étudiants.

Cependant il me semble qu'en lisant bien les différents travaux de recherche en didactique des mathématiques, on peut se rendre compte que le choix dominant de cette communauté de recherche est bien de construire des modélisations de la situation d'enseignement et de les travailler comme telles, i.e. de ne pas en faire des modèles prescriptifs, mais des outils d'analyse et d'explication du réel de l'enseignement.

Il est clair que l'espoir qui a fondé cette communauté de recherche était bien entendu que les théories et les modèles qu'elle élaborerait seraient suffisamment consistants, et néanmoins simples, pour pouvoir être utilisés par les professeurs lorsqu'ils auraient à bâtir un cours, à analyser une séquence de classe, à corriger des copies, à suivre un élève en particulier ou à analyser un curriculum.

Mais dès le départ, il me semble que (et le remplacement du mot pédagogie par celui de didactique avait, je crois, en grande partie cette raison) les chercheurs de cette communauté ont voulu marquer une distance très forte entre leur effort de théorisation (la didactique) et le réel de l'enseignement (le didactique), et il me semble aussi que pas un instant cette communauté n'a relâché son effort de vigilance épistémologique pour

maintenir cette distance (ce qui de mon point de vue conduit parfois à l'excès inverse).

Par voie de conséquence, tout comme les autres disciplines scientifiques qui ne veulent rester à la surface des choses ou être totalement engluées dans une subjectivité stérilisante, la didactique des mathématiques repose sur un vocabulaire, des hypothèses de base et sur des axiomes ou principes indémonstrables, et comme en mathématiques ce n'est qu'en connaissant précisément ces définitions, ces principes fondamentaux et axiomes de base que l'on peut tirer des connaissances, des résultats de ce type de recherches.

En particulier, il me semble que ce n'est qu'en connaissance de cause des présupposés méthodologiques et des hypothèses de base qu'il est raisonnable de faire intervenir les résultats de la recherche en didactique dans l'enseignement.

Deux modélisations fondamentales en didactique des mathématiques

En prenant le risque d'être totalement réducteur, disons que deux théories opposées et complémentaires dominent en didactique des mathématiques : la théorie des situations proposée par Guy Brousseau et la théorie anthropologique proposée par Y. Chevallard.

Ces deux théories reposent sur deux modélisations très différentes du savoir.

La théorie des situations

Dans ce modèle, on regarde le savoir scientifique essentiellement comme le fruit de l'adaptation intelligente de l'homme aux problèmes : pour résoudre des problèmes, l'homme crée de la connaissance, il théorise ses pratiques.

La conséquence didactique logique de ce regard sur le savoir est que pour enseigner des connaissances qui transforment le regard de celui qui apprend, i.e. lui donnent une capacité d'analyse et d'action supérieure, il faut inventer des situations problématiques dans lesquelles le savoir à enseigner est "né-

cessaire" (par exemple, il me semble que la situation du blue-jean rend les vecteurs nécessaires pour penser mathématiquement ce problème), il faut aussi qu'au cours de son apprentissage l'élève devienne par moments lui aussi en un certain sens chercheur, découvreur des connaissances qu'on veut lui enseigner (car on ne peut véritablement découvrir la philosophie du savoir qu'en devenant soi-même producteur de savoir).

La théorie du débat scientifique que j'ai esquissée précédemment est en filiation directe avec cette théorie des situations, c'est une façon de voir s'il existe des systèmes didactiques, basés sur ce type d'hypothèses, viables dans la durée d'une année et d'un programme.

Il est clair que la théorie des situations est très difficile à mettre en œuvre dans le réel de la classe ou de l'amphi, car elle place très haut les enjeux de savoir, elle suppose des connaissances épistémologiques fortes du côté du professeur et lui réclame d'adopter des conduites pédagogiques contraires à l'instinct premier de l'enseignant (tout expliquer et tout dire).

Cette théorie étant à contre-courant de ce qui se fait le plus généralement (en réalité et non en surface), cela rend la mise en pratique de ses principes d'autant plus difficile (à mon avis, c'est quasiment impossible, pour un professeur totalement isolé, de modifier ses pratiques dans ce sens).

Cette théorie n'est donc absolument pas à regarder comme une méthode à appliquer directement; vue en termes prescriptifs, elle sera automatiquement déformée, ou à juste titre rejetée comme irréalisable : à mon sens il serait fou et dangereux de demander au corps enseignant d'appliquer directement la théorie des situations ou d'imposer le débat scientifique. (Imposés de l'extérieur, comme des modèles à suivre, à des professeurs qui n'ont pas eu le temps ni la formation pour se construire une théorie personnelle qui tienne compte de ce qu'ils sont et de leur expérience, ces modèles donnent le plus souvent lieu à des grimaces).

Par contre, il me semble très raisonnable pour nos sociétés et très prudent pour les

élèves et les enseignants que les professeurs du primaire, du secondaire et du supérieur aient l'occasion de travailler sur de telles modélisations, afin que peu à peu au fil des années, chacun découvre ce qu'il peut tirer pour lui, dans ses classes ou ses amphes, de cette utopie que l'évolution de nos sociétés rend de plus en plus nécessaire. (Pour cela il est important que ne continue pas à s'exercer la pression de la peur du changement, qui tend à diaboliser ces théories, en prétendant que le savoir s'y dilue dans un pédagogisme dévastateur).

La théorie anthropologique

Dans cette seconde modélisation, proposée par Y. Chevallard, le savoir regardé est celui qui est en vigueur dans une institution.

Cette modélisation est remarquablement bien adaptée pour analyser quel type de rapport telle personne placée dans telle position, dans une institution donnée, peut avoir avec tel ou tel savoir de cette institution.

En particulier, cette modélisation permet une analyse assez crue du fonctionnement des savoirs dans l'institution école; par suite vouloir ignorer cette modélisation, c'est se priver d'un regard très pertinent sur la réalité de notre métier.

Cette vision du didactique est "nécessaire" pour le professeur non pas en tant que connaissance vraie absolument, en tant qu'ensemble de lois imprescriptibles, mais nécessaire pour des professionnels, car en tant que tels nous devons connaître le dessous des cartes que nous manipulons à longueur de journée pour que nos élèves apprennent; il me semble que nous n'avons pas le droit de rester à des niveaux de naïveté sur l'enseignement que le simple bon sens, les dons pédagogiques, la simple imitation des anciens et l'expérience ne nous épargnent pas.

Je suis persuadé par exemple que la théorie du débat scientifique, profondément inspirée par la théorie des situations, n'aurait pas résisté à une mise en pratique en vraie grandeur (i.e. dans la durée de l'année, sur plusieurs années, dans différentes classes ou

amphis) si nous n'avions pas pu analyser, à partir de la modélisation anthropologique, les mécanismes institutionnels qui allaient implacablement tendre à neutraliser les effets positifs de nos réalisations pédagogiques.

Mais là encore (et plus encore que pour la théorie des situations qui ne caresse pas notre naturel enseignant dans le bon sens du poil, contrairement à ce que fait la théorie anthropologique), il s'agit de considérer cette théorisation comme une modélisation, et par suite il est indispensable de prendre ses conclusions comme des conséquences logiques de lois sur les rapports humains quand ces humains ont en commun certaines convictions.

Ces lois que Y. Chevallard appelle lois du didactique sont (si elles sont pertinentes) universelles, et donc en un certain sens incontournables.

Si leur mécanisme de fonctionnement ne reposait pas lui-même en grande partie sur des convictions dominantes de nos sociétés, elles seraient les seules lois possibles du didactique et par suite toute possibilité d'évolution positive des systèmes d'enseignement serait interdite, tout progrès didactique serait illusoire.

Les lois qui sont mises en avant dans la théorie anthropologique sont pertinentes pour décrire le fonctionnement actuel de l'enseignement, car elles reposent sur les conceptions les plus répandues (à mon sens beaucoup trop pauvres) sur le savoir, sur l'école, sur la société, et finalement sur l'homme lui-même.

Le fait, précisément, que ces conceptions dominantes dans nos sociétés placent l'homme et le savoir très en dessous de ce qu'ils peuvent être, indique que ces conceptions peuvent à juste titre s'affiner et s'enrichir (c'est là à mon sens que réside notre espace de liberté professionnelle et de responsabilité collective); et si les conceptions sur l'homme et sur le savoir s'enrichissent, alors nos recherches autour du débat scientifique tendent à montrer que les lois pertinentes du didactique "spontané" peuvent être équi-

brées par d'autres lois qui ne laminent pas de la même façon la signification profonde des savoirs.

Par exemple, quand je déclare : "Nos sociétés refusant la notion d'obstacle épistémologique et la nécessité du conflit cognitif pour les dépasser, l'école ne peut reconnaître dans son fonctionnement normal l'acte modélisateur de la science et l'enseigner", je fais une assertion didactique "à la Chevallard" qu'il faut bien lire comme une assertion hypothético-déductive.

La conclusion "l'école ne peut dans son fonctionnement normal reconnaître l'acte modélisateur de la science et l'enseigner" n'est pas universellement "vraie", elle l'est sous hypothèse; cette conclusion peut à mon sens devenir non pertinente si nos sociétés, devant les difficultés énormes que lui pose l'inadaptation d'une part de plus en plus grande des humains aux progrès scientifiques qui ne tiennent pas suffisamment compte du social et du psychologique, se mettent peu à peu à reconnaître l'existence de véritables obstacles épistémologiques, i.e. de problèmes que l'on ne peut résoudre avec des simples "il n'y a qu'à...", un peu de bonne volonté, une simple directive ministérielle, un changement de majorité, un 3% de croissance, un cours bien clair et bien complet, etc., mais qui nécessitent un changement de regard beaucoup plus profond de l'homme sur lui-même et sur la société, une sorte de révolution culturelle (au vrai sens du terme).

Il me semble donc fondamental de regarder cette théorie anthropologique comme un remarquable outil d'analyse de l'existant et comme un indicateur très précieux des contraintes didactiques (des lois du didactique) qu'il serait naïf, voire dangereux, de vouloir ignorer dans toute tentative de transformation positive du système éducatif ; mais il ne faudrait pas que ce remarquable outil d'analyse, ce regard très pertinent sur la réalité de nos enseignements devienne le point d'appui théorique du camp de l'immobilisme, une construction logique de plus

pour expliquer que les plus riches doivent rester les plus riches, une excuse à nos paresseuses intellectuelles et à nos manques de courage qui limitent nos imaginations, freinent nos capacités d'entreprendre, un paravent qui nous cache l'absolue nécessité pour l'homme d'inventer à chaque instant le monde dans lequel il vit pour que ce dernier reste humain.

Une certaine lecture de Chevallard, lecture ne considérant plus sa pensée comme un modèle pour comprendre le didactique, mais comme la description fidèle d'un réel de l'enseignement devenu intangible par effet de théorisation, peut à mon sens conduire à un immobilisme total (ce qui ne correspond pas, j'en suis persuadé, à la pensée profonde de ce chercheur) : pourquoi tenter de modifier quoi que ce soit, puisque les lois du didactique auront tôt ou tard raison de nos velléités de changement et de notre charisme ?

En d'autres termes, le message qui est facilement entendu (parce qu'il nous dédouane de toute responsabilité) est : si l'enseignement est aussi mauvais qu'il est, c'est parce qu'il ne peut être autrement.

Bien entendu Chevallard n'écrit pas cela mot pour mot, mais un ton et une certaine insistance finissent par nous en persuader; en tous cas, je vois fleurir ces dernières années nombre de travaux de jeunes (ou de moins jeunes) chercheurs en didactique qui ont reçu ce message "cinq sur cinq" et qui l'amplifient sans nuances déclarant tout de go, par exemple, que le didacticien n'a pas à se préoccuper de la préservation du sens ou des problèmes que pose l'enseignement des concepts, car le rapport au savoir que l'élève peut avoir dans l'institution-école n'est ni un rapport de sens (lui permettant de résoudre de vrais problèmes), ni un rapport conceptuel, mais seulement un assujettissement à un discours et à des règles institutionnelles, assujettissement nécessaire pour vivre dans cette institution (avoir des notes, passer des examens, etc.).

Il est clair que cette dernière description de la réalité scolaire n'est pas totalement fausse, mais ce qui serait terrifiant, c'est si tout concourait à ce que cela devienne de plus en plus vrai.

Or précisément, c'est là que notre liberté de chercheur et de professeur intervient, car placés devant un fonctionnement très réducteur de l'école largement attesté et rationnellement expliqué, nous pouvons ou bien en faire un principe, une normalité et, par une sorte de réalisme cynique, abandonner tout effort théorique pour identifier les causes de ce dysfonctionnement, pour chercher à établir un fonctionnement plus normal, ou bien, sans nier les faits, chercher pour quelles raisons l'école peut arriver à ce point à oublier ses missions fondamentales vis-à-vis de la transmission des savoirs et de la formation de l'individu.

On pourra peut-être alors identifier d'autres hypothèses, d'autres principes philosophiques à partir desquels apparaîtraient assez normalement à l'école (suivant d'autres lois du didactique) des rapports au savoir et aux individus beaucoup plus profonds.

Je voulais attirer votre attention sur cet aspect des choses, afin que nous ne soyons pas trop nombreux à franchir, sans nous en rendre compte, le cap d'une interprétation de la didactique paralysante dans l'enseignement.

Pour moi, une recherche scientifique qui ne reconnaît pas son aspect modélisateur est une supercherie et une mystification, mais inversement, une recherche éthiquement

aveugle, qui explicite ses hypothèses techniques sans voir où elles nous mènent sur un plan plus philosophique, n'est pas un bien en soi, i.e. ne réalise pas nécessairement un progrès pour l'humanité.

L'usage du mot progrès (progrès scientifique ou progrès de la connaissance), pour nommer ce qui à terme conduirait à une régression inéluctable de l'humanisme, me paraît dans ce cas peu adapté, voire pervers.

Comme la didactique des mathématiques est une recherche qui a pour objet central l'homme, l'homme en train d'apprendre, de faire, d'enseigner des mathématiques, cette recherche doit à mon sens expliciter ses hypothèses et ses objectifs sur l'homme et sur la société, afin que chacun d'entre nous puisse mieux comprendre la finalité de ce qu'il entreprend quand il adopte tel ou tel regard modélisateur sur la réalité de l'enseignement.

Finalement, je vous suggère de regarder les mathématiques et la didactique des mathématiques non comme des ensembles de vérités institutionnelles un peu figées, qui nous permettraient essentiellement de nous situer dans une échelle sociale et intellectuelle, mais plutôt comme des réalités très concrètes, très pratiques, en ce sens que ce ne sont que des idées, que des regards très particuliers sur le monde; ce sont en fait des outils pragmatiques qui par la rigueur interne qu'ils nous imposent, nous permettent après coup de faire passer dans la réalité du quotidien un certain nombre de mythes sans la réalisation desquels nous ne pouvons vivre notre humanité..

Bibliographie

- Le Nouvel Esprit scientifique, G. Bachelard (PUF)
- La transposition didactique, Y. Chevallard (La Pensée sauvage)
- R.D.M vol. 7.2 1986 , La théorie des situations , G. Brousseau
- Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, 1993, S. Johsua et J.J. Dupin PUF
- Débat scientifique en cours de mathématiques M. Legrand, Janvier 93, Repères IREM n°10 Topiques Editions
- La crise de l'enseignement, un problème de qualité, M. Legrand, Aléas éditeur 15 quai Lassagne 69 000 Lyon
- Enseigner autrement en DEUG A 1ère année. 1990 (Publications inter - I.R.E.M)
- Qu'est-ce que la science ? A. Chalmers (Essais. Le livre de poche)