

ACTES DES 12^{ème} ET 13^{ème}
COLLOQUES INTER-I.R.E.M
DES PEN DE MATHEMATIQUES

FORMER DES ENSEIGNANTS - FORMER DES ENFANTS.
ELABORATION ET DIFFUSION DE DOCUMENTS DE TRAVAIL.

Guéret
Quimper

2 - 3 mai 1985
24 - 25 - 26 Avril 1986

organisés par la COPIRELEM
avec la collaboration des I.R.E.M
de
Limoges
Brest
Rennes
Paris 7

SOMMAIRE

Liste des participants

Liste des groupes

Une introduction à la didactique des mathématiques	
Exposé de M. Artigue.....	P. 1
Groupe A1	Programmer à l'école élémentaire..... P. 32
Groupe A2	Géométrie..... P. 68
Groupe A3	Proportionnalité..... P. 97
Groupe A4	Les difficultés des enfants en mathématiques..... P. 100
Groupe A5	Liaison Ecole-Collège..... P. 118
Groupe A6	Mathématiques à l'école maternelle
	Quelle formation à l'école normale ?..... P. 135
Groupe B1	Le nouveau concours..... P. 153
Groupe B3	Nouveaux contenus, nouvelle formation..... P. 156
Groupe B4	Formation continue..... P. 162

COLLOQUE NATIONAL
Inter-IREM
des professeurs d'Ecoles Normales
QUIMPER - 24, 25, 26 avril 1986

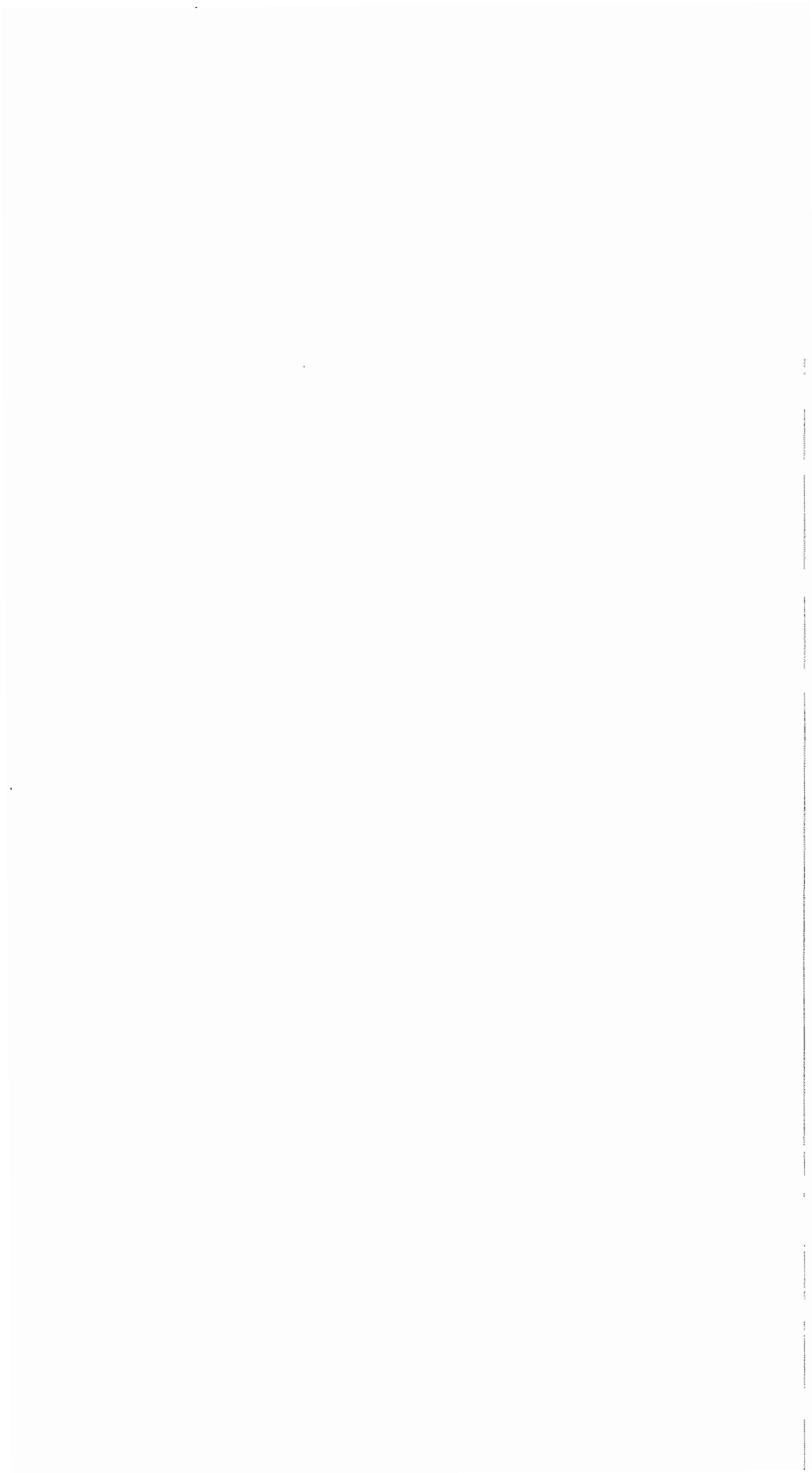
LISTE DES PARTICIPANTS

AUX COLLOQUES DE GUERET (G) ET QUIMPER (Q)

ARGAUD Henri-Claude	E.N VALENCE	G
ARTIGUE Michèle	Directeur IREM de Paris VII	Q
AUBERTIN Jean-Claude	E.N de la GUADELOUPE	Q
AUCAGNE Jacques	E.N de CHARTRES	Q
BARSEYNI René	E.N Bel Air LUYNES	G
BASSOU Yvon	E.N de BEAUVAIS	G Q
BAUTIER Thierry	E.N de VANNES	Q
BLANC Michel	E.N de NICE	G Q
BOLON Jeanne	E.N de VERSAILLES	G Q
BOSC Renée	E.N d'AUTEUIL	Q
BOSSARD Madeleine	E.N de RENNES	Q
BOULE François	E.N d'AUTEUIL	G Q
BUTLEN Denis	E.N de MELUN	G Q
CATHALIFAUD Robert	E.N de LIMOGES	G
CHAUVAT Danièle	E.N de NANTES	G Q
COROLLEUR Annick	E.N d'ANGERS	G Q
CORRIEU Louis	IGEN	G
COURRIERE Michel	E.N de NICE	G Q
COUTIS Simone	E.N de LYON	G
CREPIN Roger	IDEN LIMOGES	G Q
DAVIAU Claude	E.N d'ANGERS	G
DELETANG Guy	CPEN DE CHATEAUROUX	Q
DELIN Danielle	E.N de NANTES	Q
DEL VIGNE Liliane	E.N de BEAUVAIS	G Q
DESAIX Huguette	CPEN DE CHATEAUROUX	Q
DOUAIRE Jacques	E.N d'ANTONY	G Q
DUCEL Yves	E.N de ROUEN	Q
DUFOUR Jean	E.N de BONNEVILLE	G
DUVAL Alain	E.N de M. RIGNAC	G
EURIAT Jacqueline	E.N d'EPINAL	G Q
EXCOFFON Yvonne	E.N de l'AUBE (STE SAVINE)	G
FAVRAT Jean-François	E.N de MENDE	G Q
FILIPPI Jean	E.N de DRAGUIGNAN	G
FOULON Marc	E.N de DOUAI	G
FREMIN Marianne	E.N d'ANTONY	G Q

GAUDELET Nicole	E.N d'ANTONY	G Q
GAURY Monique	CPEN de NIORT	Q
GODIN Marc	E.N de LILLE	Q
GONNEAU Patrick	E.N de CHALONS	G
GOIX Jean-Claude	E.N d'ORLEANS	G
GUILLEMARD Rirette	Centre PEGC de NICE	Q
HASCOET Michèle	E.N d'EVREUX	Q
HOUEMENT Catherine	E.N de ROUEN	G Q
HOUSSIN Gérard	E.N de MELUN	G Q
HUGUET François	E.N de QUIMPER	Q
IMBERTY Suzanne	E.N du VAL D'OISE	Q
JAY Yves-Pierre	E.N de BOURG EN BRESSE	Q
JULIEN Guy	IREM d'ORLEANS	Q
KERNEIS Michèle	CPAIDEN à VANNES	Q
LACHEREZ-DUBOY Liliane	E.N d'AMIENS	G Q
LAGRANGE Claude	CPEN de NIORT	Q
LAMANT Mireille	E.N de BORDEAUX-CAUDERAN	G
LECLERQ Catherine	E.N de la ROCHE/YON	G Q
LE CORGUILLE Yvon	DEA à SAINT-BRIEUC	Q
LE COUTALLET Fernande	E.N de SAVENAY	Q
LE GORANDE Louis	E.N de Vannes	Q
LE GREVELLEC Lucien	E.N de QUIMPER	Q
LE HOUX Norbert	E.N de VANNES	Q
LE PEZRON Yves	E.N de SAINT-BRIEUC	G Q
LE POCHE Gabriel	E.N de RENNES	Q
LE THIELLEUX Claire	E.N des BATIGNOLES	Q
LEYROLLE Roger	E.N d'AURILLAC	G
LIPP Gérard	E.N de GUEBWILLER	G Q
MARTIN Francette	E.N de BORDEAUX	G
MARTINELLI Elise	E.N de GRENOBLE	G Q
MAUPU Odile	E.N d'ANTONY	Q
MEFFRE Marie-Hélène	E.N d'AIX EN PROVENCE	Q
MELKA Serge	CPEN à EVREUX	Q
MICHOT Michel	E.N de BEAUVAIS	Q
MINET Ghislaine	E.N de BEAUVAIS	Q
MONET Francette	E.N d'ANGERS	G
ORTOLLAND Danielle	E.N de LILLE	G Q
PAPADOPOULOS Jacques	E.N du VAL D'OISE	Q
PAQUIN Catherine	E.N de MAXEVILLE	Q
PEAULT Hervé	E.N d'ANGERS	G Q
PELTIER Marie-Lise	E.N de ROUEN	G Q
PERRIN Marie-Jeanne	COPIRELEM et IREM PARIS SUD	G Q
PEZARD Monique	E.N de MOULINS	G Q
PORCEL Nicole	E.N de LONS LE SAUNIER	G

POULAIN Brigitte	Commission Inter-Irem 1er Cycle	Q
RAVIZE Suzanne	CPAIDEN à VANNES	Q
RIMBAULT Claude	E.N de SAINT-BRIEUC	Q
ROUGIER Jeanne	E.N de LIMOGES	G
SAGUERRE Gérard	E.N de VANNES	Q
SALAMA Linda	E.N de RENNES	Q
SIGRIST Jean-Louis	E.N de GUEBWILLER	G Q
SLAMA Jean	E.N d'EVREUX	G Q
SLAWNY Francis	E.N d'ANTONY	G Q
SOUMY Jean-Guy	E.N de GUERET	G
TALEB Monique	E.N de VAL D'OISE	Q
TETREAU Monique	E.N de LUYNES	Q
THIOLLET Jacques	E.N de NIORT	Q
UGER Patrick	E.N de PERIGUEUX	Q
UNGER Dominique	E.N de BONNEUIL	Q
VALENTIN Dominique	E.N d'ANTONY	G
VERGNES Danièle	E.N de VERSAILLES	G
VERNET Jean-Marc	E.N d'AVIGNON	Q
VINRICH Gérard	E.N d'AGEN	Q
WEBER Jeannine	E.N de COLMAR	G Q
ZIMMERMANN Geneviève	E.N d'ANTONY	G



COLLOQUE NATIONAL
Inter-IREM
des professeurs d'Ecoles Normales
QUIMPER - 24, 25, 26 avril 1986

INTRODUCTION

Ce fascicule est essentiellement composé du compte-rendu de la Conférence de Michèle ARTIGUE et des comptes-rendus des différents groupes de travail qui ont fonctionné durant les deux colloques :

- Celui de Guéret en 1985
- Celui de Quimper en 1986.

En raison de l'importance de la production de certains groupes il a été décidé de se limiter à un compte-rendu succinct pour les actes du colloque et à envisager la publication Inter-IREM sur le sujet traité.

Groupe A ₁	PROGRAMMER A L'ECOLE ELEMENTAIRE Rapporteur : Hervé PEULT
Groupe A ₂	GEOMETRIE Rapporteur : Michel BLANC
Groupe A ₃	PROPORTIONNALITE Rapporteur : Catherine HOUEMENT
Groupe A ₄	DIFFICULTES DES ENFANTS EN MATHEMATIQUES Rapporteur : Jeannine WEBER
Groupe A ₅	LIAISON ECOLE-COLLEGE Rapporteur : Brigitte POULAIN
Groupe A ₆	MATERNELLE Rapporteur : Jeanne BOLON

Groupe B₁ NOUVEAU CONCOURS - 5A PREPARATION - LES EPREUVES
Rapporteur : Jean-Marie VERNET

Groupe B₃ NOUVELLE FORMATION CONTENU METHODES
Rapporteur : Catherine HOUDENET

Groupe B₄ FORMATION CONTINUEE DES INSTITUTEURS
Rapporteur : Nicole GAUDELET

Remarques : Les groupes B2 et B5 manquant d'un nombre suffisant de participants n'ont pu fonctionner.

Groupe B₂ PARTICIPATION DES PEN A LA PREPROFESSIONALISATION
Groupe B₅ COLLABORATION ECOLES - NORMALES - UNIVERSITES

UNE INTRODUCTION A LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

Exposé de Michèle ARTIGUE

Qu'est-ce que la didactique des mathématiques ? Qu'est-ce qui fonde sa spécificité par rapport à des champs scientifiques voisins comme la psychologie ou les sciences de l'éducation ? Quels sont ses acquis et ses limites à l'heure actuelle ? Que peut-elle apporter aux enseignants ? Ce sont les questions que j'essaierai d'aborder dans cet exposé, sans prétendre leur apporter des réponses globales et définitives.

I Qu'est-ce que la didactique des mathématiques ?

Je reprendrai la définition figurant dans la dernière édition de l'Encyclopédia Universalis :

"La didactique des mathématiques étudie les processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, particulièrement en situation scolaire et universitaire. Elle se propose de décrire et expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage. Elle ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée."

Plus précisément, son objectif est de permettre le passage, en matière d'enseignement des mathématiques, d'une pratique fondée sur la compétence personnelle et sur l'intime conviction, à une pratique s'appuyant sur un corps de connaissances scientifiquement légitimées. Il s'agit là sans aucun doute d'un programme fort ambitieux loin d'être réalisé à l'heure actuelle. Mais il faut souligner que l'émergence de la didactique en champ scientifique autonome est récente, en France comme à l'étranger, pour la discipline mathématique mais aussi, sinon plus, pour les autres disciplines scientifiques.

Elle est sans aucun doute liée, au vaste mouvement international de rénovation et de modernisation des enseignements scientifiques des années soixante. Ce mouvement suscita une intense activité du système d'enseignement et aboutit, en France, en 1969 à la création des premiers IREM à Bordeaux, Lyon, Paris et Strasbourg. Ils sont actuellement au nombre de vingt-cinq.

Malgré leur dénomination, ces instituts de recherche ont eu à l'origine essentiellement une vocation de formation. Mais dans le même temps, ils ont été la base institutionnelle sur laquelle s'est développée la recherche en didactique des mathématiques, dès le début des années 1970.

A partir de 1975, son développement institutionnel a été rapide :

1975 : création de trois enseignements de troisième cycle (Paris, Strasbourg Bordeaux).

1978 : création d'un séminaire national. Il se réunit quatre fois par an à l'Ecole Normale Supérieure.

1980 : création de la revue "Recherches en Didactique des Mathématiques" avec le soutien du CNRS.

1980 : organisation de la première école d'été. A partir de cette date, elles auront lieu régulièrement tous les deux ans.

1981 : Création d'une RCP "Didamat" : didactique et acquisition des concepts mathématiques dans l'enseignement obligatoire, au CNRS

1984 : création du GRECO "Didactique et Acquisition des connaissances scientifiques" au CNRS.

1985 : habilitation d'un quatrième troisième cycle (Grenoble - Lyon).

A ceci, il faut ajouter la création d'équipes universitaires ou au CNRS, la soutenance de neuf thèses d'état et de nombreuses thèses de troisième cycle.

La didactique des mathématiques a donc pris naissance en France dans le cadre d'un vaste mouvement de rénovation des enseignements. Mais elle l'a fait, en rupture en un certain sens avec les points de vue qui avaient sous-tendu les réformes.

Toute la période précédente avait été marquée par une centration exclusive sur les contenus : il s'agissait de réduire la distance entre savoir savant et sa-

voir enseigné, de déterminer des processus d'élémentarisation de ce savoir qui autorisent le passage, de faire ainsi bénéficier l'enseignement de la transformation qui, en l'espace d'un siècle, avait affecté l'édifice mathématique.

Il s'agissait aussi, à travers l'enseignement d'une mathématique des structures allant du simple au complexe, d'adopter une approche plus globalisante, susceptible, d'interprétations donc d'applications multiples.

D'un point de vue pédagogique, régnait l'idée selon laquelle "il suffit de bien savoir les mathématiques pour bien savoir les enseigner" modulo l'apprentissage de quelques principes pédagogiques généraux.

D'un point de vue psychologique, les mathématiques modernes se devaient d'être vivantes à la fois dans leur contenu et leur enseignement, on mettait l'accent sur le rôle de l'activité de l'élève, en développant une pédagogie de l'action et de la découverte (Cf. les travaux de Z.P. Diènes, N. Picard, G. Papy par exemple).

Les désillusions qui ne tardèrent pas à se faire sentir, mirent en évidence l'insuffisance de ces points de vue : les mathématiques n'étaient pas devenues, miraculeusement, d'un apprentissage facile, certains objets d'enseignement introduits, mal adaptés, subissaient des transformations non prévues par les auteurs des réformes, les multiples innovations réalisées ne permettaient pas de constituer un corps de connaissances fiables...

C'est de cette prise de conscience qu'est née en quelque sorte la didactique des mathématiques, prenant ses distances à la fois avec les mathématiques et la pédagogie pour développer un champ théorique spécifiquement adapté à sa problématique et aux méthodes de recherche qu'elle était à même d'utiliser.

II Les rapports de la didactique avec les champs scientifiques voisins

Actuellement, la didactique se situe au carrefour de champs scientifiques multiples : mathématiques et sciences de l'éducation bien entendu mais aussi psychologie, épistémologie linguistique, sociologie...

Nul parmi les didacticiens ne songe à nier les apports de ces différents domaines :

- D'UN POINT DE VUE PSYCHOLOGIQUE, il faut reconnaître que les travaux de didactique en France sont très marqués par l'épistémologie piagétienne.

A l'heure actuelle, ils en retiennent essentiellement le rôle de l'action dans la construction des connaissances et la théorie de l'équilibration majorante qui décrit les progrès de la connaissance en termes de processus dynamiques d'adaptation, de déséquilibration et rééquilibration.

Mais ils sont aussi unanimes à critiquer la perspective piagétienne, lui reprochant en particulier d'avoir privilégié une catégorisation des stades faisant peu de cas des contenus et d'avoir fait abstraction de l'acquisition scolaire des connaissances.

Il faut noter l'impact récent de travaux de psychologie différentielle comme ceux de Lautrey qui ont mis en évidence certaines diversités fondamentales des cheminements cognitifs des enfants et permettent d'adopter un point de vue différent sur les variations interindividuelles constatées.

Ces travaux amènent également comme le souligne A. Robert "à revoir (au niveau théorique) la hiérarchie piagétienne mettant en tête l'action devant la perception et l'image mentale par exemple et à proposer une interprétation plus souple, en termes d'interactions des rôles de ces divers facteurs dans la construction des connaissances." Mais la pénétration de ces travaux, comme celle des travaux récents de psychologie cognitive reste pour l'instant limitée.

- D'UN POINT DE VUE EPISTEMOLOGIQUE, un des apports essentiels est sans doute la notion d'obstacle didactique issue de celle d'obstacle épistémologique développée par G. Bachelard dans "la formation de l'esprit scientifique".

Pour lui, le passage d'un état d'esprit préscientifique à un état d'esprit

scientifique passe par le rejet de la connaissance usuelle et se heurte à un certain nombre d'obstacles. Certes Bachelard écarte les mathématiques de son propos. Il écrit même : "L'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt. Elle ne connaît pas de périodes d'erreur". Il n'est pas certain que ce soit vraiment le cas. Ce qui est sûr, en revanche, c'est qu'au niveau de l'enseignement, la recherche en didactique a mis en évidence des phénomènes relativement proches de certains de ceux décrits par G. Bachelard. Par exemple, certaines connaissances culturelles voire scolairement apprises, s'opposent durablement à des constructions conceptuelles visées par l'enseignement.

En voici quelques exemples. Considérons les énoncés suivants :

"Tout nombre a un successeur et, s'il est non nul, un prédécesseur". "Le produit de deux nombres non nul est supérieur ou égal à chacun d'eux."

"La limite est une barrière que l'on ne peut jamais dépasser (variante : atteindre)".

Les deux premiers énoncés sont vrais dans le domaine des entiers naturels positifs. Ils ne le sont plus si l'on entend par nombre, un nombre décimal quelconque.

Le dernier fait référence au sens commun de la notion de limite : "la vitesse limite de ce véhicule est...".

"La vitesse de la lumière est une vitesse limite".

Tous ces énoncés, scolairement appris ou faisant partie du bagage culturel de l'élève, peuvent créer un obstacle à un moment donné de l'apprentissage. Et cet obstacle sera d'autant plus fort que les connaissances qui leur sont associées auront marché efficacement pendant une longue période, dans un large domaine de connaissance. De plus l'enseignement, en particulier un enseignement qui se voudrait à toutes forces continu, gommant les difficultés peut, comme cela a été prouvé, accentuer l'obstacle au lieu de favoriser son franchissement :

Par exemple ici, ce sera le cas si, dans l'enseignement des décimaux, on ne mélange jamais dans un même problème des décimaux ayant des nombres de décimales différents. En effet, sous ces conditions, on ne mettra nullement en défaut les règles de fonctionnement associées à la structure discrète de l'ordre des entiers et on ne favorisera donc pas la mise en place des décimaux, comme ensemble de nombres muni d'un ordre dense, permettant des approximations des réels d'ordre arbitraire. Au contraire

on renforcera les énoncés discrets et on rendra l'obstacle plus difficile à franchir. Bien sûr, il n'est pas question de considérer toute difficulté comme un obstacle didactique. Mais, en un certain sens, déterminer les obstacles didactiques, c'est se donner les moyens de trier entre des "discontinuités" essentielles de l'apprentissage et des "discontinuités" plus conjoncturelles, de déterminer un certain nombre de noeuds clefs qu'on ne pourra dénouer en douceur.

DU POINT DE VUE DES ASPECTS SOCIAUX DE L'APPRENTISSAGE, je citerai l'influence, sensible au niveau des publications, des travaux de psychologie sociale de l'école Genevoise (W. Doise, G. Mugny, A.N. Perret-Clermont). D'abord menés dans le cadre du développement opératoire, ils ont été prolongés par A.N. Perret-Clermont, J. Brun et M. Schubauer Leoni à des problèmes d'apprentissage mathématique en situation scolaire (écritures additives en CP). Ils ont montré que le travail collectif et plus spécialement les conflits cognitifs entre pairs facilitent certaines appropriations individuelles, en permettant des décentrations de point de vue et des réorganisations englobantes.

L'élucidation des mécanismes qui fondent de tels phénomènes est importante pour le didacticien. En effet, si l'objectif de l'enseignement est l'appropriation individuelle des connaissances, celle-ci se produit dans la classe médiatisée par le fait collectif. Même si consciemment ou inconsciemment, l'enseignant isole certains élèves "tests" pour aider ses prises de décision, c'est essentiellement à des réactions de groupes ou de sous-groupes qu'il réagit et il est vraisemblable qu'il joue sur ce fait collectif pour accélérer le processus de construction des connaissances et améliorer sa compatibilité avec les contraintes du temps didactique.

III Les acquis de la didactique à l'heure actuelle

Comme je l'ai rappelé au début de cet exposé, l'émergence de la didactique a été liée à une prise de distance par rapport aux mathématiques et à la pédagogie, par le désir de développer une approche qui, tout en accordant la priorité aux contenus, respecte la complexité des objets étudiés. Elle s'est située pour ce faire dans un cadre systémique centré sur trois composantes fondamentales : le savoir - le ou les élèves - l'enseignant, et les relations qu'ils entretiennent. Et elle a

développé par rapport à ce système des connaissances dans deux directions essentielles :

- la mise en évidence de régularités au niveau du fonctionnement cognitif du sujet dans ses apprentissages scolaires,
- la construction d'un ensemble structuré d'outils conceptuels composant l'ossature du champ théorique en gestation.

Ces deux types d'acquis progressant dans une dialectique constante.

De fait, la prise en compte de la complexité d'étude des objets étudiés ne s'est effectuée que progressivement. Au contraire, compte-tenu des exigences de rigueur scientifique prônées par les chercheurs, les débuts de la didactique ont été marqués par un repli sur l'étude d'objets très limités par rapports aux innovations ou recherche-action de la période précédente. Les premiers travaux étaient centrés, pour la plupart, sur l'étude des conceptions du sujet et la recherche de régularités, de hiérarchies dans leur évolution au cours des apprentissages. Ils concernaient surtout l'enseignement primaire et plus particulièrement la genèse des structures numériques. Ils ont été favorisés par l'existence de centres comme l'école J. Michelet dépendant de l'IREM de Bordeaux, la plus grande souplesse de l'institution scolaire à ce niveau, sans doute aussi par le mécanisme de relais que constituent les écoles normales. Puis progressivement on a assisté à une diversification des champs conceptuels mathématiques étudiés, pour reprendre un terme introduit par G. Vergnaud, et des niveaux d'enseignements envisagés. Et parallèlement, un effort a été fait pour mieux prendre en compte au niveau expérimental comme au niveau théorique la complexité de l'objet d'étude.

Car il faut le souligner, même si certains travaux de didactique, en particulier ceux concernant l'étude des conceptions du sujet sont très proches de travaux de psychologie, il existe une différence sensible de point de vue entre les deux types de recherche : pour le didacticien, l'étude des conceptions du sujet n'est pas une fin en soi. Son problème majeur c'est l'étude des conditions dans lesquelles se construit la connaissance mais en vue de leur optimisation, de leur contrôle, de leur reproduction en situation scolaire. Son objectif à moyen ou long terme, c'est que les résultats des recherches permettent la construction de genèses scolaires des concepts mathématiques, artificielles certes, mais garantissant un fonctionnement satisfaisant de la connaissance. Dans cette perspective, l'étude des conceptions du sujet ne constitue

en quelque sorte qu'un préliminaire fondamental. L'objet central est la situation didactique pour reprendre un terme introduit par G. Brousseau, c'est-à-dire "l'ensemble des rapports établis explicitement et / ou implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu (comprenant éventuellement des instruments ou des objets) et un système éducatif (le professeur) aux fins de faire approprier à ces élèves un savoir constitué ou en voie de constitution". Le texte suivant de G. Brousseau, éclaire de ce point de vue la perspective didactique :

"Le travail du professeur est dans une certaine mesure inverse du travail du chercheur. Pour le communiquer, un chercheur doit transformer ce qu'il pense avoir trouvé : il supprime toutes les réflexions inutiles, les erreurs qu'il a commises, les cheminements erratiques. Il cache certaines des raisons qui l'ont conduit dans cette direction et les conditions personnelles dans lesquelles il a réussi. Il cherche la théorie la plus générale dans laquelle son résultat est vrai... Ainsi il dépersonnalise et décontextualise le plus possible son résultat". Ceci permet sa communication et son utilisation ultérieure.

"Le travail intellectuel de l'élève doit être par moments comparable à cette activité scientifique. Savoir des mathématiques ce n'est pas seulement apprendre des définitions et des théorèmes pour reconnaître l'occasion de les utiliser et de les appliquer : nous savons bien que faire des mathématiques implique que l'on s'occupe de problèmes".

Le professeur devra donc à certains moments simuler dans sa classe une micro-société scientifique.

"Pour rendre possible une telle activité, le professeur doit donc imaginer et proposer aux élèves des situations qu'ils puissent vivre et dans lesquelles les connaissances vont apparaître comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés. Autrement dit, il doit produire une recontextualisation et une repersonnalisation des connaissances.

Mais il doit aussi donner les moyens à ses élèves de retrouver dans cette histoire particulière qu'il leur a fait vivre, ce qu'est le savoir culturel et communicable qu'on a voulu leur enseigner. Les élèves doivent à leur tour redécontextualiser et redépersonnaliser leur savoir et ceci de façon à identifier leur production avec

avec le savoir qui a cours dans la communauté scientifique et culturelle de leur époque."

C'est pour l'analyse, la production et le contrôle de ce type de situations qu'ont été construits les deux théories que je présenterai brièvement maintenant, développées respectivement par G. Brousseau et R. Douady.

A-L'approche de Guy Brousseau

Pour lui, une bonne reproduction par l'élève d'une activité scientifique exigerait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il prouve . De ce fait deux points vont être essentiels dans son approche :

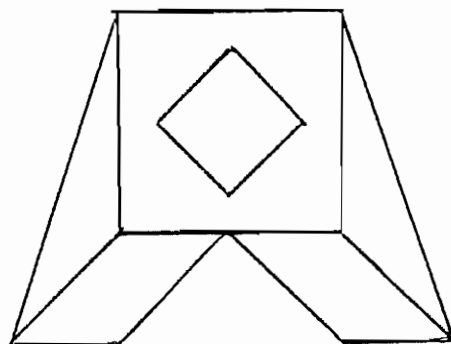
1- séparer ces différentes étapes de l'activité scientifique, en établissant une classification des situations qui, indépendamment des contenus, traduise les différents rapports qu'elles peuvent instaurer vis à vis de la connaissance,

2- proposer pour ces situations un type de modélisation qui mette en évidence le sens des comportements de l'élève, donc par là celui de la connaissance construite, en prenant comme variables fondamentales les choix ouverts à l'élève, les informations dont il dispose, les contraintes auxquelles il doit obéir et ses décisions effectives. Pour ce faire Guy Brousseau aura recours à la théorie des jeux.

Essayons d'illustrer ceci par un exemple simple, une tâche classique de reproduction de figure.

Elle peut servir de support à des situations qui instituent des rapports à la connaissance radicalement différents :

A- Supposons que l'on demande à des élèves de reproduire la figure suivante :



Cette situation est une situation d'action et les moyens de traitement de l'élève, leur efficacité, ses moyens de contrôle en cours de réalisation, donc le sens que nous pourrions attribuer aux comportements observés vont dépendre d'un certain nombre de variables. Certaines sont relativement générales : - les acquis antérieurs des élèves en géométrie, les situations qui leur ont été proposées précédemment, le fait que la situation soit d'un type nouveau ou pas, si elle ne l'est pas, les procédures favorisées dans des situations analogues antérieures, ce qui a été reconnu licite ou pas, les moyens d'évaluation utilisés... pour résumer brièvement : tout ce qui concerne dans ce domaine l'histoire des élèves et l'histoire de la classe, et en particulier les contrats qui se sont établis entre maître et élèves, implicitement ou explicitement. Mais il y a aussi des variables didactiques plus spécifiques de la situation problème proposée ici, par exemple : la complexité de la figure, le fait qu'elle soit tracée sur du papier blanc ou du papier quadrillé, le fait que le modèle soit constamment sous les yeux de l'élève ou non, s'il ne l'est pas, le nombre de fois que l'élève peut aller consulter le modèle, les instruments dont il dispose pour effectuer le tracé...

La détermination de ces variables, le(s) choix de leur valeur, la prévision des effets de ces choix (compte-tenu de ce que nous connaissons des variables générales) sur les comportements des élèves et de la classe, c'est ce qui constitue l'ossature de l'analyse a priori de la situation didactique. Et c'est par rapport au champ de possibles ouvert par cette analyse a priori que seront analysés les comportements réellement observés au cours de l'expérimentation, que l'on essaiera de déterminer leur signification. Et dans la dimension explicative de l'analyse

rentrent à la fois les faits prévus qui se sont effectivement produits, les faits non prévus qui se sont produits et les faits prévus qui ne se sont pas produits. La méthodologie décrite ici par l'analyse d'expérimentations en situation de classe peut paraître lourde. Mais il faut reconnaître qu'elle constitue à l'heure actuelle pour les didacticiens un moyen privilégié d'attaque des problèmes de reproductibilité et de contrôle, extrêmement difficiles à traiter.

B- Si l'on demande à l'élève non pas de reproduire la figure lui-même mais d'écrire un message, sans dessin ni croquis, décrivant cette figure, pour que l'un de ses camarades puisse tracer une figure superposable, nous ne sommes plus dans une situation d'action mais dans une situation de formulation.

Il s'agit de déterminer un ensemble structuré d'informations suffisantes pour la reproduction et d'élaborer les moyens de le transmettre dans un langage compréhensible par le récepteur (il serait d'ailleurs faux de croire, comme l'a très nettement montré C. Laborde dans sa thèse, que les deux activités se succèdent dans le temps, elles sont au contraire étroitement imbriquées). D'autres variables didactiques apparaissent, par exemple le fait que des codes soient ou non déjà présents sur la figure, la possibilité de globaliser certains ensembles d'informations (par exemple ici parler de carré, de parallélogramme).

Les moyens de traitement sont autres, les moyens de contrôle aussi. Dans la situation d'action, la superposition de la figure tracée au modèle initial constitue un moyen de contrôle global immédiat, mais moins simple qu'il n'y paraît à première vue : comment gérer les incertitudes ?

Dans la situation de formulation, un moyen de contrôle est imposé par la consigne elle-même : la preuve de la validité du message par réalisation effective du récepteur. Notons qu'il s'agit là d'un contrôle souvent biaisé :

- soit que le récepteur construise une figure correcte à partir d'un message théoriquement non valide (par exemple, à partir d'un message ambigu, flou),
- soit que le récepteur ne parvienne pas à décoder un message théoriquement valide.

C- Enfin supposons que l'objectif du travail ne soit, ni la construction de la figure, ni l'élaboration d'un message, mais justement la détermination de la validité ou non-validité de messages déjà produits, voire la réduction de messages redondants. La situation change encore une fois de statut. On travaille maintenant sur des assertions, on doit les valider en fournissant des preuves. A un premier niveau d'analyse, il est classique de distinguer deux types de preuves : les preuves pragmatiques c'est à dire appuyées sur l'action (par exemple ici, construction d'une figure conforme à un message donné mais différente de la figure initiale) et les preuves intellectuelles, qui excluent le recours à une action effective sur les objets.

Dans ce cadre, notons que les démonstrations peuvent être considérées comme

des preuves intellectuelles particulières, s'appuyant non pas sur des arguments librement choisis mais sur un système de définitions, axiomes, énoncés, théorèmes, déjà institutionnalisés par l'enseignement.

Bien sûr, cette classification est sommaire ; entre la preuve purement pragmatique et la preuve purement intellectuelle, existent de nombreux types intermédiaires. Nicolas Balacheff, dont les travaux concernent justement les processus de preuve et les situations de validation, en recensait un certain nombre dans son exposé à la troisième école d'été de didactique : l'empirisme naïf, l'expérience cruciale, l'exemple générique, l'expérience mentale. Mais nous ne nous attarderons pas plus longuement sur ces questions dans cet exposé d'introduction à la didactique des mathématiques.

Je voudrais signaler, avant de passer à la modélisation, que, de manière générale, les problèmes posés par le langage mathématique et son enseignement préoccupent les chercheurs depuis de nombreuses années. Tous les travaux, loin de là, ne se situent pas dans le cadre que je viens de décrire. Initialement ils ont souvent porté sur la composante logique de ce langage (cf. la thèse de Josette Adda, celle de Bernard Dumont, passées toutes deux à Paris 7, certains travaux de l'école polonaise). Puis ils se sont diversifiés (cf. les thèses de André Cauty, Françoise Boschet, à Paris 7, Irène Rasolofoniaina et Athanassios Gagatsis à Strasbourg et bien sûr les travaux de Daniel Lacombe).

Modélisation et théorie des jeux

Traditionnellement et de façon plus ou moins explicite, on conçoit la situation d'enseignement comme une situation de communication entre un émetteur ; l'enseignant et des récepteurs : les élèves, l'objet de la communication étant le transfert de connaissances du premier vers le second. Il faut reconnaître qu'un tel point de vue tend à gommer des phénomènes essentiels du fonctionnement didactique, par exemple :

- la spécificité du savoir enseigné, en induisant la représentation suivante : le maître détient le savoir scientifique et le transmet en s'appuyant pour faciliter la communication sur des stratégies pédagogiques,
- le sens des connaissances pour le maître et les élèves, les distorsions éventuelles,
- le rôle même de l'élève, les choix qui lui sont offerts, les décisions qu'il prend, les rétroactions qu'il reçoit du milieu (et non pas seulement de l'enseignant .

Ce point de vue est peu adapté aux situations dont on vise l'étude ici qui correspondent à un fonctionnement de la classe comme micro-société scientifique ; en particulier aux situations où l'élève est confronté à un problème que ses connaissances lui permettent d'aborder grâce à ce que nous appellerons une stratégie de base, mais où cette stratégie de base ne permet pas d'aboutir :

- soit qu'elle soit trop coûteuse,
- soit qu'elle soit inadaptée,

la résolution du problème nécessitant alors soit une modification de la stratégie initiale, soit son rejet pur et simple.

Par contre, une modélisation en termes de théorie des jeux semble à Guy Brousseau tout à fait raisonnable :

"Il s'agit d'explicitier les choix ouverts à la personne (ou à l'élève) qui met en oeuvre la connaissance par le problème qu'elle s'est posé et par les informations dont elle dispose. Il paraît donc raisonnable de traduire cette activité en terme de jeu, entre cette personne et un "milieu" qui, à son tour, change les états du jeu laissés par le sujet. Le milieu comprend aussi bien "la nature" que les instruments et objets divers qui entrent en scène et que les "autres", éventuellement le professeur. La connaissance est le système producteur et limitateur des décisions du sujet (organisées ou non en stratégies). Les connaissances elles-mêmes s'organisent en représentations qui permettent certains types de contrôle et d'anticipation de la situation".

Une telle modélisation suppose théoriquement qu'on identifie un jeu c'est-à-dire :

- les divers états possibles : X
- un ensemble d'états initiaux : I
- un ensemble d'états terminaux : F
- une application Λ de X vers P qui définisse les choix permis dans chaque cas,
- une fonction de préférence, définie au moins sur F ,
- que l'on précise les règles d'alternance des coups (fonction de trait)

Une stratégie sera alors une fonction de choix qui à tout x non terminal associe un élément de $\Lambda(x)$

Ceci est particulièrement bien illustré par la thèse de H. Ratsimba Rajohn. Elle concerne l'étude de deux méthodes de mesures rationnelles, la commensurabilité et le fractionnement de l'unité. Une étude précise, en terme de théorie des jeux, permet de montrer que ces deux méthodes correspondent à des stratégies différentes, de délimiter leurs domaines respectifs de validité et d'optimalité. Elle permet de plus de construire un processus didactique visant à tester l'hypothèse selon laquelle l'une des méthodes (ici la commensurabilité) peut, chez des élèves de CM2, constituer une stratégie de base pour la mesure rationnelle et, après avoir vu son efficacité bloquée par le choix judicieux de certaines variables didactiques, permettre l'appropriation de la seconde méthode. Mais il faut reconnaître que, le plus souvent, cette modélisation en termes de théorie des jeux est utilisée à un niveau plus métaphorique que formel par les chercheurs.

B - L'approche de Régine Douady

Cette approche a été développée par Régine Douady dans sa thèse de doctorat soutenue à Paris 7 en 1984. Ce qu'elle retient essentiellement de la construction des connaissances scientifiques pour élaborer une genèse scolaire des concepts, c'est que :

1- il convient de distinguer pour un concept mathématique son caractère outil et son caractère objet. Par outil, elle entend "son fonctionnement scientifique dans les divers problèmes qu'il permet de résoudre" ; par objet, elle entend "le concept mathématique considéré comme objet culturel ayant sa place dans un édifice plus lar-

ge qui est le savoir savant reconnu socialement à un moment donné".

2 - un concept joue souvent le rôle d'outil implicite avant de devenir un objet du savoir constitué.

3 - il peut être mobilisé en général dans plusieurs cadres (physique, numérique, géométrique, graphique, informatique) entre lesquels s'établissent des correspondances qui peuvent être des moteurs de la progression du savoir.

D'où les notions de dialectique outil-objet et de jeu de cadres sur lesquelles se fonde la structure "Activités - Institutionnalisation - Exercices" qu'elle construit et que nous allons présenter schématiquement. Dans cette structure, l'élève est confronté, dans une première étape, à un problème pour lequel la mise en oeuvre d'un objet connu comme outil explicite permet d'engager une procédure de résolution mais ne permet pas d'aboutir. Au cours d'une phase d'action, il va mettre implicitement en oeuvre des outils nouveaux pour résoudre le problème posé. L'intégration de ces outils nouveaux aux savoirs anciens s'effectue au cours d'une seconde étape, dans des processus dialectiques de formulation et validation. La troisième étape est une phase d'explicitation au cours de laquelle certains éléments nouveaux sont identifiés comme objets de savoir.

Donc le pôle activité est constitué de trois étapes :

- a. ancien : mise en oeuvre d'un objet connu comme outil explicite,
- b. recherche : mise en oeuvre d'outils implicites nouveaux - intégration à l'ancien,
- c. explicitation : identification d'objets nouveaux.

A ces trois étapes s'ajoutent nécessairement, pour des raisons d'efficacité, une phase d'institutionnalisation puis une phase d'exercices où l'élève a l'occasion de faire fonctionner et de mettre à l'épreuve les nouvelles connaissances acquises. Alors la situation initiale est restaurée à un niveau supérieur et un nouveau processus peut redémarrer.

Quelle est la place des jeux de cadre dans ces structures ? Ils jouent un rôle essentiel. En effet, par le biais des imperfections des correspondances inter-

cadres (certaines d'ordre mathématiques, liées à la situation elle-même, d'autres liées aux différences de compétences des élèves entre les divers cadres), les jeux de cadres sont utilisés comme moteur aussi bien du déséquilibre que de la compensation de ce déséquilibre, au sens Piagétien du terme.

Je vais illustrer tout ceci par un premier exemple simple extrait de la thèse de Régine Douady. Il s'agit d'une situation (ou plutôt d'une suite de situations) s'inscrivant dans une genèse scolaire des nombres décimaux. Au moment où la situation initiale est proposée aux élèves, ils connaissent et manipulent des fractions simples. La situation vise l'élargissement de la multiplication à ce domaine de nombres étendu, en interaction avec l'interprétation "aire de rectangle"

- le problème est le suivant :

On se donne un nombre entier de centimètres. On cherche le plus possible de rectangles ayant ce nombre comme demi-périmètre et on calcule leur aire. Les rectangles sont dessinés sur du papier quadrillé.

Choisissons par exemple : 8 cm.

Le problème a des solutions entières ; pour celles-là, les élèves peuvent calculer l'aire en utilisant leurs connaissances antérieures sur la multiplication, par exemple. C'est la première phase (phase a). Mais ces solutions entières ne sont pas nombreuses et le désir d'obtenir de nombreux rectangles (qui peut être renforcé par l'organisation de la situation) va conduire les élèves à sortir du champ des entiers, par exemple faire intervenir, dans un premier temps, les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ qu'ils connaissent bien.

Pour les élèves envisagés ici, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ sont des mesures de longueur. Si les longueurs sont mesurées en unité u , $\frac{1}{2}$ est la mesure de la longueur v telle que :

$$v + v = 2v = u$$

De même, $\frac{1}{4}$ est la mesure d'une longueur w telle que :

$$w + w + w + w = 4w = u$$

Il n'y a aucune difficulté à tracer un tel rectangle par exemple celui associé à $5 + \frac{1}{2}$ et $2 + \frac{1}{2}$ sur le papier quadrillé fourni et, dans le cadre géométrique, l'existence d'une aire pour ce rectangle est évidente :

						1/2
						1/2
2						1/2
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	

La phase b où vont apparaître des outils implicites nouveaux commence.

Cette apparition repose sur l'interprétation du problème dans le cadre géométrique et la mise en oeuvre de connaissances relatives à ce cadre, par exemple :

- l'additivité de l'aire,
- l'invariance de l'aire par découpage, déplacement et recollement,
- la notion géométrique de partage en 2, de moitié.

Par utilisation de la multiplication sur les entiers et regroupement de 1/2 carreaux, on obtient les résultats successifs suivants :

$$5 \times 2 = 10$$

$$2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$5 \times \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

La multiplication dans les deux derniers cas étant associée à la fois à l'aire et à l'addition répétée.

Reste le petit carré. La solution va résider dans l'extension d'une procédure connue à une situation nouvelle : Citons R. Douady :

"Dans le registre des longueurs, on a mesuré des longueurs v u en les reportant dans u . quand le report tombait juste ($v + \dots + v = nv = u$), on avait $v = \frac{1}{n} u$.

Ici pour évaluer l'aire du petit carreau, on essaie de paver avec des copies c de ce petit carreau, la maille unitaire. Il en faut 4. L'aire de chacun est $\frac{1}{4}$. L'outil implicite ou explicite suivant les élèves est ici $4 \times a = 1$ d'où $a = \frac{1}{4}$ quelle que soit la réalisation de a ".

On en arrive alors à la phase c d'explicitation.

On a pu déterminer l'aire du rectangle en ayant seulement une information sur les longueurs des côtés, comme pour les dimensions entières; on prolonge la multiplication :

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(5 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2} \right) \rightarrow \left(5 + \frac{1}{2} \right) \times \left(2 + \frac{1}{2} \right) = (5 \times 2) + \left(5 \times \frac{1}{2} \right) + \left(2 \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right)$$

Elle est suivie d'une phase d d'institutionnalisation :

pour des mesures entières ou fractionnaire

et des unités de mesure de longueur et d'aire adaptées, l'aire d'un rectangle de dimension (a,b) est le produit des dimensions. Les propriétés de distributivité du produit sur les entiers restent valides.

Dans la phase f : familiarisation - renforcement, on fera calculer l'aire de divers rectangles à mesure fractionnaire de la famille, par exemple.

Avant de passer à un autre exemple, faisons quelques remarques :

+ Dans les phases d'activités, des différences importantes entre les élèves généralement apparaissent : tous ne sont pas impliqués de la même façon par exemple dans la mise en oeuvre d'outils nouveaux. La phase d'institutionnalisation, outre son rôle culturel et social, est un des moyens utilisés par l'enseignant pour homogénéiser les conceptions et pratiques des élèves au sein de la classe, pour diminuer les écarts.

+ L'extension de la multiplication réalisée dans ce processus ne concerne qu'un des aspects de cette notion. Il importera au cours d'autres processus d'étendre les autres aspects (application linéaire par exemple) et de relier entre elles ces différentes extensions.

Je voudrais terminer cette présentation de l'approche de R. Douady par un exemple où le jeu s'effectue entre trois cadres (numérique, géométrique, graphique). On se donne une unité de longueur et une unité d'aire adaptées, un quadrillage gradué Q . On décide que chaque point M de Q de coordonnées (a,b) représente un rectangle $R(a,b)$ de dimensions (a,b) . Il s'agit de colorier le quadrillage avec la consigne suivante :

- . le point M sera rouge si l'aire du rectangle associé est supérieure à 25
- . le point M sera bleu si l'aire du rectangle associé est inférieure à 25
- . le point M sera noir si l'aire du rectangle associé est égale à 25

L'élève peut démarrer la résolution avec les outils dont il dispose. Il lui suffit de choisir un point M , de lire ses coordonnées, de calculer leur produit et de comparer le résultat obtenu à 25. (phase a) mais, vu le nombre de points à colorier, cette stratégie n'est pas assez performante (plus de 1000 points). L'outil implicite qui va être utilisé dans la phase b sera la compatibilité de l'ordre et de la multiplication, cette utilisation restant attachée à une interprétation géométrique et étant valable à la fois pour des mesures entières ou non entières dans ce cadre. Les étapes déterminantes de cette utilisation correspondront peu ou prou aux formulations suivantes :

- "un point rouge, c'est plus que 25, au-dessus d'un point rouge sur la droite, c'est encore plus, les points sont rouges"

- "sous un point bleu à gauche, les points sont bleus".

- "sous un point noir les points sont bleus, au-dessus ils sont rouges. Les points noirs sont plus intéressants que les autres".

Pour des raisons d'économie, dans le cadre géométrique, le problème est donc ramené à celui de la recherche des points frontières que sont les points noirs. L'outil implicite qui entrera en fonctionnement sera le théorème des valeurs intermédiaires ou plutôt sa traduction géométrique ici :

"Sur une droite verticale, entre un rouge et un bleu, il y a nécessairement un noir" associée à la continuité de l'application $x \mapsto a.x$ (a représentant l'abscisse de la droite verticale considérée). Par la suite, l'explicitation (phase c) portera sur la traduction numérique de cet énoncé à savoir que, pour chaque choix de a , il existe une valeur de b telle que $a \times b = 25$: c'est le nombre $\frac{25}{a}$

L'institutionnalisation (phase d) reprendra ces énoncés de façon générale, dans les deux cadres : numérique et géométrique, donnant du sens au quotient $\frac{x}{y}$ de 2 nombres qu'ils soient entiers ou fractionnaires :

. $\frac{x}{y}$ est le nombre qui multiplié par y est égal à x

. $\frac{x}{y}$ mesure un des côtés d'un rectangle dont l'autre côté mesure y et dont l'aire mesure x .

Après une phase d'exercices d'application, ou si besoin s'en fait sentir une boucle secondaire associée à une autre valeur de l'aire, on proposera un autre problème : parmi ces rectangles y-a-t-il un carré ? l'objet de savoir visé étant ici les fractions décimales, leur densité dans l'ensemble des nombres réels (associés géométriquement aux mesures de longueur), la gestion économique qu'ils permettent des calculs d'approximation.

C - Comparaison des deux approches

Les deux approches que je viens de présenter sont relativement proches. Même si elles ne se centrent pas sur les mêmes points, elles s'appuient au fond sur une philosophie commune de la construction des connaissances en situation scolaire.

Par exemple, dans la phase b de la dialectique outil-objet sont identifiées des périodes d'action, de formulation et de validation ; la phase d est explicitement une phase d'institutionnalisation. En sens inverse, le passage de l'outil implicite à l'objet est visiblement au centre de la construction de G. Brousseau et la classification qu'il introduit vise justement à en délimiter les étapes cruciales.

Qu'est-ce qui au fond distingue vraiment ces deux approches ? Certainement la notion de jeu de cadres et le rôle qu'elle joue chez R. Douady, sans doute le point de vue adopté sur le maître.

Les jeux de cadre sont, à mon avis, un des apports essentiels de l'approche de R. Douady. Ils sont un levier d'attaque pour résoudre la contradiction majeure de la construction des connaissances :

"Comment engendrer du nouveau avec du connu, alors que la plupart des moyens d'action ne font pas sortir du connu ?". Ce qui permet ici de lever la contradiction c'est la possibilité autonome d'évolution de la connaissance dans chaque cadre, le détournement par un cadre auxiliaire permettant d'atteindre un état qui n'était pas aisément accessible dans le cadre initial.

Tous les problèmes n'en sont pas pour autant directement résolus : quel est le statut exact du processus de changement de cadre ? Nécessite-t-il un apprentissage spécifique métamathématique ? Qui, dans la classe, est responsable de sa gestion ?

Le rôle du maître :

. les situations qui se prêtent bien au type de modélisation envisagé par G. Brousseau sont des situations qu'il qualifie lui-même de situations "quasi-isolées". Ce sont des situations où le maître est l'organisateur des activités : Il les choisit, en fixe les règles et les objectifs et ensuite s'efface, se gardant d'exploiter librement la situation. La notion de contrat didactique qu'il a introduite, en filiation directe de celle de contrat pédagogique développée par plusieurs auteurs, par exemple J. Filloux, compense en partie cette relative absence du maître dans la modélisation : "le contrat détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, à la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre responsable devant l'autre". Ce que le didacticien exprime par la notion de contrat didactique, c'est la part du contrat qui est spécifique du contenu.

Il faut souligner que ce sont des distorsions entre prévision et analyse d'observations, l'analyse d'erreurs apparemment incompréhensibles, l'étude d'élèves en difficulté qui ont mis en évidence l'importance des phénomènes liés au contrat.

. les conditions expérimentales dans lesquelles elle a conduit sa recherche, ont interdit à R. Douady une approche aussi réductrice du rôle du maître. Même si l'analyse est centrée sur les interactions des élèves ou des groupes d'élèves avec les situations problèmes proposées, le maître est là, actif.

IV Les limites de la didactique, les apports possibles aux enseignants

Je n'ai en rien cherché à le cacher, l'analyse des situations didactiques comme leur production est menée, dans les schémas théoriques que j'ai présentés, en référence à des théories de l'apprentissage qui mettent au premier plan l'activité de l'élève. On est là loin de la situation d'enseignement traditionnelle.

Faut-il en conclure immédiatement que tout ce pan de la didactique qu'est l'analyse situationnelle ne sert à rien ? Personnellement je ne le crois pas. Au contraire, je pense que cette approche didactique plus globale que les approches de type psychologique et en même temps fermement centrée sur les contenus, qui constitue l'originalité de ce que certains appellent "l'Ecole Française", a été et reste pour la didactique un moteur essentiel de développement :

- force est de constater que les concepts introduits dans ce cadre restreint : notions de transposition didactique, de variable didactique, de saut informationnel, de contrat didactique pour ne citer qu'elles, ont fait et font la preuve de leur efficacité dans l'analyse de situations d'enseignement de toute nature, traditionnelles ou non.

- de plus, il ne faut pas oublier que les outils développés sont tout autant des outils de production que des outils d'analyse. Dans cette perspective, même si les didacticiens, en général, sont loin d'affirmer que la classe doit à chaque instant fonctionner comme une micro-société scientifique, et que toute acquisition de connaissances passe par ce type de fonctionnement, il est naturel qu'ils privilégient la production et l'étude de ce type de situations, délicates à organiser, difficiles à gérer. Puisqu'elles constituent pour eux des maillons clefs de l'apprentissage, il est essentiel de développer des connaissances qui permettent aux enseignants de

vivre leur ouverture sans angoisse, de savoir dans une certaine mesure ce qui peut se produire, et d'y adapter leurs prises de décision. C'est seulement à ce prix que la transmissibilité sera possible.

De nombreux travaux en didactique se situent actuellement dans cette perspective. Ils ont donné naissance à toute une catégorie de productions qualifiées "d'ingénierie didactique", propositions de situations d'apprentissage destinées à assurer, de façon contrôlée, des genèses scolaires des concepts mathématiques. Applications des recherches, ou support expérimental de ces dernières leur statut n'est pas toujours très clair. Mais il faut reconnaître que, en retour, ils posent à la recherche des questions cruciales concernant la gestion du temps, le rôle de l'enseignant, les diversités cognitives, la reproductibilité, l'évaluation. Il s'agit de questions très difficiles et la recherche à leur sujet est encore embryonnaire, on ne peut que le constater.

Pour conclure, je voudrais dire que dans cet exposé, plus qu'une liste de résultats, j'ai essayé de présenter l'esprit et l'évolution de ce champ de recherche nouveau. En l'espace d'une dizaine d'années, il a permis de développer un ensemble important de connaissances :

- mise en évidence dans les apprentissages d'un certain nombre de régularités, toutes choses variables par ailleurs ; étude des relations entre ces régularités et l'enseignement
- développement d'un ensemble d'outils conceptuels pour l'analyse des situations d'enseignement.

C'est à mon avis beaucoup. Il ne faut pas attendre de la didactique qu'elle résolve d'un coup de baguette magique tous les problèmes de l'enseignement. Elle permet essentiellement de mieux comprendre un certain nombre de phénomènes étroitement liés aux contenus en jeu. Ses acquis peuvent d'ores et déjà donner aux enseignants des moyens pour mieux comprendre les tenants et les aboutissants de l'enseignement de tel ou tel contenu précis, donc leur permettre de mieux l'organiser, de justifier des choix empiriques ou d'en rejeter d'autres. Ils permettent aussi de mieux interpréter les comportements des élèves et leurs erreurs en particulier. Ce n'est pas négligeable. Mais ils sont loin de permettre pour l'instant la gestion même contrôlée d'enseignements sur de longues périodes. ^{Même} Au niveau de la recherche, des travaux comme ceux de G. Brousseau et R. Douady, correspondant à des expérimentations sur de longues périodes, sont relativement rares et difficiles à mener.

- [1] ADDA J. : "Initiation en langage mathématiques - Analyse d'une expérience d'enseignement. Ed. Imag. Grenoble (1984).
- [2] ARTIGUE M. : "Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire" - Recherches en didactique des mathématiques Vol. 3.1 - page 5-64 - (1982)
- [3] BACHELARD G. : "La formation de l'esprit scientifique". Lib. J. Vrin. Paris. (1977 - 10ème édition)
- [4] BALACHEFF N. : "Preuve et démonstrations en mathématiques au collège". Recherches en didactique des mathématiques. Vol. 3.3 p. 261-304. (1982)
- [5] BARUK S. : "L'âge du capitaine (De l'erreur en Mathématiques). Ed. Seuil. (1985).
- [6] BESSOT A. et EBERHARD M. : "Une approche didactique des problèmes de la mesure". Recherches en didactique des mathématiques Vol 4.3 p 293-324.
- [7] BUTLEN D. : "Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire". Thèse 3ème cycle - Université Paris 7 - (1985)
- [8] BROUSSEAU G. : "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques". Recherche en didactique des mathématiques". Vol. 4-2 p 165-198. (1983).
- [9] BROUSSEAU G. : "Ingénierie didactique". Actes de la seconde école d'été de didactique des mathématiques. IREM d'Orléans - (1982).

- [10] BROUSSEAU G. : "Problèmes de didactique des décimaux".
Recherches en didactique des mathématiques. Vol.2.1.
P.37-127 (1981).
- [11] BROUSSEAU G. : "Les objets de la didactique des mathématiques". Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques Ed. IREM d'Orléans (1982).
- [12] BROUSSEAU G. : "L'échec et le contrat". Recherche N° 41 (198).
- [13] BROUSSEAU G. : "Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques". Ed. IMAG. Grenoble (1984)
- [14] BROUSSEAU G. : "Le cas Gael. Monographie d'un enfant en difficulté". IREM de Bordeaux (1981)
- [15] CAUTY A. : "Etude de certains aspects linguistiques et didactiques de l'énonciation mathématique". Thèse de troisième cycle, Université de Paris 7 (1982).
- [16] CAUTY A. : "Tropes et figures du discours mathématiques". Recherches en didactiques des mathématiques Vol. 5.1. p. 81 - 128 (1984).
- [17] CHEVALLARD Y. et JOSHUA M.A. : Un exemple d'analyse de la transposition didactique". Recherches en Didactique des mathématiques. Vol. 3.2 (1982) ; p. 157-239.

- [18] CHEVALLARD Y. : "La transposition didactique".
Editions la pensée sauvage. Grenoble (1985).
- [19] CIEM : "The influence of computers and informatics on
mathemactics and its teaching" - Supporting papers
du colloque de Strasbourg - 1985 - Ed. I.R.E.M Stras-
bourg.
- [20] DIENES Z.P. : "Les six étapes du processus d'appren-
tissage en mathématiques". OCD L (1970)
- [21] DOISE W. et MUGNY G. : "Le développement social de
l'intelligence"
Inter-Editions, Paris. (1981).
- [22] DOUADY R. : "Didactique des Mathématiques" - (Article
Mathématiques)
Encyclopédia Universalis.((1984)
- [23] DOUADY R. : "Approche des nombres réels en situation
d'apprentissage scolaire-Enfants de six à onze ans".
Recherches en didactique des mathématiques. Vol. 1.1
p. 77-111. (1980)
- [24] DOUADY R. : "Jeux de cadres et dialectique outil-
objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réa-
lisation dans tout le cursus primaire". Thèse d'état.
Université Paris 7. (1984)
- [25] EL BOUAZZAOUI H. : "Etude de situations scolaires
des premiers enseignements du nombre et de la numé-
ration - Relation entre divers caractères de ces si-
tuations et le sens, la compréhension et l'apprentis-

sage de ces notions". Thèse de troisième cycle -
Université de Bordeaux I. (1981).

- [26] FILLOUX J. : "Du contrat pédagogique". Dunod (1974).
- [27] GAGATSI A. : "Discrimination des scores au test de
closure et évaluation de la compréhension des textes
mathématiques". Thèse de troisième cycle. Université
de Strasbourg (1982).
- [28] GALLOU E. : Symétrie orthogonale et angles - Thèse
de 3e cycle, Grenoble 1985
- [29] GLASER G. : "Epistémologie des nombres relatifs".
Recherches en Didactique des mathématiques -
- [30] GRISVARD C. et LEONARD F. : "Résurgence des règles
implicites dans la comparaison des nombres décimaux".
Bull. APMEP N° 340 p. 450-459. (1983)
- [31] HOWSON A.G. : "Seventy five years of the Internatio-
nal Commission on Mathematical Instruction".
Educational Studies in Mathematics. Vol. 15. N°1 ;
p. 75-95 (1984).
- [32] INRDP : Publications mathématiques de la Collection
"Recherches Pédagogiques" de 1966 à 1976.
(Volumes 2327 - 2331 - 2333 - 2339 - 2340 - 2342 -
2345 - 2348 - 2350 - 2354 - 2356 - 2364 - 2375 -
2380)
- [33] INRP : "Imagiciels" - 1984

- [34] INRP : "Calculateurs programmables dans les collèges et les Lycées" - Expérimentation menée par les I.R.E.M et l'INRP - Recherches pédagogiques N° 75 - 1975

- [35] JAULIN-MANNONI F. : "Recherches sur les fondements d'une pédagogie authentique". Rapport CORDES. Documentation CNRS (1977).

- [36] KILPATRICK J. : "Research on Mathematical learning and thinking in the united states". Actes du (5ème colloque PME. Vol.2.) p. 18-29 Grenoble (1981)

- [37] LABORDE C. : "Deux codes en interactions dans l'enseignement mathématique : langue naturelle et écriture symbolique".
Thèse d'Etat. Université de Grenoble I. (1982)

- [38] LABORDE C. : "Exposé sur la géométrie".
Actes de la IIIème école d'été de didactique des mathématiques. Ed. IMAG. Grenoble. (1984)

- [39] LABORDE C. et MEJIAS B. : "The construction Process of an iteration by Middle - School pupils : an experimental approach"
Actes du colloque PME - 1985 - p 40-47

- [40] LACOMBE D. : "Spécificités du langage mathématique et difficultés pédagogiques résultantes" dans situation et discours dans l'éducation et la vulgarisation scientifiques. Actes des 6ème journées sur l'éducation scientifique. Chamonix (1984) p 139-152.

- [41] LAUTREY J. : "Diversité comportementale et développement cognitif" - Psychologie Française 1984
Vol 29,1
- [42] MENDELSON P. : "A l'apprentissage des concepts informatiques du déplacement de la "tortue" Logo à la coordination d'objets graphiques" (à paraître)
- [43] NIMIER R. : "Mathématiques et affectivité". Thèse d'état. Université Paris X (1983).
- [44] Paour J.L, CABRERA F., ROMAN M. : "Educabilité de l'intelligence dans un environnement micro-informatique à programmer : intentions et conditions d'une recherche". Enfance, 1985, N° 2-3 p 147-148
- [45] PAPY G. : "Mathématiques modernes I, II, III". Didier (1964-1970).
- [46] PERRET-CLERMONT A.N. : "La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale". P. Lang-collection Exploration. Berne. (1979).
- [47] PIAGET, BETH, DEUDONNE, LICHNEROWICZ, CHOQUET, GATTEGNO : "L'enseignement des mathématiques". DN. (1960).
- [48] ROBERT A. et Al. : "Exposé de synthèse sur les problèmes de l'enseignement de l'analyse". Actes de la IIIème école d'été de didactique des Mathématiques - Ed; IMAG Grenoble. (1984)

- [49] ROBERT A. : "Didactique dans l'enseignement supérieur : une démarche".
Cahier de didactique des mathématiques n°28 IREM
Paris 7 (1986)
- [50] ROBERT A. : "L'acquisition de la notion de convergence de suites numériques dans l'enseignement supérieur".
Thèse d'Etat - Université Paris 7. (1982)
- [51] ROBINET J : "Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur". Thèse d'état - 1ère partie - Université Paris 7 (1984)
- [52] ROGALSKI J. : "Quelques éléments de théorie piagétienne et didactique des mathématiques". Cahier de didactique N°2-I.R.E.M Paris-Sud-(1983).
- [53] RALOLOFONOINA I. : "Condition d'apprentissage mathématique par la lecture". Thèse de troisième cycle - Université de Strasbourg (1983).
- [54] ROUCHIER A. et Al. : "Concepts informatiques et programmation - Une première analyse en classe de seconde
- [55] SAMURCAY R. : "Relations between concept acquisition in mathematics and in computer science" - Actes de : IDM-TME International Conférence - Bielefeld RFA - 1985 - p 73-79
- [56] SCHIFF M. : "L'intelligence gaspillée. Inégalité sociale, injustice scolaire". Ed Seuil (1982).

- [57] SCHNEIDER O. : "Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de seconde", IREM d'Aix-Marseille (1979).

- [58] SCHUBAUER-LEONI M.L. et PERRET-CLERMONT A.N. :
"Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs". Recherches en didactique des mathématiques. Vol. 1.3 p. 297-350. (1980).

- [59] SCHUBAUER-LEONI M.L., GROSSEN M., SAADA E.H., BRUN J. :
"Formulations écrites et résolution de problèmes additifs - Analyse de leur élaboration et de leur contenu. Interactions didactiques N°5 Universités de Neuchatel et de Genève. (1984).

- [60] UNESCO : "Tendances Nouvelles de l'Enseignement des Mathématiques". (1967).

- [61] VERGNAUD G. : "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactiques". Actes du 5ème colloque PME - Vol.2 p. 7-17. Grenoble; (1981)

- [62] VERGNAUD G. : "A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems". Addition and subtraction : A cognitive Perspective". Th. P. Carpenter, J.M Moser and TH.A. Romberg (eds). Hillsdale. New Jersey. (1982)

- [63] VERGNAUD G. : "Multiplicative Structures", in Lesh R. et Landau M.

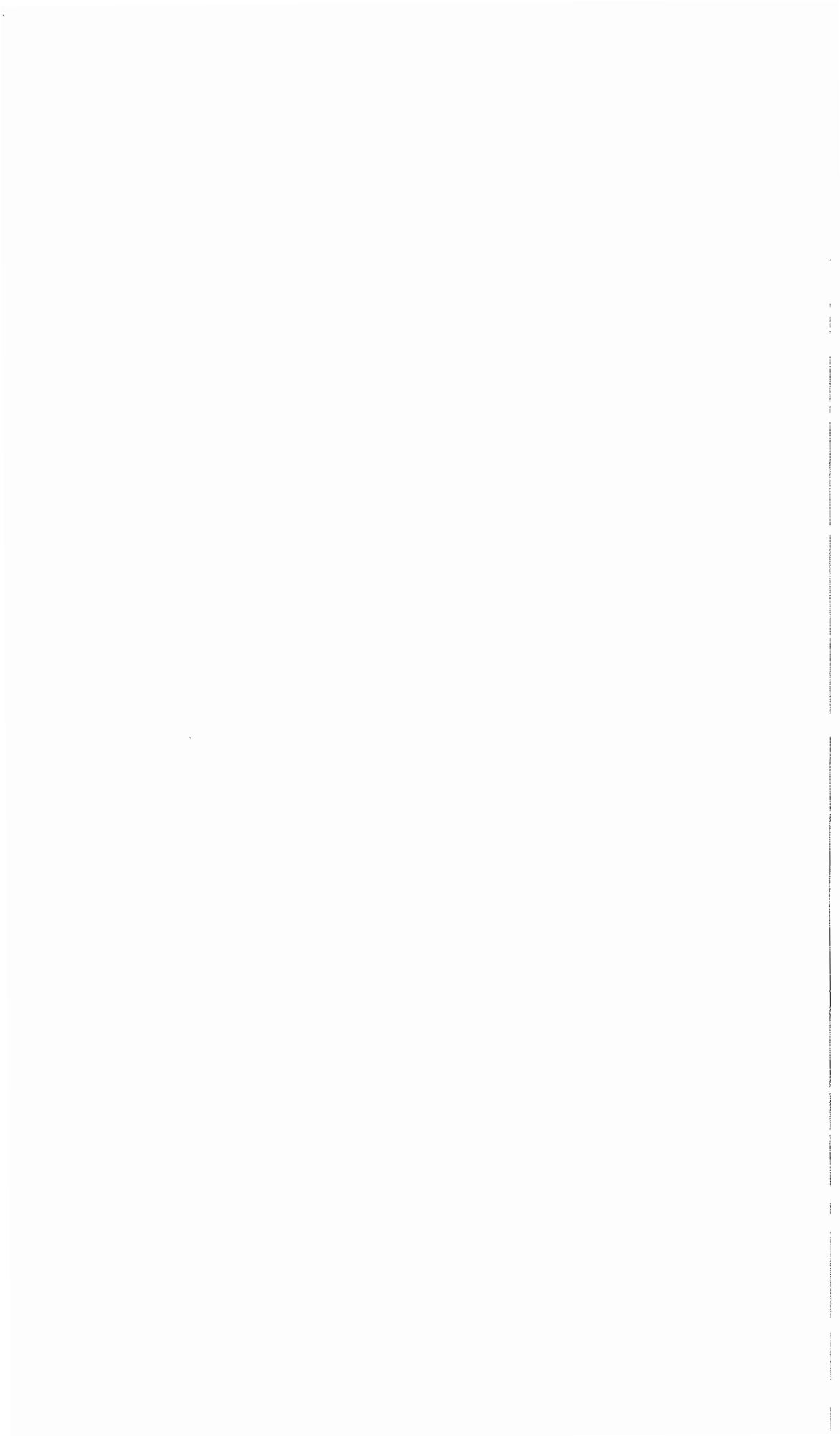
Acquisition of Mathematics Concepts and processus".
Academic Press.

[64] VERGNAUD et Al. (1980). "Acquisition des structures multiplicatives".

Rapport de fin de contrat ATP : "Processus et conditions de travail de l'élève.

[65] VERRET M. : "Le temps des études".

Librairie M. Champion - Paris. (1075).



Rapporteur Monique TALEB

Animateur Hervé PEAULT

PROGRAMMER A L'ECOLE ELEMENTAIRE

A l'issue de la première séance du groupe de travail de QUIMPER,
" Programmer à l'école élémentaire ",
5 directions de travail sont souhaitées :

- 1) Que faire avec des enfants en programmation?
- 2) Quelle programmation avec des adultes (Formation initiale-Formation continue) ?
- 3) Comment utiliser l'informatique pour faire des mathématiques?
- 4) Comment voir l'utilisation de l'informatique dans les nouveaux programmes ?
- 5) Les utilitaires: Traitement de texte, Colorcalc....

1.

La question 1. sera retenue en priorité et des expériences, essentiellement celles des IREM de Grenoble, Rennes, Lille et Angers seront relatées à la deuxième séance (voir Annexes).

a) Le document ci-joint de l'I.R.E.M de Grenoble (voir Annexe 1) présente des activités de programmation avec LOGO en CM, axées sur la géométrie (travail sur les polygones, les angles) à partir de "mini-procédures".

L'idée générale est d'amener les enfants à écrire des programmes structurés et non des programmes de type pas à pas.

Les primitives graphiques du langage LOGO, exprimées en termes de déplacement de la tortue (AV, TG...) ne semblant pas incitatives au découpage d'une figure complexe en blocs signifiants, la démarche choisie a alors été de fournir d'emblée aux enfants des "*mini-procédures*" qui sont déjà des figures: elles sont présentées aux enfants comme des primitives du langage et disponibles sur chaque ordinateur du nano-réseau (voir les exemples de la fleur et du mouchoir).

Sont alors posés les problèmes de l'analyse descendante et de l'utilisation de paramètres.

Les collègues semblent d'accord sur le fait qu' on ne fait pas de vraie analyse descendante mais qu' on essaie de décomposer un problème complexe en sous-problèmes plus simples .

Quant aux paramètres, il semble que les enfants n'aient pas trop de difficultés à utiliser des "Mini-procédures" paramétrées; Par contre il ne semble guère possible qu'ils puissent eux-mêmes construire des procédures paramétrées faisant appel à ces mini-procédures.

b) Le document de l'I.R.E.M de Rennes (voir Annexe 2) a pour objectif la programmation de type algorithmique à partir de l'utilisation (en LOGO) de deux micro-mondes : celui de la pompe et celui de la machine à laver.

Un préalable à ces activités est que les enfants aient déjà travaillé en éveil technologique sur le fonctionnement de ces objets.

L'objectif est de faire fabriquer aux enfants un dessin (qui simule le fonctionnement de la pompe ou de la machine à laver) à partir de macro-primitives disponibles (et traitées comme des primitives du langage LOGO).

Pour exemples, les macro-primitives du micro-monde POMPE sont : ASPIRE , REFOULE , POMPE (Dessin initial de la pompe sans les soupapes), OSPH (Ouvre Soupape Haute) , FSPB (Ferme Soupape Basse) , FSPH , OSPB ;

Celles du micro-monde MACHINE A LAVER sont : MACHINE (dessin de la machine à laver dans son état initial) , RESERVE (avec deux paramètres) , HUBLOT (avec un paramètre) , DEDANS (avec un paramètre de type liste) , etc...

Plusieurs problèmes sont alors soulevés par les collègues :

- Celui de l'analyse descendante;

- Celui de la simulation :

Il est évident que ces logiciels (POMPE , MACHINE A LAVER) ,ne permettent pas de mieux comprendre le fonctionnement des objets technologiques correspondants (car ils sont supposés déjà connus);

- Celui de la validation , qui nous semble immédiate en LOGO graphique , moins immédiate dans les micro-mondes présentés ici .

Par contre , le micro-monde MACHINE A LAVER permet d'introduire un certain nombre de concepts algorithmiques de base, en particuliers :

- séquentialité,

- itération (avec utilisation de REPETE).

L'utilisation de prédicats pourrait permettre de faire marcher l'objet .

./..

Une dernière question (à laquelle il n' a pas été répondu) sur cette expérience:
Quelle utilisation de ces micro-mondes, peuvent avoir des instituteurs pas nécessairement formés ?

c) La collègue de LILLE propose une activité du type "COURSE AU TRESOR" (voir Annexe 3) dont l'objectif est de comprendre la notion d'AFFECTATION en LOGO .

On utilise des enveloppes emboîtées les unes dans les autres (représentant des villes , des régions , des départements) et l'activité consiste à trouver où est caché Monsieur X

d) **Expériences de l'équipe d'ANGERS** (voir Annexe 4) :

Les activités ont pour objectif de faire comprendre les notions d'entrée, sortie, affectation, variables .

1. Après un **jeu de simulation** (1er temps), les enfants doivent dans un second temps réinvestir ce jeu pour écrire un programme dans lequel la validation passera d'abord par la simulation .

2. Un autre travail est fait sur le **code BARRE** (Code des produits du commerce); au niveau programmation , les enfants se codent à partir d'un numéro et doivent faire afficher le code BARRE correspondant (cf. Théorème n° 3); les programmes ont été faits en BASIC .

3. Hervé Péault nous présente ensuite un logiciel sur les frises et pavages.

2 .

La dernière séance de notre groupe de travail sera l'occasion de répondre à la question 2. " **Quelles formations Continue et Initiale en Informatique et , en particulier , en Programmation ?** " et à des questions sous-jacentes :

a) **Que fait-on dans un centre lourd d'informatique ?**

- Yvan Bassou (responsable du centre lourd de Picardie) nous résume les grands axes de la formation du Centre de BEAUVAIS :

Sur les 750 heures de formation , 400 sont consacrées à l' informatique Théorique et 350 à l'informatique Pédagogique.

- Informatique Théorique :

Langages BASIC , LOGO , PASCAL , initiation au LSE , architecture de l'informatique , compléments théoriques (en Mathématiques , Musique ,Anglais), utilisation de logiciels professionnels (Traitements de textes , Tableurs et Gestionnaires de fichiers) et initiation à la Télématique , Robotique , Intelligence Artificielle .

- Informatique pédagogique :

Mise en place d'une stratégie sur l'utilisation pédagogique de logiciels , exploitation de situations pédagogiques .

La dernière partie du stage est consacrée à un projet qui peut être l'écriture d'un didacticiel , l'utilisation d' un logiciel , le compte-rendu d'expérimentations ...

- **Le stage Lourd de LILLE** (fonctionnant avec des intervenants universitaires) semble avoir choisi d'autres axes de formation : l'optique choisie est celle de concepteur de logiciels. Il n'y a pas de robotique mais un peu d'audiovisuel .

b) Faut-il avoir un accès direct à un langage ou faut -il passer par l'algorithmique pour les stages FC , FI ?

- GRENOBLE :

LOGO est déjà un langage de type algorithmique . La collègue de Grenoble semble opposée à l'idée de faire de l'algorithmique sans langage .

- BEAUVAIS :

Yvan Bassou y est favorable en FC,FI mais précise que l'algorithmique n'est pas nécessairement un point de départ pour une initiation s'adressant à des maitres débutants en informatique .

- ANGERS :

Le travail en FI , FC est en partie algorithmique avec l'idée de ne pas s'enfermer dans un langage mais de voir les choses de manière plus vaste. Les stagiaires en fonction de leur intérêt choisissent ensuite leur langage .

**c) Comment sont découpés les stages de premier niveau ?
Y a-t-il des stages de deuxième niveau ?**

- ANGERS :

Le travail fait sur l'algorithmique est indépendant du LOGO Graphique qui occupe la moitié de la durée des stages.

La demande sur les logiciels est relativement faible durant ces stages (1 jour sur COLORCALC , 1 sur SCRIPTOR , 1 sur Gestionnaires de Fichiers) .

Une grande partie de ces stages est encore de premier niveau (initiation), un seul stage de deuxième niveau (Mathématiques-Informatique).

- BEAUVAIS :

Un stage de deuxième niveau avec "concours" d'entrée.

On fait peu de LOGO à BEAUVAIS car sans lendemain quand on quitte l'école élémentaire, du moins actuellement .

- GUEBWILLER :

12 stages (1er niveau) de trois semaines dont 2 en LOGO et le reste en BASIC.

Pas d'algorithmique au préalable, l'algorithme ne s'impose qu'à un moment donné .

- GRENOBLE :

Stages de 3 ou 5 semaines .

* Une partie : visionnement de logiciels, utilisation et manipulation du nano-réseau (quart du temps) ;

* Une partie : structure du micro-ordinateur, codage de l'information ;

* Une partie : programmation en LOGO (graphique avec au moins une séance dans les classes, texte) .

Les FI travaillent davantage que les FC sur les mots et les listes .

EN CONCLUSION :

- Quelles sont les finalités de la formation des instituteurs en Informatique ?

Il y a d'abord eu une forte demande de type culturel : des maitres voulant apprendre à programmer.

Depuis l'arrivée massive de matériel dans les écoles, une autre demande apparaît , faite par des maitres pas spécialement "friands" d' informatique: Que faire avec ce matériel ?

- Voici les questions et remarques finales des collègues :

- **GRENOBLE** : Veut-on transférer un savoir institutionnalisé? Ou veut-on que les maîtres se construisent eux-mêmes leur propre savoir?

- Les Collègues d'**ANGERS** pensent, en accord avec le groupe, qu'on ne veut pas faire des analystes-programmeurs de nos instituteurs, mais leur faire percevoir un certain nombre de possibilités et leur permettre de prendre un certain recul par rapport aux langages .

- Le Problème de l'algorithmique laisse le groupe en désaccord :

* La collègue de **GRENOBLE** pensant que les structures algorithmiques de base sont des savoir-faire d'informaticiens;

* Ceux de **BEAUVAIS** et **GUEBWILLER** pensant que l'on travaille d'abord en **BASIC** et **LOGO** et que l'algorithmique vient par la suite;

* Celui d'**ANGERS** travaillant davantage à partir de l'algorithmique.

Il semble enfin que l'on s'oriente, pour la prochaine rentrée scolaire, vers des stages plus spécialisés :

Mathématiques-Informatique , Informatique-Lecture etc. . .
et que notre but est de faire comprendre que l'Informatique est aussi au service des disciplines.

A N N E X E 1

Ecole Normale et Irem
de Grenoble

PROGRAMMER A L'ECOLE ELEMENTAIRE

I. Utilisation de la programmation à l'école.

nos objectifs

Programmer ou plus généralement planifier une tâche exige des compétences fondamentales : anticipation des actions, contrôle du déroulement de ces actions, manipulation d'objets formels et opérations sur ces objets, etc...

Il paraît légitime de penser que la pratique de la programmation puisse être favorable au développement de ces compétences.

De plus, l'activité de programmation nécessite la mise en oeuvre d'une démarche algorithmique. Il est fréquent de comparer cette démarche à celle de la résolution de problème et c'est en cela qu'elle nous semble intéressante à pratiquer à l'école élémentaire. Rappelons brièvement ce qui la caractérise et la rapproche de la situation de résolution de problème :

- Analyse du problème ou de la tâche
- Décomposition de cette tâche en plusieurs parties (mise en évidence de modules ou unités de sens)
- Résolution ou construction de ces différentes parties
- Assemblage et coordination de ces parties entre elles

Le langage Logo, qui permet la définition de procédures et leur emboîtement s'adapte particulièrement bien à cette démarche.

Dans les activités de programmation à l'école le problème sera généralement de faire dessiner une figure par l'ordinateur mais on ne s'en tiendra pas à ce seul résultat, on s'attachera surtout à la structuration du programme écrit pour y parvenir. On demandera quelquefois aux enfants d'écrire plusieurs programmes pour un même problème afin d'améliorer cette structure.

exemples d'activités en classe

- Notre démarche :

Lorsque l'on propose aux enfants une figure assez complexe, ils la décrivent dans un premier temps comme une succession de segments, ils écrivent donc des programmes de type pas à pas (cf. R.Neyret dans Grand N n°35)

Aussi l'objectif d'analyse de la figure en sous-figures, puis de construction de ces sous-figures par des procédures n'est atteint qu'après de nombreuses séances, ou même pas du tout, pour quelques enfants.

(VOIR ANNEXE 1)

Nous avons pensé que les primitives graphiques du langage Logo n'étaient pas incitatrices au découpage d'une figure en blocs significatifs. En effet, elles sont exprimées en terme de déplacements de la tortue (Avance Tourne) non descriptifs de l'effet produit.

Cette année, nous avons donc choisi de fournir d'emblée aux enfants des mini-procédures qui sont déjà des figures, par exemple :

CARRE :L RECTANGLE :A :B

les déplacements de la tortue sont obtenus par la procédure :

POUR SAUTE :L

LC AV :L BC

FIN

Ces mini-procédures seront différentes selon les séances, elles sont présentées aux enfants comme des primitives du langage, c'est à dire qu'ils ne disposent que du nom de la procédure. Ces procédures sont disponibles sur chaque ordinateur (Quand le nano-réseau veut bien fonctionner !!)

(VOIR ANNEXE 2)

- Variations sur un thème floral

Nous avons proposé aux enfants la procédure PETALE (nbre)

POUR DEMIPETALE :N

REPETE 15 [AV :N TD 5]

FIN

POUR PETALE :N

TG 35

DEMIPETALE :N TD 105

DEMIPETALE :N

TD 140

FIN

Dans une première séance, les enfants utilisent cette procédure pour composer librement des figures; dans cette classe, les enfants ne connaissaient jusqu'ici, en logo, que l'angle droit (TD 90 TG 90). Pourtant, on obtient immédiatement des productions qui utilisent d'autres angles.

POUR DIAMANT

REPETE 18[PETALE 4 TD 20]

REPETE 18[PETALE 5 TD 20]

FIN

POUR COSMOS

TG 90

REPETE 6 [PETALE 5 TD 35]

FIN

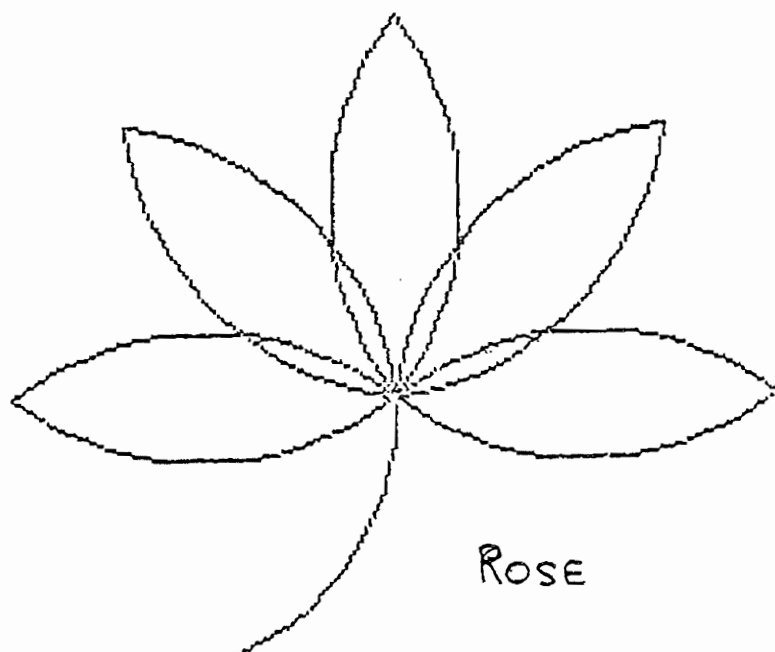
POUR ROSE

TG 90

REPETE 5 [PETALE 5 TD 45] TD 50

DEMIPETALE 5

FIN



POUR ROSETTE

TG 90

REPETE 5 [PETALE 1 TD 45] TD 50

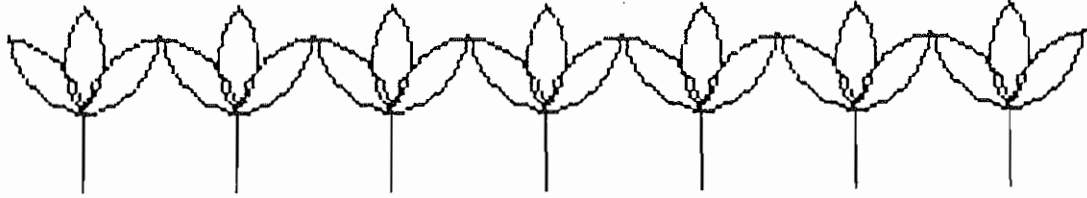
DEMIPETALE 1

FIN

Notons que ROSE et ROSETTE, écrites par le même groupe d'enfants, décrivent le même dessin de taille différente. A ce stade, les enfants manipulent des procédures paramétrées mais n'en écrivent pas eux-mêmes. Ce type d'exemples pourrait déclencher un travail dans ce sens.

Dans un deuxième temps, on demande aux enfants de réaliser certains modèles.

Nous en avons choisi deux, l'un de type frise, l'autre de type rosace.
"Le jardin "



Dans cet exemple, qui ne présente pas de difficulté d'analyse géométrique, on cherche essentiellement à amener les enfants à produire un programme structuré, dans son écriture. Voici deux résultats:

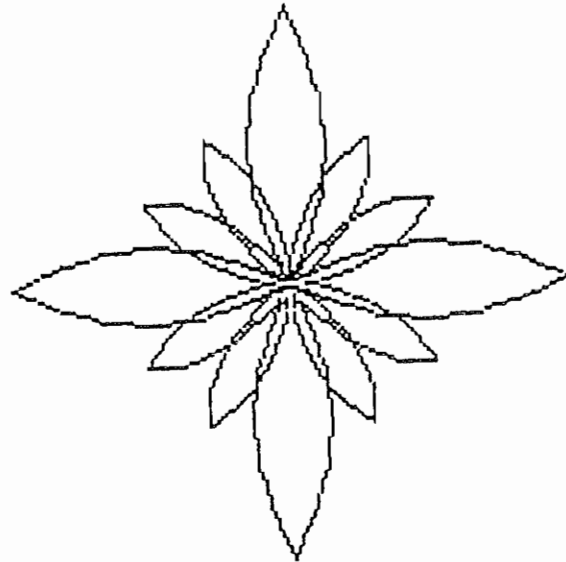
<pre> FOUR DIAMANT TG 45 REPETE 3 [PETALE 2 TD 45] TG 90 RE 60 FIN POUR DEBUT1 TD 90 LC AV 40 TG 90 AV 60 BC FIN POUR DEBUT TG 90 LC AV 130 TD 90 BC FIN POUR RANG DEBUT REPETE 7 [DIAMANT DEBUT1] FIN </pre>	<pre> FOUR FLEUR AV 20 PETALE 3 TG 45 PETALE 3 TD 90 PETALE 3 FIN POUR FRENCE LC TD 45 AV 40 TD 90 AV 20 TG 180 BC FIN POUR JARDIN DEBUT REPETE 7 [FLEUR FRENCE] FIN </pre>
--	---

les procédures FRENCE et DEBUT1, obtenues après de patients tâtonnements, mettent bien en évidence la nécessité d'une coordination précise entre les appels successifs de la procédure FLEUR.

"En effeuillant la marguerite"

Dans cet exemple, la recherche consiste à découvrir une structure répétitive et à l'exprimer correctement. Notons que plusieurs analyses sont possibles.

On retrouve dans le résultat des enfants les différents niveaux de complexité d'écriture de programme déjà signalées. (Cf. Grand N n° 35)



```
POUR MA
PETALE 5 TG 30 PETALE 3 TG 30 PETALE 3 TG 30 PETALE 5 TG 30 PETALE 3 TG 30 PETAL
E 3 TG 30 PETALE 5 TG 30 PETALE 3 TG 30 PETALE 3 TG 30 PETALE 5 TG 30 PETALE 3
TG 30 PETALE 3
```

FIN

```
POUR Z
REPETE 4 [PETALE 5 TD 30 PETALE 3 TD 30 PETALE 3 TD 30]
FIN
POUR OP
```

```
POUR FLEUR
REPETE 4 [PETALE 5 TD 90]
REPETE 4 [TD 30 PETALE 3 TD 30 PETALE 3 TD 30]
FIN
```

```
POUR CSF
REPETE 4 [PETALE 5 TD 90]
FIN
```

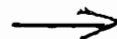
```
POUR ERE
CSF TD 30
REPETE 4 [PETALE 3 TD 30 PETALE 3 TD 60]

FIN
```

```
POUR MARO
REPETE 4 [PETALE 5 TG 90]
FIN
```

```
POUR MARI
REPETE 4 [PETALE 3 TG 90]

FIN
```

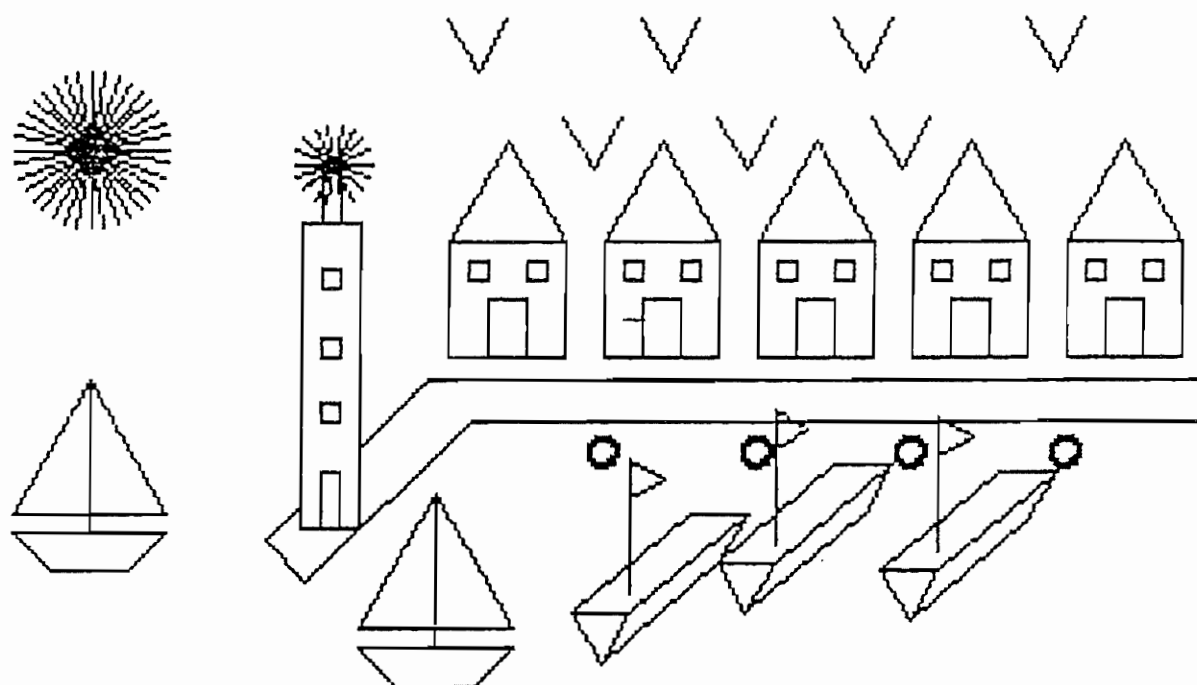


```
POUR MA
FCC 5
MARO
TG 30
MARI
TG 30 MARI
FIN
```

- Projet collectif :

le travail est réparti entre plusieurs groupes, qui construisent chacun un motif du projet commun; on réunit ensuite toutes les productions dans un meme programme .(Le nano-réseau trouve enfin sa raison d'être ! (surtout s'il marche!)) . Voici un tableau réalisé par les enfants d'un CM de Valence

UN PORT



II. Formation initiale et continue des instituteurs

Nos objectifs:

Nous faisons l'hypothèse que l'activité de programmation peut jouer un rôle dans la formation du raisonnement au même titre que les mathématiques et ceci aussi bien avec des adultes que des enfants. Malheureusement l'entrée de l'informatique à l'école élémentaire s'est faite dans une double confusion:

confusion entre l'informatique utilitaire et sociale (développement accéléré de logiciels puis de didacticiels) et l'apprentissage de la programmation sur les micro-ordinateurs.

confusion dans la formation des enseignants entre l'informatique des professionnels et celle qui pourrait trouver place à l'école.

En aucun cas une initiation des enseignants à la programmation ne doit s'apparenter à la formation de futurs informaticiens, comme ce fut la dérive inévitable dans les centres universitaires de formation.

L'algorithme, l'analyse descendante, les structures de données qui sont indispensables à l'analyste-programmeur doivent-ils prendre le pas sur l'apprentissage d'un langage adapté et directement utilisable ?

Une autre illusion a été de croire ou de faire croire que les enseignants allaient produire eux-mêmes les didacticiels de leur classe et devaient apprendre à programmer dans ce but. (Si quelques enseignants sont parvenus à quelques résultats dans ce domaine, ce fut avant tout par goût personnel et au prix de combien de nuits sans sommeil ?). Le plan IPT et l'avalanche de logiciels qui a suivi semble avoir étanché la soif de production des néophytes qui acceptent plus facilement aujourd'hui d'aborder la programmation sous un autre jour.

Après plusieurs années d'expériences diverses déterminées par le matériel disponible et les considérations précédentes, nous avons choisi cette année de centrer la formation des instituteurs sur l'apprentissage d'un langage de programmation, l'objectif étant d'arriver à une maîtrise suffisante de celui-ci pour pouvoir l'utiliser avec des enfants après une réflexion sur son intérêt pédagogique. Ayant fait l'hypothèse que l'activité de programmation pouvait être formatrice, il fallait un langage permettant une programmation structurée c'est à dire proche de notre mode de pensée et non dépendante des seules contraintes du microprocesseur. Le langage Logo, par sa structure, la possibilité de définir des procédures, sa simplicité d'accès nous paraît répondre à ce besoin.

notre démarche:

Nous avons pu maintes fois constater que les enseignants ayant reçu une formation de courte durée sont tentés de reproduire dans leur classe ce qu'ils ont fait pendant leur formation. Aussi nous avons pris le parti d'adopter pendant les stages courts une démarche pouvant être aisément transférée à l'école élémentaire.

L'apport théorique est réduit au minimum et nous proposons aux stagiaires de nombreux exercices au cours desquels ils peuvent exercer leur créativité et être actifs dans la construction de leur savoir; les essais-erreurs multiples et rapides que permet le micro-ordinateur jouent un rôle important dans cette démarche; les enseignants découvrent ainsi l'intérêt essentiel de cet outil.

contenu:

les primitives graphiques

les procédures : procédures paramétrées

emboîtement de procédures

procédures paramétrées

procédures récursives (on se limite aux

procédures qui ne contiennent qu'un appel

terminal en invitant les

les utiliser avec des enfants)

stagiaires à ne pas

traitement des mots et listes

Exemples d'activités proposées (Voir Annexe III)

- les polygones réguliers :

écrire des procédures dessinant un triangle, un carré, un polygone à n cotés

le cercle : est-il véritablement un cercle?

dessiner un cercle de rayon donné

dessiner des cercles concentriques

- les étoiles :

dessiner des étoiles à n branches

dessiner un ciel étoilé (utiliser la primitive HASARD)

- la pendule :

analyser une figure complexe pour la décomposer en différentes parties

dessiner le cadre, les aiguilles,

éventuellement faire tourner une aiguille

- le quadrillage :

différentes analyse de la figure

décomposition en procédures, coordination des procédures

- projet collectif :

le travail est réparti entre plusieurs groupes, qui construisent chacun un motif du projet commun; on réunit ensuite toutes les productions dans un même programme. (Le nano-réseau trouve enfin sa raison d'être !)

Dans l'exemple suivant les stagiaires ont créé un lot de procédures qu'ils pourront utiliser avec leurs élèves comme des macro-primitives.

SOLEIL

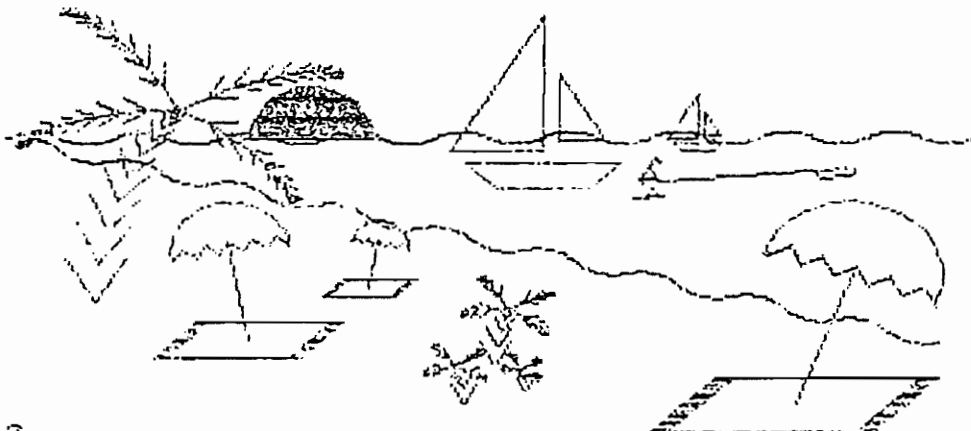
VAGUE :L (longueur variable)

SKIEUR :T (taille variable)

BATEAU :T (taille variable)

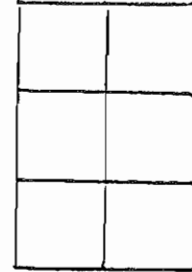
PALMIER :T (taille variable)

PARASOL :L :A (taille et inclinaison variable)



Annexe I

PROGRAMMES REALISES PAR DES ENFANTS DE CM2 POUR LA FENETRE



Les enfants connaissent les primitives graphiques

Carole
Aurélia

AV 15 AV 15 TD 90 AV 30 TD 90 AV 30 TD 90
AV 15 TD 90 AV 15 AV 30 TG 90 AV 15 TG 90
AV 15 TG 90 AV 30 TG 90 AV 15 TG 90 AV 15

Maud
Béatrice

POUR NOIX DE COCO
AV 45 TD 90 AV 30 TD 90 AV 45 TD 90 AV 30
TD 90 AV 45 TD 90 AV 15 TD 90 AV 45 TG 90
AV 15 TG 90 AV 15 TG 90 AV 30 TD 90 AV 15
TD 90 AV 30
FIN

Olivier
Patrice

POUR FENETRE
REPETE 3 (AV 15 TG 90 AV 15 TG 90 AV 15 TG 90 AV 30
TG 90 AV 15 TG 90 AV 15 TG 90)
FIN

Marie-José
Katia

POUR XII
REPETE 4 (AV 15 TD 90)
TG 90
REPETE 3 (AV 15 TD 90)
TD 90
FIN

POUR XIII
REPETE 3 (XII)
FIN

Christophe
Eddy

POUR PIF
REPETE 2 (AV 45 TD 90 AV 30 TD 90)
FIN

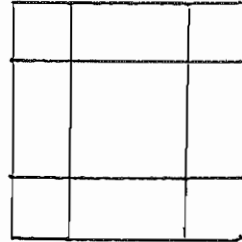
POUR FILS
AV 15 TD 90 AV 30 TG 90 AV 15 TG 90 AV 30 TD 90
AV 15 TD 90 AV 15 TD 90 AV 45
FIN

POUR FENETRE
PIF FILS
FIN

PROGRAMMES REALISES PAR DES ENFANTS DE CM1 POUR LE MOUCHOIR

Les enfants connaissent les primitives graphiques et disposent des
procédures CARRE :L et RECTANGLE :LONG :LARG

CARRE 80
RECTANGLE 80 20
RECTANGLE 20 80
AV 80
(1) TD 90
RECTANGLE 80 20
AV 80
TD 90
RECTANGLE 80 20



Poste: 00

Fichier: JOSSELIN.LOG

01-01-80 / 00H08

.....

POUR MAJO

RECTANGLE 60 15 RECTANGLE 15 70 SAUTE 60 TD 90 RECTANGLE 70 15 SAUTE 70 TD 90 RE
CTANGLE 60 15
FIN

POUR MOUCHOIR

RECTANGLE 10 70 RECTANGLE 50 10 SAUTE 50 TD 90 RECTANGLE 70 10 SAUTE 70 TD 90 RE
CTANGLE 50 10
FIN

POUR FENETRE

Regi

RECTANGLE 40 60
RECTANGLE 40 10
RECTANGLE 10 60
SAUTE 40
TD 90 RECTANGLE 60 10
SAUTE 60
TD 90 RECTANGLE 40 10
FIN

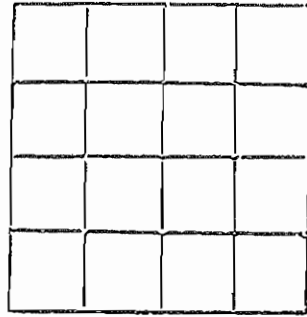
POUR TELEVISION

RECTANGLE 70 20
SAUTE 70 TD 90
RECTANGLE 70 20
SAUTE 70 TD 90
RECTANGLE 70 20
SAUTE 70 TD 90
RECTANGLE 70 20
SAUTE 70 TD 90
FIN

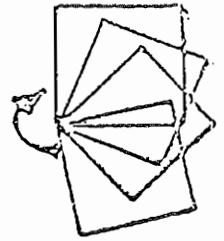
Bracelet



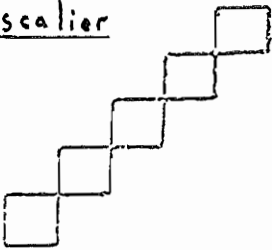
Quadrillage



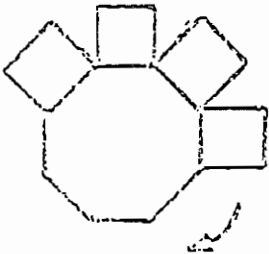
Rosace



Escalier



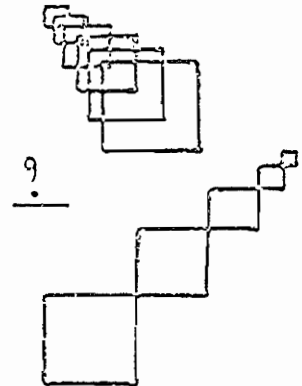
Polycarré



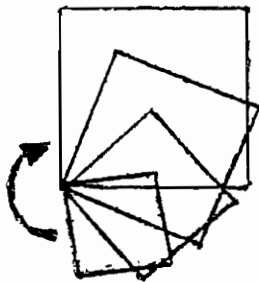
Spicarré



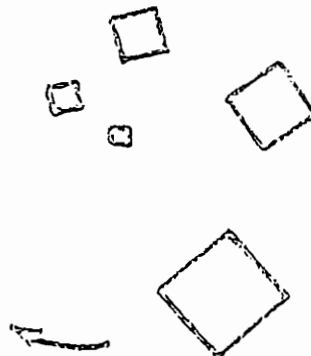
Tunnel



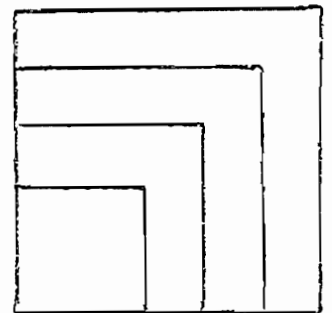
Escargot



Galaxie

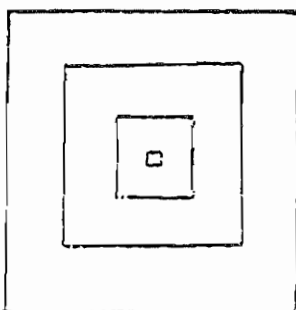


Corimbrique 1

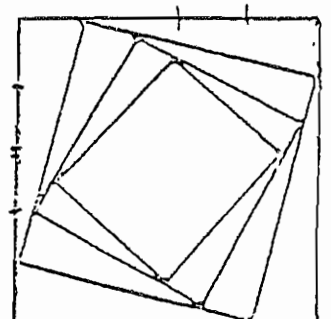
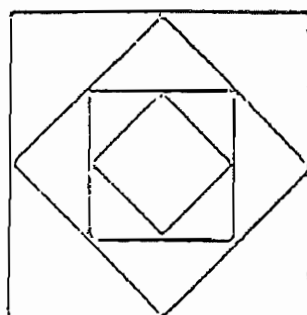


→ carré plein

Corimbrique 2



→ carré plein



Extrait d'un document paru dans le BULLETIN des PEN
N° II Avril 1986 IREM de RENNES

Un micro-monde LOGO pour
un éveil d'enfants du cycle
moyen à la programmation

G.LE POCHE
PEN-RENNES

"Si l'introduction d'ordinateur à l'école peut apporter une innovation pédagogique véritable et quelque chose de proprement inédit, c'est certainement par la possibilité de la programmation.

Il faut que les enfants programment eux-mêmes pour entrer en relation véritable avec l'informatique et se l'approprier dans l'autonomie ". (Note de la Direction des Ecoles du 24 Mars 1983.)

Il reste à savoir : comment et avec quels outils on amènera les enfants à écrire des programmes ?

Programmer ne se réduit pas à opérer des tentatives désordonnées en direction de la machine ,mais exige l'analyse du problème que constitue le projet retenu, c'est-à-dire la construction de l'algorithme de programmation ,le codage de l'algorithme,dans un langage ne constitue qu'une deuxième étape destinée à faire produire par une machine déterminée les résultats désirés.

L'essentiel de l'activité réside donc dans l'analyse du problème,sa décomposition en sous-problèmes plus simples est une méthode fortement recommandée (analyse descendante).

L'activité de programmation peut,à juste titre,être considérée comme étant difficile pour de jeunes enfants. Il paraît donc légitime de proposer aux élèves l'écriture de programmes très simples ,mais cette solution n'est pas satisfaisante pour au moins deux raisons:

- des problèmes trop simples ne permettent pas une véritable analyse et en particulier une décomposition des sous-problèmes.
- l'ordinateur y joue souvent un rôle trivial,dépourvu d'intérêt (exemple: dessins de lignes, rectangles, maisons...;calculs d'addition,multiplication...).

Certains maîtres se sont alors orientés vers des projets plus complexes,mais le travail réel de l'élève reste alors,bien souvent,limité. L'enfant étant seul incapable de résoudre ses difficultés,la part de l'enseignant devient prépondérante, et l'élève se contente de transcrire les propositions du maître.

L'expérimentation,menée dans le cadre de la direction des écoles,intitulée "Simulation d'un objet technique sur un écran graphique " a été conçue pour permettre de lever les difficultés signalées plus haut.

.../...

La simulation autorise:

- l'intégration de l'action de programmation à une activité plus globale, dans le cadre de l'éveil technologique, comme un moyen d'accéder à une meilleure compréhension de l'objet considéré.

- la réalisation de projets attrayants, assez complexes et cependant rendus accessibles à l'enfant par son évolution dans un micro-monde de "macroprimitives" (un stock de procédures construites pour faciliter la représentation et l'animation de l'objet et dans le quel l'enfant peut puiser en considérant une procédure comme une primitive du langage.)

Les "micromondes" sont conçus pour permettre plusieurs niveaux d'accès, le langage LOGO, parce qu'étant évolutif, semble bien adapté à l'écriture de tels logiciels.

Les niveaux:

- Niveau 1: Utilisation des primitives du langage nécessaires à la création et à l'animation de l'objet graphique.

- Niveau 2: Utilisation de macro-primitives d'aide au dessin et à l'animation.

- Niveau 3: Utilisation de macro-primitives liées à l'objet technique lui-même et permettant une réalisation très rapide de sa simulation.

Des exemples de "micromondes" sont actuellement disponibles: machine à laver, aiguillage ferroviaire, pont-roulant, carrefour routier..., de tels produits figurent dans la "valise pédagogique de logiciels" accompagnant le plan Informatique pour tous (exemple: ASCENE pour la simulation d'un ascenseur, ECLUSE pour celle d'une écluse).

L'expérimentation relatée ici met en jeu un micromonde destinée à la simulation d'une écluse, le choix est celui d'un accès au niveau 2. Elle a eu lieu à l'Ecole Normale de RENNES durant l'année scolaire 1984-1985.

La progression suivie, la stratégie pédagogique retenue ne peuvent en aucun cas constituer un modèle à reproduire. Ils n'illustrent qu'un exemple réalisé d'utilisation d'un logiciel de ce type."

POUR SE PROCURER CE DOCUMENT / S'ADRESSER A L'IREM DE RENNES

Campus de Beaulieu

35042 RENNES CEDEX

DISQUETTES

ET

MICRO-MONDES

Depuis le Colloque, le travail sur les Micro-Mondes a continué. L'équipe informatique de Quimper en liaison avec les animateurs de Sites du Finistère a regroupé sur une disquette des exemples de Micro-Mondes concernant des sujets variés et en particulier des simulations d'objets techniques.....

- cafetière
- carrefour
- Pont de Recouvrance
- sonnette électrique
- Pont de Landerneau
- Infobank: Distributeur de billets
- pompe
- pont élévateur de garage
- pont roulant
- moteur à 4 temps
- château d'eau
- cubes
- tangram.....

Il existe une version pour MO 5 sur Nano-Réseau et une version pour T07-70

Les disquettes sont équipées d'un sommaire et chaque programme contient une procédure SECOURS exécutée automatiquement au moment du chargement. Celle-ci donne les commandes indispensables pour évoluer dans le Micro-Monde.

Depuis le Stage National du 12 au 16 Janvier 87 à QUIMPER avec la collaboration des stagiaires, le travail se poursuit en utilisant GENE 2 dont l'auteur est M.AIGLE de l'Ecole Normale du Mans, ce qui permet une exécution beaucoup plus rapide des animations.

Pour se procurer ces disquettes nous proposons plusieurs solutions:

- 1) Expédier une ou deux disquettes + 20 F et nous effectuons des copies.
- 2) Sans expédier les disquettes:

Nous vous proposons la ou les disquettes. Ajouter aux 20 F. couvrant les frais de port et d'emballage, 10F par disquette demandée.

S'adresser à François HUGUET ou Didier DAMEY

Ecole Normale Mixte

8 Rue de Rosmadec

29196 QUIMPER CEDEX

Libeller les chèques à COMITE ORGANISATION COLLOQUE.

A N N E X E 3

Danielle ORTOLLAND E.N. LILLE

LOGO, LISTES ET AFFECTATIONS

BUT : Donner une représentation de la notion d'affectation dans un langage qui utilise le traitement de listes et faire travailler sur les structures arborescentes.

Préalables supposés connus : peu de choses ; mot et liste en LOGO.

1.- MISE EN SITUATION SANS ORDINATEUR

1) Décodage

a) *Situation matérielle*

De grandes enveloppes A, B, C portant des noms de régions (exemple : A "Nord-Pas-de-Calais ; B "Rhône-Alpes ; C "Languedoc-Roussillon)

Des enveloppes moyennes A1 ... C2 portant des noms de départements de ces régions (exemple : A1 "Nord ; A2 "Pas-de-Calais ; B1 "Savoie ; B2 "Isère ; B3 "Rhône ; B4 "Ain ; C1 "Aude ; C2 "Hérault)

De petites enveloppes A11 ... C21 portant des noms de villes de ces départements (exemple : A11 "Lille ; A12 "Douai ; A13 "Dunkerque ; A21 "Calais ; A22 "Arras ; B11 "Chambéry ; B21 "Grenoble ; B31 "Lyon ; B41 "Nantua ; B42 "Bourg ; C11 "Carcassonne ; C21 "Narbonne)

On recherche Monsieur X. dont le nom est écrit sur un carton blanc. Il est dans l'une des villes Ci (carton dans l'une des enveloppes).

Chaque enveloppe représentant une ville est placée dans une enveloppe représentant son département.

Chaque enveloppe de région contient de même les enveloppes des départements de cette région.

Sont donc seules visibles les enveloppes A, B et C.

b) *La situation*

On se répartit en 2 équipes plus un meneur de jeu.

Chacune leur tour les équipes interrogent le meneur de jeu en lui donnant le nom d'une enveloppe visible par exemple "Nord-Pas-de-Calais.

Le meneur de jeu ouvre l'enveloppe et lit les étiquettes des enveloppes apparentes : "Nord, "Pas-de-Calais.

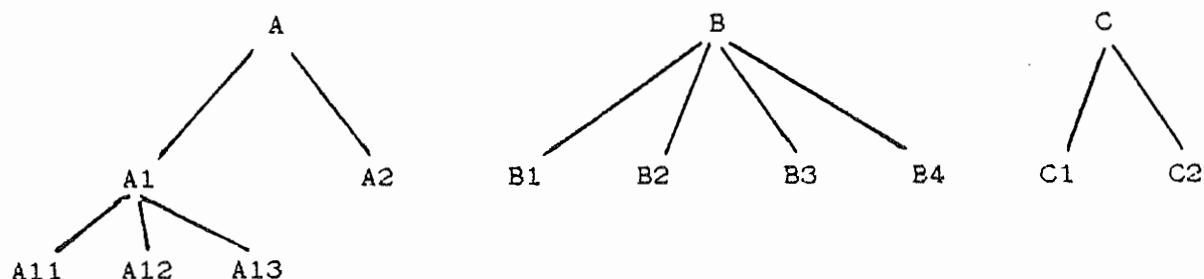
La même équipe continue jusqu'à ouverture d'une enveloppe vide et c'est alors à l'autre équipe d'interroger le meneur.

L'équipe gagnante est la première qui découvre Monsieur X.

c) *Intérêt*

Mettre en évidence la nécessité de représenter la situation pour ne pas poser plusieurs fois les mêmes questions, pour explorer de façon systématique, ne rien oublier comme possibilité.

Une représentation arborescente est intéressante :



2) Codage

Une équipe E1 dispose d'enveloppes de 3 ou 4 tailles différentes, d'un crayon de bois et d'une gomme.

Elle doit de la même façon inventer un univers dans lequel elle place un objet.

Elle va représenter cet univers grâce aux enveloppes. Une autre équipe E2 devra découvrir où a été placé l'objet comme précédemment.

On note le nombre de questions posées par E2 pour découvrir l'objet et on inverse les rôles de E1 et E2.

L'équipe gagnante est celle qui totalise le moins de questions avec le même nombre d'enveloppes à coder au départ (exemple d'univers possible : course au trésor, TINTIN enquête...).

Le but de ces deux situations, outre la représentation arborescente et la recherche d'une stratégie pour gagner est de proposer une représentation matérielle à l'activité qui suit et utilisera l'affectation en LOGO.

II. - LE CODAGE EN LOGO

Les mêmes situations seront reprises mais sur ordinateur grâce à l'instruction DONNE

1) Décodage

On a entré le programme suivant :

```
DONNE "France [ Nord-Pas-de-Calais Rhône-Alpes Languedoc-Roussillon]
DONNE "Nord-Pas-de-Calais [ Nord Pas-de-Calais ]
DONNE "Nord [ Lille Douai Dunkerque ]
DONNE "Dunkerque [ Monsieur X n'y est pas]
DONNE "Lille [oui, tu as trouvé Monsieur X]
```

Chacun interrogera l'ordinateur grâce à une première information : le nom de la variable qui permet d'entrer dans l'arborescence (ici "France) et grâce à l'instruction ECRIS CHOSE ou ECRIS :

```
Exemples : ECRIS CHOSE "France ou ECRIS :France
            ECRIS CHOSE "Nord-Pas-de-Calais ou ECRIS :Nord-Pas-de-Calais
```

2) Codage

Chacun pourra de la même façon inventer un univers et y placer un objet grâce à l'instruction DONNE.

3) Bilan

On voit que l'instruction DONNE revient ici à affecter une liste, celle qui figure entre corchets, à une variable dont le nom est le mot

qui figure juste après DONNE. Une représentation matérielle peut être une enveloppe ou une boîte sur laquelle on inscrit le nom de la variable, la liste étant placée à l'intérieur de l'enveloppe ou la boîte.

CHOSE "X rend l'objet placé dans l'enveloppe ou la boîte.

III. - REFLEXION POUR ALLER PLUS LOIN

1) *Ajoutons les affectations supplémentaires suivantes :*

DONNE "Alsace [Bas-Rhin]
DONNE "Bas-Rhin [Strasbourg]
DONNE "Strasbourg [Non, personne en vue]

Que va répondre l'ordinateur aux ordres suivants :

? ECRIS CHOSE "Alsace
? ECRIS CHOSE "Bas-Rhin
? ECRIS CHOSE "Strasbourg
? ECRIS CHOSE :Alsace

2) *Autre problème : il faut modifier le contenu de "France et y ajouter "Alsace*

Comment le faire sans retaper la liste déjà entrée ?

Il y a plusieurs possibilités :

- on édite "France par ED ("France)
on tape la correction dans l'éditeur dont au sort par CNT Q

- on utilise une autre variable, par exemple "Z
DONNE "Z :France DONNE "France PH :Z "Alsace
on fabrique ici une nouvelle liste dont les éléments sont ceux de la liste "France initiale à laquelle on adjoint "Alsace

- mais en fait cette variable "Z est inutile, et on peut taper directement (en revenant à l'état initial auparavant !):

DONNE "France PH :France "Alsace

:France sera ici interprété comme l'ancien contenu de la variable "France et "France comme le nom de la variable dont on va changer le contenu.

3) *Donnons une autre représentation de la situation initiale avec les enveloppes et comparons-la à la précédente.*

Appelons "Francebis cette nouvelle représentation obtenue par :

DONNE "Francebis [[[Lille Douai Dunkerque][Calais Arras][Chambéry]
[Grenoble][Lyon][Nantua Bourg]]][[Carcassonne Narbonne][]]

liste vide représentant
l'Hérault

Rappelons que la première représentation était obtenue avec :

DONNE "France [Nord-Pas-de-Calais Rhône-Alpes Languedoc-Roussillon]

DONNE "Nord-Pas-de-Calais [Nord Pas-de-Calais]

etc;

Que va répondre l'ordinateur aux ordres suivants :

EC PREM :Francebis EC PREM PREM :Francebis EC COMPTE :Francebis

EC PREM :France EC PREM PREM :France EC COMPTE :France

EC DER SP :Francebis EC DER SP :France

Pouvez-vous l'expliquer ?

IV. - UN JEU UTILISABLE AVEC DES ENFANTS PLUS JEUNES

Nous nous proposons de construire un jeu où c'est l'ordinateur qui placera au hasard un objet de notre choix à l'une des terminaisons d'un arbre.

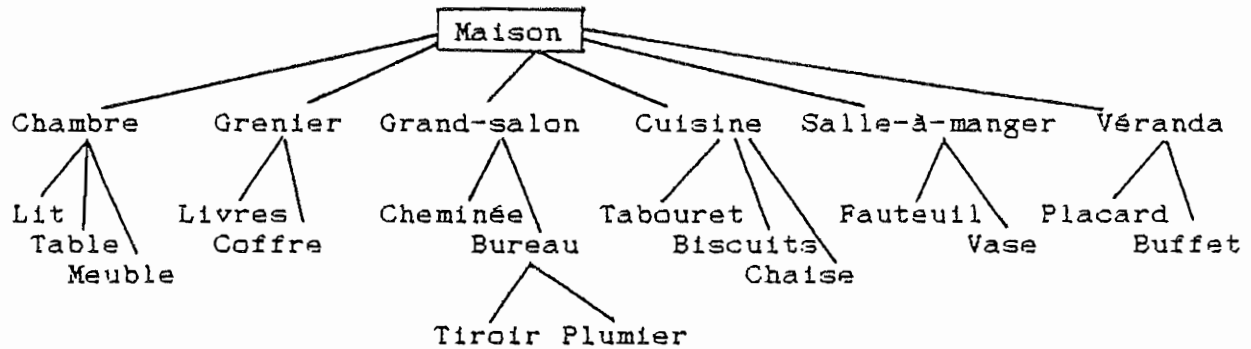
Le but du jeu est toujours de retrouver cet objet, mais nous voulons éviter aux élèves de taper les instructions ECRIS CHOSE " ou EC :

Ils auront simplement à taper le mot désiré.

De plus, l'ordinateur compte le nombre de coups mis pour trouver l'objet. Pour cela :

1) Prévoir l'arbre avec les mots désirés

Par exemple, ce peut être l'arbre suivant :



Et choisir l'objet qui sera caché (par exemple, une souris).

2) Entrer toutes ces données dans l'ordinateur.

Pour l'instant, nous ne nous préoccupons pas de l'objet caché, ni des messages à placer aux extrémités de l'arbre.

Tout ceci sera fait lors de l'introduction des procédures permettant le jeu au paragraphe 3.

Par exemple :

```

DONNE "MAISON (CHAMBRE GRENIER GRAND-SALON CUISINE SALLE-A-MANGER
VERANDA)
DONNE "VERANDA ( PLACARD BUFFET TELEVISION 1
DONNE "SALLE-A-MANGER (FAUTEUIL VASE)
DONNE "CUISINE ( TABOURET BISCUITS CHAISE 1
DONNE "GRAND-SALON (CHEMINEE BUREAU)
DONNE "GRENIER (LIVRES COFFRE)
DONNE "CHAMBRE (LIT TABLE MEUBLE)
DONNE "BUREAU (TIROIR PLUMIER)
  
```

Continuer les affectations de la façon suivante :

- entrer le mot de passe qui permet de débiter, par exemple :

```
DONNE "MOT-DE-PASSE "MAISON
```

- entrer le message de départ M1, par exemple :

```
DONNE "M1 (OU SE TROUVE LA SOURIS ?)
```

- entrer toutes les terminaisons ou feuilles de l'arbre. Pour l'exemple ci-dessus :

```
DONNE "L (LIT TABLE MEUBLE LIVRES COFFRE CHEMINEE TIROIR PLUMIER
TABOURET BISCUITS CHAISE FAUTEUIL VASE PLACARD BUFFET TELEVISION 1
```

- entrer ensuite tous les mots figurant dans l'arbre, pour que l'ordinateur sanctionne les fautes d'orthographe, par exemple :

```
DONNE "M (LIT TABLE MEUBLE LIVRES COFFRE CHEMINEE BUREAU TIROIR
PLUMIER TABOURET BISCUITS CHAISE FAUTEUIL VASE PLACARD BUFFET TELEVISION
CHAMBRE GRENIER GRAND-SALON CUISINE SALLE-A-MANGER VERANDA MAISON 1
```

Toutes ces données peuvent être sauveées (sur disquette ou cassette) pour une utilisation ultérieure.

3) Nous allons maintenant montrer que le jeu pourra fonctionner grâce aux 5 procédures suivantes qu'il vous faut taper ou ramener dans l'espace de travail :

POUR JEU

NY : L

NYESTPAS : L

ME 25 FCURS (2 5) EC : M1

FCURS (1 10) TAPE (A TOI DE LE TROUVER EN TAPANT :)

TAPE CAR 32 EC : MOT-DE-PASSE

FCURS (3 20) FCT 1

JEU1 1

FIN

POUR NY : L

DONNE "CACHEETTE ITEM 1 + HASARD COMPTE : L : L

FIN

POUR NYESTPAS : L

SI VIDE? : L (STOP)

SI EGAL? PREM : L : CACHEETTE (DONNE PREM : L (BRAVO ! TU AS TROUVE)) (DONNE

PREM : L (NON, TU N'AS PAS TROUVE))

NYESTPAS SP : L

FIN

POUR JEU1 : N

AFFECTE

ME 25 FCURS (3 10) FCT 3 EC CHOSE : MOT

SI EGAL? : MOT : CACHEETTE (FCURS (3 15) TAPE (TU AS GAGNE EN) TAPE CAR 32

TAPE : N TAPE CAR 32 EC "COUPS STOP)

FCURS (3 20) FCT 1

JEU1 : N + 1

FIN

POUR AFFECTE

DONNE "MOT PREM LL

SI NON MEMBRE? : MOT : M (FCURS (3 22) EC "RECOMMENCE FCURS (3 20) REPETE

36 (TAPE CAR 32) FCURS (3 20) AFFECTE)

FIN

La procédure d'appel est la procédure JEU.

Elle appelle dans son déroulement les procédures NY, NYESTPAS et JEU1.

NY tire au hasard un mot de la liste L. Ici, L étant la liste des terminaisons de l'arbre, NY triera au hasard l'une de ces terminaisons qui sera la cachette de la souris.

La procédure NYESTPAS affecte à la cachette la liste (BRAVO ! TU AS TROUVE) et à tous les autres éléments de L la liste (NON, TU N'AS PAS TROUVE).

Ensuite la procédure JEU affiche les consignes du jeu et appelle la procédure JEU1.

Dans JEU1 le paramètre N sert à compter le nombre de coups.

La procédure AFFECTE permet de vérifier si les mots sont bien orthographiés.

REPETE 36 CAR 32 efface l'écran en cas d'erreur au clavier.

JEU1 affiche le contenu de ce qui est tapé au clavier et continue récursivement jusqu'à ce que l'objet soit trouvé.

BIBLIOGRAPHIE :

- Réseau Nord n° 9 Cahier spécial LOGO

"Tintin enquête" D. ORTOLLAND

- Bulletin APMEP n° 351 décembre 1985

"Pluridisciplinarité avec LOGO" J.N. GERS

équipe des formateurs
E.N. d'ANGERS

Initiation à la PROGRAMMATION en formation
initiale et continue des instituteurs

janvier 1985

I. Pourquoi la PROGRAMMATION

L'initiation à la programmation constituait il y a peu l'essentiel du contenu que nous proposons dans les stages de formation des instituteurs. Elle occupe aujourd'hui environ la moitié du temps.

Dans l'immédiat, nous ne souhaitons pas diminuer cette part. En effet la programmation permet une approche de l'informatique "par l'intérieur" propre à mieux faire sentir "le type de rationalité que constitue le phénomène socio-culturel informatique" (note ministérielle du 24.0383). Par ailleurs, s'initier à la programmation, c'est "s'ouvrir à tous les savoirs et savoir-faire qu'elle implique (construc-tion d'un projet, analyse, structuration, codage, déduction, anticipation, contrôle, etc.)" (ibid.). Enfin l'aspect créatif des activités de programmation en fait des activités motivantes qui sont souvent considérées comme prioritaires par les person-nels en formation (encore que cela puisse changer lorsqu'arriveront en stage non plus les "mordus" de l'informatique mais ceux qui veulent seulement s'informer sans éprouver d'intérêt particulier).

II. NOS CHOIX EN PROGRAMMATION

1) Il nous semble qu'une approche de la programmation basée sur le bain direct dans un langage présente plus d'inconvénients que d'avantages.

Les structures des langages informatiques sont très éloignées des structures des langues. Vouloir apprendre un langage comme on apprend une langue étrangère conduit le plus souvent à connaître l'effet de mots du langage sans percevoir les structures même de ce langage ; ces structures sont remplacées par un mode de pensée particulier que s'invente l'apprenant et qui pourra éventuellement être performant, mais sera étroitement dépendant du langage, voire du type de machine utilisé.

Nous avons souvent remarqué des stagiaires autodidactes ayant une connais-sance étendue du BASIC mais enfermés dans un mode de pensée et incapables de suffisam-ment structurer leur travail, ne serait-ce que pour expliquer à d'autres la façon dont leur programme est construit. Ceci nous paraît un inconvénient d'autant plus grand que les langages risquent d'évoluer, cette évolution rendant l'adaptation plus difficile.

2) Nous avons ainsi choisi de mettre surtout l'accent sur l'algorithmique. Nous essayons de donner aux stagiaires l'habitude d'analyser les problèmes d'une façon la plus indépendante possible des langages de programmation qui seront utilisés et de construire un algorithme approprié.

Il y a cependant un écueil lorsqu'on n'utilise ensuite qu'un seul langage : les premiers exemples sont suffisamment simples pour que la mise au point d'algorithmes apparaisse comme une contrainte superflue. La nécessité n'en apparaît vraiment qu'avec des problèmes plus complexes. C'est pourquoi nous avons choisi de présenter simulta-nément plusieurs langages (BASIC et LOGO, parfois aussi LSE) l'algorithme apparaissant ainsi dès le départ comme ce qui permet de passer facilement d'un langage à un autre. Nous veillons en effet à ce que la traduction dans un langage apparaisse comme une opération quasi-automatique, l'effort de réflexion se situant en amont, au niveau de l'algorithme.

En même temps, nous essayons aussi de mettre en valeur le fait qu'il existe pour un problème donné plusieurs algorithmes possibles. Peu à peu, le choix de tel ou tel type d'algorithme présentera un intérêt lié au langage de traduction.

III. LES OBJECTIFS DE DEPART

Il nous semble que les premiers objectifs lorsqu'on s'initie à la programmation sont :

- . de se donner une représentation mentale du fonctionnement d'une machine en train d'exécuter un programme
- . de comprendre la différence fondamentale entre l'action de programmer et l'utilisation d'un programme ; plus précisément de comprendre que programmer nécessite de se mettre à la place de la machine
- . de maîtriser la notion de variable.

Bien souvent, faute d'être au clair sur ces points, les apprentis-programmeurs ont du mal à progresser. Pour les aider, nous utilisons au départ un jeu de simulation qui vise précisément à faciliter la maîtrise de ces objectifs (cf. annexe 1)

IV. NOTRE PROGRESSION DE TRAVAIL

(Remarque : matériels utilisés : MO 5 et TO 7-70)

1) LOGO graphique

Les premières procédures réalisables en LOGO graphique ont l'avantage d'être suffisamment simples pour ne pas nécessiter une analyse algorithmique détaillée. Cela permet très vite de voir comment construire une procédure LOGO et comment utiliser l'éditeur.

Cette partie occupe le plus souvent une demi-journée (parfois un peu plus) et dans certains cas nous y abordons les procédures paramétrées

2) Le jeu de simulation (descriptif détaillé en annexe)

Lors des premiers stages, ce jeu s'étalait sur une heure ou deux. Nous y passons maintenant au moins une demi-journée, parfois une journée complète avant de retourner sur les machines et par la suite de brefs retours sont souvent utiles.

Il faut dire qu'à de rares exceptions près, les stagiaires ont accueilli ce jeu favorablement, estimant ensuite rétrospectivement qu'il les avait aidés à mieux comprendre le fonctionnement de la machine.

3) Traductions en divers langages

A l'issue de ce jeu de simulation ou apparaissent les instructions d'entrée, de sortie et d'affectation, divers algorithmes simples ont été construits. Nous indiquons alors un "dictionnaire" pour chacun des langages (cf. annexe 2)

- . d'abord l'utilisation des variables (distinction numérique/alphanumérique en BASIC, distinction nom/contenu en LOGO)
- . traduction du début, de la fin d'un algorithme et de l'organisation de la séquence d'instructions
 - . traduction des entrées et sorties
 - . traduction des instructions d'affectation
 - . fonctionnement de l'éditeur
 - . exécution d'un programme

Remarques :

a) Lorsque nous indiquons que l'instruction LIRE A se traduit en LOGO (MO5 TO7) par DONNE "A PREM LL, nous ne nous étendons pas sur le sens de PREM LL. L'expression est à ce moment-là à prendre telle quelle. Nous réservons en effet pour plus tard (stages second niveau) l'étude des objets LOGO et des opérations sur les objets.

b) A la fin de cette phase, nous proposons une seconde traduction LOGO utilisant des procédures paramétrées. Ainsi par exemple, la procédure de calcul de l'aire d'un rectangle se présentera sous 2 types possibles :

```
POUR AIRECT
EC [ Je vais calculer l'aire d'un rectangle ]
EC [ Indique la longueur ]
DONNE "LO PREM LL
EC [ Indique la largeur ]
DONNE "LA PREM LL
DONNE "AIRE :LO * :LA
EC PH [ L'aire est ] :AIRE
FIN
```

```
POUR AIRECT :LO :LA
DONNE "AIRE :LO * :LA
EC PH [ L'aire est ] :AIRE
FIN
```

La concision de la seconde version (qui suppose que l'utilisateur sache ce que fait la procédure) permet alors de sentir une première différence entre les langages, BASIC et LSE étant plus adaptés au mode conversationnel, LOGO permettant l'économie d'un dialogue pour les instructions d'entrée.

c) Pour éviter toute confusion entre entrées et sorties, nous n'indiquons pas en BASIC la possibilité d'écrire une instruction de sortie et une instruction d'entrée en une seule fois (du type INPUT "texte" ; A). Nous avons pu constater qu'employée prématurément elle bloquait la compréhension sans apporter d'avantage appréciable.

4) Les structures algorithmiques de base

A travers différents problèmes on étudie ensuite les structures de contrôle : alternatives et itérations (dans un ordre qui n'est pas fixe et lié en général aux améliorations que souhaitent apporter les stagiaires aux programmes qu'ils ont déjà construits).

Nous essayons d'insister sur la méthode d'analyse descendante et l'utilisation de sous-programmes. A cette occasion une autre spécificité de LOGO se manifeste assez clairement, les procédures apparaissant comme des constructions à partir de "briques" élémentaires.

Une autre spécificité de LOGO apparaît lorsqu'on étudie les itérations (qu'on retrouvera aussi d'une autre façon en LSE) : la possibilité d'utiliser une analyse de type récursif. Mais généralement nous n'exploitons pas cette particularité dans les stages d'initiation autrement qu'en donnant une traduction du "TANT QUE".

Remarque : cette progression est en général entrecoupée de séances consacrées uniquement à un travail sur le LOGO graphique.

V. CONCLUSION

Dans la pratique, notre façon de travailler n'est pas figée et elle évolue pratiquement de stage en stage. La présentation ci-dessus correspond à ce que nous faisons aujourd'hui. Rien ne permet de penser qu'il en sera toujours ainsi...

Jeu de simulation : L'ORDINATEUR EN PAPIER

Ce jeu permet de simuler le fonctionnement d'un ordinateur en train d'exécuter un programme. Il faut cependant préciser qu'il s'agit d'une simulation du fonctionnement logique plus que physique de l'ordinateur, visant à préparer l'apprentissage de la programmation.

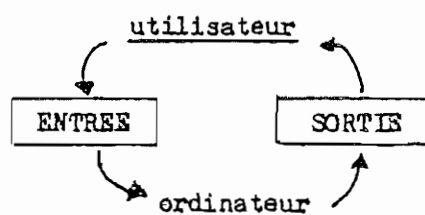
Nous l'utilisons couramment avec les instituteurs alors que nous l'avions conçu au départ pour travailler avec des enfants.

I. - PRESENTATION DU DISPOSITIF

Le jeu nécessite deux personnages principaux : l'un tient le rôle de l'ordinateur, l'autre celui de l'utilisateur qui demande l'exécution d'un programme.

a) À partir du schéma de base ci-contre, nous imaginons l'ordinateur comme un personnage qui communique avec l'utilisateur. La communication ne peut se faire directement ; elle utilise :

- . un organe d'ENTREE (clavier ou autre) où l'utilisateur donne les informations et où l'ordinateur les reçoit
- . un organe de SORTIE (écran ou autre) où l'utilisateur reçoit les informations que lui donne l'ordinateur.



Si on considère pour simplifier que le mode de communication est celui de l'écrit, alors :

- . l'utilisateur ECRIT en ENTREE et LIT en SORTIE
- . l'ordinateur LIT en ENTREE et ECRIT en SORTIE

Dans notre dispositif, nous délimitons deux grandes zones sur le tableau ; l'une sera l'organe d'entrée et seul l'utilisateur pourra y écrire ; l'autre sera l'organe de sortie et seul l'ordinateur pourra y écrire.

Remarque : il peut être bon de signaler le phénomène d'écho à l'écran qui n'apparaîtra pas dans le dispositif.

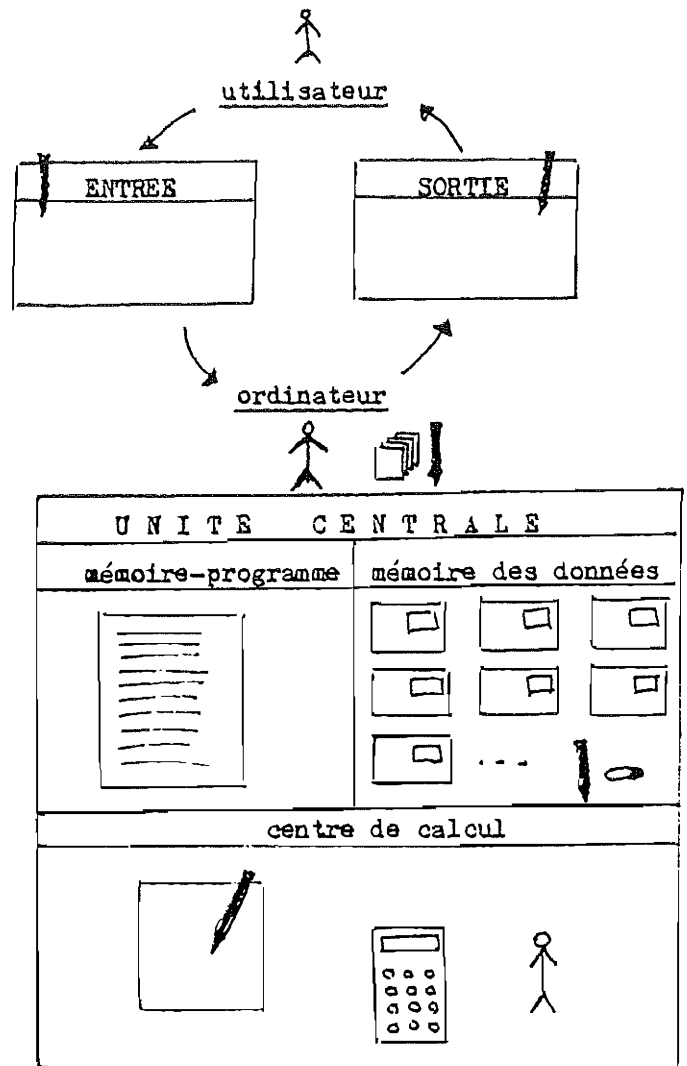
b) L'ordinateur dispose pour l'aider d'une UNITE CENTRALE qu'on peut schématiquement diviser en deux parties : la MEMOIRE et le CENTRE DE CALCUL.

. le CENTRE DE CALCUL sera représenté par un personnage disposant de papier, d'un crayon et, éventuellement, d'une calculatrice.

. la MEMOIRE peut être imaginée comme séparée en deux zones :

- la mémoire-programme dans laquelle l'ordinateur va chercher l'une après l'autre pour les exécuter les différentes instructions que contient le programme. Cette zone sera matérialisée par une feuille de papier sur laquelle on trouve la liste des instructions à exécuter
- la mémoire des données sera représentée sur une table par une série de boîtes identiques (boîtes d'allumettes ou boîtes à cigares, ...) sur chacune desquelles est placée une étiquette. C'est dans ces boîtes que l'ordinateur stockera les données nécessaires. Pour se repérer, il utilisera les étiquettes ; un crayon à papier et une gomme seront à sa disposition.

Les données stockées dans les boîtes seront écrites sur des petits billets. L'ordinateur en dispose d'une liasse vierge.



Le dispositif comprend donc deux personnages principaux, l'utilisateur et l'ordinateur, ce dernier étant secondé par un troisième personnage, le calculateur (ce dernier n'intervenant pas dans tous les programmes.)

Le fait d'utiliser le tableau pour les entrées et sorties permet à tout le groupe de bien suivre le déroulement.

Par ailleurs, nous avons pris l'habitude de distribuer à tout le monde le texte correspondant à la mémoire-programme, chacun pouvant ainsi suivre toutes les étapes et, éventuellement intervenir si celui qui joue le rôle de l'ordinateur ne respecte pas les règles du jeu.

II. - LES REGLES DU JEU

On suppose que quelqu'un a déjà entré un programme dans la machine ; celui-ci est présent sous forme de la feuille qui constitue la mémoire-programme. On décide maintenant que l'utilisateur va demander son exécution. Les règles suivantes devront être respectées :

1 - Tout doit pouvoir se passer par écrit et il ne doit y avoir aucune communication orale entre l'utilisateur et l'ordinateur. Seul un signal non écrit (correspondant au retour-chariot) peut être utilisé (geste ou mot de passe quelconque) et seulement par l'utilisateur, dans les conditions indiquées ci-dessous.

2 - Lorsque les joueurs sont prêts, l'utilisateur donne le signal. L'ordinateur prend alors le contenu de la mémoire-programme et exécute, dans l'ordre, les instructions.

3 - La communication se fait uniquement par l'entrée et la sortie. L'utilisateur regarde en permanence ce qui est écrit en SORTIE et donne, en écrivant en ENTREE, les éventuels renseignements qui lui sont demandés. Chaque fois qu'il a écrit un renseignement demandé, il donne le signal indiquant qu'il a terminé.

4 - Lorsque l'ordinateur rencontre une instruction commençant par LIRE .. , il se met en position d'attente et ne l'exécute que lorsque l'utilisateur lui a donné le signal.

5 - Lorsque l'ordinateur lit en ENTREE, il doit recopier intégralement ce qui vient d'être écrit sur un petit billet, et placer ce billet dans la boîte portant l'étiquette indiquée. Si cette boîte n'existe pas, il met le billet dans une boîte vide et place l'étiquette correspondante.

6 - Dans une boîte, il doit y avoir un billet au maximum. S'il faut y en mettre un nouveau, le précédent doit être préalablement jeté.

7 - Si on a besoin de l'information contenue dans une boîte, le billet ne peut pas être enlevé ; il doit être recopié sur un nouveau billet.

8 - Lorsque l'ordinateur doit exécuter une instruction commençant par ECRIRE.. ,
. si le texte qui suit est encadré par un guillemet ouvrant << et un guillemet fermant, >> , ce texte doit être écrit tel quel en SORTIE, intégralement.

. tout mot qui n'est pas placé entre ces guillemets doit être considéré comme une étiquette de boîte. Il faut aller ouvrir la boîte correspondante et recopier en sortie son contenu (et non pas l'étiquette elle-même) ; si la boîte n'existe pas, on n'écrit rien.

remarque : - à la suite de ECRIRE, on peut rencontrer plusieurs textes de chacun des deux types ; on écrit alors tout à la suite. On ne change de paragraphe que lorsqu'on rencontre une nouvelle instruction ECRIRE.

9 - Lorsque l'ordinateur rencontre l'instruction de fin de programme, il écrit en sortie un signe convenu à l'avance permettant à l'utilisateur de savoir que le programme est terminé.

Remarque : Pour complètement "jouer le jeu", celui qui tient le rôle de l'ordinateur doit considérer que d'une instruction à une autre il a complètement perdu sa mémoire humaine et en particulier ne se souvient plus du contenu des boîtes.

III. - PREMIERS ESSAIS

Les premiers programmes proposés sont très détaillés, de façon à ce qu'il y ait le moins possible d'ambiguïtés sur les tâches à accomplir.

En général, les membres du groupe interviennent assez fréquemment pour critiquer ou donner des indications aux joueurs et il peut arriver qu'il soit nécessaire de rejouer un même programme plusieurs fois.

Voici 2 exemples parmi d'autres :

DEBUT du programme

ECRIRE << Je vais calculer l'aire d'un rectangle >>

ECRIRE << Indique-moi un nombre pour la longueur (en centimètres) >>

LIRE le nombre qui vient d'être écrit en ENTREE ; le recopier sur un billet, placer ce billet dans une boîte avec l'étiquette A

ECRIRE << Indique-moi un nombre pour la largeur (toujours en centimètres) >>

LIRE le nombre qui vient d'être écrit en entrée ; le recopier sur un billet, placer ce billet dans une boîte avec l'étiquette B

Prendre un billet, y recopier le nombre qui est dans la boîte A ; prendre un autre billet, y recopier le nombre qui est dans la boîte B ; porter ces billets l'un après l'autre au centre de calcul ; demander de calculer le produit du premier par le second. Lorsque le calculateur aura écrit le résultat sur sa feuille, le recopier sur un billet ; placer ce billet dans une boîte avec l'étiquette C

ECRIRE << L'aire du rectangle est >> C << cm 2 >>

FIN du programme

DEBUT du programme

```

ECRIRE << Quel est ton nom ? >>
LIRE le mot qui vient d'être écrit en entrée, le recopier sur un billet,
le placer dans une boîte d'étiquette NM
ECRIRE << Ecris ton année de naissance >>
LIRE le nombre qui vient d'être écrit en entrée, le recopier sur un billet,
le placer dans une boîte d'étiquette ANN
Prendre un billet, y recopier le nombre qui est dans la boîte ANN ; le porter
au centre de calcul en demandant de le soustraire de 1985. Lorsque le
calculateur aura écrit le résultat sur sa feuille, le recopier sur un
billet et aller le placer dans une boîte d'étiquette AGE
ECRIRE << Bonjour >> NM << tu es dans l'année de tes >> AGE << ans >>

```

FIN du programme

Lorsque le fonctionnement du jeu est bien acquis, on pose le problème suivant : trouver un code le plus court possible pour chacune des instructions ; il faut que le codage adopté soit transposable pour n'importe lequel des programmes.

Il s'agit par exemple de faire percevoir que les instructions d'entrée ont besoin seulement d'un code indiquant qu'il s'agit d'une entrée (on adopte alors en général le mot LIRE) ainsi que de la désignation de la boîte dans laquelle sera placée l'information..

Pour les calculs, les éléments pertinents sont évidemment faciles à identifier; quant à l'affectation, nous proposons habituellement le symbole $\leftarrow$

Ainsi, les 2 programmes ci-dessus s'écriront-ils avec ce système de codage :

DEBUT

```

ECRIRE << Je vais calculer l'aire d'un rectangle >>
ECRIRE << Indique-moi un nombre pour la longueur (en centimètres) >>
LIRE A
ECRIRE << Indique-moi un nombre pour la largeur (toujours en centimètres) >>
LIRE B
 $C \leftarrow A \times B$ 
ECRIRE << L'aire du rectangle est >> C << cm 2. >>

```

FIN

DEBUT

```

ECRIRE << Quel est ton nom ? >>
LIRE NM
ECRIRE << Ecris ton année de naissance >>
LIRE ANN
 $AGE \leftarrow 1985 - ANN$ 
ECRIRE << Bonjour >> NM << tu es dans l'année de tes >> AGE << ans >>

```

FIN

Nous en proposons plusieurs autres avec ce ~~nouveau~~ code, qu'on simule à nouveau. Par exemple :

DEBUT

```

Effacer la sortie
ECRIRE  << Combien y a-t-il de femmes dans le groupe ? >>
LIRE  FEM
ECRIRE  << Combien y a-t-il d'hommes ? >>
LIRE  HOM
GRO ← FEM + HOM
ECRIRE  << Il y a donc >> GRO  << personnes dans le groupe >>

```

FIN

DEBUT

```

Effacer la sortie
ECRIRE  << Pour le pique-nique du groupe, il faut des baguettes de pain, des
        camemberts et des litres de rouge. >>
ECRIRE  << Combien faut-il de baguettes ? >>
LIRE  B
ECRIRE  << Combien coûte une baguette ? >>
LIRE  PB
ECRIRE  << Combien faut-il de camemberts ? >>
LIRE  C
ECRIRE  << Quel est le prix d'un camembert ? >>
LIRE  PC
ECRIRE  << Combien faut-il de litres de rouge ? >>
LIRE  R
ECRIRE  << Quel est le prix du litre ? >>
LIRE  PR
ECRIRE  << Combien y a-t-il de personnes dans le groupe ? >>
LIRE  N
PPP ← ( B x PB + C x PC + R x PR ) / N
ECRIRE  << Le pique-nique reviendra à >> PPP  << francs par personne. >>

```

FIN

Remarque : on utilise assez fréquemment l'instruction d'effaçage de SORTIE (qui se transposera par exemple en effaçage d'écran) en faisant bien remarquer qu'elle ne vide pas la mémoire-programme (ce que beaucoup de débutants ont du mal à réaliser lorsqu'ils sont sur les machines)

Nous proposons ainsi toute une série de programmes. Ils ne seront pas tous simulés, cela dépendra de chaque groupe ; ou encore lorsque les choses seront suffisamment claires, ils seront simulés de façon accélérée.

Parfois on incitera les stagiaires à faire des modifications ou des améliorations (par exemple construire un programme qui calcule l'âge quelle que soit l'année courante)

IV. - FAMILIARISATION

1) Le jeu des bugs

On donne maintenant plusieurs programmes dans lesquels ont été volontairement introduites des erreurs. Certaines n'empêchent pas le programme d'être ~~exécuté~~ exécuté jusqu'au bout mais conduisent à des résultats inattendus ; d'autres, ne respectant pas les règles du jeu ou les règles de codage empêcheront le programme de tourner.

Les stagiaires doivent essayer de dépister les erreurs et de les corriger. En cas de litiges, ou si on désire contrôler, on peut procéder, collectivement ou par groupes, à une simulation.

Voici quelques exemples :

DEBUT

```
    ECRIRE << Quel est ton âge ? >>
    LIRE
    ECRIRE << Quel est ton prénom ? >>
    LIRE MICHEL
    ANNEE ← 1985 - AGE
    ECRIRE << Bonjour MICHEL tu es né en >> ANNEE
```

FIN

DEBUT

```
    Effacer l'écran
    ECRIRE << Je vais calculer le périmètre d'un rectangle >>
    LIRE LONGUEUR
    ECRIRE << Indique la largeur en cms >>
    LIRE LARGEUR
    ECRIRE << Voici le périmètre : >>
    LIRE PERIM
    ECRIRE << Il est de >> PERIM << cms >>
```

FIN

DEBUT

```
    ECRIRE << Ecris un nombre >> NB1
    LIRE NB1
    ECRIRE << Ecris un autre nombre >> NB2
    LIRE NB2
    ECRIRE << Voici la somme de NB1 et de NB2 >>
    ECRIRE SOMME ← NB1 + NB2
```

FIN

2) Que fait ce programme ?

On donne maintenant un programme (pas trop explicite). Il s'agit de comprendre ce que fait ce programme. Si besoin, on l'exécute pour vérifier. Voici un exemple :

DEBUT

```
    Effacer l'écran
    ECRIRE << Ecris un nombre >>
    LIRE N1
    ECRIRE << Ecris un autre nombre >>
    LIRE N2
    N1 ← N1 + N2
    ECRIRE << Ecris un autre nombre >>
    LIRE N2
    N1 ← N1 + N2
    ECRIRE << Ecris un autre nombre >>
    LIRE N2
    N1 ← N1 + N2
    ECRIRE << Le résultat est >> N1
```

FIN

Là encore on peut suggérer des modifications ; par exemple faire en sorte que l'ordinateur rappelle à la fin les quatre nombres qui ont été entrés...

3) Construire un programme

On propose à chacun (ou à chaque petit groupe) de construire un programme.

Nous proposons plusieurs sujets, mais les stagiaires peuvent en proposer eux-mêmes. Dans ce cas, nous leur demandons, avant rédaction, de bien expliciter le "cahier des charges", c'est-à-dire ce que l'utilisateur attend de la machine et ce qu'il aura à lui fournir comme informations.

Dans le cas de programmes écrits par groupes, on peut les faire tester par les autres groupes.

Exemples :

- l'ordinateur calcule la consommation moyenne d'essence aux 100 kms pour un voyage donné. L'utilisateur aura à fournir
 - . le kilométrage de sa voiture au départ
 - . le kilométrage à l'arrivée
 - . le nombre de litres d'essence consommés
 - l'ordinateur calcule la moyenne du candidat à un examen. L'utilisateur aura à fournir pour chaque matière
 - . la note
 - . le coefficient
- etc.

Avec seulement des entrées, des sorties et des affectations, les programmes qu'on peut écrire sont assez limités. Très vite, suivant les exemples, les stagiaires voudront introduire des instructions de contrôle.

Avant de rechercher un codage ~~xxx~~ de ces instructions, nous passons généralement à une phase de traduction et de frappe des programmes déjà écrits.

équipe des formateurs
E.N. d'ANGERS

mars 1986

INITIATION A LA PROGRAMMATION EN FORMATION
INITIALE ET CONTINUEE DES INSTITUTEURS
- premier bilan -

En 84-85 et 85-86, nous avons animé de nombreux stages en formation initiale ou continue ; la plupart étaient des stages d'initiation ; leur durée a varié de 36 à 72 heures, exception faite d'un stage de 200 heures. La partie "Algorithmique et programmation" a en général occupé la moitié du temps. Pour cette partie, on peut faire les remarques suivantes :

1) La facilité d'acquisition des structures algorithmiques dépend fortement de l'âge des stagiaires. Plus précisément, (l'âge n'est peut-être pas seul en cause), la compréhension et l'assimilation sont nettement plus rapides en formation initiale qu'en formation continue.

2) Une minorité de stagiaires n'ont pas réussi, le temps d'un stage, à véritablement bien assimiler des notions élémentaires comme la séquentialité ou la différenciation entre les instructions d'entrée et sortie.

3) Le recours au jeu de simulation a toujours été considéré comme positif par les stagiaires, même si le désir d'aller rapidement travailler sur les machines (surtout en formation initiale) a parfois contrecarré l'importance (à nos yeux) d'une plus longue utilisation de ce jeu. (Quelques instituteurs nous ont déclaré en fin de stage n'avoir toujours pas compris les règles de ce jeu).

4) En dehors de quelques personnes avec lesquelles nous avons continué à travailler, peu d'instituteurs, même après un stage deuxième niveau, et malgré le bien qu'ils peuvent en penser, se sentent suffisamment armés pour transposer ce jeu dans leur classe.

5) Notre objectif de faire systématiquement traduire les algorithmes à la fois en BASIC et LOGO n'a guère pu être atteint au-delà des premiers exemples ; d'une part ce choix est coûteux en temps, d'autre part beaucoup de stagiaires se choisissent vite un "camp", adoptant un langage et excluant l'autre.

6) Du coup, cet autre objectif de faire sentir la nécessité de construire un algorithme pour tout problème à résoudre a été atteint très en-deçà de nos espérances, d'autant que cette nécessité n'apparaît pas vraiment dans les premiers exemples suffisamment simples pour que l'algorithme n'ait pas besoin d'être explicite. Quant à ceux qui ne réussissent pas à écrire correctement le programme dans un langage (en dehors des problèmes de maîtrise du clavier), ils ne réussissent de toutes façons pas davantage à expliciter l'algorithme.

7) Pour faire apparaître plus vite cette nécessité, nous avons eu parfois tendance à poser rapidement des problèmes plus complexes mettant en jeu par exemple des conditionnelles avec des emboîtements. Cela a pu être efficace pour certains mais ceux qui avaient déjà du mal à maîtriser les instructions de base étaient vite perdus.

8) Devant ces difficultés, nous avons peu à peu augmenté la part du LOGO graphique qui présente l'avantage de permettre assez rapidement des réalisations satisfaisantes sans qu'il soit besoin d'utiliser ni entrées ni affectations. On peut alors travailler sur les sorties, les répétitions simples et surtout l'analyse descendante. Mais les programmes réalisables sont tout de même vite limités (sauf si l'objectif est avant tout géométrique). C'est pourquoi nous recherchons plutôt des exemples de lots de macro-procédures utilisables. Nous avons déjà eu recours aux logiciels "ECLUSE" et "ASCENSEUR" à l'occasion desquels nous avons essayé de réintroduire des structures de contrôle.

Pour conclure, une bonne acquisition des structures algorithmiques nous paraît toujours importante pour pouvoir dominer un tant soit peu les problèmes de programmation, mais cette acquisition pose des problèmes didactiques que nous ne savons pas encore très bien résoudre.

COLLOQUES DE GUERET ET DE QUIMPER

GROUPE GEOMETRIE

Rapporteur : Michel BLANC

Le renouvellement quasi complet du groupe entre les deux colloques (deux personnes seulement ont participé à la fois aux travaux de Guéret et de Quimper) a beaucoup nui à la cohérence de la production disponible à l'issue de ces deux colloques.

Le colloque de Guéret a permis de faire le tour des problèmes qu'il nous paraissait utile d'aborder aussi bien avec des enfants qu'avec des maîtres en formation :

- Les points de départ :
sujets nécessitant la géométrie comme outil de travail, comme, par exemple, l'architecture, l'astronomie, la cartographie ou la technologie.
- Le repérage et l'orientation
- Travaux sur des objets
- Le plan outil efficace de résolution de problèmes de géométrie spatiale

Le colloque de Quimper a permis, entre autres,

- 1- de rendre compte des travaux poursuivis pendant le temps de l'inter-colloques,

*Jean-François Favrat a présenté les documents, que vous trouverez plus loin, relatifs à un enseignement sur les surfaces.

- . activités en CE2 à partir de la constitution de surfaces à l'aide d'une bande de papier
- . analyse de travaux d'enfants, en CE2, sur la fabrication de boîte en papier
- . activités en formation continuée d'instituteurs.

*Michel Blanc a présenté un document portant sur les angles au CM ; la brochure correspondant à cette intervention est disponible auprès de l'IREM de Nice (voir présentation en annexe).

- 2- De participer à une série d'activités conduites par Linda Salama sur la reproduction et le codage-décodage d'assemblage de cubes.
Cette activité de formation d'instituteurs est inspirée d'une activité décrite dans grand N, n° 26 ; elle s'appuie sur une pratique de normaliens en CE2 et CM1.

ANNEXE (Michel Blanc - IREM de Nice)

INTRODUCTION

ANGLES AU C.M.

L'apport de l'idée de situation - problème à la géométrie permet de passer du stade où l'angle est simplement ce qu'un rapporteur sert à mesurer au stade où l'angle est dégagé comme un élément pertinent dans la résolution d'un problème .

Cette même idée favorise l'exploration de l'idée d'angle dans des espaces de tailles différentes :

- espace de la feuille que l'on observe et sur lequel on agit de l'extérieur , que l'on englobe d'un seul coup d'oeil ;
- espace du local dans lequel on se trouve et où les localisations se font souvent en indiquant une direction à l'aide du bras tendu ;
- espace vaste de la géographie et de la géodésie qui nécessite des moyens sophistiqués pour se repérer .

La facilité d'accès au premier type d'espace explique pourquoi l'utilisation de plans et de cartes est si répandue , encore faut-il être à même de traduire les observations d'un espace dans l'autre .

Ce sont ces quelques réflexions qui sont à la base du travail sur les angles que nous avons fait pratiquer par des élèves de cours moyen . Ce travail peut facilement être poursuivi et approfondi dans les classes de sixième des collèges .

Cette brochure est en vente , au prix de 25 francs , à
IREM de Nice
Parc Valrose
06034 NICE CEDEX

COMPTE RENDU D'ACTIVITES SUR LES SURFACES A L'ECOLE ELEMENTAIRE

(FAVRAT Jean François, Ecole normale de Lozère
12 avenue du Père Coudrin 48000 MENDE)

Présentation des documents qui suivent:

Ils consistent à décrire, dans l'ordre chronologique, une suite de séquences conduites dans des cours élémentaires deuxième année, à plusieurs reprises: quatre classes au cours des années scolaires 83-84 et 84-85. Elles visent à esquisser un enseignement sur les surfaces qui ne semble pas devoir être exclu par les instructions officielles mais dont les exemples sont plutôt rares ou privilégient trop les contenus purement métriques.

En effet, la consultation du livre de poche "Programmes et instructions" amène à se poser des questions. Au cours élémentaire, p 45, figurent ces lignes de programme:

" Reproduction, description, représentation (à l'aide de procédés conventionnels) et construction d'objets géométriques (solides, surfaces, lignes):

Manipulation et classement d'objets physiques...

Utilisation d'un vocabulaire géométrique et d'une syntaxe logiquement articulée.

Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles(symétrie, translation)."

Rien ne précise là que les surfaces doivent être planes; la référence aux objets physiques est extrêmement ouverte. Or, un rapide survol des manuels montre que la distinction solide/surface n'est pas posée, que les objets donnés à observer sont rarement déformables, que les solides ou surfaces étudiés sont quasi exclusivement des polyèdres rigides, des sphères, cylindres et cônes, que les propriétés mises en avant sont surtout métriques.

Contenu des documents:

- 1- Cinq pages de récit chronologique.
- 2- Deux pages: messages produits par des enfants et dessin des surfaces associées à l'occasion d'un jeu de communication (cf. 1ère séance).
- 3- Quatre pages: surfaces fabriquées par quatre groupes de quatre élèves. Cela permet d'avoir une idée des paires de surfaces identiques et des stratégies des enfants (cf. 2ème et 3ème séances).
- 4- Deux pages: reproductions d'affiches réalisées par les enfants montrant des familles de surfaces (cf. 5ème séance).
- 5- Une page : bibliographie succinctement commentée. Pour avoir plus de détails sur ce travail , le lecteur pourra se reporter à une thèse de 3ème cycle soutenue en Juin 86, à Paris VII, UER de didactique des disciplines: "Une expérience sur l'enseignement des surfaces à l'école élémentaire " par Favrat Jean François.

DOCUMENT DE TRAVAIL SUR L'ENSEIGNEMENT DES SURFACES

Compte-rendu d'activités menées dans des classes de cours élémentaire 2ème année, classes de Mme Henry et Mme Boulard, OPEN de Mende (Lozère).

Objectif général:

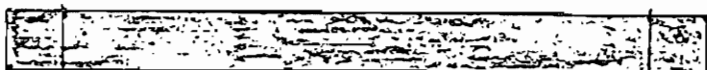
Expliciter des critères de ressemblance, de différenciation d'objets non plans, déformables, fabriqués à partir de bandes de papier.

Outils en jeu:

Face, surface, forme, décomposition d'un objet en plusieurs parties, positions relatives de ces parties (superposition, orientation gauche-droite), formes symétriques par rapport à un plan.

Matériel utilisé:

Ce sont essentiellement des bandes de papier rectangulaires ($3,5 \times 40 \text{ cm}^2$). L'une des faces est colorée, l'autre blanche. Il s'agit de papier utilisé pour des affiches. Deux carrés sont dessinés sur chaque face; en fait il suffit de tracer deux segments sur chaque face (voir le schéma).



face colorée



face blanche

Remarque: aucun trait ne vient souligner le bord.

échelle 1/4

1ère séance et moitié de la 2de séance

Objectifs: -fabriquer une ou deux surfaces en papier en respectant des consignes
-utiliser un vocabulaire mis au point collectivement et discuté, surtout à propos de la forme des collages.

Déroulement:

1) Observation et fabrication libre

Une bande est distribuée à chaque enfant. Expliquer qu'il s'agit de faire de la géométrie à partir de ce matériau, qu'il y aura des objets à fabriquer et comparer.

a) Faire noter sur une feuille individuellement ou par deux, toutes les observations que l'on peut faire sur cette bande de papier: pour faire comme une carte d'identité. La mise en commun vise à lister les remarques et comparer les formulations pour leur exactitude et leur précision. La discussion porte le plus souvent sur l'imprécision des indications de couleur, la place des carrés, l'utilisation de "côté" au lieu de "face", la notion de valeur approchée pour les mesures, la distinction entre "plat", "droit", "mince", "souple".

b) Exposer la consigne de fabrication: "vous allez fabriquer des objets par collage, l'un des quatre carrés sera exactement superposé à un autre des carrés de la même bande. On appellera ces objets des surfaces. Ne mettez pas de colle ailleurs. Essayez!"

Donner un temps de fabrication et de manipulation libresimplement pour que les enfants se familiarisent avec le matériau et pour voir s'ils intègrent la consigne. Pour ces premiers essais on peut demander aux enfants de ne pas coller si l'on ne veut pas être contraint de donner des bandes en trop grande quantité! Les enfants n'ont guère utilisé jusque là mot "surface" que dans des expressions comme "à la surface de l'eau", beaucoup parlent plutôt de "figures" en réinvestissant ainsi leurs expériences de géométrie plane.

2)-Elaboration d'un vocabulaire et des conventions d'identité de deux surfaces.

Les enfants travaillent par équipes de deux. Il y aura un échange de messages entre équipes après une phase de fabrication.

a) Demander à chaque équipe de fabriquer une surface et de rédiger un message expliquant le plus clairement possible le procédé de fabrication. La surface est cachée. Le message est envoyé à une autre équipe de deux enfants.

b) Les destinataires fabriquent une surface à partir de leur interprétation du message.

c) Confrontation des deux surfaces fabriquées par affichage et formulation orale des critiques. Elle démarre dès la 1ère séance et se poursuit à la 2de séance. La discussion peut s'amorcer par les questions : "les deux surfaces sont-elles identiques? Quelles différences voyez vous?" Plusieurs cas sont possibles:

C1-les deux surfaces sont identiques ou ne diffèrent que par de petits détails dus au découpage, aux décalages des carrés superposés, à la plus ou moins grande abondance de colle...

C2-Les deux surfaces ont la même forme mais la couleur des carrés superposés n'est pas la même ou plus globalement les couleurs sont interchangées.

C3-Les deux surfaces ont des formes symétriques par rapport à un plan sans que les couleurs soient interchangées.

C4-Les deux surfaces n'ont pas la même forme mais sans déchirer, ni décoller les carrés, elles peuvent être rendues de même forme

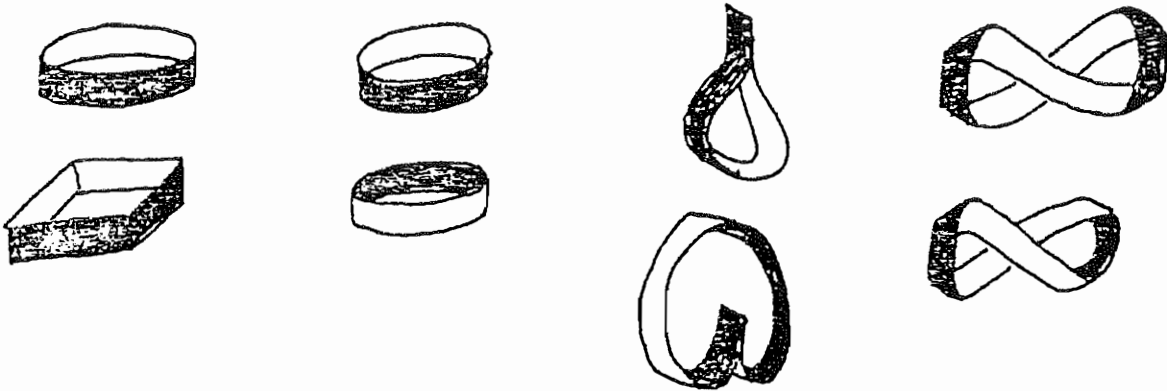
C5-Les deux surfaces ne sont dans aucun des cas cités précédemment.

Les cas C2 et C5 font apparaître la nécessité d'avoir mentionné dans le message la forme du collage et la couleur des carrés superposés ou l'imprécision d'expressions comme "tourner trois fois", "faire des boucles", "tordre" quand elles ne sont pas accompagnées de gestes.

Les cas C1, une fois ^{qu'ont été} explicités les origines des litiges et reconnues comme minimales, n'empêchent pas de réfléchir sur les messages car l'emploi par les enfants d'un vocabulaire imagé ou des hasards rendent efficaces des textes pourtant peu clairs!

Le cas C3, quand il se produit dès cette phase, fournit l'occasion d'amener le mot "symétrique" en général déjà utilisé depuis le cours préparatoire pour des figures planes.

Dans les cas C4 relativement simples, par exemple :

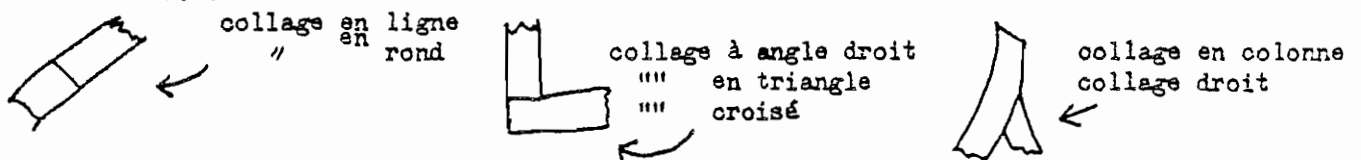


on peut poser la question de savoir si sans déchirer ni décoller on peut rendre les deux surfaces de même forme. On peut aussi poser la question dans les cas C5. Cela permet de poser la distinction forme / surface qui servira pour toutes les activités qui suivront: une même surface peut avoir des formes différentes, les enfants peuvent d'ailleurs s'exercer à donner une autre forme à la surface qu'ils ont fabriquée.

4) Structuration

Il s'agit simplement de réorganiser les remarques faites occasionnellement:
a) certains des messages ne précisait pas assez la forme du collage, aussi peut-on faire l'inventaire des trois formes possibles, de leur trouver un nom, de les dessiner sur une affiche qui servira pour combler des trous de mémoire dans les séances ultérieures, on peut aussi s'exercer à retrouver la couleur des carrés collés à partir d'une observation à distance d'une surface.

Les qualificatifs qui sont revenus le plus souvent dans les séances menées ont été:



b) il se peut aussi que des mots aient été bien compris: "noeud", "anneau"... on peut convenir que "rond" et "couronne" sont ambigus et constater que "boucle" est peu efficace dans les descriptions. Bien sûr tout cela dépend des échanges qui ont précédé.

c) enfin on instaure la règle qui servira pour les activités ultérieures: deux surfaces sont identiques, pareilles, les mêmes s'il arrive à leur donner la même forme sans les déchirer ni les décoller, et que la disposition des couleurs et des carrés est la même.

REMARQUE IMPORTANTE: les enfants n'abstraient pas "spontanément" la forme de toutes les propriétés des surfaces comme la couleur ou les positions relatives des carrés, ainsi ils considèrent comme différentes les surfaces dessinées ci-dessous.



Le fait d'avoir tenu compte de ces distinctions a permis de faire des recherches systématiques de familles de surfaces pendant les dernières séances (voir les séances N° 4 et 5).

2 de moitié de la seconde séance

Objectifs: -fabriquer des surfaces en papier différentes, à partir de bandes de papier de même format.

-confronter ses productions à l'intérieur d'un groupe d'enfants

Déroulement:

Les enfants se mettent en groupe de quatre et chacun dispose de quatre bandes de papier de la même couleur. La consigne est de fabriquer 16 surfaces différentes dans chaque groupe.

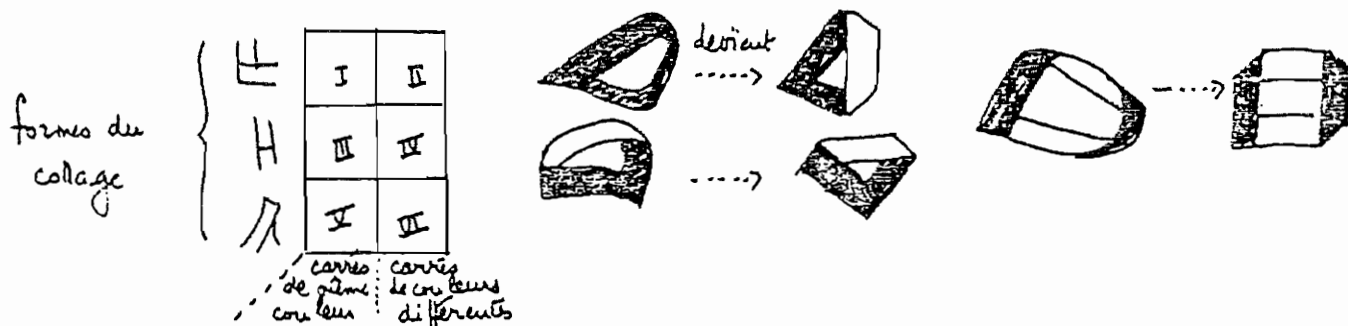
Cette activité de fabrication se passe en général très vite et dépend du degré de familiarisation des enfants avec un travail de production en groupe.

Demander aux enfants de numéroté les surfaces et expliquer que le travail pour être poursuivi exige d'être analysé par le maître avant la prochaine séance.

3ème séance

Objectifs: -exploiter des ressemblances ou différences entre surfaces déjà fabriquées.

Préparation: Elle consiste à analyser les productions des enfants. Pour chaque groupe, noter les numéros de surfaces identiques (au sens convenu à la séance précédente), les surfaces de même forme, les surfaces symétriques par rapport à un plan. Pour faire ce travail un peu rapidement, personnellement je les classe en 6 catégories selon leur mode de collage et je les aplatis quelque peu.



Il ne s'agit pas de marquer fermement de nouveaux plis mais de donner des formes un peu plus régulières à des surfaces assez contournées. Indéniablement, ces surfaces, matériau relativement complexe, en deviennent plus lisibles.

En général il y a un ou deux doublons de surfaces identiques par groupe, il y a plusieurs surfaces de même forme mais avec des changements de couleur ou de disposition de carrés. Il peut y avoir deux surfaces de formes symétriques par rapport à un plan. Dans ce cas, heureux pour la poursuite du travail, les surfaces pourront être redistribuées aux groupes qui les ont produites pour rechercher a) les surfaces identiques b) les surfaces de même forme c) les surfaces symétriques -si ce mot a déjà été employé- ou très ressemblantes -terme qui devra être précisé à partir des apports des enfants.

Déroulement:

a) Redistribution des lots de surfaces à chacun des groupes qui les a produites.

b) Explication de ce qui a été observé lors de la préparation et adaptation de la consigne. On peut distinguer deux phases: la recherche de surfaces identiques d'abord, puis celles de surfaces de même forme (ce que la consigne de la séance précédente ne visait pas à exclure) ou ressemblantes.

c) Chacun des groupes vient afficher ses découvertes, essaie d'expliquer les raisons de la présence, le cas échéant, de surfaces identiques ou les différences perçues pour les surfaces de même forme ou symétriques. Le fait d'avoir analysé les productions permet de relancer efficacement le travail d'un groupe, i-e sans avoir à trop chercher soi-même!

L'important dans cette séance est l'exploitation des ressemblances et des différences: utiliser "gauche/droite", "symétrique" pour décrire une différence d'orientation, "dessus/dessous" pour celles sur les positions des carrés, "les couleurs sont inversées", "elles ont même forme" est souhaitable.

d) Dans les cas où les surfaces des groupes seraient et différentes et pas de même forme, on peut fabriquer une surface et demander aux enfants de trouver dans leur production une surface identique ou ressemblante. En répétant l'opération plusieurs fois, on arrive aux mêmes résultats qu'au paragraphe c) ci-dessus.

4ème séance

Objectifs: - fabriquer des surfaces de même forme ^{qu'une surface donnée en modèle} ou de formes symétriques.

Matériel: prévoir environ 10cm bandes de papier, toujours de même format, bicolores. On peut changer la couleur. n est le nombre de groupes de 4 ou 5 enfants que l'on peut faire dans la classe.

Déroulement:

a) Recherche de familles de surfaces.

Si cela n'a pas été fait durant la séance précédente, proposer aux enfants ce qui est indiqué au § d) ci-dessus pour une ou deux surfaces. Dans les activités menées deux groupes recherchaient pour une surface et deux autres cherchaient pour une autre.



dessin des deux surfaces proposées:

Après la recherche, les délégués de chaque groupe ne viennent afficher que les surfaces qui ne l'ont pas encore été. On obtient ainsi des familles de surfaces. Il y a au maximum 8 surfaces par famille, les familles peuvent être incomplètes. Par exemple:



Des désaccords peuvent apparaître, des retournements peuvent être nécessaires.

b) Fabrication de familles de surfaces.

Par groupe de 4 ou 5, les enfants ont la tâche de fabriquer une famille de surfaces à partir d'une dizaine de bandes et d'une surface modèle. Dans les séances menées deux groupes G1 et G2 fabriquaient la famille de  et deux autres G3 et G4 celle de . Chaque groupe veille à ce qu'il n'y ait pas de doublons dans sa famille.

c) Suivi et évaluation de la tâche dans chaque groupe:

Passer dans chaque groupe pour réorganiser le travail, faire expliciter les démarches et faire ressortir les doublons éventuels: il se peut que les enfants travaillent chacun de leur côté, aient des stratégies peu efficaces pour la comparaison (tous agissent en même temps sans coordination des contrôles). Ils peuvent avoir aussi du mal à démarrer la fabrication.

5ème séance

Objectifs: - fabriquer des surfaces de même famille
- reconnaître des surfaces identiques.

Matériel: autant de bandes de papier que pour la séance précédente et des affiches sur lesquelles les enfants pourront coller leurs familles.

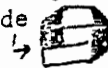
Déroulement:

a) Fabrication de familles de surfaces.

Comme dans la séance précédente G1 et G2 avaient à fabriquer la famille de  tandis que chacun de leur côté G3 et G4 fabriquaient celle de .

b) Constitution des affiches.

Il s'agit de regrouper les productions concernant deux familles d'une même surface; de les donner à un groupe qui fera le tri: ôter les doublons et les surfaces qui ne vont pas dans la famille. Ce scénario fut possible parce que à chaque fois deux groupes fabriquaient les familles de la même surface.



Messages produits par les enfants et les surfaces associées

ORIGINAL

COPIE

-1-
Rachel-Muriel



C'est une sorte de rond. Voici comment nous avons fait : on a collé le blanc sur le rouge. C'est à dire le blanc à l'intérieur et le rouge à l'extérieur.

Carine-Stéphane



-2-
Catherine-Cathy



Il faut prendre une bande
Il faut monter les deux extrémités vers le haut.
Les redescendre les extrémités vers le bas
Et collé les carrés rouge l'un sur l'autre.

Frank-Sébastien



-3-
Razivé-Sonia



J'enroule la bande deux fois et je colle la bande blanche sur la bande rouge.

Cédric-David



-4-
Françoise-Marinette



On le tourne une fois dans n'importe qu'elle sens
Le blanc doit rejoindre le blanc et on colle rouge

Alexis-Frédéric



-5-
Christian-Süleyman
Oman



Je prends la bande je la tourne et je la colle
Le carré rouge sur le carré blanc
Je colle carré sur carré.

Ninon-Angeline

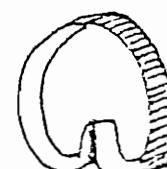


-6-
Carine-Stéphanie



Vous faite un coeur avec la bande de papier.
faire un rond et après vous rejoigné les de morceaux de papier et vous collez

Rachel-Muriel

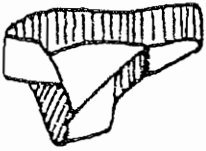


Messages produits par les enfants et les surfaces associées
(suite)

ORIGINAL

-7-

Frank-Sébastien



Vous prenez la bande plate, et il y en a un qui tient et l'autre qui tourne cinq fois. Puis vous collez les carrés.

-8-

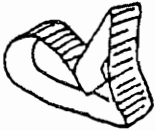
Cédric-David



Prend la bande dans tes mains, fait un noeud et colle les deux carrés.

-9-

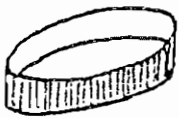
Alexis-Frédéric



C'est un coeur

-10-

Ninon-Angeline



C'est un rond
On a rejoint les deux carrés
On les a mis un sur l'autre

COPIE

Catherine-Cat



Raziyé-Sonia



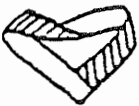
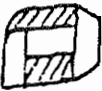
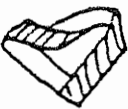
Françoise-Mar



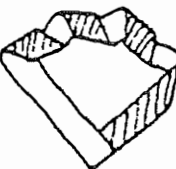
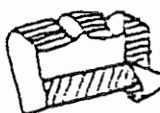
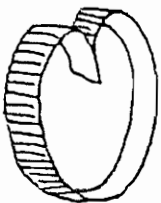
Christian-Om
Süleyman



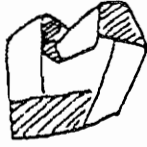
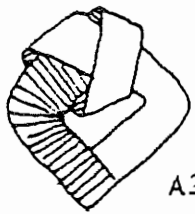
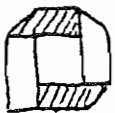
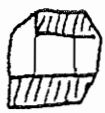
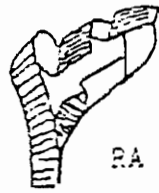
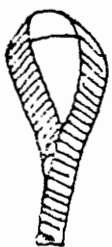
-78-
Surfaces fabriquées par Le groupe 1

Type	Laurence	Catherine	Eric	Houssefn	Jubaya
I		 C3  C4	 E3  E2	 H3	
II			 E4		
III					
IV	 L2  L3  L4	 C1  C2			 S4  S5
V	 L1			 H1  H2  H4	 S1
VI			 E1		 S2

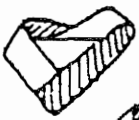
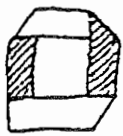
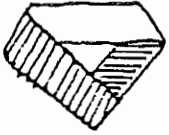
Surfaces fabriquées par Le groupe 2

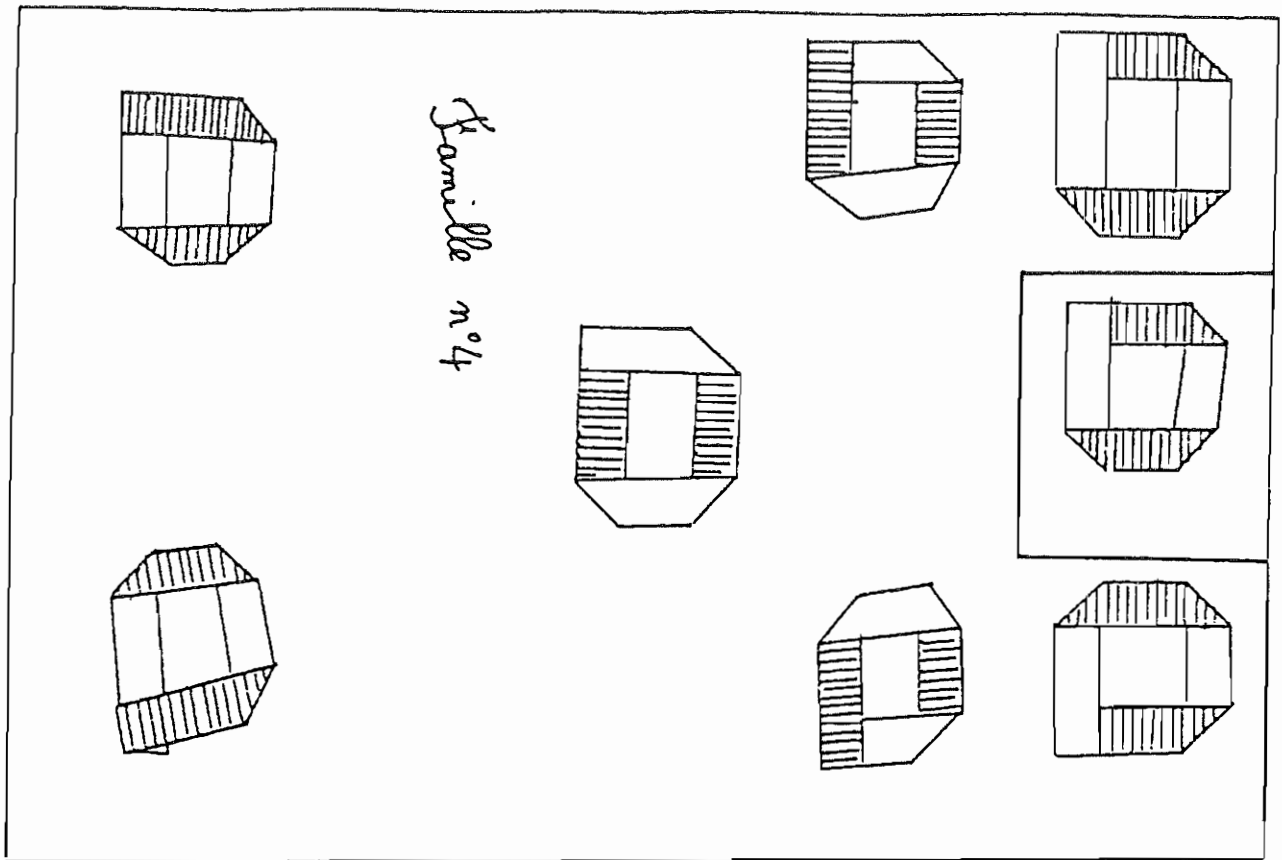
Type	Anouck	Mawali	Allier	Yaël
I	 A2	 M2  M1	 D4	 Y4
II	 A1  A4  A3	 M3	 D2	 Y1  Y3
III		 M4 Blanc sur blanc		
IV			 D5	 Y2
V				
VI			 D1	

Surfaces fabriquées par le groupe 3

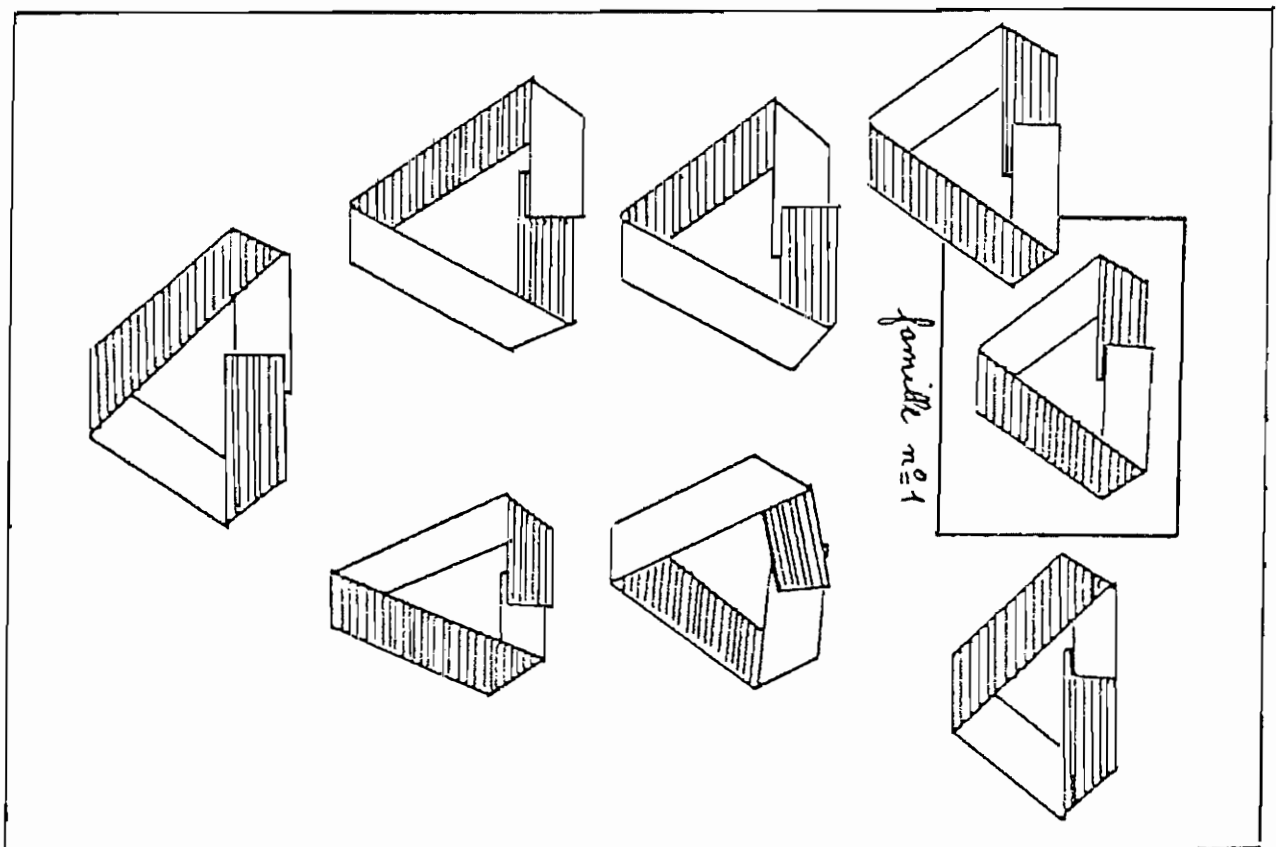
Type	Lionel	Alexandra et Hervé n'ont fabriqué que trois surfaces	Rose-Anne
	 L1	 A2	 H3  H1
II	 L2-L3	 A3  A1	 H2
III			
IV			
V			 RA2  RA 1-4  RA 3
	 L4		-11-

Surfaces fabriquées par le groupe 4

Type	Césario	David	Alexandra	Fabienne
I	 C2	 D1  D3		 F2
II	 C1	 D2	 A1	 F3  F1  F4
III	 C4 Bleu sur bleu			
IV	 C3 anneaux bitordus		 A2  A3  A4	
V				
VI		 D4		

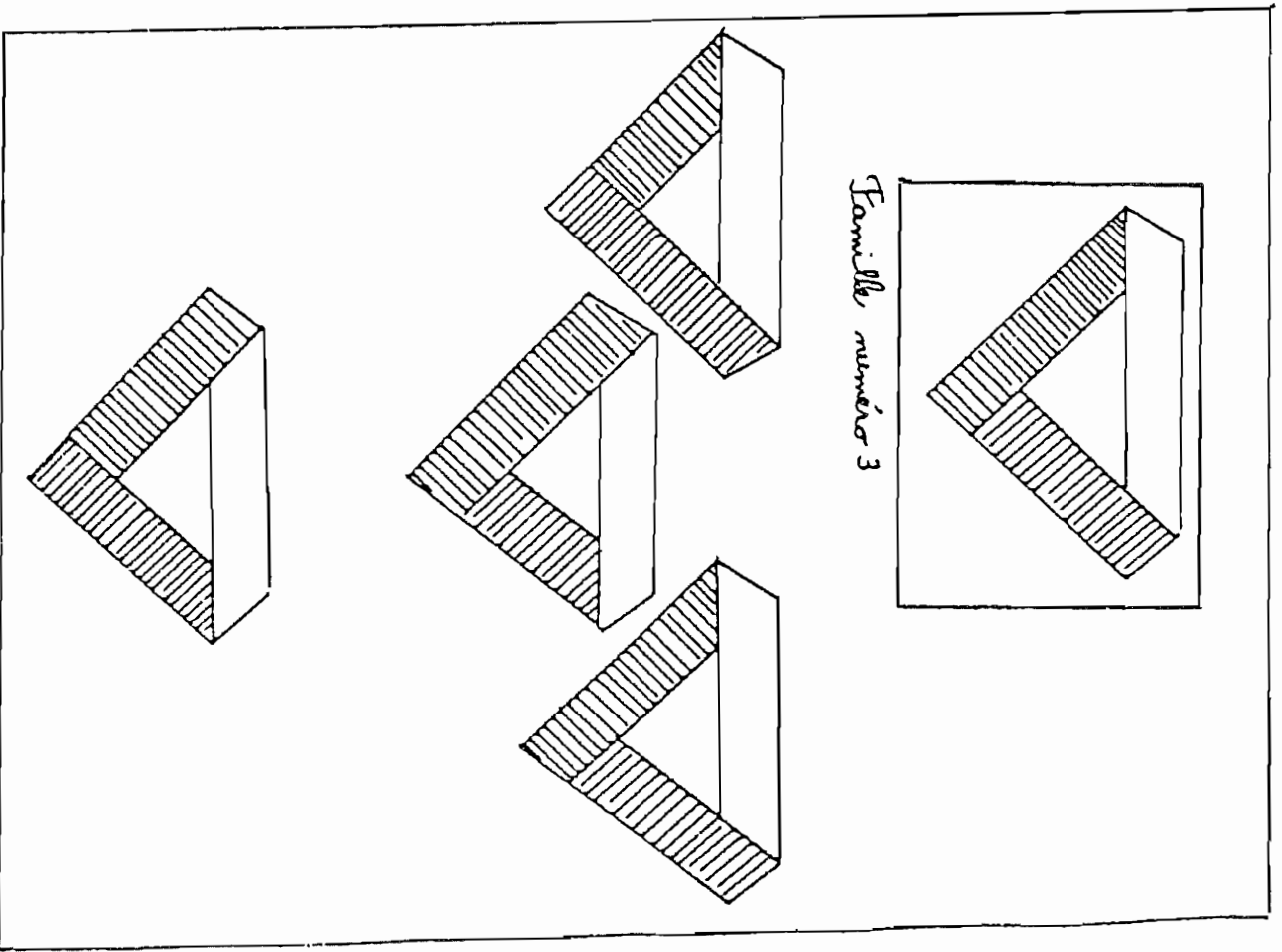
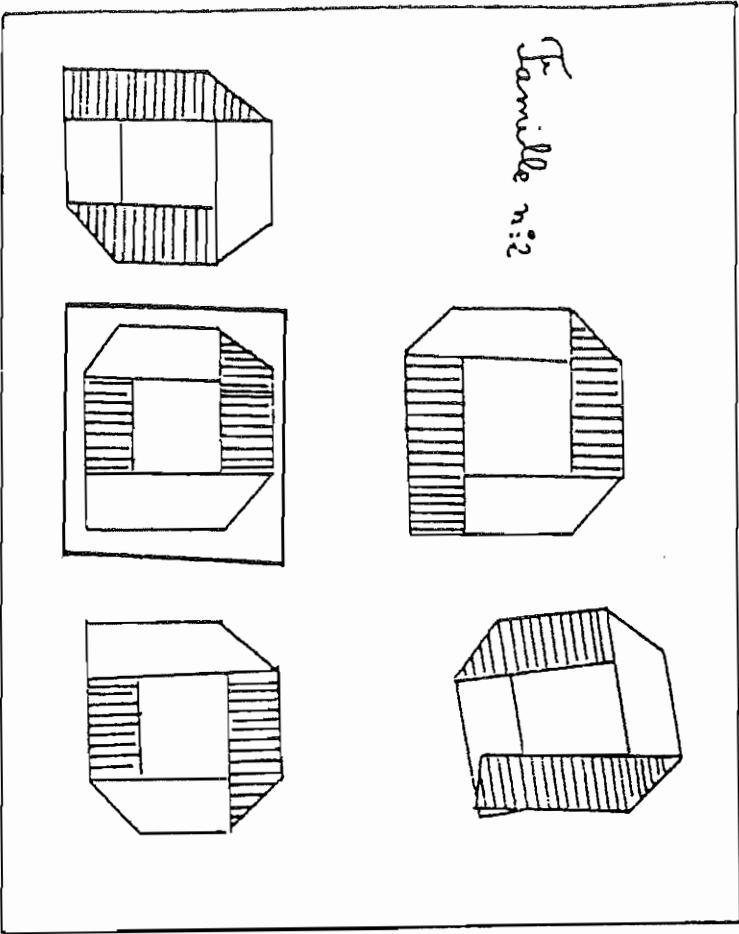


Affiches réalisées pour la famille 3 ↑ et la famille 1 ↓



Affiches réalisées pour les familles

2 2- 3 - - - - ->



BIBLIOGRAPHIE CONSACREE AUX SURFACES

OUVRAGES MATHÉMATIQUES

- 1- André Gramain TOPOLOGIE DES SURFACES PUF 1971
- 2- J.Lelong-Ferrand, J.M.Arnaudiès GEOMETRIE et CINEMATIQUE Cours de mathématiques Tome 3 Dunod 1975
- 3- D.Lehmann et C.Sacré GEOMETRIE ET TOPOLOGIE DES SURFACES Puf 1982
- 4- H.B.Griffiths SURFACES Cédic Nathan Traduction 1977
- 5- F.Pécaut PAVES ET BULLES Eléments de cristallographie mathématique , brochure APMEP n°23.

Ce sont des ouvrages de mathématiques, le (4) est le plus proche de la vulgarisation mais et à cause de cela il est passionnant. Le point de départ est la fabrication de surfaces en papier avec des règles d'équivalence assez simples, le point d'arrivée est un théorème de classification des surfaces, auquel est consacré le (1) aussi. Le (2) et le (3) sont des cours complets, situés à des niveaux différents. Le (5) est intéressant pour l'étude des surfaces obtenues en plongeant des armatures métalliques dans de l'eau savonneuse.

OUVRAGES UTILISABLES EN FORMATION DES MAÎTRES

- 6- Z.P Diénès et E.W Goling LA GEOMETRIE PAR LES TRANSFORMATIONS tome 1 OEDL 1967
- 7- O.Renaut GEOMETRIE DU CYCLE ELEMENTAIRE A LA 5ième , CRDP de DIJON 1983.
- 8- AIDES PEDAGOGIQUES POUR LE CYCLE MOYEN, Géométrie, brochure APMEP n°49; 1983.
- 9- H.M Cundy et A.P Rollett MODELES MATHÉMATIQUES Cédic Nathan 1978.
- 10- P.S Stevens LES FORMES DANS LA NATURE Le Seuil 1978.
- 11- H.Steinhaus MATHÉMATIQUES EN INSTANTANES Flammarion 1964.
- 12- I.Lakatos PREUVES ET REFUTATIONS Hermann 1984.

On peut faire comparer les définitions trouvées dans (4), (6), et (7).

On peut trouver des idées d'activités orientées vers la topologie dans (6) et (11), assez variées dans (7), des activités de fabrication de surfaces dans (8) et (9).

On peut trouver de très nombreux développements de surfaces polyédriques dans (9), rigides ou flexibles.

On réfléchira entre autres choses sur la définition des polyèdres et les relations d'Euler dans (12).

Un chapitre sur les bulles de savon figure dans (10), mais aussi dans (11) avec plein d'autres curiosités sur les surfaces.

N.B: L'intérêt porté aux surfaces fabriquées à partir de rubans de papier peut se trouver conforté par le nombre d'articles consacrés à ce thème dans la revue POUR LA SCIENCE dans un domaine extramathématique: la biologie:

- n°76, Février 1984 Les doubles hélices d'ADN et les informations génétiques (R.Dickerson).
n°59, Septembre 82 Les enzymes qui modifient la topologie de l'ADN (J.Wang).
n°35, Septembre 80 L'ADN sous forme surenroulée (W.Bauer, F.Crick, J.White).

Du reste cette revue a publié des articles fréquents sur la topologie des surfaces.

SUGGESTIONS D'ACTIVITES GEOMETRIQUES

(FAVRAT Jean François)

Ecole normale de la Lozère

12 avenue du Père Coudrin

48000 Mende)

Présentation générale

Ces activités ont eu lieu dans des classes de l'école élémentaire (fabrication de boîtes en CE2, fleur polyédrique au CM2) ou bien au cours de stages de formation continuée consacrés à la géométrie (pouf en forme de poire, fleur polyédrique, patron de...). Elles s'articulent autour de deux questions majeures de l'enseignement de la géométrie:

- Quels liens y a-t-il entre les activités pratiques, manuelles, manipulatoires et les activités géométriques; comment, quand les outils et concepts géométriques sont-ils mobilisés dans ces tâches pratiques?
- En quoi la mise en place de situations de communication fonctionnelle peut-elle faciliter l'apprentissage d'outils de représentation géométriques (lexicaux, graphiques, autres..)?

Elles ont enfin des points communs: elles ont pour support des objets, pour la plupart déformables, qui peuvent être modélisés en surfaces, dont les développements, patrons, bandes nécessaires à leur montage sont autant de "cartes".

ACTIVITE n°1: LA FLEUR POLYEDRIQUE

Démarche prévue:

1- A l'occasion d'un stage de formation continue, des stagiaires réalisent une bande vidéo (10 mn), à destination d'élèves de CM, expliquant la réalisation d'un pliage.

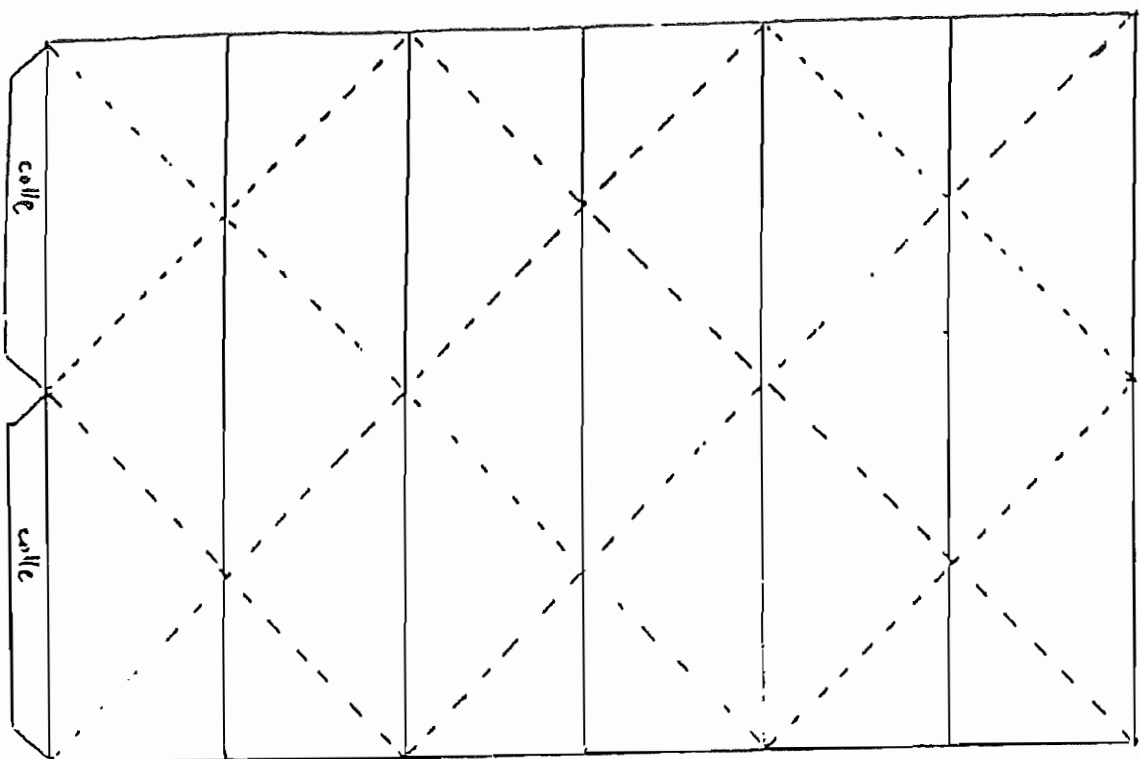
2- Des élèves de CM reçoivent la bande, la visionnent une fois in extenso puis s'organisent pour fabriquer le pliage en question. Ils ont pour tâche non seulement de le réaliser mais aussi de rédiger une notice d'accompagnement de la bande vidéo pour que celle-ci puisse circuler dans les classes. Les enfants pour cela revisionnent à volonté la bande, notent ce qui leur semble utile, les points obscurs, en particulier les moments de la bande qui ont obligé à plusieurs visionnements.

Démarche suivie:

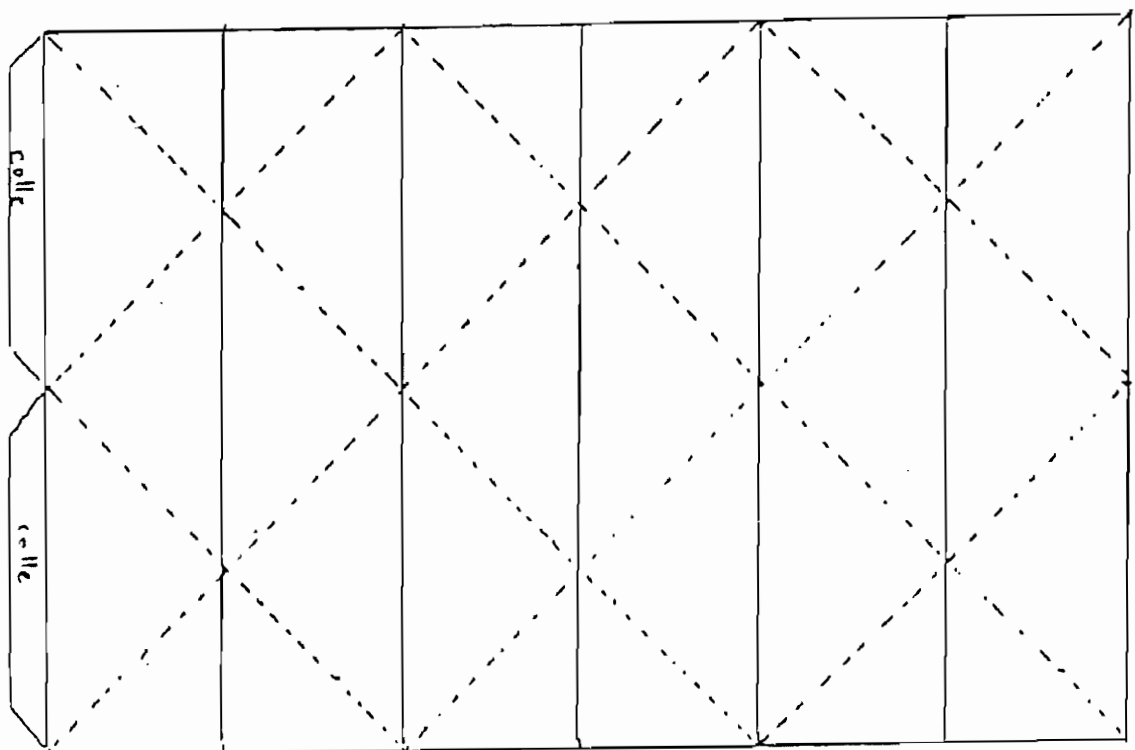
1- Les stagiaires ont choisi le pliage intitulé " La fleur polyédrique " parmi beaucoup d'autres pour des raisons esthétiques et techniques. L'effet de retournement de la fleur sur elle-même est assez saisissant; la vidéo- qui n'exclut pas le commentaire verbal- est sans doute plus apte à traduire les gestes utiles, les positions relatives de faces et les orientations des plis. D'autre part, l'analyse des tracés des plis fait apparaître un rapport simple entre la largeur et la longueur des deux parties rectangulaires nécessaires..

Les stagiaires ont travaillé à partir du document joint: la fleur polyédrique, extrait de "Curiosités mathématiques ", tome 1 de G.Jenkins et A.Wild chez Bass et Bass

Pour la table cyclodrique EN de la ligne No 85
Extraire de l'ensemble, toutes les matrices

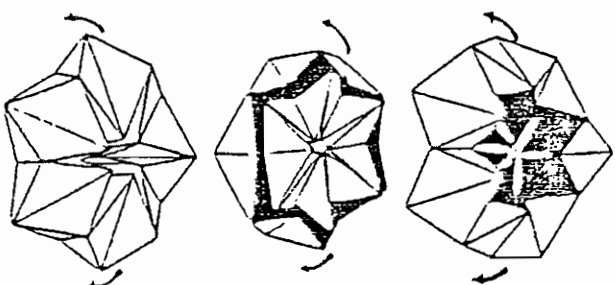


La Fleur Polyédrique



- COMMENT FAIRE CE MODÈLE**
1. Coupez les deux parties loin du contour.
 2. Marquez toutes les lignes, pleines et pointillées.
 3. Découpez les deux parties avec précision.
 4. Pliez fermement, les lignes pointillées à l'extérieur les lignes pleines à l'intérieur.
 5. Collez les onglets pour faire un seul cylindre avec les couleurs à l'extérieur.
 6. Formez les plis comme indiqué au paragraphe 4 pour achever votre fleur polyédrique.

Pour plus de renseignements sur la fleur polyédrique, voir page 2 du minilivre.



La bande vidéo intitulée "La fleur magique" peut être copiée au CDDP de la Lozère, 12 avenue du Père Coudrin 48000 Mende.

2- Les enfants de CM2 ont réussi à réaliser de nombreuses fleurs magiques bien qu'ils aient été ennuyés par les dimensions non arrondies en cm choisies par les stagiaires et l'emploi assez impropre du mot "diagonal" pour caractériser les tracés en pointillé, ennuis bien intéressants puisqu'ils sont sources d'interrogations, de mises au point, d'observations des figures, etc. Leurs notices d'accompagnement se sont finalement trouvées être des affiches fournissant le mode de construction complet de la fleur. Les diverses étapes des pliages y sont représentées matériellement : intégrées par collage au texte explicatif.

3- Un prolongement naturel à bien de activités de pliage a été approfondi à cette occasion : les enfants ont eu à résoudre un problème supplémentaire : comment faire une fleur magique plus grande que celle donnée dans le document vidéo. Les enfants ont exploré deux directions : augmenter la longueur sans augmenter la largeur des deux bandes rectangulaires à encoller, ou bien augmenter les deux dimensions. Dans les deux cas ils ont cherché à respecter la contrainte que les plis dessinent des carrés.

Quelques observations en guise de conclusion :

1- L'activité décrite ici est évidemment pluridisciplinaire : travaux manuels (tracés, découpages, pliages), français (rédaction d'un texte explicatif) et mathématique (compréhension de consignes orales et visuelles, rigueur des tracés et des mesures, formulation d'observation facilitant le travail).

2- Il est important que les stagiaires aient un retour du travail des enfants, il permet l'évaluation de leur propre travail (clarté et exactitude des commentaires, bon synchronisme commentaire / image, bonne prise en compte du niveau des destinataires, bon choix des angles de prise de vue, etc...)

3- L'élaboration de la bande et son décryptage pour réaliser le pliage sont deux tâches complémentaires : les deux posent les problèmes de maîtrise d'outils de représentation pour communiquer. On peut faire l'hypothèse qu'être émetteur puis critiqué est plus formateur qu'être récepteur même attentif. Il serait donc intéressant de renverser les rôles ; des tentatives dans ce sens sont en cours de réalisation : des bandes vidéo vont s'échanger entre des classes de SES et des classes de l'élémentaire.

ACTIVITE n°2 : FABRICATION DE BOITES EN PAPIER ET REDACTION DE NOTICES EXPLICATIVES.

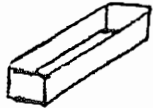
Objectifs pour les enfants (rédigés de manière générale et interdisciplinaire)

- être capable de reproduire, d'après modèle, une boîte parallélépipédique
- être capable de composer par écrit une notice explicative pour la fabrication d'une telle boîte
- être capable de critiquer les productions (boîtes et notices) d'autres élèves de même niveau.

Matériel:(autre les crayons, règles et paires de ciseaux)

Dans une classe: papier blanc , feuilles de copie à petits carreaux; la boîte à réaliser est celle dite " boîte du pâtissier". Dans l'autre classe: feuilles de copie à petits carreaux, papier bristol 21x29,7 à petits carreaux, orange et jaune; la boîte à réaliser est celle dite "boîte à fond carré".

Chronologie des démarches



classe 1

classe 2



Observation en prévision de la fabrication (un modèle par équipe)

•Par équipes de 4. Rédaction d'une description à partir de la consigne: " dites ce que vous voyez quand vous dépliez la boîte".

•Description individuelle; synthèse par équipes de 2; synthèse collective sous forme d'affiche.

•Faire ensuite la liste de tout ce qui est nécessaire pour la fabriquer.

Fabrication

•2 par 2 dans chaque équipe de 4

a) pour prévenir de la difficulté éventuelle des tracés nécessaires, il a d'abord été demandé de tracer, sur papier quadrillé ordinaire, une bande d'après le modèle ci-contre 
b)par équipe de 2 ou 3, fabriquer une boîte avec le papier bristol coloré.

Rédaction de la notice

•1ère ébauche de la notice, par 4;
lister les difficultés rencontrées et expliquer la démarche suivie.
•Mise en commun orale sur ce à quoi il faudra penser
•Mise au net définitive (par 4) de la notice

•Rédaction d'un brouillon repris par la maîtresse qui passe dans les équipes de 2 ou 3.
•Mise au net définitive.

Echanges entre les deux classes

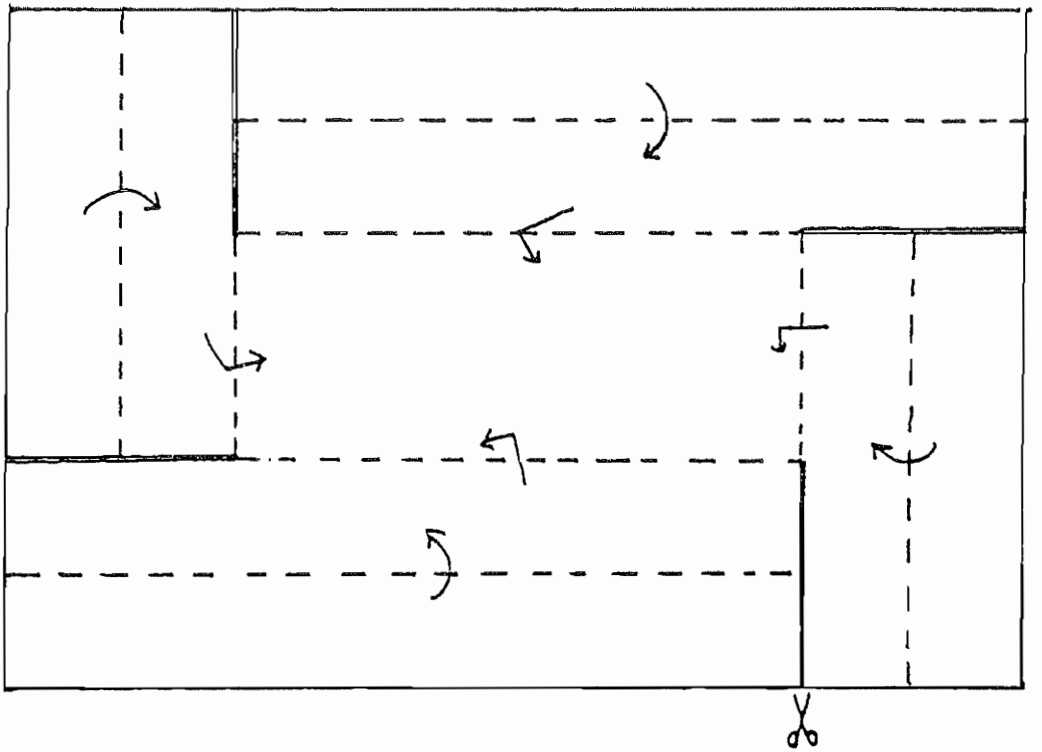
Cette classe reçoit les notices de la classe n°2.

Cette classe reçoit les notices de la classe n°1.

•Fabrication d'une boîte à fond carré, le "couvercle" pose en général problème.
•Critiques des messages exprimées sous la forme: "vous nous avez bien expliqué" " vous ne nous avez pas bien expliqué". Critiques expédiées à la classe 2.
•Affichage des travaux en provenance de la classe 2 et lectures de leurs critiques.
•Mise au net collective d'une affiche à

•Fabrication d'une boîte du pâtissier à partir des messages reçus; problèmes pour faire les faces latérales résolus par des échanges généraux dans la classe.
•Rédaction d'une demande de renseignements à expédier à la classe 1 avec les boîtes réalisées.
•Prise de connaissance des remarques critiques venant de la classe 1.

BOITE DU PATISSIER



Le développement de la boîte est un rectangle.

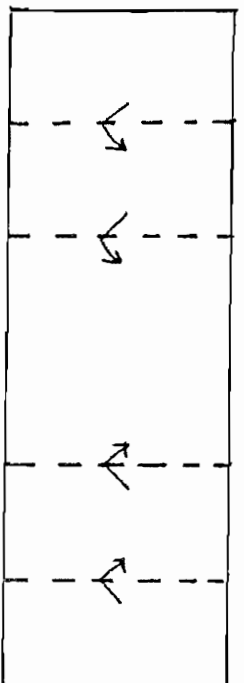
pli

rabattre

redresser verticalement les 4 faces latérales

découper le long du double trait faire passer l'excédent de chaque face latérale dans le pli de la face voisine.

BOITE A FOND CARRE

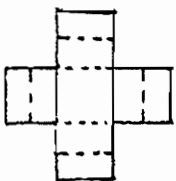


découpez 2 fois une telle bande.

plis

pliez à angle droit vers l'intérieur

Séquence des opérations après le découpage: échelle 1/4 par rapport au dessin ci-dessus.



Superposez les Pliez les Entrecroisez les deux bandes en croix faces latérales. rabats pour le Collez les. couvercle.

Il n'est pas interdit de mettre des languettes pour faire mieux tenir cette boîte.

réexpédier et annotations portées
sur les boîtes pour signaler les er-
reurs aux élèves de la classe n°2

- .Elaboration d'une grille d'évaluation
des boîtes à fond carré envoyées par
la classe 1.
- .Rédaction collective d'un message défi-
nitif pour la classe 1.

Durée totale: de 5 heures à 5 heures 30

Remarques sur l'évaluation:

Avec des stagiaires en formation continue, nous nous sommes posés le problème de l'évaluation d'une notice de fabrication et de la fabrication d'une boîte. Nous sommes arrivés aux deux listes de critères suivantes, à rapprocher des exemples de travaux d'enfants fournis ici et de la liste de critères élaborés dans la classe n°2, par les enfants pour critiquer les boîtes expédiées par ceux de la classe n°1.

Critères pour la notice:

* La notice est complète

- Il y a une présentation générale de la boîte
- Le message rend compte de toutes les opérations à effectuer: matériel; tracés; découpages; pliages; collages éventuellement; assemblages...
- L'ordre chronologique est apparent

* La notice est claire

- Le rapport texte/image est satisfaisant: renvois explicites entre les dessins et le texte; dessins suffisants; légende claire; chronologie aisément repérable

* La notice est précise

- Le vocabulaire géométrique est utilisé pour décrire les formes, préciser les orientations, les positions relatives des divers éléments, emploi de lettres-repères...
- Le recours à un vocabulaire fonctionnel s'est avéré efficace
- Les dessins sont corrects, éventuellement à l'échelle
- Les mesures sont indiquées

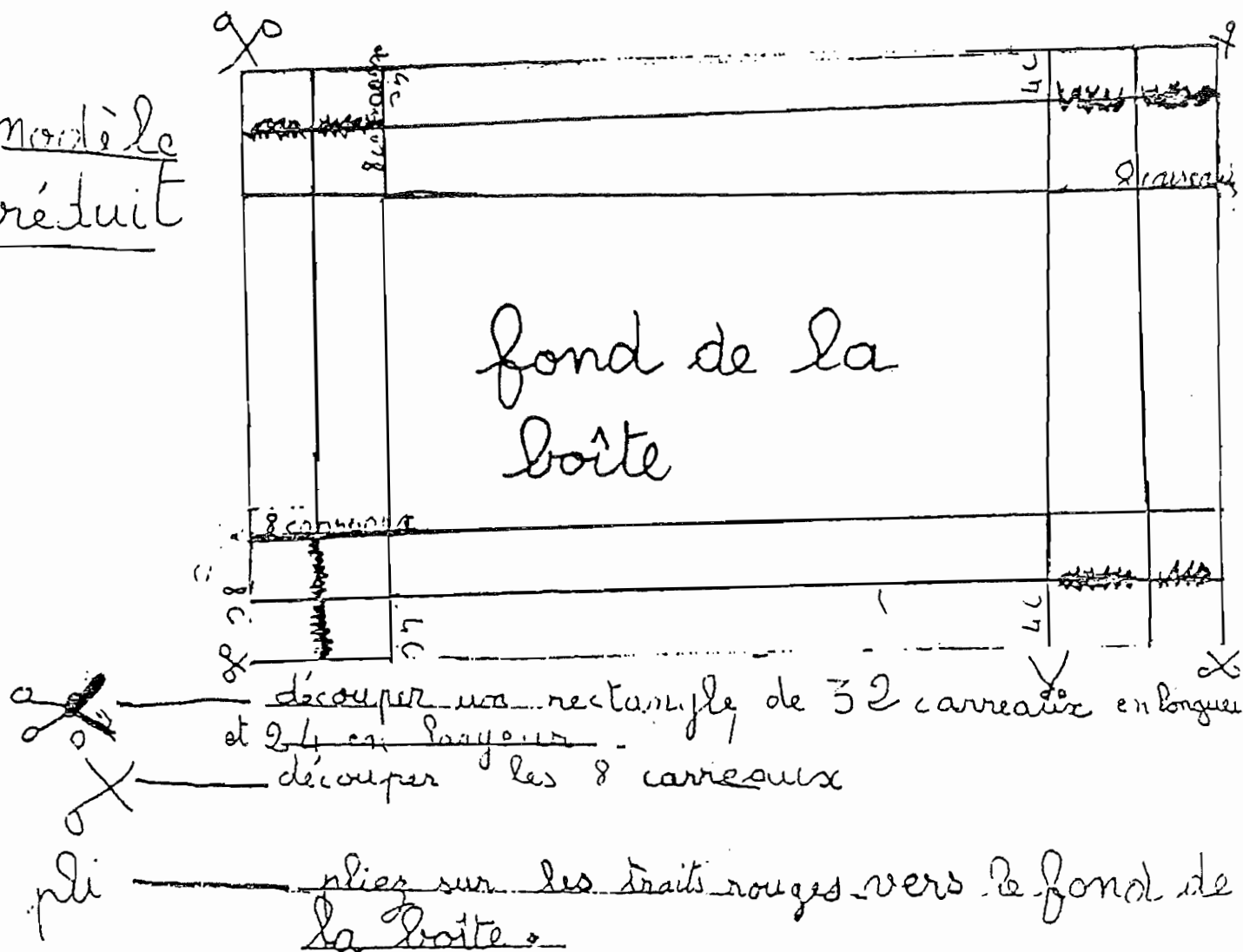
Critères pour la boîte

- Les tracés sont corrects: tracés d'un seul tenant et non des segments juxtaposés; angles droits et parallélismes respectés
- Les mesures sont exactes, les dimensions respectées
- Les plis sont réalisés le long des traits, les arêtes sont nettes
- Les découpages " " " "
- Les collages assurent de bonnes superpositions ou de bonnes coïncidences entre faces.
- Respect des orientations imposées par la notice.

Tableau résumant les critiques faites par les élèves sur les boîtes à fond carré
fabriquées par les élèves à partir des notices:

Il vous faut: du papier à petits carreaux, des ciseaux -
un crayon - une règle.

modèle
réduit



mm

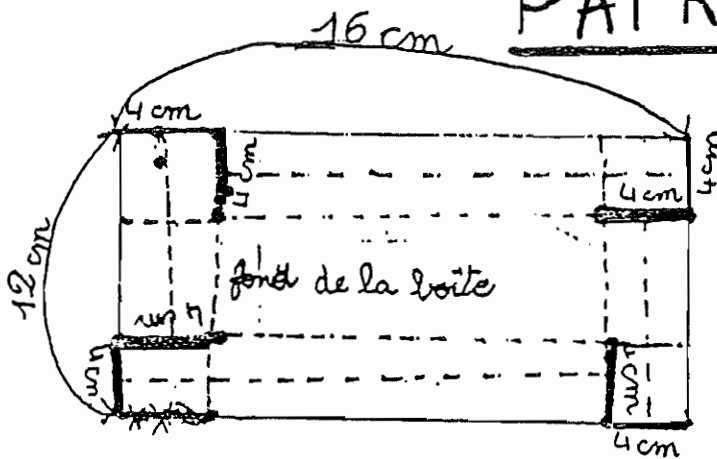
pardonnez nous, nous nous sommes trompés

Pour refaire la boîte il vous faut.

une paire de ciseaux, une règle double décimètre, un crayon.

une gomme et du papier à petits carreaux.

PATRON



--- veut dire qu'il faut couper.

--- veut dire qu'il faut plier.

--- veut dire qu'il faut compter 4 cm avec la règle.

Relevez les petits rectangles pour faire les bords de la boîte.

Comme il vous reste 4 petits rectangles, vous les enfiler sur les bords pour faire les 4 coins de la boîte.

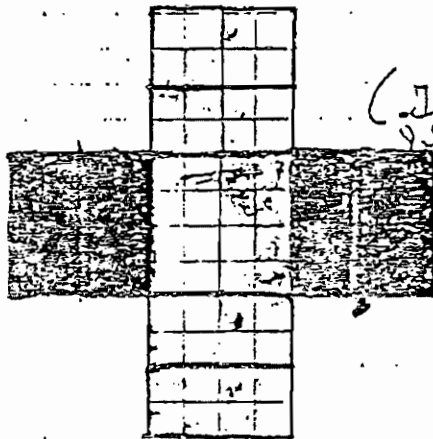
Remarques

Marquez bien les plis!

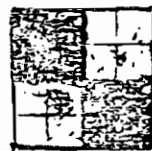
Il faut une bande de papier carton orange une jaune -
 Il faut aussi des ciseaux - Un crayon à papier - de la colle -
 Et une règle - trois gommettes - Une gomme - Il faut qu'on
~~trace~~ trace trois carrés de huit cm de côté - Quand la boîte de
 papier est ouverte ça mesure 24 cm - Découpe le tour



(Colle le carré jaune sur le
carré orange.)



(Il faut plier ce qui est en
bleu.)



(ce carré
de.)

Hervé - Christophe

On a observé Florence César Eric Frank Guylaine nathalie Magali Cécile

forme	x	o	x	x	x	x	o	x
mesures	x	o	x	x	x	x	o	x
plis	x	x	x	x	o	x	x	x
disposition (couleurs)	x	x	o	x	x	x	x	x
découpage	x	o	o	o	x	x	o	x
collage	x	o	x	x	o	x	o	x
dessus (fermer)	x	o	x	x	x	x	o	o

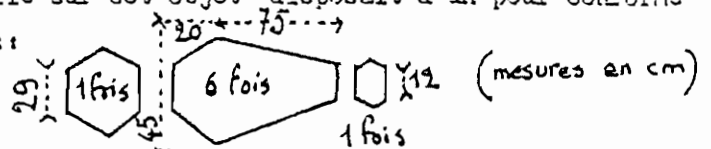
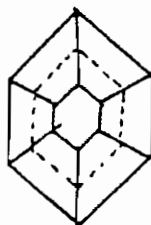
x bon o mauvais

Cela permettait aux enfants de se familiariser avec l'explicitation d'une évaluation mutuelle critériée.

ACTIVITE n°3: LE POUF EN FORME DE POIRE

Objectifs: dégager avec des stagiaires instituteurs les articulations entre des activités de fabrication et les outils mathématiques

Déroulement: le groupe qui a travaillé sur cet objet disposait d'un pouf conforme aux dessins et dimensions ci-dessous:

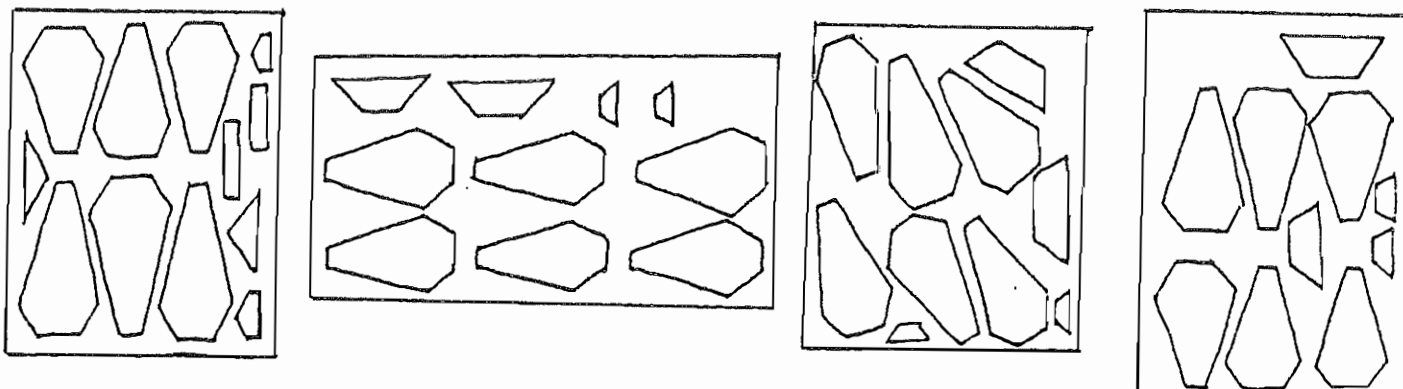


8 panneaux latéraux hexagonaux dont deux réguliers.

La consigne était d'indiquer le métrage de tissu nécessaire pour faire une housse pour un tel pouf, le tissu étant en 1,30 m de large, puis d'analyser la tâche réalisée en décrivant 1) les phases par lesquelles le groupe est passé 2) ce qu'il faut savoir faire dans chaque phase.

Résultats:

Les phases par lesquelles le groupe est passé	Ce qu'il faut savoir faire
- Analyse du problème: quel est le genre du tissu, at-il un sens ou non, faut-il économiser le tissu?	- Faire des hypothèses sur ce qui fait perdre du tissu, les vérifier: calculs d'aires approximatifs, - faire des essais
- Observation de l'objet: recherche des cout ures, mesures, croquis approximatifs	- Effectuer les mesures pertinentes - " des " de contrôle
- Tracés rigoureux d'une face latérale non régulière, des 2 hexagones réguliers	- Tracés d'hexagones réguliers, - Utilisation de la symétrie
- Recherche du métrage par disposition du développement sur une affiche à l'échelle	- Tracés à l'échelle - Découpage d'un hexagone en parties isométriques - Report de figures



Aperçus des solutions apportées (relevés approximatifs non à l'échelle).

Remarques :

- Un des groupes avait d'abord mis des trapèzes isocèles à la place des hexagones symétriques allongés: on peut voir là un effet du matériau sur l'observation.
- Chaque groupe n'est pas passé par ces phases dans l'ordre écrit mais a plutôt fait des va et vient entre toutes, en particulier l'analyse du problème et l'observation de l'objet sont reprises plusieurs fois. Cela a permis d'éclairer le rôle des activités d'observation, elles sont fonctionnelles quand la géométrie prend comme prétexte une activité pratique.
- Cette tâche a été proposée dans plusieurs occasions; une première fois en parallèle avec une autre tâche: réaliser les plans d'un nichoir à oiseau à partir d'une documentation tirée de la revue La Hulotte; une deuxième fois en parallèle avec deux autres tâches à analyser et non à réaliser: a) aller du parking de l'E.N, en voiture chez un vitrier situé dans la zone artisanale et passer commande d'une vitre (plan de ville fourni); b) expliquer aux autres membres du groupe, le phénomène d'éclipse de lune (à partir d'un article de journal et d'un livre de vulgarisation d'astronomie). Cela a permis de montrer que la place jouée, de façon explicite, par les outils géométriques, essentiellement de représentation, dépend:

× du degré de familiarisation avec la tâche: on connaît des solutions techniques ou non; on agit par réflexes ou non...

× des connaissances mathématiques dont on dispose

× de la nature de la tâche: s'agit-il d'un montage en kit? s'agit-il de reproduire? S'agit-il de concevoir, d'expliquer? S'agit-il d'une tâche précise ou approximative?

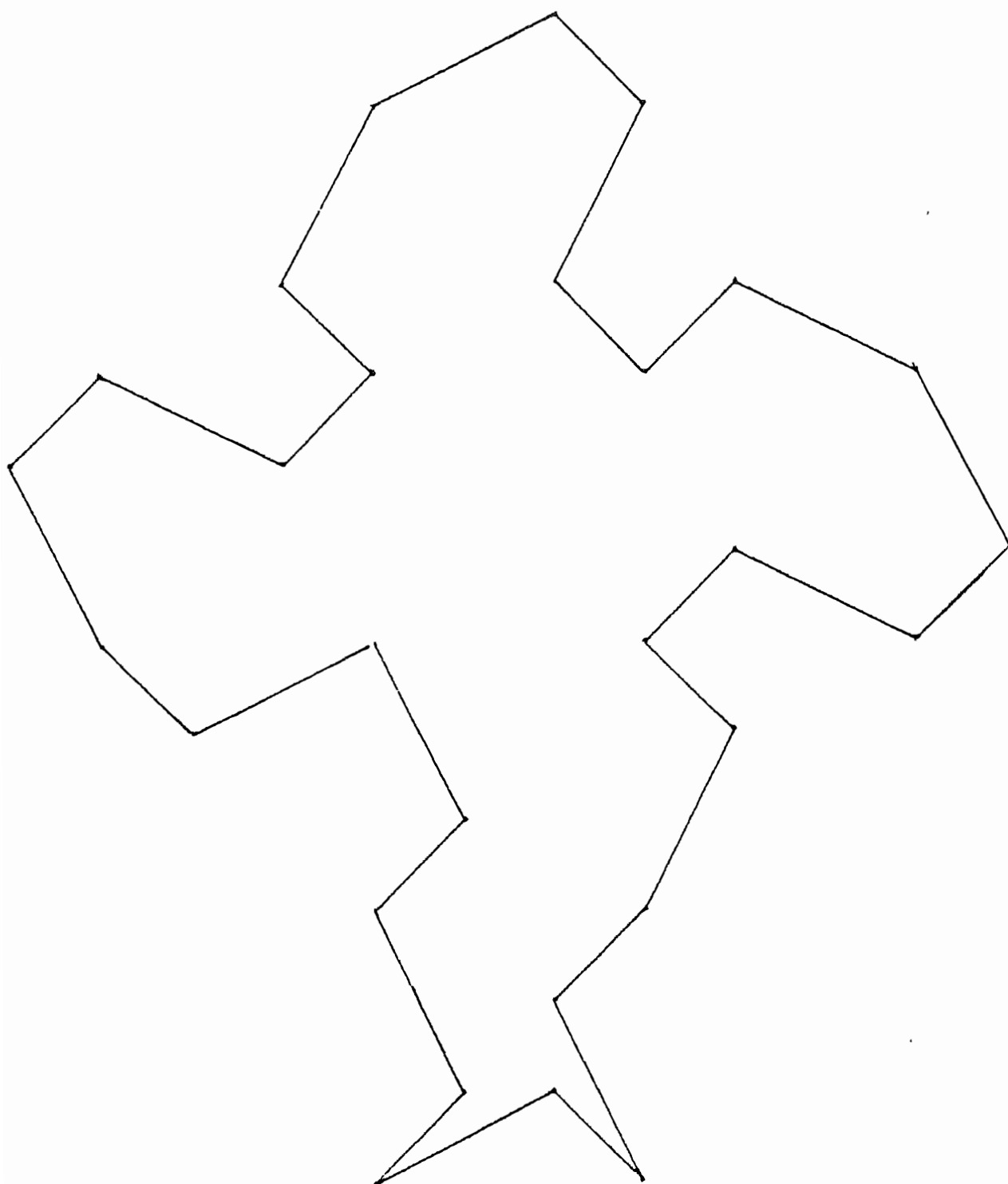
× de la taille de l'espace mis en jeu.

- Le traitement mathématique, avec recours aux outils géométriques oblige souvent à une reformulation du problème; celle-ci peut être multiple si le problème pratique n'est pas trop fermé.

- Les outils de représentation graphique ou matérielle servent à ramener dans l'espace rapproché, l'espace des figures ou celui des objets manipulables; ils y parviennent au prix de simplifications.

ACTIVITE n°4: PATRON DE...

Il s'agit simplement de découvrir quelle surface très classique a été ainsi étalée grâce à un découpage ne suivant aucune de ses arêtes.



PATRON de ...

FRICK EN-US

LA PROPORTIONNALITE

Groupe A₃

Rapporteur : Catherine HOUEMENT

Le groupe "PROPORTIONNALITE" s'est réuni à Guéret en mai et à Quimper en mai 1986. Il était composé de P.E.N. et de CPEN qui se sont fixé comme objectif sur deux ans la rédaction d'une brochure à l'usage des maîtres et des formateurs de maîtres, recensant diverses situations en amont et autour de la proportionnalité dans des documents de tous genres.

Titre de la brochure : La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée.....

Où

- dans l'environnement scolaire mathématique
[cf brochure § V A]
- dans l'environnement scolaire non mathématique, sciences
physique, histoire-géographie, biologie-physiologie...
[cf brochure § V B]
- dans l'environnement social et culturel (exemples : l'écho-
graphie en chiffres, pédaler sans fatiguer....)
[cf brochure § V C]

Quand

Depuis ma plus tendre enfance....
(activités proposées de la maternelle à l'école normale)
[cf brochure § III - VI]

Comment

Par l'utilisation de tableaux, de graphiques, de calculs et
autres manières de s'éclater en mathématique.....
[cf brochure § IV]

Pourquoi

Parce que

- Une fonction peut en cacher une autre
- N'est par proportionnel qui veut
- La proportionnalité vous guette !
- La connaître, ... c'est l'adopter,
la méconnaître, c'est s'exposer à des relations difficiles.....

MAIS ENCORE

* Le § I décrit les objectifs du groupe de travail

Partant du constat que beaucoup d'activités pouvant servir de support à une étude des relations numériques sont conduites par les maîtres et ce, dès le CE, sans être suffisamment exploitées dans ce sens, le groupe s'est fixé les objectifs suivants :

- 1 - Recenser les documents et les recherches faites sur ce thème
- 2 - Définir des classes de situation en donnant des exemples dans chacune des classes.

D'autre part, le groupe a résumé ainsi les objectifs liés à l'étude des relations numériques :

- 1 - Au niveau des élèves

Savoir, dans des situations variées, élaborer et/ou interpréter des descriptions (orales, écrites ou graphiques) - conventionnelles ou non - de relations numériques.

Savoir reconnaître, organiser et traiter des situations relevant des fonctions numériques (de la proportionnalité et d'autres)

cf I.O 1977.

- 2 - Au niveau des maîtres

. Dégager le concept de fonction numérique par analyse et classement de diverses relations numériques ou non

. Savoir reconnaître le type de fonctions numériques sous-jacentes à une situation donnée.

. Savoir choisir et utiliser des situations de l'environnement de l'enfant pour lui permettre d'atteindre les objectifs fixés en 1 ci-dessus.

* On trouvera dans le § II un bref aperçu théorique sur la notion de proportionnalité.

* Le § III est consacré à l'étude de la proportionnalité sous différents aspects

- 1 - types de fonctions numériques
- 2 - types de situations
- 3 - exemple de progression du CE₂ à la 6^e
- 4 - exemple de progression utilisable en formation des maîtres.

* Le § IV propose des outils pour l'étude des fonctions (graphiques, calcul mental, calculatrices,....)

* Le § V répertorie une centaine de situations classées selon les domaines où on les rencontre. Chaque situation est assortie d'une référence bibliographique permettant au lecteur d'obtenir plus d'information à son sujet.

* Dans le § VI une douzaine de situations sont développées :

- Proportionnalité sur du papier
- Agrandissement géométriques
- Faire bouillir de l'eau
- Ressorts et masses
- Longueur d'une ombre
- Vitesse du son, vitesse de la lumière
- La bicyclette
- Photos...
- Dessiner une route
- Croissance d'un fœtus
- Courir 1 500 mètres en 8 minutes

* Enfin le § VII recense les situations relevant des fonctions numériques dans divers ouvrages : publications IREM, INRP, APMEP..., revues pédagogiques, manuels scolaires....

* Le § VIII termine l'ouvrage par une bibliographie concernant les études didactiques et psychologiques faites sur la proportionnalité.

LES DIFFICULTES DES ENFANTS EN MATHEMATIQUES

Rapporteur : J. WEBER

Dans le groupe on a retrouvé deux types de personnes : celles qui s'intéressent aux enfants en difficultés (classes de SES, perfectionnement, adaptation, IMP, IMPRO, rééducation ,etc...) et celles qui s'intéressent aux difficultés des enfants par rapport à l'apprentissage de certaines notions en mathématiques . Cependant , dans les deux cas, des questions analogues se sont posées . Elles portent sur :

-Quelles sont les difficultés des enfants en mathématiques ? A quels niveaux se situent-elles ?

-Qu'est ce qui distingue les enfants en difficulté en mathématiques ?

Voici le plan adopté pour traiter ce sujet :

I. Analyse des difficultés rencontrées par les élèves.

II. Quelques outils didactiques existants.

Nous avons été amenés à signaler quelques outils didactiques qui peuvent être utilisés dans les deux types de situation suivants :

- en situation de repérage de difficultés (situation de diagnostic)
- en situation d'apprentissage où le maître vise un objectif.

III. Le calcul mental.

Nous avons défini un thème commun : le calcul mental qui nous semblait répondre aux deux objectifs précédents , aucun travail spécifique ayant été effectué dans ce domaine.

IV. Travail au niveau des normaliens ou des instituteurs en formation.

V. Conclusion

VI. La bibliographie

I. ANALYSE DES DIFFICULTES RENCONTREES PAR LES ELEVES.

Les difficultés rencontrées par les élèves s'articulent autour de trois pôles qui interfèrent étroitement :

- Le pôle des connaissances ,des contenus mathématiques : capacité à mettre en oeuvre des connaissances , des algorithmes de résolution ,etc... Les difficultés suivantes semblent plutôt relever de ce pôle :
 - difficultés dues à la mise en place de règles à fonctionnement local , règles que les enfants généralisent souvent abusivement et font fonctionner implicitement . Les travaux de Gelman et de Resnick ont mis en évidence ce type de fonctionnement.
 - problèmes résultant de l'incompréhension et de l'utilisation incorrecte de codes, de règles d'écriture
 - difficultés liées à la méconnaissance de règles d'écriture ,de l'emploi du signe = , de la signification de certains symboles, de mots spécifiques relevant du langage mathématique
 - etc...

-Le pôle centré sur l'attitude vis à vis du savoir, de l'école , du maître. Les travaux de G. Brousseau , à propos de l'échec électif en mathématiques , font référence à la notion de contrat didactique (le cas de Gael - G. Brousseau). Ainsi un enfant peut ne pas donner de sens à ce qu'il fait . C'est au niveau de la représentation en jeu que , souvent, la règle est prise indépendamment de sa signification : certains enfants n'ont jamais compris à quoi on jouait.

Les difficultés des enfants liées au langage en tant que moyen de communication peuvent également être plutôt centrées sur ce pôle, ainsi que les difficultés liées à la compréhension de la consigne . Certains enfants peuvent également avoir des relations conflictuelles avec le maître et ainsi refuser tout apprentissage, c'est souvent le cas d'enfants en échec scolaire.

-Le pôle centré sur la structuration générale des connaissances (mémoire, capacité à mettre en relation des éléments , des actions , élaboration du langage ,capacités logico-mathématiques,etc...). Ainsi ,les difficultés suivantes semblent plutôt relever de ce pôle :

- difficultés à formaliser, à formuler , à valider
- difficultés à reconnaître une contradiction
- difficultés à se situer dans l'espace :
 - au niveau de la psychomotricité
 - au niveau de la géométrie

- difficultés dues à la lecture de certains énoncés mathématiques ,
- difficultés liées au fonctionnement de la genèse des mathématiques , de la structuration liée à la temporalité
- difficultés résultant de la pauvreté des représentations
- difficultés de passage d'un mode de représentation à un autre, d'une structure à une autre ou à une structure plus riche , de changer de cadre
- difficultés de structuration génétique ,ce type de difficultés se rencontre surtout chez les enfants en échec scolaire
- difficultés de raisonnement dues à un manque de maturation des structures mentales logico-mathématiques

Ainsi , une des difficultés essentielles des enfants en mathématiques se situe au niveau des représentations en jeu, du passage d'un type de représentation à un autre, de la capacité à changer de cadre ou non .Les enfants qui ont des difficultés en mathématiques soit n'ont aucune représentation des nombres , soit sont incapables de passer d'un type de représentation à un autre.

Quelques remarques sur l'attitude du maître face aux enfants ayant des difficultés :

1°) Souvent , quand un enfant ne sait pas , le maître répond au niveau du pôle des connaissances : il donne plutôt une réponse au niveau du contenu qu'au niveau de la méthode .

2°) L'erreur en mathématiques a souvent joué un rôle négatif , ce qui conduit l'enfant à ne plus essayer de trouver une solution quand il ne sait pas (il n'a pas le droit de se tromper) mais à attendre la réponse du maître . Or , lié à tout un travail sur le rôle de l'erreur en mathématiques (Rôle de l'erreur en mathématiques - M.H. Salin), on reconnaît actuellement à l'erreur en mathématiques un rôle essentiel dans la construction du savoir , rôle que bien des maîtres ignorent encore aujourd'hui.

3°) On s'approprie un concept, une notion autant en voyant des exemples dans lesquels ils s'utilisent de façon pertinente qu'en voyant des "contre-exemples" . Or le maître donne très rarement des "contre-exemples" ,des situations où ces notions ne s'utilisent pas ou pas de façon pertinente.

4°) La situation scolaire permet de mettre en place chez les élèves des comportements de surface, des attitudes qui trompent le maître . Ainsi celui-ci peut ne pas remarquer les enfants qui ont des difficultés en mathématiques : ces enfants mettent très souvent en place des procédures locales de mémorisation qui, passé un certain seuil (le passage en 6ème, par exemple) , conduisent à des carences lorsqu'il s'agit de mettre en place les choses. Si le maître remarque cette carence, il peut cependant repérer la profondeur de celle-ci et essayer d'y remédier.

Il s'agit ainsi de rechercher quelques outils didactiques pouvant être utilisés en situation de repérage des difficultés ou en situation d'apprentissage où le maître essaie de remédier aux carences constatées.

II. QUELQUES OUTILS DIDACTIQUES EXISTANTS.

Ces outils existent surtout pour les situations de repérage des difficultés.

A.- Quelques outils généraux utilisables dans les classes.

Pour essayer de repérer les difficultés des enfants au niveau du nombre F. Boule propose un tableau (voir annexe p.103) qui permet de situer ce qu'on fait quand on fait quelque chose. Ce tableau se lit de gauche à droite (d'abord l'espace, puis l'aspect logique , pour aboutir au pré-numérique et au numérique). L'idée de ce tableau vient du fait que quand on résout un problème, on met en place un mode de représentation des nombres qui peut faire appel à une représentation s'appuyant sur l'espace : les difficultés des enfants en calcul peuvent provenir de leurs difficultés de repérage au niveau de l'espace.

Par rapport au langage, deux types de questions peuvent se poser :
-comment éviter le passage obligé par un support verbal ? En effet, souvent la représentation efficace n'est pas une représentation verbale. Quand la représentation n'est pas verbale, comment savoir si les enfants ont accès à celle-ci ? Pour cela, F. Boule propose toute une série d'activités mathématiques en utilisant un matériel qui nécessite peu de support verbal, plus adapté aux enfants en difficultés.
-Comment donner du sens au support verbal ? Pour cela on peut utiliser des situations de communication en ayant repéré auparavant à quel moment

de telles situations peuvent fonctionner (situations de formulation, de validation) . Remarquons cependant que les situations de communication posent le problème de leur reproductibilité, qu'il faut en outre des phases nécessaires de "cours", pour institutionnaliser un résultat, une règle, une écriture, etc..., des phases nécessaires de réinvestissement.

Au niveau de l'espace, un travail à partir de la psychomotricité peut s'avérer efficace. F. Boule propose toute une série d'activités que nous décrirons plus loin pour essayer d'améliorer la perception de l'espace, sa ou ses représentations (puzzles, pavages, etc...).

Au niveau de l'écrit , il y a le problème de :

- la lecture des énoncés. Des travaux existent et dans la collection "Apprentissages mathématiques à l'Ecole Élémentaire " - ERMEL - on trouve toute une série d'activités destinées à favoriser une meilleure lecture des énoncés de problèmes (ERMEL -CE- p.32 à 46- Tome 1)
- la mise en place des codes, des écritures . Se pose le problème des écritures décimales , notamment de la position du zéro . Pour l'apprentissage des fractions et des décimaux , des difficultés des enfants ont été analysées dans les "Cahiers de Didactique des Mathématiques n°24 " - M.J. Perrin . Elle constate l'absence de représentation efficace des fractions et décimales, en particulier l'absence de relation entre les cadres numérique et géométrique : la représentation des nombres par les points d'une droite ne fonctionne pas pour ces élèves.

Les difficultés résultant de la pauvreté des représentations et du passage d'un type de représentation à un autre semblent les plus importantes chez les enfants ayant des difficultés . M. J. Perrin souligne que chez les élèves , la confusion entre un tiers et un huitième résulte d'une représentation sous forme de codage d'actions: (un tiers , c'est plier en deux trois fois) les fractions , c'est le pliage en deux un certain nombre de fois . Aussi propose-elle ainsi que l'équipe de Paris VII de travailler au niveau des représentations en jeu , par des changements de cadre : on se propose de jouer sur la pluralité des représentations.

Afin d'éviter la difficulté due à la non compréhension des règles de jeu , on peut expliciter le contrat didactique, ce à quoi on joue . Il faut réduire les implicites et travailler au niveau de la consigne . Dans certaines situations , il faut laisser cependant quelquefois du jeu : on joue avec ce que l'enfant met dans le mot , selon l'appropriation qu'il fait du matériel (travail de rééducation) .

Quant à l'utilisation de règles locales de fonctionnement élaborées par les enfants ,il s'agit d'abord de repérer ces règles, les situations qui ont permis leur mise en place puis de créer des situations de déstabilisation (où la règle ne fonctionne plus) qui ne permettent plus leur application pour les remplacer par des règles correctes.

Feuerstein , en Israël , face à des enfants en difficulté , a interpellé ces enfants au niveau de leur logique , de manière visuelle , par imprégnation. Il semble qu'il ait obtenu en Israël des résultats assez remarquables en utilisant une progression très stricte, des modes de représentation variés, et en inversant complètement le rapport verbal/ non verbal.

B- les travaux de F. Boule plus centrés sur les enfants en difficulté.

F. Boule propose un matériel qui permet de mettre les enfants en situation de jeu. Ces jeux sont plus spécialement destinés à des rééducateurs en mathématiques ("Faites vos jeux" - F. Boule) pour leur permettre surtout de repérer les difficultés des enfants sans être obligé de passer par le canal verbal.

1°) Présentation du matériel.

a) F. Boule a créé des motifs de papier-peint dans le but de poser des problèmes de voisinage, en demandant aux élèves de reconstituer les motifs.

b) Il considère deux types de pièces , autant qu'on veut de chaque sorte . A partir de ces pièces ,on peut constituer des motifs , remplir des boîtes de taille donnée, etc...

c) Il a créé des pièces qui peuvent constituer des circuits .

d) D'autres pièces peuvent donner lieu à des jeux logiques.

2°) Présentation des jeux.

Une classification peut être établie . On distingue, en effet :
-des jeux de type spatial :

-topologiques : repérer si l'enfant est capable de suivre un circuit, de reconnaître des noeuds

- géométriques : problèmes d'orientation, jeux de puzzle en volume, etc..., éventuellement un peu de raisonnement
- des jeux de type logique à l'aide de papiers peints, des jeux de classement
- des jeux numériques qui permettent soit de renforcer la représentation visuelle que se fait l'enfant du nombre, soit de renforcer le calcul mental.

3°) Un exemple de jeu : le jeu de puzzle

Ce jeu est à base de maille triangulaire, il est destiné à des enfants de grande section de maternelle. Il y a une progression dans les puzzles proposés, basée sur les hypothèses suivantes :

- plus on a d'axes de symétrie dans le puzzle, plus le puzzle est facile
- il y a une difficulté à faire un retournement

Ce jeu de puzzles devrait permettre d'établir une hiérarchisation des comportements en grande section maternelle : certains enfants trouvent au bout de deux minutes, d'autres butent sur la notion de retournement.

C.- Les travaux de G. Brousseau relatifs à l'échec électif en mathématiques.

Dans l'article "les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire", il rend compte de ses travaux.

Pour étudier les enfants en échec électif en mathématiques, il conjugue les méthodes statistiques et cliniques. Il analyse longuement la possibilité de constituer un échantillon à partir de l'opinion des maîtres. Il ne pense pas qu'il faille chercher les caractéristiques de ces échecs dans les variables psychomotrices ou cognitives comme on l'a fait à une certaine époque. Il donne quelques résultats relatifs aux acquisitions scolaires de ces enfants comparés ^{celles} à d'autres enfants dans une étude longitudinale de plusieurs échantillons sur 3 ans. Il conclut sur un court exemple en exposant les hypothèses sur lesquelles il travaille actuellement : Ces échecs scolaires seraient dus à un dysfonctionnement du contrat didactique dans les situations scolaires.

D.- Les travaux de l'INRP

Ces travaux portent sur la "détection précoce et la compensation de difficultés rencontrées par les élèves de l'école élémentaire en mathématiques".

ques" (rapport de l'INRP- G. Perrot-janvier 84). L'objectif de cette recherche est d'analyser pourquoi et comment certains élèves échouent. Suite à certains constats (instituteurs relativement démunis face à certains élèves qui "décrochent", élèves qui refusent de résoudre un problème, carences importantes ^{qui} peuvent passer inaperçues, confusion chez les enseignants entre "élèves rencontrant des difficultés" et "élèves en difficulté"), ils ont essayé d'élaborer un projet de recherche - action qui essaie de fournir aux enseignants de l'école élémentaire des moyens de repérer et de prendre en compte, au sein d'une école ordinaire, les difficultés naissantes chez chacun de leurs élèves. Ils ont repéré deux domaines d'intervention qu'ils ont appelés "influence de l'environnement" et "cicatrices d'apprentissage". Leurs modalités d'intervention ont été de deux types :- l'entretien individuel à orientation pédagogique
- l'organisation d'activités décroisonnées

E.-Apports de l'informatique.

1°) Utilisation de l'outil informatique avec des enfants ayant de grandes difficultés en mathématiques.

Une expérimentation sur ce thème a été lancée dans la Creuse. Il semble y avoir des résultats intéressants mais nous manquons d'information.

2°) Utilisation de logiciels pour repérer les difficultés des élèves ou pour viser un apprentissage.

a) Utilisation d'un logiciel portant sur les structures multiplicatives.

D. Butlen et F. Tréhard ont créé un logiciel pour l'étude des structures multiplicatives. Ils sont partis de l'idée que l'outil informatique allait jouer sur des cadres : cadre numérique-cadre géométrique. Les bons élèves se sont avérés encore meilleurs. Ils constatent un tassement des résultats des autres élèves. Cependant, proposer aux enfants ayant des difficultés des situations relativement ouvertes leur permettait de mobiliser des procédures élémentaires. Ainsi, pour eux, l'outil informatique est peut-être une aide pour l'acquisition des structures multiplicatives mais ce n'est pas l'élément déterminant.

b) Logiciels basés sur le nombre et sa représentation sur un axe .

F. Boule a créé des logiciels de jeux numériques qui utilisent le nombre et sa représentation sur un axe . Ainsi le jeu du nombre mystérieux donne la distance qui sépare le nombre donné par le joueur et le nombre à trouver ,de manière visuelle , sur un axe .

c) Utilisation de l'ordinateur comme outil de preuve.

Un travail avec des enfants en langage Logo devrait permettre d'amener ceux-ci par des procédures de tâtonnement expérimental , à trouver des stratégies correctes de résolution en géométrie tortue .

d) Introduction des calculettes.

On s'interroge sur la place des techniques opératoires notamment pour la division et le langage qu'on utilise . Il va falloir changer de langage si on veut utiliser les calculettes.

III. LE THEME DE TRAVAIL CHOISI : LE CALCUL MENTAL.

A. Les raisons de ce choix.

1°) Buts recherchés.

Le thème du calcul mental devrait permettre :

- de pouvoir cerner les procédures de résolution chez les enfants
- de construire un matériel qui éviterait de passer par un support verbal
- de cerner la place de l'écrit par rapport aux représentations
- de repérer deux types de fonctionnement :
 - le traitement mental de l'information
 - le résultat d'une mémorisation
- de repérer à partir de quelle taille de nombres les procédures utilisées bloquent
- de mettre en jeu des procédures de résolution variées , propres à chaque élève et ainsi de mobiliser des représentations variées du nombre
- de voir quels sont les enfants , qui au niveau des représentations mentales , ont des procédures de "pose" d'opération dans leur tête .
- de mettre en évidence le fonctionnement mental de sous-algorithmes souvent implicites
- d'observer des phénomènes de perturbation de ces sous-algorithmes

-de cerner à quel moment telle représentation est plus importante que telle autre. A quel niveau le travail se fait-il ? Quels sont les enfants qui n'y arrivent pas ?

2°) Autres raisons.

A une ou plusieurs représentations du nombre que se font les enfants , correspondent une ou plusieurs procédures efficaces . A un moment donné , l'enfant peut avoir plusieurs représentations , il choisira alors celle qui lui semblera la plus efficace. Le calcul mental permet également de mettre en place des situations qui visent à faire un diagnostic et des situations qui visent un apprentissage : le calcul mental se travaille . Il permet également de provoquer un changement d'attitude chez le maître en le sensibilisant aux différents cheminement possibles et aux différentes représentations que peuvent avoir les enfants . Cette prise de conscience devrait amener le maître à établir une phase indispensable de diagnostic des différents cheminement possibles, de repérer les enfants qui ont des difficultés et où elles se situent.

B. Le matériel possible.

Différents types de matériel sont envisageables :

- la construction de jeux de cartes
- l'utilisation de l'ordinateur en créant des logiciels appropriés
- l'utilisation de calculettes (mais attention à la signification particulière du signe =) .

C. Quelques exemples possibles.

- demander un encadrement d'un nombre
- le jeu du " Le compte est bon "
- travailler sur la mise en place de l'ordre de grandeur
- travailler sur la mise en place de la numération
- travailler avec des calculettes
- jeu du banquier
- leur donner un tableau d'informations , voir comment ils se débrouillent pour en extraire les informations pertinentes
- mettre les enfants dans une situation concrète qui les dépasse
- mettre les enfants dans des situations de communication

D. Les travaux effectivement réalisés dans ce domaine à partir des suggestions précédentes.

L'équipe de Paris VII dont font partie M. J. Perrin , D. Butlen , M. Pezard et C. Le Thielleux , ont réalisé plusieurs types d'activités différentes à partir de ce thème qui ont donné naissance à des recherches plus élaborées.

1°) Utilisation de l'outil informatique

M. J. Perrin et D. Butlen ont élaboré deux logiciels de calcul mental pour des élèves de CM dont l'objectif , à travers des calculs de produits est de travailler les propriétés de la multiplication , plus particulièrement celles de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition . Ces logiciels ont joué un rôle essentiellement de diagnostic des difficultés des élèves dans ce domaine . Ils ont permis de repérer de nombreuses difficultés liées à la fois à l'utilisation adéquate de la distributivité et à l'utilisation de l'ordinateur , en particulier :

-des difficultés de manipulation face à l'ordinateur ont fait perdre de vue le problème proposé

-dans ces classes , les élèves en difficulté ne possédaient que quelques représentations des nombres et étaient incapables de passer d'une représentation à une autre quand ils en possédaient plusieurs

-par rapport à la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition , ils utilisaient une règle formelle en quatre morceaux, par exemple :
 $(10+8) \times (10+5) = (10 \times 10) + (10 \times 5) + (8 \times 10) + (8 \times 5)$

Ils appliquent cette règle au hasard en essayant de reproduire le schéma de la maîtresse sans le comprendre, ce qui conduit à de fréquentes erreurs: on a bien des morceaux de ce genre, mais pas les bons !

2°) Autres travaux.

D Butlen, C. Le Thielleux et M. Pézard ont travaillé sur le calcul mental du CP au CM . Le but était de diagnostiquer sur un nombre précis de sujets, les difficultés et les stratégies des élèves . Ils ont travaillé en particulier sur :

- les écritures et la décomposition des nombres
- le calcul mental de sommes
- compter, décompter
- le jeu de l'autobus
- le calcul de produits
- le calcul de puissances successives de deux

- les approximations
- le lien entre la proportionalité et le calcul mental

Le compte rendu de l'ensemble de ces travaux et les résultats seront publiés par l'IREM de Paris VII ,dans les Cahiers de Didactique , ces travaux étant trop importants pour être publiés in extenso ici .

IV. TRAVAIL AVEC DES NORMALIENS OU DES INSTITUTEURS EN FORMATION.

La question posée est de savoir comment travailler avec les normaliens ou les instituteurs pour les sensibiliser aux difficultés rencontrées par les élèves et essayer d'y remédier . Pour cela , il faut effectuer une double institutionnalisation : celle du savoir et celle de la didactique .

Pour sensibiliser les normaliens à la nécessité d'établir des évaluations qui permettent de déceler les difficultés des enfants sur une notion donnée , on peut :

- soit leur faire construire et analyser un questionnaire d'évaluation écrite à propos d'un apprentissage , le faire tester dans les classes, puis analyser les résultats obtenus ,l'efficacité de ce questionnaire (permet-il effectivement de déceler les difficultés des élèves à propos de la notion apprise ?)
- soit d'analyser un questionnaire tout fait et les résultats obtenus lors de la passation de ce questionnaire.

Par rapport aux trois pôles concernant les difficultés des enfants en mathématiques (pôle des contenus - pôle de l'attitude de l'enfant face au savoir, à l'école , au maître - pôle de la structuration générale des connaissances) , on a des éléments de réponse pour sensibiliser les normaliens au niveau :

- du pôle des connaissances relatives au contenu mathématique
 - du pôle de la structuration générale des connaissances
- par les travaux menés actuellement en didactique des mathématiques qui permettent surtout de lever les difficultés que rencontrent les enfants dans les apprentissages. Ainsi , un cours de didactique s'avère indispensable.

Cependant , en ce qui concerne le deuxième pôle , à savoir , le pôle de l'attitude de l'enfant par rapport au savoir , au maître , à l'école , on sait qu'il faut sensibiliser les normaliens à développer chez l'élève les capacités suivantes : attention , concentration, motivation , envie de progresser , etc... Mais dans l'état actuel des recherches , on ne sait pas vraiment comment former les maîtres pour qu'ils y arrivent . Sur ce point précis , les recherches en didactique des mathématiques , n'apportent pas encore de réponse satisfaisante : chez les enfants en difficulté en mathématiques , on trouve d'autres facteurs notamment le rôle de l'environnement social, du milieu familial et des facteurs d'ordre psychologique. Ainsi ,si les recherches en didactique permettent de lever certaines difficultés ,celles-ci concernent surtout les enfants qui rencontrent des difficultés lors de l'apprentissage de certaines notions et non pas les enfants en échec scolaire . En effet , les travaux actuels de recherche en didactique des mathématiques donnent souvent , à propos d'une notion à la fois les difficultés rencontrées par les élèves et les moyens d'y remédier . Cependant les problèmes de la transmission des travaux en didactique et de la reproductibilité des situations reste encore un sujet de recherche qui est loin d'être épuisé comme en témoignent les travaux de M. Artigue .

V. CONCLUSION.

Ce type de réflexion faisant le point sur les difficultés des enfants en mathématiques est relativement récent. Les personnes s'intéressant à l'éducation spécialisée ont déjà travaillé sur ce thème mais le public scolaire visé concerne surtout des enfants en échec scolaire . Ce compte rendu est un premier essai de synthèse mais une réflexion approfondie mérite d'être menée .

IV. BIBLIOGRAPHIE.

- ARTIGUE M. - Modélisation et reproductibilité en didactique des mathématiques - Cahier de didactique des mathématiques n°8 - IREM de PARIS VII.
- BOULE François - Faites vos jeux - Ecole Normale d'Auteuil - Paris - 1986
- BROUSSEAU G. - Le cas de Gael - IREM de Bordeaux
- Les échecs électifs en mathématiques - Revue de Laryngologie - vol 101 n° 3-4 - 1980
- BRUNELLE L. , BARATAUD D. - De l'erreur à la réussite en mathématiques "- coll. Education - F. Nathan - 1985
- BUTLEN D. - Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au CE -Thèse de 3ème Cycle - Paris VII - 1985
- CHAUVER, LE BARS, LE LEON - "Pédagogie moderne de la mathématique et dyscalculie - Mémoire d'orthophonistes - Bordeaux - 1975
- CAUZINILLE Evelyne et MATTHIEU Jacques -
- CAZENAVE Béatrice - Incidence du retard de langage sur le calcul - Revue de Neuro psychiatrie infantile vol. 18 - n° 1-2 - 1970
- DOUADY R. -Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques - Thèse d'Etat - Paris VII - 1984
- DREVILLON, HUTEAU , LONGEOT ,MOSCATO, OHLMAN - Fonctionnement cognitif et individualité -Ed. Mardaga - Bruxelles - 1986 -
- FEUERSTEIN (sur Feuerstein) - Rééduquer l'intelligence - Le Monde de l'Education - nov. 83
- ANTOINE DE LA GARANDERIE - Les profils pédagogiques - Ed. Centurion
- GELMAN R. ,GALLISTEL : "The child's understanding of number " - Havard University Press - London - 1978
- G.E.P.A.L.M.(Groupe d'études dirigé par F. Jaulin Manoni) - Recherche sur les Fondements d'une pédagogie authentique -commandité par le CORDES -dépendant du com. gén. du Plan - 1978

- HUSAERT VAN GERTRUYDEN -La dysclaculie chez l'enfant -Diagnostic différentiel -Revue de neuro psychiatrie infantile n°10-11-1975
- JAULIN-MANONI F. - Le pourquoi en mathématiques - pour une analyse critique de l'acte d'enseigner - Ed. ESF - 1975
- LAUTREY J. - Travaux sur différents cheminement cognitifs chez des enfants de CP -
- LHERMINIER - MARINO I. - Dépendance / indépendance par rapport au champ - Revue Enfance - vol . 2-3 - 1985
- METTON -GRANIER M. - L'acquisition de la notion de nombre chez l'enfant déficient mental - Revue de neuro psychiatrie infantile vol. 18 n°1-2 - 1970
- NORMAN Lindsay -Traitement de l'information et comportement humain - Ed. Etudes Vivantes (Montréal/Paris) - 1986
- NUTTIN J. -Tâche,réussite et échec - Publication universitaire de LOUVAIN Ed. Béatrice Nauwelaert
- PERRIN GLORIAN M.J. -Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège - Cahier de Didactique des mathématiques n°24 -IREM de Paris VII
- PEZARD M. -Une expérience d'enseignement de la proportionalité à des élèves instituteurs - thèse de 3ème cycle - Paris VII
- RICHARD J. F. - Résoudre des problèmes au laboratoire, à l'école , au travail -Revue de psychologie française tome 29 -3/4- nov 84.
- SALIN M.H. - "Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'Ecole Primaire " -Etudes en Didactique des Mathématiques - IREM de Bordeaux - 1976
- VERGNAUD G. -L'enfant, la mathématique et la réalité -Coll. Exploration Recherches en Sciences de L'Education -Ed Peter Lang -1981-
- WEYL KAILEY Lusiane - Victoire sur les maths - Coll. Réponses - Ed. Robert Laffont - 1985 -

REVUE "PSYCHOLOGIE FRANCAISE " Ed. A. Colin

Résoudre des problèmes - nov. 1984

Le représentations - nov. 1985

Espace et cognition chez l'enfant - mars 1986

SERIE "EDUCATION ET FORMATIONS " de l'ex SIGES (Srevice des études informatiques et statistiques - Direction des Ecoles) devenu le SPRESE

Evaluation de l'enseignement du CP - 1980 - 3

Evaluation pédagogique de la 6ème - 1982 - 2

Evaluation CM2/6ème - 1983 - 3

Evaluation CE2 - 1983 - 7

TRAVAUX DE L'I.N.R.P.

Collection "Rencontres pédagogiques "

- (Collectif) - Comment font-ils ? L'écologiste et le problème de mathématiques. - 1984 - n°4

- Perrot G. - En mathématiques , peut mieux faire - L'élève face à la difficulté en mathématiques - 1986 - n°12

I. Moryussef Logo et troubles de la représentation spatiale : une activité dans un centre de formation pour handicapés.
Pégase. Bulletin d'information et de liaison interne à l'IREM de Grenoble n°5 janvier 87

E S P A C E

L O G

POSITION ET
ORIENTATION

■ Action

RECONNAITRE, REPRODUIRE
une situation comportant
des orientations mutuelles,
des voisinages (poupées,
village...)

TRAJET à reproduire
(repère fixe ou variable)

POINT DE VUE : repérer les
points de vue possibles d'
une nature morte.

■ vocabulaire

position ou orientat. :	vécu, mvt.	objet maqu.	vocabulaire
/ à 1 objet			dessus, ... haut, ...
relat. mutuelle			dedans, ...
relat. entre indiv. ou objets			entre, au milieu
objet/sujet ou entre objets			à côté de, ...
posture			debout, assis, ... vertical, ...
/ repères fixes			vers, devant, ... à droite, ...
sujet/autre			en face, ... à côté de, la droite de
sujet/objet orientés ou non			à dr. de, ... entre à la dr. de

M E S U R E

CONSERVATIONS de LONGUEURS.

COMPARAISON directe de lon-
gueurs (tiges, bandes, ficelles)

COMPARAISONS médiates.

ESTIMATIONS

Pavages. Equivalences d'aires
(découpages, superpositions)

UNITE. SYSTEME D'UNITES.

Géoplan; quadrillages. Calcul
d'aires simples.

CONVERSIONS. Echelles. Repro-
duction de dessins sur qua-
drillages. Report de cotes.
Reprod. aux instruments.

FORMES
(PATTERN)

□ Reconnaissance

IDENTIFICATION d'images
semblables (cf. Memory)

Jeux de KIM

Dominos numériques ou non.

Planche à chevilles. GEOPLAN

Jeux d'encastements.

Identification de solides
semblables (cubes emboît.)

□ Reproduction

Situations planes (géoplan,
planche à chevilles...)
ou en volume (cubes...)

▷ avec modèle présent

▷ différé (même orientat.)

▷ différé (orientation ≠)

▷ reproduction avec trans-
formations.

RAPPORTS GÉOMÉTR.

TOPOLOGIE : continuité,
proximité,
voisinages.

puzzles figuratifs,
ficelles, noeuds, labyrinthe.

Règle "V" : Dominos, circuit
coloriages

ALIGNEMENTS : Marelles,
tic-tac-toe, solitaire,
Dames, jeux sur quadrill.

SUPERPOSITION.

ANALYSE DE FORMES : segment
nombre de côtés, angles.
Parallélisme. (pliages, dé-
coupages).

PAVAGES. QUADRILLAGES.
ETUDE DE POLYEDRES.

(comparaison, démontage,
constructions)

Polygones classiques.
Disques.

TRI, CLASSEMENT

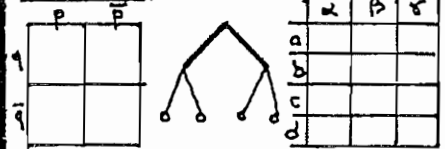
MATERIEL STRUCTURE PAR UN
CLASSEMENT TOTAL (cf. Blocs)
repérage de partition, de LA
loi de classement.

MATERIEL A STRUCTURE COMPLEXE
(dominos, boutons, ...)
Recherche d'une disposition.

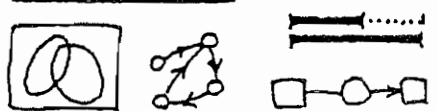
MATERIEL NON STRUCTURE :

invention, mise en oeuvre d'
un, de plusieurs rangements
(organisation du plan)

lecture, construction de
tableaux, d'arbres.



SCHEMATISATION



SIGNAL, SYMBOL

SIGNE { objet singulier : ét
collection { qua
collection absente :
quar

LECTURE, CREATION DE SYMBOL
pertinent, univoque

COMPOSITION de symboles, ou
chronologique (suite d'acti-
vité) logique (signal composé, cf.

EGALITE | cas p
A=B x=3 | OPERATION
7 = 3+4 | 3 + 4

CODAGE D'UNE SITUATION ou
Recherche d'indices ; segm

ANTICIPATION, ORGA
STRAT

REPRESENTATION D'UNE SER

ALGORITHME. ORGAN

Anticipation d'une loi.

Jeux simples: Marelles, s
Prévision des coups à un
Critères de choix d'un c

IQUE

PRÉ-NUMÉRIQUE & NUMÉRIQUE

SÉRIATION, RYTHME

REPERAGE ou INVENTION d'une LOI GÉNÉRATIVE:

PERIODIQUE : RYTHME

NON-PERIODIQUE : PROGRESSION

série linéaire d'objets ou de signes, à poursuivre.

série auditive (coups frappés, modulation, hauteur, timbres)

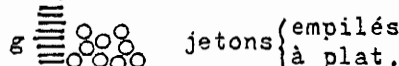
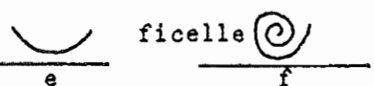
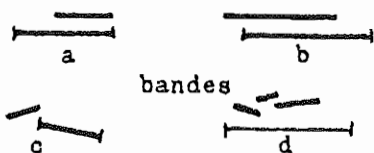
organisation plane :

correspondance de 2 séries

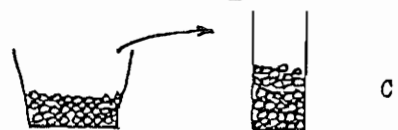
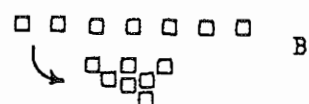
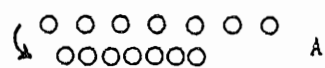
complétion d'une série "à trous"

Mise en ordre d'un récit tronçonné, ou en images.
Segmentation d'un récit:
Construction d'une B.D.

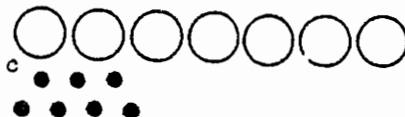
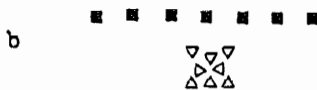
comparaison



conservation



correspondance



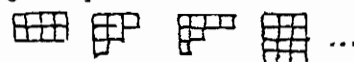
d : construction d'une collection équivalente à une collection donnée.

sérialisation

A.suite d'objets quelconques
- reproduction de la suite
- reproduct. inversée

B.suite d'objets ordonnables par taille (réglettes, poupées...)
- série complète
- intercalement
- série double.

C.objets non comparables par juxtaposition :



OLE, SIGNE

iquette (individuelle)
ité { élément générique
propriété

ité (nombre)

étiq.négative

ES : recherche d'un trait
simple.

de signaux :
ons, histoire)

. Code Route);classification.

articuliers

PREDICAT | CORRESP. | COMPOSIT.
+3 | a → b | 4+(6:2)

L'UN PROBLEME.

entation ; codage

ISATION des ACTIONS ÉGIE

IE D'ACTIONS.

IGRAMME.

olitaire, Fan Tam, Marguerite.
e "profondeur" un, deux, ...
oup

LES REPRESENTATIONS DU NOMBRE :

■ constellations

NOMBRE VU .petits nombres
image ↔ longueur/couleur (réglettes)
↔ chiffre

Dominos, cartes à jouer, réglettes, Dominos ±, cubes.

■ visuel / oral

Enregistrement des Tables de Pythagore

Tableaux de nombres. Tables incomplètes. Jeu de Pythagore.

■ Abstrait

techniques de calcul écrit.

Opérations sur des "grands" nombres. Ordre de grandeur.

■ sériel 1

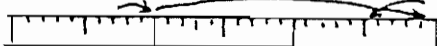
Ajouter Un, compter sur ses doigts. Dénombrement I à I.



Ajouter, retrancher de petits nombres. Jeu de l'Oie, Dés (2 à la fois), Dominos ±

■ sériel 2

Série rythmée par dizaines, centaines...



Calcul mental.

"Le compte est bon", ...

N.B.: Ceci n'est Ni une progression
Ni une grille d'objets.

F. BOULE E.N. AUBAIL
C.A.E.I. 1982

LIAISON ECOLE - COLLEGE

GROUPE A₅

Rapporteur : Brigitte POULAIN

O) Les présents :

5 PEN ; 1 professeur de collège ; 1 directeur d'études CRCEG.

Deux animateurs : 1 professeur de collège, 1 PEN.

I) Le tour de table :

Il ressort du tour de table effectué en début de séance, que les préoccupations des participants se répartissent selon plusieurs axes.

- Etude des méthodes (pédagogiques, apprentissage du savoir, institutionnalisation) en CM₂ et en sixième.
- Etude de la cohérence/continuité des programmes (surtout en fonction des nouveaux programmes).
- Réflexion sur les objectifs qui peuvent être assignés aux stages de liaison CM₂-6^e dont la plupart des participants se voient attribuer l'animation.

II) Premier thème abordé : La symétrie orthogonale

Il semble qu'enseigner la symétrie orthogonale relève d'une injonction paradoxale (en 6^e) ; en effet, celle-ci était enseignée en 4^{ème} et ne saurait-être enseignée telle quelle (mutatis mutandis) en 6^e ; Or, d'autre part, elle est aussi enseignée en CM₂... Alors ?

L'acquis du CM₂ porte sur la notion de figure symétriques, notion issue des manipulations de pliage ou de miroirs. On va même jusqu'à

déterminer sans plier, la ligne de pliage (émergence d'invariants).

Cet acquis fait qu'en 6^è, il y a une apparente "facilité à réussir" des élèves, facilité qui donne l'impression de "bricoler". Mais, cette facilité disparaît lorsque l'on s'attache à travailler, non plus sur des figures symétriques, mais aussi sur le symétrique d'une figure, grâce à l'apparition de phénomènes "distracteurs" (figure coupant l'axe, inclination de l'axe, feuille non rectangulaire etc...). Ces situations, qui sont, ipso facto, évacuées par la formalisation, montrent que l'heure n'est pas encore en 6^è de formaliser la notion de symétrie....

Outre ce premier saut épistémologique (figures symétriques symétrique d'une figure) [saut qui est sous-tendu par un autre : celui qui consiste à passer du global au local, c'est-à-dire, à percevoir une figure comme engendrée par des points, des segments, des propriétés de convexité, de distance à partir de ses éléments caractéristiques et non plus comme une "forme"] ; outre ce premier saut, donc, la 6^è a aussi pour tâche d'installer un deuxième changement de point de vue, dans de "brèves séquences déductives" pour déduire les propriétés des figures. L'élève est donc confronté à la "découverte" de "non-évidences" à partir d'"évidences" et grâce à un raisonnement ; cette utilisation de la symétrie est neuve par rapport à l'usage qui en est fait en CM₂.....

III) Deuxième Thème abordé : le nombre (calculs)

Il semble que le point nodal soit le problème du sens ; sens des écritures des nombres, que ces écritures soient décimales, fractionnaires, additives, multiplicatives ou... Ainsi, pour l'élève de CM₂, $7,5 + 4,3$ désigne un nombre, alors qu'en sixième il s'agit d'une "opération".

En CM₂ on "élabore des algorithmes", en 6^è, on les considère en tant que tels. Cette absence de sens, impliquant une absence de feedback semble caractériser la sixième, or, cette absence de feedback est

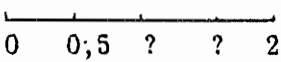
vitale pour l'élève, car rien n'est acquis du sens à l'issue du CM₂....

Ainsi, des élèves de 6^e, confrontés au problème suivant :

$3 + \frac{2}{10}$  Combien de carreaux dans le rectangle ?

$5 + \frac{3}{10}$

n'investissent pas le fait que $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ (au niveau du découpage.)

Or même, si l'on demande à des élèves de coder les points de la droite par un décimal :  , on n'observe que 9,37 % de réussite.....

Il semble donc que la sixième aurait pour tâche de multiplier (et diversifier) les situations donnant du sens aux diverses écritures des nombres et aux moyens de passage d'une écriture à une autre.....

La calculatrice, parce qu'elle permet une vérification des hypothèses (ou lois conjecturées) émises à propos des règles de transformation d'écritures est un outil privilégié de ce genre de travail.

IV) Troisième thème abordé : La proportionnalité

Les premiers problèmes soulevés par la proportionnalité sont sûrement de notre fait : il y a trop d'implicites dans le langage des mathématiques à ce sujet : celui-ci met sus le terme "proportionnalité" des passages "obligés" :

tableau de proportionnalité	→	modèle mathématique
"	→	pourcentage
"	→	linéarité graphique

Il semble, qu'au CM, la proportionnalité soit utilisée comme un outil implicite permettant de traiter une multitude de situations (qui sont très diverses....). Le graphique est une représentation de la situation, mais son statut n'est pas clair (permet-il de déduire : interpolation ? intrapolation ?).

En 6^e, il faudrait traiter cela au sein des gestions de données, et là encore, la proportionnalité apparaît comme un outil de traitement des situations, des données - dont il souhaitable quelles soient amenées par l'élève - . On redonnerait ainsi aux mathématiques leur fonction de modèle explicatif (et/ou prédictif) de la vie courante... La notion de pourcentage est la plus pertinente qui permette de comparer des choses entre elles.....

V) Quatrième thème abordé : Les stages de liaison :

Plusieurs solutions sont envisagées et je me contenterai de les énumérées :

- Constituer des équipes de 8/9 professeurs de 6^e qui se réuniront une fois par trimestre et réaliseront une "banque" sur "gestion de données".
- Réunir, par secteurs scolaires, des professeurs de 6^e et des instituteurs de CM₂ aux fins d'échanger leurs désirs et pour préparer le travail des commissions d'harmonisation...
- Réaliser des stages PAF, CM₂/6^e au cours desquels on prévoirait des activités et on discuterait de leur spécificité.....

Il semble pour tous les participants, nécessaire dans tous les cas, une étape de "convivialité" d'où doit se dégager une entente et un langage commun. Cette étape, peut profitablement être gérée avec l'aide de "spécialistes" en problèmes de la communication.

VI) Annexes :

Programmes de l'E.E et du premier cycle.

PROGRAMMES^{*} : ECOLE ELEMENTAIRE

1

Mathématiques

1. Nature et objectifs

L'enseignement des mathématiques vise à développer le raisonnement et à cultiver chez l'élève les possibilités d'abstraction. Il apporte une exigence de rigueur dans la pensée et de justesse dans l'expression. Il fait acquérir des connaissances et des compétences dans les domaines numérique et géométrique, tout en aidant l'élève à se forger des méthodes de travail. Il stimule l'imagination.

2. Instructions

Les travaux et exercices donnent lieu à une reprise ordonnée des apports essentiels, transcrite et conservée par l'élève dans son cahier. Celui-ci doit être tenu avec beaucoup de soin.

Lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage

actif : ils découvrent les notions comme des réponses à des problèmes.

On peut répartir ces problèmes en trois groupes :

- ceux qui permettent la construction de nouveaux outils mathématiques (par exemple l'introduction de la soustraction, de la multiplication, des nombres décimaux) ;
- ceux qui invitent à utiliser des acquis, à en percevoir éventuellement les limites d'utilisation, offrant ainsi au maître les moyens de contrôler le savoir (par exemple la construction d'un objet, l'agrandissement d'une figure, le premier apprentissage de la division euclidienne) ;
- ceux qui sont liés à une véritable recherche (par exemple trouver tous les patrons d'un cube).

Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils, numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes. Pour cela, le maître habitue les élèves à organiser les données (ce qui suppose des outils et la capacité de les choisir) ; à associer à une question posée les connaissances utiles ; à exprimer, oralement et par écrit, leurs démarches et les résultats obtenus, en essayant de les justifier.

C'est l'occasion pour l'élève de s'approprier le langage mathématique, en restant attentif aux interférences éventuelles avec la langue courante, et d'accéder à l'organisation logique des raison-

nements. C'est l'occasion pour le maître de constater réussites et échecs, en s'efforçant de comprendre ce qui les détermine.

Il importe de développer l'aptitude des élèves à prouver ce qu'ils avancent ; ainsi, selon les cas et en fonction de leur maturité, ils peuvent utiliser une argumentation de type mathématique, mettre en évidence un contre-exemple, confronter le résultat avec la réalité, prêter attention à la différence entre le calcul et la mesure, etc.

Enfin, l'utilisation de l'informatique, à propos de la résolution d'un problème numérique ou géométrique, en particulier au cours moyen, permet d'initier l'élève à la recherche d'algorithmes et de développer ses capacités logistiques.

3. Programmes

COURS PRÉPARATOIRE

L'élève découvre les nombres jusqu'à 100, apprend à utiliser l'addition, s'initie à l'organisation de l'espace et à quelques figures géométriques simples, fait des exercices préparatoires à la mesure.

A. Arithmétique

Classement et rangement des objets et des collections d'objets selon des critères simples ou composés.

Écriture et nom des nombres de un ou deux chiffres selon la numération décimale. Découverte des nombres de plus de deux chiffres.

Utilisation des écritures additives.

Distinction du nombre ordinal et du nombre cardinal.

Comparaison de deux nombres.

Utilisation des signes : = ('égal'), ≠ ('différent de'), < ('inférieur à'), > ('supérieur à').

Écriture d'une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

Problèmes faisant intervenir la somme de deux ou plusieurs nombres. Familiarisation avec l'utilisation des parenthèses ; construction, utilisation et mémorisation de la table d'addition.

Construction et utilisation de la technique opératoire de l'addition, en particulier avec retenue.

Problèmes exprimés sous la forme :

$$a + \dots = c$$

Initiation au calcul mental.

ECOLE ELEMENTAIRE

B. Géométrie

Repérage dans l'espace (les objets par rapport à soi).

Déplacement de l'élève et construction d'itinéraires en tenant compte de contraintes.

Utilisation des quadrillages, des diagrammes, des tableaux.

Reconnaissance et organisation des formes et des figures simples :

Courbes et domaines : intérieur, extérieur. Rosaces, frises, pavages, mosaïques, puzzles.

Tracés à la règle.

C. Préparation de la mesure

Repérage d'événements dans la journée et dans la semaine.

Mise au point d'une procédure pour classer et ranger des objets selon leur longueur et selon leur masse.

COURS ÉLÉMENTAIRE

En continuité avec les acquis du cours préparatoire, l'élève prolonge le travail sur les nombres entiers jusqu'à 10 000, découvre la multiplication et la soustraction, aborde la division, met au point des techniques de repérage, de reproduction et de construction, s'initie à la mesure des longueurs et des masses.

A. Arithmétique

Écriture et nom des entiers naturels ; comparaison et utilisation des signes : =, ≠, <, >. Problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication ; désignation d'un nombre par des écritures différentes.

Transformation des additions, soustractions et multiplications pour élaborer les techniques opératoires.

Utilisation des propriétés des opérations ; acquisition des procédures de calcul mental, et mise en œuvre systématique ; utilisation des parenthèses.

Calcul sur les nombres :

Connaissance et maîtrise des techniques opératoires.

Construction, utilisation et mémorisation de la table de multiplication.

Reconnaissance de problèmes relevant de la division ; détermination du quotient et du reste par une méthode empirique de calcul. Ordre de grandeur et encadrement d'un résultat.

Utilisation, dans l'ensemble des entiers naturels, des fonctions numériques : $n \mapsto n + a$ et

$n \mapsto n \times a$, et leurs réciproques ; problèmes relevant de ces fonctions.

B. Géométrie

Repérage des cases ou des nœuds d'un quadrillage ; utilisation de ces repérages.

Reproduction, description, représentation (à l'aide de procédés conventionnels) et construction d'objets géométriques (solides, surfaces, lignes) :

Manipulation et classement des objets physiques.

Utilisation des instruments : papier-calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit.

Mise au point des techniques de reproduction et de construction : calque, pliage, découpage, patrons de solides.

Utilisation d'un vocabulaire géométrique et d'une syntaxe logiquement articulée.

Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (symétrie, translation).

C. Mesure de quelques grandeurs

Repérage des événements dans la journée, la semaine, le mois, l'année : comparaison des durées (expression verbale et représentation symbolique).

Classement et rangement d'objets selon leur longueur et selon leur masse.

Connaissance des unités du système légal (longueur) et usuel (masse).

COURS MOYEN

L'élève consolide et prolonge ses acquis concernant les nombres entiers et les quatre opérations, découvre les nombres décimaux et les fractions, aborde la proportionnalité, améliore sa connaissance des objets géométriques, affine ses compétences en tracé et construction, procède à des mesures.

A. Arithmétique

Écriture, nom et comparaison des entiers naturels. Nécessité d'introduire de nouveaux nombres : nombres décimaux et nombres s'écrivant sous forme de fractions simples.

Écriture et nom des nombres décimaux.

Désignation d'un nombre décimal par l'addition, la multiplication, la soustraction et la fraction ; passage d'une écriture à une autre. Comparaison des nombres décimaux (intercalation, encadrement).

Problèmes relevant de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division : élaboration, dans l'ensemble des décimaux, des techniques opératoires, mentales ou écrites, et des procédés de calcul approché (ordre de grandeur et encadrements).

Reconnaissance et utilisation des fonctions numériques : $n \mapsto n + a$ et $n \mapsto n \times a$, et leurs réciproques, définies dans l'ensemble des nombres décimaux. Problèmes relevant de ces fonctions et plus particulièrement de la proportionnalité (exemple de la règle de trois).

Application des procédures de calcul mental dans l'ensemble des décimaux, en utilisant des techniques opératoires, et les propriétés des fonctions numériques étudiées.

B. Géométrie

Reproduction, description, représentation et construction de différents objets géométriques (solides, surfaces, lignes).

Application à des objets géométriques des transformations ponctuelles (translation, rotation, symétrie) :

Utilisation des instruments : papier-calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit.

Mise au point des techniques de reproduction et de construction : report de distances ; reproduction, agrandissement ou réduction d'un dessin fait sur fond quadrillé ; tracé de parallèles ou de perpendiculaires.

Utilisation d'une syntaxe logiquement articulée et d'un vocabulaire géométrique : cube, arête, sommet, face, sphère, boule, triangle, quadrilatère, parallélogramme, rectangle, losange, carré, côté, diagonale, cercle, disque.

C. Mesure de quelques grandeurs

Formation des concepts de longueur, d'aire, de volume, de masse, d'angle et de durée ; utilisation des systèmes de mesure : expression, par un nombre ou par un encadrement, du résultat d'un mesurage.

Utilisation des unités du système légal et usuel.

Calcul sur des nombres exprimant des mesures de longueur ou de poids.

Utilisation des instruments de mesure : double décimètre, balance, montre, etc.

Détermination du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'un rectangle, de l'aire d'un triangle, du volume d'un pavé.

Utilisation d'un formulaire pour calculer l'aire ou le volume d'un objet donné.

PROGRAMMES : COLLEGES

Mathématiques

1. Nature et objectifs

L'enseignement des mathématiques comporte deux aspects :

Il apprend à relier des observations du réel à des représentations : schémas, tableaux, figures.

Il apprend aussi à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

Cette démarche permet de bâtir des mathématiques à partir des problèmes rencontrés dans plusieurs disciplines et, en retour, d'utiliser les savoirs mathématiques dans des spécialités diverses.

Elle accorde une grande place à l'activité de construction, de réalisation de dessins, de résolution de problèmes, d'organisation et de traitement de données, de calculs... Cela permet aux élèves de mieux prendre en compte le caractère « d'outil » des mathématiques.

Elle concourt à la formation intellectuelle de l'élève et doit notamment :

Développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;

Stimuler l'imagination ;

Habituer l'élève à s'exprimer clairement, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;

Affermir les qualités d'ordre et de soin.

Ainsi, l'enseignement des mathématiques au collège favorise le développement des capacités de travail personnel de l'élève, et de son aptitude à chercher, à communiquer, et à justifier ses affirmations.

2. Instructions générales.

Choix des méthodes

A. Progression de l'enseignement

Il existe, pour chaque classe, des dominantes de contenus et d'activités qui rendent possible une bonne organisation du temps disponible et permettent de réaliser la cohérence et la progression de l'enseignement. Il importe, en effet, d'éviter l'émiettement et de faciliter la bonne structuration des savoirs et des méthodes.

Une distinction claire doit être établie entre :

Les activités prescrites par les programmes, qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible ;

Les connaissances exigibles, qui sont beaucoup plus restreintes que ce qui se fait en classe ;

Les activités complémentaires éventuelles sur tel ou tel point.

Chaque sujet mathématique n'est pas un bloc d'un seul tenant, il n'a pas à être présenté de façon exhaustive. Il convient au contraire de faire fonctionner à propos de nouvelles situations, et autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision, les notions et « outils » mathématiques antérieurement étudiés ; il convient également de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais

en place ; il convient enfin de mettre en œuvre des exercices de synthèse pour coordonner des acquisitions diverses.

L'étude d'une notion à un niveau déterminé implique qu'elle sera désormais, et le plus souvent possible, intégrée systématiquement à l'activité mathématique.

B. Méthodes

1. Une appropriation mathématique, pour un élève, ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations : il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes.

Pour atteindre ces objectifs, les séquences courtes (information donnée par le professeur, exercice d'application directe, réponse et commentaire) doivent se combiner avec des séquences plus longues. Celles-ci sont centrées sur l'étude de situations mettant en jeu les « outils » visés et utilisés, selon les cas, comme terrain d'observation ou comme champ d'intervention des connaissances. Ces conditions sont essentielles si l'on veut, d'une part, amener les élèves d'une classe à la compréhension intuitive des concepts et à leur mise en œuvre appropriée dans des situations simples, d'autre part, leur permettre d'approfondir et d'enrichir leur formation mathématique.

Par exemple, pour l'acquisition des techniques opératoires sur les nombres décimaux, il ne suffit pas de décrire des placements de virgule et d'adjoindre éventuellement des zéros adéquats. Il est nécessaire d'étudier des situations dans lesquelles on a besoin d'opérer sur des nombres décimaux, et d'écrire un même décimal sous plusieurs formes (cela s'est déjà fait à l'école élémentaire, mais doit être amélioré au collège). Une construction de courbe point par point peut être ainsi l'occasion d'une meilleure assimilation des techniques opératoires.

2. On devra donc privilégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes.

Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour des « outils » qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente.

Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution. Elles doivent aussi :

Permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde ;

Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;

COLLÈGES

Rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;

Fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement. On y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminement qui permettent de fructueuses comparaisons.

Le professeur doit donc procéder avec une attention particulière au choix pertinent des situations à étudier. Il doit aussi veiller à bien organiser les phases du déroulement de l'activité. Une condition première est de prévoir une durée suffisante. Pour le développement complet de l'activité formatrice, de la phase initiale à la mise en place des connaissances désormais considérées comme acquises, l'échelle des temps est en heures, voire en semaines, comme dans l'étude de la proportionnalité.

C'est à ce prix que l'on peut :

Habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer, donc d'entraîner à chercher ;
Ménager des séquences déductives motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficultés progressives au long des quatre années du collège ;

Souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne (pourcentages, échelles, représentations graphiques...) et en utilisant les moyens modernes de communication (informatique, banques de données, audiovisuel...).

3. Le professeur doit toujours distinguer l'essentiel de l'accessoire, et percevoir les relations entre les diverses parties. Il lui faut encore prendre la distance nécessaire par rapport à ses propres connaissances, car son métier ne consiste pas à amener ses élèves, sur un sujet donné, à un niveau voisin du sien. Il sait identifier et prévoir les subtilités qu'il est préférable de taire, les démarches rigoureuses qui sont à remplacer par des arguments accessibles aux élèves, les exigences prématurées de formulation qui entravent une bonne progression.

4. Le professeur est attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot. Il évite de fixer d'emblée le vocabulaire et les notations : seuls peuvent en profiter, en effet, les élèves qui ont une expérience préalable du sujet ou de fortes capacités d'anticipation. Dans le cours du traitement d'une question, vocabulaire et notation s'introduisent selon un critère d'utilité ; ils sont à considérer déjà comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ.

Le professeur a le souci de faire mieux lire et mieux comprendre aux élèves un texte mathématique. Ce souci, capital en sixième, ne doit jamais être abandonné ensuite.

Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du « faire » au « faire faire ». C'est lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire pour la faire reproduire une figure un peu complexe) ou lorsqu'il programme un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision doit lui apparaître comme une évidence nécessaire.

3. Programmes

Pour toutes les classes, les connaissances acquises antérieurement sont mobilisées et utilisées le plus souvent possible.

CLASSE DE SIXIÈME

Le travail effectué doit permettre à l'élève d'acquiescer et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, de développer le calcul mental et, de façon conjointe, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche, de s'initier progressivement au raisonnement déductif. L'emploi d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités.

1. Travaux géométriques

1. Reproduction de figures planes simples. Comparaison d'aires planes.
2. Parallélogramme rectangle : description, représentation en perspective, patrons.
3. Dans le plan, transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite, en exploitant des problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
Construction de l'image : d'un point, d'une figure simple.
Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires. Exemples d'utilisation de ces propriétés.
Construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...).
- Construction de triangles isocèles, de quadrilatères possédant des axes de symétrie (rectangles, losanges...).
- Énoncé et utilisation de quelques propriétés. Caractéristiques des figures précédentes.

2. Travaux numériques

En dehors du paragraphe 7, les nombres utilisés sont positifs.

1. Techniques opératoires (mentales ou écrites) sur les nombres entiers et décimaux. Procédés de calcul approché : troncature et arrondi ; ordre de grandeur d'un résultat.
2. Écriture fractionnaire de décimaux et opérations $+$, $-$, $\times$. Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.
3. Quotient de deux décimaux, écriture $\frac{a}{b}$; approximations de ce quotient.
Multiplication d'un décimal par $\frac{a}{b}$, avec a et b entiers ($b \neq 0$).
4. Initiation aux écritures littérales (exemples : formules d'aires...).
5. Rangement de nombres.
6. Équations du type

$$23 \times \square = 471,5 \text{ ou } \frac{2,05}{\square} = 8,2$$

7. Exemples introduisant les nombres relatifs à partir de problèmes variés.
Somme et différence de deux entiers relatifs simples. Exercices concernant le repère d'un point sur une droite orientée munie d'une origine et régulièrement graduée.
Coordonnées d'un point du plan, en repère orthogonal.

3. Organisation et gestion de données. Fonctions

Exemples issus d'activités :

1. A base numérique :

Application d'un pourcentage à une valeur ; relevés statistiques ; opérateurs, et en particulier usage des opérateurs constants d'une calculatrice.

2. A base géométrique :

Calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, du volume d'un parallélépipède rectangle, de la longueur d'un cercle.

On se servira de ces exemples, selon les cas, pour :

Décrire la situation par un tableau ou par des représentations graphiques.
Reconnaître, s'il y a lieu, une proportionnalité.
Déterminer une quatrième proportionnelle.
Effectuer un changement d'unité.

CLASSE DE CINQUIÈME

Comme en classe de sixième, le travail effectué doit permettre à l'élève d'acquiescer et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, de développer le calcul mental et, conjointement, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche, de s'initier progressivement au raisonnement déductif. L'emploi d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités. Son usage permettra également de dégager progressivement les notions de codage et d'algorithme.

1. Travaux géométriques

1. Prismes droits simples et cylindre de révolution : Description, représentation en perspective, patrons.
Aperçus élémentaires sur le parallélisme et l'orthogonalité dans l'espace.
2. Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
Construction de l'image : d'un point, d'une figure simple.
Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires. Exemples d'utilisation de ces propriétés.
Caractérisations angulaires du parallélisme.
Construction et caractérisations du parallélogramme.
Exemples d'autres figures simples ayant centre(s) et axe(s) de symétrie.
3. Triangle : somme des angles, aire, construction du cercle circonscrit.

2. Travaux numériques

1. Nombres positifs :
Sur les nombres entiers et décimaux : conventions et priorités opératoires ; étude de $k(a+b)$ et $k(a-b)$.
Comparaison et addition de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur ; multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire.

COLLEGES

2. Nombres relatifs en écriture décimale :
Comparaison et rangement.
Addition et soustraction.
Réduction de sommes algébriques.
3. Équations numériques du type $a + x = b$ ou $ax = b$ ($a \neq 0$).
3. Organisation et gestion de données. Fonctions
Exemples de fonctions, avec :
Description, traduction en tableaux ou par des représentations graphiques.
Reconnaissance, s'il y a lieu, d'une proportionnalité.
Ces exemples seront notamment issus d'activités :
1. A base numérique :
Calcul d'un pourcentage, d'une vitesse moyenne ; relevés statistiques ; activités proposées en paragraphe 2, ci-dessus.
2. A base géométrique :
Échelles.
Calcul : de l'aire d'un parallélogramme, d'un triangle, du volume d'un prisme droit, de l'aire d'un disque, de l'aire et du volume d'un cylindre de révolution.

CLASSE DE QUATRIÈME

Le travail effectué doit permettre à l'élève de parfaire l'usage des instruments de mesure et de dessin, d'acquiescer définitivement des techniques opératoires de base (mentales ou écrites) et, conjointement, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche, de s'entraîner progressivement au raisonnement déductif.
L'utilisation d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités.
Son usage permettra de dégager progressivement les notions de codage et d'algorithme.

1. Travaux géométriques

1. Dans le plan, projection sur une droite, selon une direction :
Conservation du milieu par projection ; configurations triangulaires prenant appui sur cette propriété.
Projection orthogonale ; cosinus d'un angle comme opérateur de projection orthogonale.
2. Problèmes de plus courte distance :
Inégalité triangulaire ; distance d'un point à une droite.
3. Triangle :
Médianes et centre de gravité ; hauteurs et orthocentre ; bissectrices et cercle inscrit. Triangle rectangle ; cercle circonscrit ; propriété de Pythagore et sa réciproque.
4. Sphère ; section par un plan ; aire et volume.
5. Dans le plan, transformation de figures par translation ou rotation ; translation et vecteur ; polygones réguliers.

2. Travaux numériques

1. Nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire :
Multiplication ; règle des signes.

- Division ; approximations décimales d'un quotient.
Addition en écriture fractionnaire.
Puissances entières d'exposant positif ou négatif.
Écriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur ; ordre de grandeur d'un résultat.
Conventions et priorités opératoires.
2. Généralisation des études précédentes aux calculs portant sur des écritures littérales.
Développement d'expressions du type $(a + b)(c + d)$.
Exemples simples de factorisation. Réduction de sommes algébriques.

3. Ordre :
Comparaison de nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire.
Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre.
4. Résolution de problèmes aboutissant à des équations, à des inéquations du premier degré à une inconnue.
3. Organisation et gestion de données. Fonctions
1. Applications linéaires et proportionnalité :
Représentation graphique d'une application linéaire.
Notion de coefficient directeur, de pente.
2. Exploitation de données statistiques :
Fréquences relatives et leur expression en « pour cent ».
Effectifs cumulés, fréquences cumulées.
3. Application aux pourcentages et aux indices (base 100 pour...) :
Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs (vitesse en km/h, débit...).

CLASSE DE TROISIÈME

Le travail effectué doit permettre à l'élève de s'approprier solidement l'usage des instruments de mesure et de dessin, d'acquiescer définitivement des techniques opératoires (mentales ou écrites) et, conjointement, d'utiliser avec sûreté des calculatrices de poche, de s'entraîner constamment au raisonnement déductif.
L'utilisation d'un ordinateur peut accompagner utilement ces activités.

1. Travaux géométriques

1. Énoncé de Thalès relatif au triangle.
Application à des problèmes de construction (moyenne géométrique...)
Pyramide et cône de révolution : volume, section par un plan parallèle à la base.
Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueurs, aires et volumes, masses.
2. Angles :
Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.
Angle inscrit dans un cercle et angle au centre.
3. Dans le plan, construction de transformées de figures par composition de deux translations ; de deux symétries centrales ; de deux symétries ortho-

gonales par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires.

4. Translation et vecteur. Égalité vectorielle :
Dans le plan rapporté à un repère : effet d'un déplacement par translation sur les coordonnées d'un point ; coordonnées d'un vecteur.
5. Distances de deux points en repère orthonormal ;
Équation d'une droite sous la forme :
 $y = mx$; $y = mx + p$; $x = p$.
Coefficient directeur ; parallélisme, orthogonalité en repère orthonormal.
6. Addition vectorielle.

2. Travaux numériques

1. Écritures littérales :
Factorisation d'expressions de la forme :
 $a^2 - b^2$; $a^2 + 2ab + b^2$; $a^2 - 2ab + b^2$
(a et b désignent des formes simples de nombres exprimés dans les différentes écritures déjà rencontrées).
2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées) :
Produit et quotient de deux radicaux.
Puissance d'ordre 2 ou 4 d'un radical.
3. Équations et inéquations du premier degré :
Méthodes graphiques de résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à coefficients numériques.
Méthodes de résolution d'un système de deux équations ou inéquations du premier degré à deux inconnues à coefficients numériques.
Exemples variés de problèmes se ramenant au premier degré.
3. Organisation et gestion de données. Fonctions
1. Applications affines : représentation graphique d'une application affine.
2. Exploitation de données statistiques :
Moyenne ; moyennes pondérées ; médiane.
3. Mise en œuvre de la proportionnalité sur des grandeurs-quotients ou sur des grandeurs-produits.
4. Résolution d'équations par essais et corrections successifs.
5. Analyse (et construction) d'algorithmes comme suite d'instructions aboutissant à la résolution d'un problème donné. Application numérique à l'aide d'un ordinateur.

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
GRANDEURS ET MESURES	- Périmètre et aire du carré, du rectangle - Longueur du cercle - Volume du parallélépipède rectangle - Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle	- Aire du parallélogramme, du triangle, du disque - Aire et volume du cylindre de révolution, des prismes droits - Somme des angles d'un triangle - Unités usuelles : durées	- Aire du triangle	- Volume d'une pyramide, d'un cône de révolution - Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueur, aires et volumes, masses
REPERAGE DISTANCES ET ANGLES	- Repérage sur une droite graduée par les nombres relatifs - Repérage dans un plan gradué (coordonnées)	- Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite - Cosinus d'un angle, comme opérateur de projection orthogonale - Propriété de Pythagore et sa réciproque - Pente d'une droite	- Grandeur quotients (vitesse en km/h et en m/s, débit...) - Grandeurs produits (voyageurs x km, kWh...)	- Coordonnées d'un vecteur du plan ; somme vectorielle - Trigonométrie dans le triangle rectangle - Distance en repère orthonormal. Equation d'une droite sous la forme : $y = mx + p$; $x = p$
CONFIGURATIONS CONSTRUCTIONS ET TRANSFORMATIONS	- Parallélogramme rectangle - Rectangle, losange - Triangle, triangle isocèle - Cercle - Transformation de figures par symétrie par rapport à une droite	- Prismes droits, cylindre de révolution - Parallélogramme - Triangle : les médianes sont concourantes - Transformation de figures par symétrie par rapport à un point	- Sphère : section par des plans - Dans le plan, projection sur une droite selon une direction ; conservation du milieu - Triangle : «droites des milieux» ; concours des bissectrices, médianes et hauteurs - Triangle rectangle : cercle inscrit - Transformation de figures par translation, par rotation ; polygones réguliers	- Pyramides, cônes de révolution ; section par des plans parallèles au plan de base - Angle inscrit dans un cercle et angle au centre associé - Énoncé de Thales relatif au triangle - Construction de transformations de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires
NOMBRES ET CALCUL	- Ecriture fractionnaire des nombres décimaux positifs et opérations - Quotient de deux décimaux positifs. Approximations de ce quotient - Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 - Troncature et arrondi. Arrondissement de décimaux positifs	- Comparaison et addition de deux nombres positifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire - Egalités $k(a + b) = ka + kb$ pour les décimaux positifs - Comparaison, addition et soustraction de nombres relatifs en écriture décimale - Equations numériques $a + x = b$ ou $ax = b$ (a ≠ 0)	- Opérations (+, -, x, /) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire - Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre - Puissances entières d'exposant positif ou négatif - Ecriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur - Développement d'expressions de la forme $(a + b)(c + d)$ - Equations et Inéquations du premier degré à une inconnue ; problèmes qui y conduisent	- Factorisation d'expressions de la forme : $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ - Calculs élémentaires sur les radicaux - Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; problèmes qui y conduisent - Problèmes se ramenant au premier degré - Exemples élémentaires d'algorithmes ; application numérique sur ordinateur
REPRÉSENTATION ET ORGANISATION DE DONNÉES	- Lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques	- Fréquences, expression en pourcentage - Effectifs cumulés, fréquences cumulées	- Moyenne, moyennes pondérées - Médiane	
FONCTIONS NUMÉRIQUES	- Multiplication par une fraction $\frac{a}{b}$ - Application d'un pourcentage	- Vitesse moyenne - Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence, d'un taux	- Proportionnalité. Applications - Pourcentages, indices	- Applications affines
- Changement d'unités de longueur, d'aire et de volume - Echelle d'une carte ; changements d'échelle. Quatrième proportionnelle				

Annexe:

Compte-rendu de la Commission premier cycle INTER-IREM élargie
qui s'est déroulée les 30 - 31 mai à Orléans (1986)

Thème : Réflexion sur le Suivi Scientifique (expérimentations liées au nouveau programme - 86/87 - des 6^è des collèges, menées en 85/86) et les stages Académiques (informations sur les nouveaux programmes pour les collègues des Collèges).

1) Informations générales

Source : M. Rouquairol (IPR) présent aux journées.

- * 47 heures de Suivi Scientifique accordées aux équipes pour les 5^{èmes} pour 86/87 (ce qui signifie que certaines équipes ne seraient plus habilitées).
- * Lundi 2 juin 1986 : réunion au Ministère de tous les Recteurs pour la réorganisation du Ministère (plus de direction des Collèges) et l'étude de la conséquence de la suppression des PEGC.

2) Bilan des groupes A

Deux types de groupes étaient organisés

- groupe A : Analyse et bilan d'après les comptes rendus des équipes engagées dans le Suivi Scientifique et dans les Stages Académiques.
- groupe B : Réflexion sur la politique à venir des IREM dans ce domaine.
- + groupe C : Etude de manuels de 6^è.

Quatre groupes A :

A_1 : Transformations géométriques (principalement expérimentations à partir de la symétrie orthogonale.

A_2 : Travaux numériques

A_3 : Gestion de données

A_4 : Configurations du plan et de l'espace.

Inquiétude des professeurs ressenties lors des stages Académiques auxquels ont participé les membres de ce colloque :

- Comment gérer ce changement de méthodes (pas de contenu) ?
(nouveau rapport avec les élèves, situation de recherche, etc...)
- désir de se référer à des écrits divers (forte demande de publications).

Il a été aussi remarqué que, pour ces stages, il y a souvent peu de volontaires, les participants ne sont pas toujours motivés, des zones ne sont pas touchées car le principal n'a pas libéré ses enseignants, bref, tous les professeurs n'ont pu être touchés.

Bilan du Suivi Scientifique

- . Au niveau des contenus : Beaucoup de questions se sont posées notamment sur les travaux numériques, concernant la notion de fraction (sens, écriture, classe de problèmes), la place des calculettes et leur intégration à l'enseignement, le rôle des techniques opératoires (doit-on ou non enseigner la technique de la division traditionnelle française ?), l'introduction des nombres relatifs. Des contacts ont été faits, la symétrie orthogonale permet à elle seule de traiter tout le programme de géométrie de la 6^e (optique situations-problèmes) ; même remarque pour les configurations du plan et de l'espace.

. Au niveau des méthodes : elles permettent plusieurs types de chemi-
nements, développent l'aptitude à la recherche.

Mais il faut . une formation à ce type de méthodes

. réfléchir à une évaluation adéquate

. ne pas rejeter le langage classique et aussi "apprendre
à décoder les problèmes traditionnels"

De nombreuses publications sur les thèmes annoncés sont parues ou
vont paraître (bilan du suivi) cf annexes 1 - 2 - 3

Notons que la présence de représenants de l'Ecole Elémentaire
a permis utilement de faire la liaison entre les deux niveaux, de préciser
certains points et de rappeler que ces thèmes ont déjà, pour certains,
été étudiés et ont fait l'objet de publications pour les maîtres de l'Ecole
élémentaire.

Remarque générale : c'est l'observation des élèves et l'analyse de leurs
types d'erreurs qui font le plus progresser dans la construction de si-
tuations didactiques adéquates.

Les collègues souhaitent la circulation de grilles d'observation entre les
IREM.

3) Bilan des groupes B

B₁ Propositions pour une action de formation

- Il faut convaincre les autorités de la nécessité d'une action dans ce
sens, d'où l'envoi d'une lettre à l'issue de ce colloque à...(LEGRAND,
COPREM, ADIREM).
- La mise en place des stages académiques a déclenché une envie de for-
mation sur la mthodologie (liée à la nouvelle gestion de la classe et aux
situations-problèmes) et sur les contenus (comment revoir sa progres-
sion ?).

- Les stages devront être décentralisés, mettre en place un travail d'équipe, être en prise directe avec la classe et envisager un suivi de stage (20 participants maximum).
 - Ils devront comporter le choix d'une dominante dans les contenus, des apports théoriques et pédagogiques, la prise en compte du suivi scientifique, la mise en place d'expériences et l'analyse de ces expériences (d'où des stages en plusieurs sessions).
- (D'où 24 h en alternance, et une diffusion à plus large échelle).

B₂ Recherche d'une politique des IREM

Il faut parler de formation dans les IREM pour permettre aux stagiaires de faire évoluer leurs pratiques en vue d'un meilleur apprentissage des élèves.

Objectif : convaincre les collègues qu'il existe plusieurs outils pédagogiques (dont un : les situations-problèmes).

Comment : par des stages de formation, mais

- * en réfléchissant à nos. propres techniques de formation (soyons cohérents !).
- * en étudiant la pertinence, pour nous formateurs, d'une formation aux techniques d'animation.
- * en n'oubliant pas de prendre en compte les différentes conceptions des professeurs
 - sur les mathématiques (cf J. Nimier Les maths... à quoi ça me sert).
 - sur l'apprentissage

4) Bilan du groupe : Etude des manuels

Sur neuf manuels de 6^e des collèges, peu ont résisté à l'étude des collègues. Pourtant un manuel ne peut-être "analysé" qu'après un an d'utilisation avec un classe. Mais seuls quatre sembleraient ne pas trop

trahir l'esprit du programme, ne pas traiter sans prévenir des questions hors programme, laisser un pas de liberté à l'enseignant.

Notons que les éditeurs avaient promis d'attendre de connaître les Compléments avant de.... (Moralité : il recevront les Compléments de 5^e avant les professeurs).

Conclusion :

Une liaison entre premier cycle et Ecole Elémentaire semble indispensable via ces colloques, compte tenu de la similitude de nos préoccupations et de l'indispensable continuité à créer entre les deux cycles. Elle s'est révélée très profitable aussi bien au niveau des contenus que des méthodes.

Projets de publications des IREM
concernant le suivi scientifique

- BESANCON : 1 brochure à la rentrée 86 Symétrie orthogonale
proportionnalité
1 brochure : évaluation pour les programmes de 6^e
(paraîtra ultérieurement)
- CAEN - fin d'année scolaire 86-87
Situations d'apprentissage et méthodes au Collège.
- CLERMONT - Septembre 86. Symétrie orthogonale en 6^e
- DIJON - Septembre 86. Symétrie et transformations.
- LYON - Septembre 86 : Bulletin inter-IREM du suivi Scientifique
- MONPELLIER - Juillet 86 Quotients et multiplication par $\frac{a}{b}$
Organisation et gestion de données
- NANCY - octobre 86 : géométrie dans l'espace au 1er cycle
(livre du maître)
- octobre 86 : activités numériques en 6^e
- NANTES - 1 brochure en juillet 86 : travaux des groupes de suivi
scientifique : symétrie orthogonale - nombres fraction-
naires.
suivie d'une brochure sur le même sujet mais vu de façon
plus globale et qui paraîtra fin 86.
- courant année scolaire 86/87, deux brochures :
- géométrie dans l'espace
- gestion de données
- fin année 86/87, trois brochures
- symétrie centrale (compte rendus travail 5^o)
- découpages - Aires en 6^e et 5^e
- équations.

NICE

- Juin 86 1 brochure Gestion de données
Géométrie dans l'espace

ORLEANS

- Octobre 86, 3 fascicules
 - géométrie dans l'espace en 6^e
 - proportionnalité en 6^e et 5^e
 - symétrie orthogonale en 6^e

POITIERS

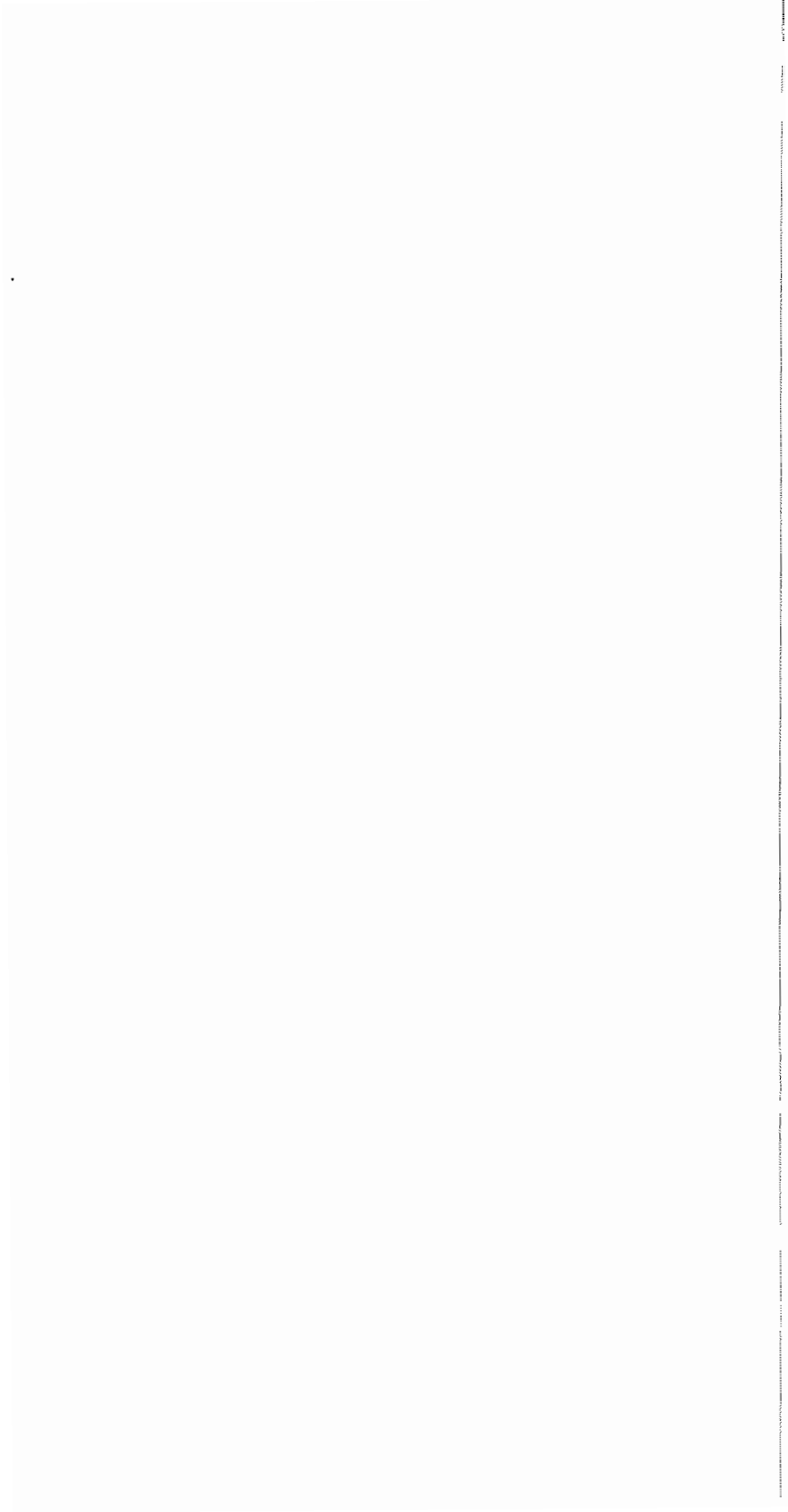
- déjà parus :
 - symétrie orthogonale
 - fractions en 6^e (volume 1)
- à paraître :
 - reproduction de figures planes
 - fraction (volume 2).

RENNES

- reproduction de figures planes
- symétrie orthogonale 1 seule brochure à
- organisation et gestion de données paraître en octobre

ROUEN

- juillet 86 : pédagogie différenciée en mathématiques



MATHEMATIQUES A L'ECOLE MATERNELLE : QUELLE FORMATION A L'ECOLE NORMALE ?

Coordination : Jeanne BOLON

PLAN

Partie I : Nos options concernant les mathématiques à l'école maternelle ; quelques directions de travail pour les normaliens (Dominique UNGER)

Partie II : Des exemples d'activités avec les normaliens

- 1 Une approche de l'espace pour normaliens et enfants (Michelle HASCOET et Serge MELKA)
- 2 Utilisation de jeux de société (Michelle HASCOET et Serge MELKA)
- 3 Etude d'une fiche parue dans une revue spécialisée sur l'école maternelle (Jeanne BOLON)
- 4 Observations d'enfants (Renée BOSC)

Annexes à la partie II

Partie III : Bibliographie

PARTIE I

Le groupe "mathématiques à l'école maternelle" de Guéret n'avait pas produit de compte-rendu : aussi le travail de Quimper commença-t-il par une re-structuration des informations dont nous disposions , en se plaçant du point de vue de la formation en école normale.

Nous avons une certaine idée de l'école maternelle et du rôle qu'y peuvent jouer les mathématiques . Nous souhaitons fournir aux normaliens des moyens pratiques de faire des mathématiques en maternelle.

NOS OPTIONS CONCERNANT LES MATHEMATIQUES A L'ECOLE MATERNELLE

Quand nous parlons "apprentissages mathématiques" , nous visons des activités qui ont un sens pour l'enfant , qui s'appuient sur des compétences reconnues chez lui et dont le but est de développer de nouveaux savoirs ou savoir-faire. A cet âge ,il est difficile de distinguer entre des "savoirs" résultant de pratiques sociales (par exemple , entendre compter et reproduire , imiter un geste ou un tracé) et des "savoirs" correspondant à des réponses construites par l'enfant.

Le plus souvent, à l'école maternelle, les activités mathématiques se greffent sur des projets à caractère interdisciplinaire qui ont aussi un rôle fonctionnel. Les enfants font souvent évoluer le projet au gré de leur créativité : les contenus mathématiques des activités ne sont donc pas faciles à programmer, et l'enseignant doit pouvoir régulièrement analyser les possibilités d'infléchir la situation pédagogique en situant les apprentissages visés, par exemple avec l'aide d'une grille de référence élaborée au préalable (on peut s'inspirer de celle publiée dans l'ouvrage récent de G.ZIMMERMANN ou de la table des matières de celui de F.BOULE).

Toutefois, nous avons trouvé utile de proposer aux enfants des activités spécifiques, que ce soit pour approfondir des notions déjà vues ou pour aborder des contenus nouveaux.

Evaluer les activités mathématiques a probablement été sous-estimé à l'école maternelle. Les prises d'indices, au moins chez les instituteurs-stagiaires que nous visitons, sont plutôt rares. Voici quelques pistes pour les enrichir :

- Observer les procédures spontanées des enfants (ne pas les sous-estimer) et s'appuyer sur elles.
- Pour évaluer l'influence d'une séquence, proposer le même prolongement à des enfants qui l'ont suivie et à des enfants qui ne l'ont pas suivie.
- Pour chaque séquence proposée aux enfants, analyser les tâches précises qui leur sont demandées (consigne, support, traces sur polycopié ou non, aide de l'enseignant), les compétences requises de la part de l'enfant et la cohérence avec les objectifs visés. (ceci n'est évidemment pas spécifique de l'école maternelle...)
- Varier les techniques afin de varier les propriétés utilisées par les enfants : par exemple, on peut solliciter des réponses motrices ou verbales ; on peut faire une boîte en pâte à modeler, en carton ... Il est important de ne pas se limiter à des productions graphiques, surtout en petite ou moyenne sections.
- Ne pas interpréter trop vite une action des enfants en termes de connaissance mathématique : par exemple, mettre face à face des objets n'est pas forcément pour l'enfant établir une correspondance terme à terme. A l'inverse, ne pas conclure trop vite : par exemple, si un enfant ne suit pas la consigne, ce n'est pas toujours parce qu'il n'a pas compris la notion mathématique ; attendre d'avoir plusieurs indices convergents. Ceci est à relier au travail systématique à faire avec les normaliens sur l'analyse de l'erreur.

QUELQUES DIRECTIONS DE TRAVAIL POUR LES NORMALIENS

Lorsqu'on étudie avec des normaliens des thèmes mathématiques de l'école maternelle, c'est, le plus souvent, comme appendice d'une présentation faite dans le cadre de l'école élémentaire. Cela vient probablement du fait que nous disposons de peu d'activités mettant les adultes en situation d'apprentissage similaire à celles que pourraient vivre des enfants de l'école maternelle. Dans ce cas, malgré ses limites, l'analogie entre situation vécue par le normalien et situation vécue par l'enfant permet au formateur de souligner ce qui n'est pas évident pour l'enfant et, a contrario, ce qui est "facile" pour l'adulte.

Nous suggérons de travailler dans les directions suivantes :

- Faire comprendre, au moins de manière analogique, l'intérêt de certains types d'activité : on en trouvera des exemples dans la partie II, paragraphes 1 et 2.
- Connaître les principales données d'ordre psychologique concernant les notions abordées à l'école maternelle. Des observations d'enfants inspirées de travaux publiés peuvent y aider : on en trouvera une liste dans la partie II, paragraphe 4.
- Aborder le "comment faire" : choix d'une attitude pédagogique, réalisation d'un projet inter-disciplinaire ou non, mise en place pratique (organisation de la classe, matériel, consigne), analyse des tâches de l'enfant, analyse des productions enfantines et des moyens d'infléchir le parcours initialement prévu (on peut s'inspirer des grilles de référence déjà citées plus haut).

En ce qui concerne la mise en oeuvre d'une séquence pédagogique, nous pensons pouvoir sous appuyer, entre autres, sur l'analyse d'ouvrages ou de fiches proposées dans les revues spécialisées (voir partie II, paragraphe 3). Par ailleurs, nous nous sommes interrogés sur les différences entre fiches de préparation et de bilan utilisées à l'école maternelle et à l'école élémentaire : est-il pertinent de conforter ces oppositions ?

PARTIE II DES EXEMPLES D'ACTIVITE AVEC LES NORMALIENS

1. UNE APPROCHE DE L'ESPACE POUR NORMALIENS ET ENFANTS

Notre objectif était que les stagiaires (ici des jeunes issus du concours DEU0 84) soient sensibilisés aux problèmes posés par la représentation de l'espace chez l'enfant de la maternelle. Plus généralement, nous souhaitions qu'ils puissent analyser puis concevoir eux-mêmes un projet pour l'école maternelle concernant la représentation de l'espace. (Deux groupes sur huit ont effectivement élaboré des projets de ce type dans des dossiers remis dans le cadre de l'évaluation. Des tentatives ont eu lieu également au cours de remplacements sur le terrain.)

Notre démarche a été la suivante. Dans un premier temps, pour les mettre dans une situation analogue à celle des enfants, nous leur avons demandé de dessiner de mémoire le hall de l'école normale, individuellement. Aucune réponse n'a été apportée aux questions relatives aux détails de ce hall.

La consigne qui a suivi a été : " *par groupes de 3 ou 4, confrontez vos démarches et choisissez le dessin qui vous paraît le meilleur en explicitant vos critères de choix*". Nous nous attendions à voir émerger les critères suivants :

- . prise en compte de la position relative des objets ou non ,
- . tentative de respect des proportions ou non,
- . cadre dessiné ou utilisation des bords de la feuille,
- . abondance de détails (par exemple, pots de fleurs) ou quelques repères d'ordre architecturaux,
- . dessin à main levée ou non,
- . dessin immédiat ou plusieurs tentatives successives,
- . une seule vue (de dessus) ou plusieurs.

Les normaliens ont retenu les critères suivants: dessin fait à la règle ("plus net"), esthétique, qui respecte à peu près les proportions, avec le minimum d'informations qui permette de se repérer.

La phase suivante a été de voir comment des enfants de grande section de maternelle ont dessiné de mémoire la salle de jeux de leur école. Chaque groupe de normaliens disposait d'un exemplaire photocopié des productions des enfants. La confrontation des réalisations des enfants et des adultes a été faite ici dans le souci de faire dégager des éléments d'évaluation des productions d'enfants: par exemple, reproduction de certaines formes, voisinages pris en compte, îlots respectés, etc.

Pour élargir les points de vues, nous avons présenté ensuite un montage de textes extraits des ouvrages de J. PIAGET *la géométrie spontanée de l'enfant* et *la représentation de l'espace chez l'enfant* (ces textes figurent en annexe 3).

De l'ouvrage *la représentation de l'espace chez l'enfant, espace perceptif- espace figuratif*, nous avons pris dans le chapitre I, l'intuition des formes - perception stéréognosique", la description de l'expérience et les réponses de Jan(7;4), And(3;5), Mar(3;10), Lou(4;1) et Eri(4;4); dans le chapitre II, le dessin des formes géométriques, la reproduction des figures 2 à 9; dans le chapitre XIV, les schémas topographiques et le plan du village, le bonhomme à situer dans un paysage.

De l'ouvrage *la géométrie spontanée de l'enfant*, le chapitre II, la mesure spontanée, la description des formes et les réponses de Cla(4;1), Ger(4;6), Phi(5;10), Clau(5;3), Lou(6;6), Ari(6;11) et Ren(7;5).

Ces textes ont servi de repères pour analyser les productions des enfants.

Nous avons donné ensuite des informations complémentaires tirées de l'ouvrage ERMEL pour les cours préparatoire (OCDL), de celui de SAUVY, *l'enfant et les géométries* (Casterman) et de la brochure de l'INRP n° 78.

Nous avons achevé par l'analyse d'un compte-rendu d'activités conduites dans la classe de Serge MELKA et présentée à l'annexe 2.

2. UTILISATION DE JEUX DE SOCIÉTÉ

Ce travail a été conçu et réalisé à partir de séquences conduites dans la classe d'Anne LE MOIGN, CPEN à l'école annexe de l'école normale d'Evreux.

Nous voulions évaluer l'impact des informations théoriques sur le nombre et la numération et nous rendre compte si les stagiaires (ici, des jeunes issus du concours interne 1984) étaient capables d'organiser, en maternelle, un projet relatif aux activités numériques et pré-numériques, d'analyser le comportement d'enfants dans de telles activités et d'analyser un projet proposé par un instituteur.

La démarche pédagogique a été la suivante : après une information théorique, les normaliens ont recherché, par groupe, quelles activités numériques ou pré-numériques pouvaient s'articuler avec l'emploi de jeux de société, et ce, sans avoir observé préalablement de classes. Les jeux concernés sont les dominos, le loto traditionnel, le loto "télé", les petits chevaux, le jeu de l'oie, la roulette, la bataille, les réussites.

L'exposé de chaque groupe a permis de faire ressortir les similitudes et les différences entre les jeux. A la suite de quoi, les normaliens ont élaboré une fiche par jeu (voir en annexe 3 un exemple de telle fiche). Un débat collectif a montré l'importance d'activités complémentaires pour construire le nombre : en particulier, représentation de collections connaissant le nombre d'objets (à propos d'activités "cuisine", par exemple), graphismes de chiffres (modification possible de la règle du loto "télé") ou encore utilisation du nombre comme ordinal (usage du calendrier).

Quelles progression adopter ? Quelle démarche pour le maître ? Ces questions ont été abordées collectivement.

Certains jeux supposent la reconnaissance des constellations du dé (dominos, petits chevaux, jeu de l'oie); d'autres comportent des écritures chiffrées. Les normaliens ont remarqué que l'utilisation systématique de dés pouvait conditionner les enfants à une organisation spatiale des points particulière. Des dominos au jeu de l'oie, il y a une progression, les premiers ne nécessitant qu'une reconnaissance visuelle (on peut se passer de l'anticipation), le dernier donnant l'occasion de pratiquer des additions (si l'on utilise deux dés).

Enfin, les normaliens ont pris connaissance du déroulement d'un projet conçu par Anne LE MOIGN, par l'intermédiaire d'un enregistrement vidéo.

3. ETUDE D'UNE FICHE PARUE DANS UNE REVUE SPECIALISEE

Le but de ce travail est double:

- donner des outils méthodologiques pour préparer des séquences en maternelle,
- examiner quelques difficultés spécifiques de la maternelle, comme la formulation des consignes ou encore l'équilibre entre situations fonctionnelles et exercices formels.

Le support d'étude est une fiche parue dans la revue *L'éducation enfantine* en janvier 1985 intitulée : mise en place de la notion de longueur, en grande section

Le déroulement adopté avec les normaliens a été le suivant:

- un exemple de représentation fonctionnelle pour des adultes,
- ce que l'on attend a priori d'une fiche publiée dans une revue pédagogique (inventaire oral),
- l'étude de la fiche à partir des pistes proposées (étude individuelle puis débat),
- examens d'autres fiches ou rédaction d'un compte-rendu de séquences ou rédaction d'une fiche de préparation pour l'école maternelle (travail individuel ou en binôme).

Seules les 3 premières étapes sont présentées ci-dessous.

UN EXEMPLE DE REPRESENTATION FONCTIONNELLE POUR DES ADULTES

Le parc de l'Ecole normale de Versailles est "à l'anglaise" ; les bâtiments d'enseignement sont au bout d'un chemin . Consigne : *représentez le trajet que vous faites chaque jour , de la grille du parc au bâtiment d'enseignement , le mieux possible , avec le plus de détails possibles.*

La comparaison des dessins a mis en évidence des différences dont la plupart sont perçues par les adultes comme autant d'erreurs de représentation :

- orientation du dessin du trajet : "il monte" ou "il descend" sur la feuille;
- angles non respectés (angle droit là où c'est un angle aigu ou obtus qui convient), rapports des distances non respectés.

Pourtant les détails figurent sur les dessins dans l'ordre du trajet : ce seul aspect est fonctionnel ici . Les autres le seraient si on faisait , par exemple , un jeu de relais à cloche-pied (recherche d'égalité de distances) ou des visées photographiques (alignements , angles).

La représentation vue du dessus à l'échelle n'est pas justifiée ici : elle n'est pas fonctionnelle.

CE QUE L'ON ATTEND A PRIORI D'UNE FICHE D'UNE REVUE PEDAGOGIQUE

La liste ci-dessous peut être suggérée ou donnée. Nous l'avons élaborée avec les normaliens.

Il est intéressant de trouver des indications sur :

- le but pour l'enseignant, le but pour les enfants ,
- le matériel nécessaire,
- le déroulement prévu : les différentes phases (avec les consignes),
- le déroulement effectif (avec la gestion des imprévus... et de la créativité des enfants !) , des indications de durée,
- des activités de prolongement ou de renforcement.

ETUDE DE LA FICHE (celle-ci figure aux pages 135 et 136)

Consigne : *Individuellement ou par deux, examinez la fiche, en particulier selon les axes suivants :*

- *les objectifs : leur pertinence par rapport aux textes officiels (maternelle et primaire), par rapport à ce que l'on sait du développement de l'enfant ; leur cohérence avec les activités proposées ;*
- *la situation : que font les enfants ? le sens que la situation a pour eux ? la situation est-elle plutôt fonctionnelle ou plutôt formelle ?*
- *les consignes : figurent-elles telles qu'elles sont dites aux enfants ? quels buts donnent-elles quelles contraintes fixent-elles ? Les enfants peuvent-ils savoir seuls s'ils ont réussi ?*
- *les activités de prolongement ou de renforcement : sont-elles collectives ? individuelles ? par atelier ?*

Après un moment de recherche (de l'ordre de la vingtaine de minutes), le débat s'est organisé autour des quatre pistes proposées.

La fiche est intéressante, parce qu'elle propose des activités qui se sont déroulées sur plusieurs séances : on sent peut à peu le glissement d'objectifs, de la longueur au dénombrement.

La critique des *objectifs* est facile : pourquoi traiter en grande section ce qui figure au programme du cours préparatoire ? Mais, sans doute, faut-il voir ici plutôt le reflet de la tendance de la revue à étiqueter les séquences avec des mots techniques sans commune mesure avec les concepts mis en jeu par les enfants (l'effet "Jourdain", décrit par G.BROUSSEAU).

Toutefois, avoir choisi de partir de situations de longueur pour arriver à des situations de dénombrement paraît contestable. La deuxième partie de la fiche (quadrillage) pourrait être utilisée indépendamment de la première.

Quant à la *situation*, dans la première partie, les enfants commentent plus qu'ils n'agissent. Les activités proposées ne sont pas fonctionnelles. Les "pas rythmés" introduisent, à la fin, un aspect fonctionnel.

La majorité des *consignes* est présentée de manière allusive. Utilise-t-on le mot "longueur" concurremment à d'autres expressions ? Comment vérifie-t-on le sens que les enfants donnent à ce mot ? On ne le sait pas ...

Quelques contraintes sont données, comme "ne pas détruire les chemins" (partie sur les quadrillages).

Des activités de *prolongement* sont prévues : on ne sait pas si elles se déroulent collectivement, individuellement ou par ateliers. Si elles sont collectives, seules les "locomotives" de la classe s'exprimeront. Si elles sont individualisées trop tôt, les enfants peu intéressés risquent de ne pas s'engager... Un atelier doit pouvoir être autonome assez rapidement. Ici, les exercices proposés semblent être un peu courts.

4. OBSERVATIONS D'ENFANTS

Parmi les travaux d'observations d'enfants, beaucoup ont porté sur l'approche du nombre. Certains plans d'observation peuvent être repris et utilisés par des normaux lors d'entretiens individuels. On trouvera ci-dessous une liste d'observations avec entre parenthèses les noms des personnes qui ont publié les travaux correspondants.



grands

MISE EN PLACE DE LA NOTION DE LONGUEUR

Objectifs :

- Mettre en place la propriété "longueur" d'une ligne en l'opposant à la notion "autant que" ("avoir autant d'éléments que...").
- Montrer que des lignes n'ayant pas la même forme, la même couleur, la même épaisseur ont une propriété commune : la longueur.
- Amener la notion d'unité qui sera exploitée pour comparer des déplacements sur le quadrillage, se méfier de sa perception et vérifier les hypothèses.

LONGUEUR D'UNE LIGNE POLYGONALE

■ Première situation

Matériel : on utilise des réglettes de 3 couleurs et de 3 longueurs différentes.

Les réglettes de même couleur ont la même longueur mais on ne le dit pas aux enfants.

1. Un enfant réalise un "chemin" en utilisant trois réglettes de couleurs différentes.



2. Un autre enfant doit réaliser un "autre chemin" ayant la même longueur.

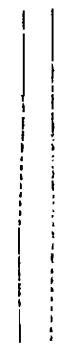
Les enfants interrogés ont construit un chemin ayant à peu près la même forme et la même construction de couleurs.

L'enfant est donc préoccupé par une succession algorithmique et il es: attaché à la forme et peut-être au nombre de réglettes.

3. La maîtresse dessine une ligne formée par une succession différente de couleurs. Est-ce que ces "chemins" ont la même longueur ? Quelques enfants répondent "oui" mais la majorité répond "non".



Comment vérifier ? En alignant les réglettes des 2 chemins :

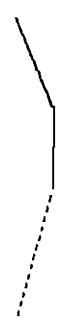


On a montré que cette propriété "longueur" que l'on veut dégager ne dépend ni de la forme ni de la succession des couleurs.

■ Deuxième situation

Matériel : des réglettes de 3 couleurs et de 3 longueurs différentes mais les réglettes de même couleur n'ont pas nécessairement la même longueur.

- Un enfant réalise un "chemin" en utilisant 3 réglettes de couleurs différentes.



Consigne : construire un chemin de même longueur. Les enfants veulent utiliser des réglettes de même couleur mais se rendent très vite compte que 2 réglettes de même couleur n'ont pas la même longueur.

Les enfants s'appuient sur les notions "grand", "moyen", "petit", sans vérifier si les réglettes ont la même longueur.

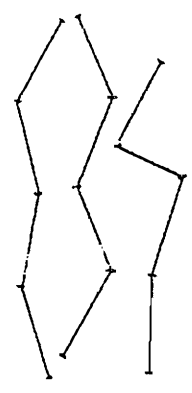
Nous leur montrons que toutes les "grandes", toutes les "moyennes", toutes les "petites" sont superposables et nous effectuons le classement "être superposable".

■ Troisième situation

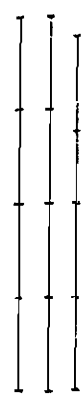
Matériel : des réglettes unicolores de 2 longueurs sensiblement égales. On propose aux enfants plusieurs (3) "chemins" de 4 réglettes ayant des formes différentes :

- 2 chemins de 4 réglettes identiques ;
- 1 chemin de 3 grandes réglettes et 1 petite.

Question : ces chemins ont-ils la même longueur ? Tous répondent "oui".



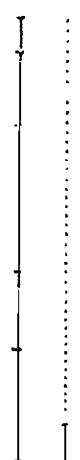
Les enfants sont préoccupés par "autant que" ou par le dénombrement et non pas par la longueur. On vérifie en alignant les réglettes et on constate qu'une réglette n'a pas la longueur des autres, ce qui permet de bien différencier la longueur de la ligne et le nombre de réglettes qui la constituent.



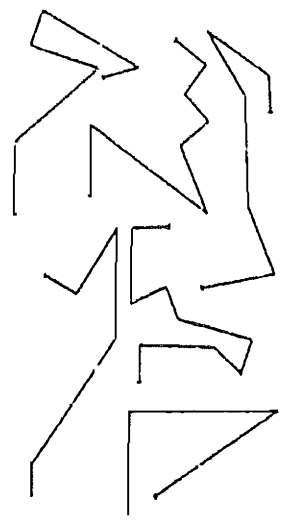
■ Quatrième situation

Matériel : des réglettes unicolores qui soient des multiples de la plus petite (4 longueurs).

1. Un enfant construit une ligne droite de 4 ou 5 réglettes.
2. Un autre doit construire une ligne droite parallèle de même longueur en utilisant d'autres réglettes. On impose le départ pour que l'enfant ne revienne pas à une situation algorithmique.



La situation montre bien que la notion de longueur est indépendante du nombre d'éléments. Si on déforme les lignes on montre aussi que cette notion de longueur est indépendante de la forme de la ligne. Il y a beaucoup de solutions.



■ Cinquième situation

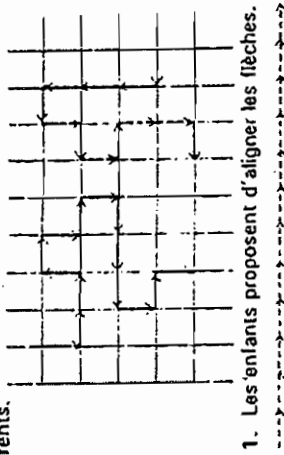
On choisit une réglette et on recherche toutes les réglettes qui lui sont superposables, on élimine les autres. On construit 2 "chemins" formés par 3 de ces réglettes. Peut-on affirmer que ces chemins ont la même longueur sans qu'il y ait vérification ? Pourquoi ?

Dans ce cas seulement le dénombrement permet de conclure au niveau des longueurs.

DÉPLACEMENTS SUR LE QUADRILLAGE

■ Première situation

2. Les enfants se déplacent sur le quadrillage, on matérialise leur trajet à l'aide de flèches de 2 couleurs. On demande aux enfants comment comparer la longueur des "chemins". Les enfants vont proposer différents moyens. Pour chaque solution les trajets seront diffé-



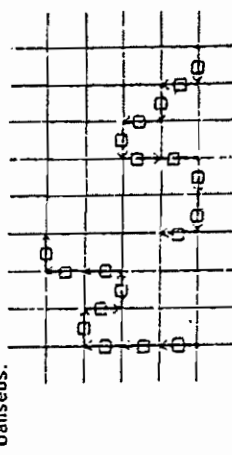
- 1. Les enfants proposent d'aligner les flèches.**

Dans cette situation la notion de longueur est associée au nombre d'éléments étant donné que la flèche représente l'unité. *Inconvénient* : les enfants détruisent les "chemins". On leur demande de chercher une autre solution.

- ## 2. Utilisation d'un intermédiaire : le palet.

- Un enfant prend 2 palets à chaque fois et il les place l'un sur une flèche rouge, l'autre sur une flèche bleue, jusqu'à ce qu'un trajet soit complètement balisé.

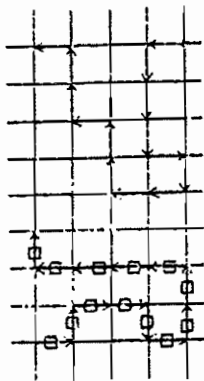
Il reste sur le plus long "chemin" des flèches non balisés.



Dans ce cas les enfants ont utilisé la correspondance terme à terme et la double transitivity pour comparer les "chemins" :

- autant de palets que de flèches bleues ;
- autant de palets sur les 2 chemins ;
- mais plus de flèches rouges que de palets ;
- donc plus de flèches rouges que de flèches bleues.

- Un enfant balise au moyen de palets le trajet des flèches bleues et reporte ces mêmes palets sur le trajet des flèches rouges. Dans ce cas, il a utilisé la correspondance terme à terme et la simple transitivity :



- *On récapitule oralement :*
Il a placé un palet sur chaque flèche bleue. Que peut-on dire ?

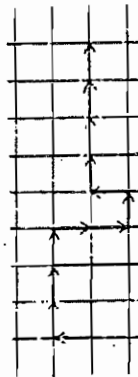
— Il y a autant de palets que de flèches bleues.

Il a placé les palets sur les flèches rouges. Que peut-on dire ?

— Il y a plus de flèches rouges que de palets.

Donc il y a plus de flèches rouges que de flèches bleues. Donc le chemin des flèches rouges est plus long que celui des flèches bleues (parce que toutes les flèches ont la même longueur).

3. Par superposition
Les enfants superposent directement les flèches d'un trajet sur l'autre. Dans ce cas, les enfants utilisent la correspondance terme à terme et la différence de longueur est apparente.



4. Sans objet et sans détruire les "chemins". Deux enfants se déplacent en même temps d'un noeud à l'autre sur un rythme donné (1 coup frappé = 1 pas = 1 flèche). Le premier arrivé a effectué le trajet le plus court.

Remarque : c'est la façon de comparer la plus attrayante, la plus rapide et la plus simple et qui permet de comparer très facilement la longueur de plusieurs "chemins". Dans ce cas, la vitesse étant constante, la longueur du trajet est fonction du temps de déplacement. L'enfant qui arrive le premier a effectué le trajet le plus court.

■ Deuxième situation

Construire un chemin de même longueur.
Un chemin est tracé sur le quadrillage. On demande aux enfants de construire "un chemin" de même longueur au moyen des flèches.

- Première solution
- Plusieurs enfants ont éprouvé le besoin de passer par le truchement de la transivilité : à chaque flèche du nouveau "chemin", on place un palet sur une flèche du "chemin" déjà construit.

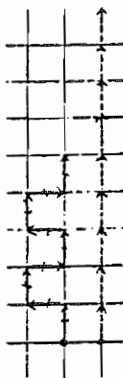
- Deuxième solution
Un enfant a eu l'idée de superposer les flèches rouges sur les bleues et de construire un chemin avec ces flèches.

- **Troisième solution**

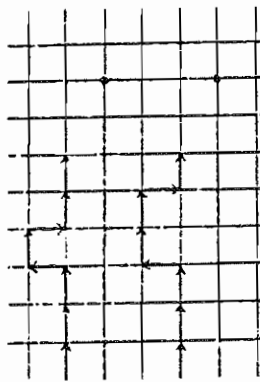
A un rythme donné, deux enfants se déplacent simultanément, l'un sur le chemin construit, l'autre sur un itinéraire qu'il choisit, un troisième plaçant les flèches derrière lui.

Exercice d'application

- **Premier exercice**
Un chemin en forme de créneaux est tracé sur une feuille quadrillée. Les enfants doivent dessiner un chemin rectiligne du même longueur (donc ayant le même nombre de flèches). Les enfants, au fur et à mesure qu'ils dessinent les flèches, barrent celles du "chemin", donné



- Deuxième exercice :
Prévoir le point d'arrivée du "chemin" rectiligne ayant la même longueur que l'autre. Pourquoi ces 4 chemins ont-ils la même longueur ?



*Equipe pédagogique de l'E. M.
Cité des Rois de Majorque à Perpignan.*

- L'enfant récite la suite orale des nombres jusqu'à ce qu'il ne sache plus (C.COMITI , Grand N n° 26).
- L'adulte fait dénombrer une collection d'objets, homogènes ou hétérogènes, déplaçables (C.COMITI, C.MELJAC).
- L'adulte demande à l'enfant de prévoir le nombre si on modifiait l'ordre de comptage : "et si je commençais par celui-là ?..." (C.COMITI).
- L'adulte demande de prélever juste 3 ou 5 ... dans une collection importante (C.COMITI).
- L'adulte fait déterminer une sous-collection équipotente à une collection donnée , avec présence de celle-ci sous les yeux de l'enfant : "il faut un chapeau pour chaque bonhomme..." (C.MELJAC).
- Même consigne mais sans que la collection donnée soit visible simultanément : "tu dois aller chercher , là-bas, juste ce qu'il faut de robes pour les poupées..." (C.MELJAC).
- L'adulte montre un sac et annonce : "il y a 3 jetons dedans; j'en mets un de plus ; combien y en a-t-il maintenant ?" (M.FAYOL)
- L'adulte fait lire des nombres écrits (C.MELJAC).
- L'adulte fait résoudre des situations additives (C.MELJAC).
- L'adulte demande à l'enfant de partager équitablement une collection en deux parties (C.MELJAC , R.NEYRET dans Grand N n° 33).
- L'adulte repère , chez l'enfant, les différences de performances entre:
 - * dire combien il a entendu de coups frappés,
 - * imiter un nombre de coups frappés,
 - * compter des objets déplaçables (M.FAYOL).

Nous n'avons pas inventorié de situations analogues dans le domaine de l'espace, mais il serait possible de s'inspirer de l'ouvrage de Liliane Lurçat, *l'activité graphique à l'école maternelle*(ESF), ou des études déjà citées en annexe 3.

ANNEXES A LA PARTIE II

Annexe 1 PETITS CHEVAUX – Apports pour l'étude du nombre.

Constellations du dé

Elles donnent l'occasion de reconnaître une constellation, d'associer un mot à une constellation et réciproquement , de dénombrer des points, de compter de un à six. Elles permettent de passer du dénombrement à la reconnaissance visuelle immédiate.

Le déplacement du cheval

Il avance d'"autant de cases que de points sur le dé" : certains enfants trouvent la case sur laquelle se posera le cheval en opérant une correspondance terme à terme entre les points de la constellation et les cases; d'autres dénombrent les cases directement à partir de la reconnaissance de la constellation.

L'entrée à l'écurie

L'enfant doit lire une écriture chiffrée : il associe une constellation à un nom de nombre et à son écriture en chiffre. De plus, il doit respecter l'ordre des premiers nombres.

Annexe 2 Activités de structuration dans la salle de jeux. Représentation de l'espace en grande section.

Nos objectifs:

- établir des points de repère fixes,
- situer les différents éléments les uns par rapport aux autres,
- obtenir une représentation d'un espace la plus complète possible,
- coder et décoder des actions, des actions sur un espace, représenter un espace et interpréter ses représentations;

plus généralement concernant l'attitude des enfants :

- se décentrer pour mieux coder et décoder,
- tenir compte des autres enfants ou groupes d'enfants.

Les étapes ont été les suivantes:

1. Evaluation: "dessinez la salle de jeux, sans aller la voir".

2. Activités motrices dans la salle de jeux:

- l'"ascenseur": le cerceau s'arrête aux chevilles, aux genoux...
- la course: se placer face au restaurant, ou au coin puzzles
- autre course: se placer dos à ...
- la "voiture": un enfant fait la voiture, un autre son chauffeur qui commande "tu vas vers..., tourne à droite, etc"
- face à un même point de repère, les enfants se placent à droite, à gauche, devant, derrière une chaise
- même activité, les enfants étant cette fois face à face ou dispersés dans la salle.

Nota bene: les verbalisations peuvent se révéler importantes pour ces deux dernières activités.

- yeux bandés: reconnaître dans quel coin de la salle de jeux on se trouve, ce qu'il y a derrière soi, à sa droite ou à sa gauche, (indices perçus par le toucher),
- yeux bandés: se diriger suivant des indications données par rapport à des repères visuels mémorisés ou par rapport à son corps, (informations fournies par les autres enfants),
- coder et décoder des déplacements: par exemple, de cerceau en cerceau sur un quadrillage de cerceaux,

- interprétation de photos: ce que l'on y voit, le lieu d'où elles ont été prises,
- coder et décoder des jeux libres individuels avec des ballons ou des cerceaux dans la salle de jeux, en analysant d'abord la représentation des personnages seuls, puis celle des objets par rapport aux personnages, enfin celle des objets et des personnages dans le cadre de la pièce,
- Idem, mais en situation collective.

En évaluation, les enfants représentent individuellement la bibliothèque.

Bibliographie: La représentation de l'espace, brochure INRP n° 106.

Annexe 3 Représentation de l'espace chez l'enfant: extraits des ouvrages de Piaget et Inhelder, *la géométrie spontanée de l'enfant* et *la représentation de l'espace chez l'enfant*.

La Représentation de l'Espace chez l'enfant.

J. Piaget - B. Inhelder). *Année 1*

(Espace perceptif. Espace représentatif. ch I.

L'intuition des formes.

"Perception stéréognostique".)

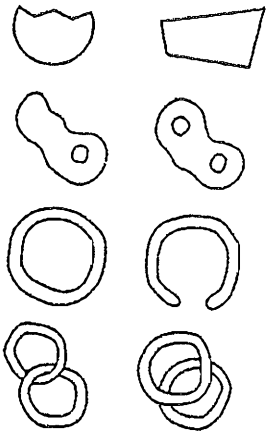


FIG. 1

Demi-cercle avec indentations, trapézoïde, surface à un ou deux trous, anneaux fermés et ouverts, anneaux enlacés et superposés

Lorraine et croix gammée, demi-cercle simple ou avec indentations le long de la corde (voir fig. 1), etc.; C) D'autres asymétriques, mais à bords droits : trapézoïdes de différentes formes, etc.; D) Enfin un certain nombre de formes à caractère simplement topologique : surfaces irrégulières percées d'un ou de deux trous, rubans ou anneaux de carton fermés ou ouverts, deux anneaux enlacés (voir fig. 1), etc. Il s'agit toujours, après que le sujet a éventuellement nommé les formes perçues, de les lui faire reconnaître parmi un certain nombre de cartons contenant entre autres les modèles présentés (mais avec un choix supérieur pour éviter le hasard), ou parmi des dessins à choix; ou encore de les lui faire dessiner. Nous nous sommes parfois servi, en outre, mais à titre simplement auxiliaire, de formes représentées par des allumettes collées sur un support (en carrés, triangles, etc.) ou de lettres de l'alphabet découpées en carton. Mieux encore que la technique des allumettes, un procédé utile a consisté à graver sur bois les mêmes formes : l'enfant n'ayant alors qu'à suivre un tracé (au lieu d'explorer tactilement), on peut en ce cas étudier la correspondance entre les simples mouvements et l'image ou le dessin.

Les problèmes ainsi posés aux sujets présentent deux aspects distincts : en premier lieu traduire les perceptions tactilo-kinesthésiques en perceptions visuelles, et, en second lieu, construire une image visuelle pour exprimer les données tactiles et les résultats des mouvements d'exploration.

JAN (7;4) réussit d'emblée à reconnaître toutes les formes simples et à les dessiner. La croix gammée : il touche les bras les uns après les autres, explorant les angles droits entre les segments de chacun de ces bras, puis revenant chaque fois au point de jonction central. « Je ne sais pas ce que c'est. Une étoile de mer ? » Il dessine alors, sans modèle visuel, les quatre branches correctement recourbées, mais ne parvient pas à les ajuster également à angle droit les unes par rapport aux autres.

TUS (7;3) dessine bien les croix, demi-croix, etc. Pour l'étoile à six branches, il explore systématiquement ces six bras en revenant au centre pour les coordonner entre elles : dessin correct par vérification successive de chaque élément à partir d'un point de repère.

La croix gammée : « Je ne sais pas ce que c'est (exploration selon la même méthode). Cela fait des contours, mais je ne me rappelle déjà plus comment c'est : il dessine d'abord un trait horizontal avec segments terminaux partant à angles droits dans les deux directions, puis explore à nouveau. Non c'est faux. J'ai senti : c'est toujours la même chose (il recommence un autre dessin et parvient, de proche en proche, à un dessin qui serait entièrement correct, n'était l'un des segments terminaux orienté du mauvais côté). On lui présente alors un ensemble de modèles : il reconnaît toutes les formes et montre la croix gammée en riant : « C'était ça ».

Nous avons adopté la technique suivante. L'enfant est placé devant un écran et c'est derrière celui-ci (et non pas sous la table, comme à l'ordinaire) qu'il touche les objets présentés, de manière à ce que l'expérimentateur puisse analyser sa méthode d'exploration tactile, dont la connaissance est essentielle à l'étude des résultats. On présente successivement : 1. Chez les petits (la chose est trop facile pour les grands), une série d'objets usuels : crayon, clef, peigne, cuiller, etc., qu'il s'agit de reconnaître d'après nature (les doubles des objets étant alignés devant l'enfant). 2. Une série de cartons découpés en formes géométriques. A) Les uns sont simples et symétriques : cercle, ellipse, carré, rectangle, losange, triangle, croix, etc.; B) D'autres plus complexes, mais encore symétriques : étoiles, croix de

AND (3;5). Crayon : le prend des deux mains, le retourne, touche la pointe et dit : « C'est du bois. — (On montre la clef, le peigne et le crayon). Lequel ? — (Désigne immédiatement le crayon) », Une clef : palpe, retourne, tient de la main droite et introduit le doigt dans le trou de la boucle en s'écriant « Une clef ! » Peigne : juste.

Le cercle : le retourne, place le carton diamétralement entre les deux paumes, puis l'épaissit entre les deux doigts : « C'est une boîte. — Regarde-les (cercle, carré et ellipse). Lequel est-ce ? — Ça (ovale) ». Mais pour le carré la réaction est la même ; le prend et l'entoure des deux mains, sans exploration : « Aussi une boîte. — Lequel ? — (Montre d'abord le cercle, puis palpe à nouveau lorsqu'on le lui remet entre les mains). — Celle-là (ovale). — Pas ça (carré) ? — Non. »

MAR (3;10) reconnaît sans hésitation la surface arrondie percée d'un trou ainsi que l'anneau fermé et, après hésitation, l'anneau ouvert et les deux anneaux enlacés. Le cercle donne lieu à un choix tantôt juste tantôt portant sur l'ellipse ; le rectangle est assimilé à une ellipse allongée, ainsi que le triangle.

LOU (4;1) reconnaît immédiatement le crayon, la clef et le peigne. Il reconnaît également sans hésiter les diverses surfaces à un et à deux trous, les anneaux fermés et ouverts, etc.

Le cercle est reconnu et dessiné. L'ellipse de même (avec léger allongement dans le dessin). Le carré est dessiné avec un angle à peu près droit, les autres demeurant curvilignes, mais il n'est identifié qu'une fois sur deux parmi les modèles. Les triangles, losanges, etc., ne sont pas différenciés.

A noter enfin la réaction au demi-cercle avec indentations : Lou dessine un cercle garni de pointes sur toute la circonférence.

ERI (4;4). Le cercle : « c'est comme une roue » (dessin juste). L'ellipse : « un carton en œuf » (dessin correct). Le carré : « un carton comme un plot » (dessin juste). Le triangle : dit immédiatement « comme un petit fromage » (forme triangulaire usuelle des fromages en boîte), puis explore ensuite seulement les surfaces et le pourtour (dessin correct). Le losange donne lieu à hésitation et à un dessin manqué (sorte d'ellipse à deux angles aux extrémités). La croix et l'étoile demeurent indifférenciées et le dessin de la croix ne comporte que trois branches, avec deux carrés, des points et juxtaposés aux trois branches, remplaçant la quatrième. Le trapèze : « c'est presque comme un petit fromage (triangle) », mais Eri s'aperçoit qu'il ne correspond pas aux modèles visuels donnés (on l'a d'abord enlevé intentionnellement) et ne le reconnaît pas lorsqu'on l'intercale ensuite.



FIG. 3
Gribouillage pur

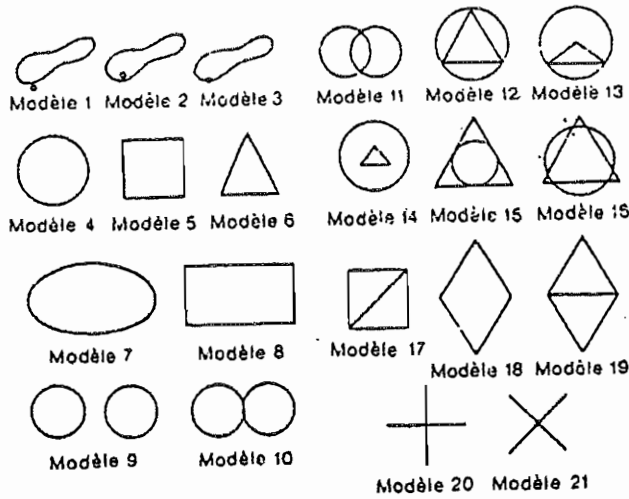


FIG. 2
Modèles du dessin à copier (21 formes)

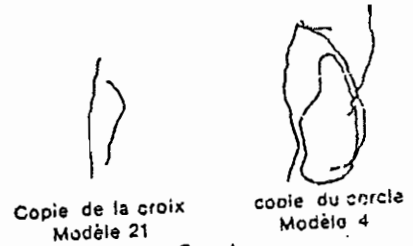
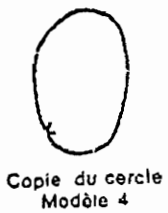
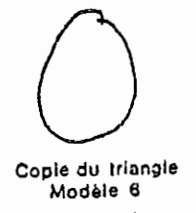


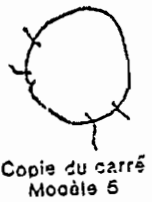
FIG. 4
Gribouillages différenciés
du sous-stade I A



Copie du cercle
Modèle 4



Copie du triangle
Modèle 6



Copie du carré
Modèle 5



Copie de la croix
Modèle 2



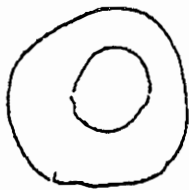
Modèle 1



Modèle 2



Modèle 3



Modèle 12

FIG. 5
Exemples de dessins du sous-stade I B

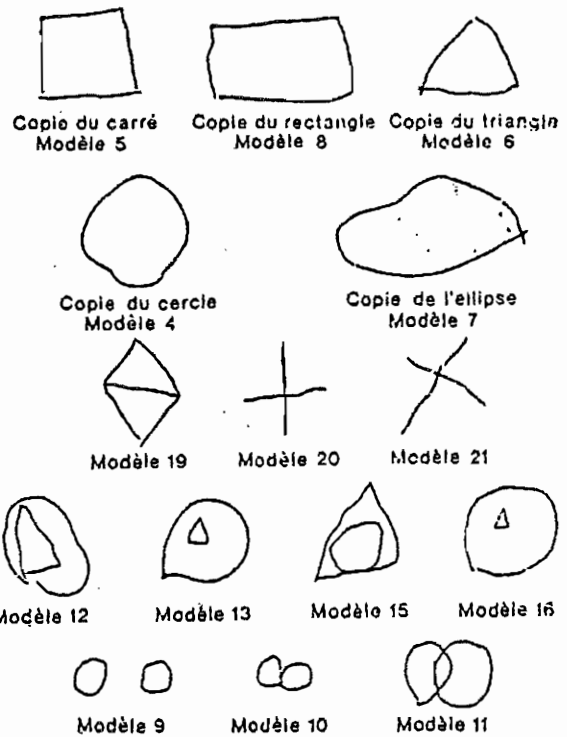


FIG. 7
Exemples de dessins du sous-stade II A

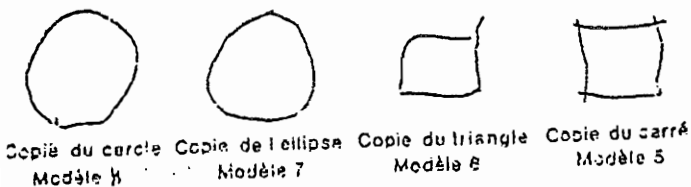


FIG. 6
Dessins intermédiaires entre les niveaux I B et II A

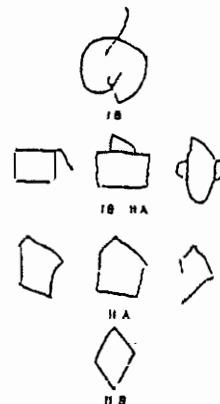


FIG. 9
Evolution des dessins du
losange, du niveau I B
jusqu'au niveau II B

La Représentation de l'Espace chez l'enfant.

(J. Piaget - B. Inhelder)

§ I. LE BONHOMME A SITUER DANS UN PAYSAGE. — Le matériel consiste donc en deux reliefs exactement pareils, représentant un paysage (voir fig. 27). Le modèle A est traversé du haut

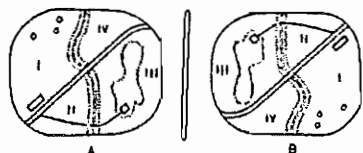


FIG. 27

Rotation d'un paysage dans lequel un bonhomme est à situer

en bas par un ruisseau, bordé du côté droit par une colline allongée sur laquelle est située une maison à toit jaune. Une route partant du coin inférieur de gauche traverse le relief en diagonale. Une grande maison à toit rouge se trouve à gauche de la route dans ce coin inférieur de gauche, et elle est reliée à la maison à toit

jaune par un petit chemin traversant le ruisseau sur un pont. Dans le même secteur que la maison rouge, mais dans le coin gauche supérieur du relief se trouvent trois arbres dispersés autour d'une petite colline. Le modèle B est exactement le même, mais tourné à 180° et séparé du premier par un écran empêchant le sujet de dominer du regard les deux reliefs à la fois, et l'enfant est prié de situer sur le modèle B une petite poupée aux mêmes emplacements que l'expérimentateur situe la sienne sur le modèle A.

On commence d'ailleurs par présenter les deux reliefs sans écran ni rotation, en faisant poser le bonhomme « exactement au même endroit » en quelques situations faciles (sur le toit des maisons rouge et jaune, etc.), puis on recommence après rotation, mais sans écran, et enfin on place l'écran en laissant l'enfant vérifier tant qu'il veut ses hypothèses, par inspections successives des modèles A et B. Il est intéressant, après que le sujet ait placé définitivement le bonhomme en ses différentes positions, de lui demander d'expliquer verbalement (en fermant les yeux) ce qu'il a voulu faire (cette explication demeurant naturellement toujours à un niveau très inférieur à celui de l'action elle-même).

Nous plaçons alors le bonhomme en quinze positions types successives, de difficultés d'ailleurs très inégales, mais qu'il est inutile de décrire d'avance dans le détail : l'intérêt n'est, il va de soi, pas simplement de savoir si l'enfant pourra les retrouver sur le dispositif B, mais de déterminer quelle méthode il emploiera à cet effet, c'est-à-dire quelles relations il invoquera et coordonnera entre elles pour assigner la position voulue. On use, à cet égard, de la façon la plus souple de l'écran, qui peut être enlevé pour corrections successives ou remplacé pour obliger à de nouvelles réflexions.

Pour le pré du secteur IV (en haut à droite du modèle A), c'est-à-dire à gauche de la route et à droite du ruisseau, MON (5;0) situe d'abord, sur le modèle B, le bonhomme à gauche du dispositif, mais vers le haut (secteur III), puis le ramène vers le bas (secteur IV) et trouve la place exacte entre le ruisseau et la route.

Lorsque le bonhomme est entre la grande colline et le ruisseau (en bas à droite du modèle A), dans le secteur III, le même MON (5;0) le situe sur le modèle B, à droite (secteur I) puis le ramène à gauche correctement, CLAV (4;11) débute dans le bon secteur, mais tourne autour de la colline avant de trouver l'endroit. BAN (5;1) de même débute trop bas par rapport à la colline et à la route, puis éloigne le bonhomme de la route et le rapproche de la position juste. PIR (6;3) débute à peu près au bon endroit, mais en le comparant avec la route déplace le bonhomme au-delà de celle-ci (par confusion avec le modèle A), puis il le ramène dans le secteur III mais à gauche de la maison jaune (à nouveau par confusion avec A), pour le mettre enfin à sa droite.

Pour la position voisine de la maison rouge, LUC (5;5) met d'abord le bonhomme du mauvais côté du ruisseau, puis se corrige. BAN (6;6) commence par manquer même ce voisinage, en déplaçant simplement le bonhomme de bas en haut du dispositif pour tenir compte de la rotation (mais en oubliant l'inversion de gauche à droite), puis il le place sur la droite en face de la maison, mais de l'autre côté du ruisseau et réussit enfin. D'autres inversent la gauche et la droite, mais oublient d'abord le bas et le haut du dispositif (relations avant-arrière), etc.

(Les Schémas topographiques et le plan du village. CH XIV).
Le Bonhomme à situer dans un paysage.

Pour une position située dans le secteur IV (à droite en haut sur le modèle A), c'est-à-dire dans un pré à droite du ruisseau et à gauche de la route : JAX (3;0) place le bonhomme (sur le modèle B) dans un pré également, mais dans le secteur I (à droite du ruisseau, sans référence avec la route, et dans le coin droit inférieur). AL (3;0) met aussi le bonhomme dans un pré, mais dans le secteur III entre le ruisseau (à sa droite) et la grande colline.

MAN (4;0) le place aussi dans un pré, mais près de l'intersection de la route et du ruisseau, etc.

Pour une position du bonhomme dans un pré entre la grande colline et le ruisseau et non loin de la maison jaune, AL (3;0) commence par le mettre (modèle B) dans un pré quelconque à peu près à la même position absolue par rapport à lui (c'est-à-dire sans tenir compte de la rotation), puis il le met près de la grande colline comme sur le modèle A, mais sans s'occuper de la maison jaune, ni de sa situation par rapport au ruisseau.

Pour une position du bonhomme dans le ruisseau, mais tout au bas du modèle A, l'unanimité des sujets du stade I le place également dans le ruisseau sur le modèle B, mais AL (3;0) le met vers le milieu de la partie inférieure du modèle B, RUT (3;6) exactement au centre (au-dessus de l'intersection de la route et du ruisseau), etc.

Pour la position du bonhomme à côté de la maison jaune (sur la grande colline dans la partie inférieure de droite du modèle A), AL (3;0) met la poupée (modèle B) sur la partie inférieure de la colline (sans s'occuper de la maison jaune). PA (3;0) commence de même, puis la déplace à côté de la maison rouge et enfin la met à côté de la maison jaune.

Lorsque le bonhomme est situé dans le pré du secteur IV, à droite du ruisseau et à gauche de la route, CLA (3;6) déjà le situe d'abord dans un pré quelconque, comme au stade I, puis se corrige (sans écran) pour le placer sur le modèle B, dans la même position absolue que sur le modèle A (c'est-à-dire dans le secteur II, comme s'il n'y avait pas eu de rotation). Cette correction, quoique erronée, annonce le niveau II A — CHAI (4;6), avec écran, le met d'emblée dans la même position absolue JAC (5;1) fait de même, puis cherche le rapport avec la route (qui n'est pas très proche) et met le bonhomme à sa droite, puis de nouveau à sa gauche.

Lorsque le bonhomme est à côté de la maison jaune, tous les sujets de ce niveau retrouvent la même position sur le modèle B et plusieurs tâtonnent pour déterminer si c'est à gauche ou à droite qu'il faut le mettre, en ne parvenant pas d'ailleurs à inverser le rapport, faute de tenir compte de la rotation, par exemple UDE (4;0).

Quant aux positions situées dans les prés entre le ruisseau et la rivière, le sujet tient compte de ces deux éléments, mais sans retrouver le bon secteur (toujours à cause de la rotation). Par exemple UDE (4;0), en voulant retrouver une position du secteur I, le place, sur le modèle B, dans le secteur IV qui ne contient pas non plus la grande colline, mais qui se trouve aussi sur la gauche du dispositif en B (comme le secteur I en A).

(J. Piaget - B. Inhelder - A. Szeminska).

§ J. TECHNIQUE ET RÉSULTATS GÉNÉRAUX. — On présente à l'enfant une tour de 80 cm de hauteur, formée d'une douzaine de plots (cubes et parallélépipèdes) et dressée sur une table, après quoi on lui demande d'en reproduire une copie sur une autre table. La consigne évite toute allusion à la mesure et se borne à des expressions telles que : « Tu vas faire une tour de la même grandeur que la mienne », ou « la même que la mienne », etc. En outre, pour éviter une simple correspondance bi-univoque entre les plots, on donne à l'enfant des plots plus petits, mais dont la composition permet d'égaliser en hauteur ceux du modèle. On demande la copie sur une table plus basse que celle du modèle (90 cm de différence de hauteur entre ces tables et 2 m de distance entre elles), sinon la simple transposition visuelle suffirait à satisfaire le sujet. Pendant la construction il y a avantage à interposer un grand écran entre le modèle et la copie en voie de fabrication, mais on invite l'enfant à « aller voir » le modèle aussi souvent qu'il le désire : cet écran facilite ainsi la découverte de transports manuels et de communes mesures, tandis qu'il n'empêche pas les petits de s'en tenir à la simple comparaison visuelle. On met naturellement à la disposition de l'enfant un nombre de plots bien supérieur aux besoins, ainsi que des bandes de papier et des baguettes. Mais on évite soigneusement de suggérer leur emploi : c'est une fois épuisés tous les procédés spontanés que l'on prie l'enfant d'utiliser bandelettes et bâtons s'il ne l'a pas fait de lui-même.

CLA (4;1) : « Poux-tu... etc. ? — (Il regarde longuement la tour puis empile des blocs avec soin sans plus s'occuper du modèle. Sa copie achevée il la regarde, enlève tout et recommence. Idem une troisième fois.) — Est-elle la même chose haute. — Si, si ! — (On lui donne une longue baguette.) Regarde avec ça. Tu peux mesurer ? — Je ne peux rien faire avec cette baguette. — (Une petite). — Avec ça je peux (il la pose sur sa tour à titre de décor). Elle est la même chose haute ! »

GEN (4;6) compose exactement sa tour en jetant quelques coups d'œil sur le modèle. « Elle est de la même grandeur ? — Non. Celle-là (modèle) est plus grande. — Si on la porte à côté de l'autre ? — Elle est les deux la même chose. — Mais tu peux le savoir sans la porter ? — Oui. — Tiens (règle) pour mesurer. — Mais c'est pas assez long, je ne peux pas mesurer (elle a en réalité la hauteur du modèle). — Et avec tes mains ? — Moi je sais pourquoi celle-là est plus grande : elle est sur une plus grande table (mais il ne mesure pas). — Tu peux la dessiner ? (Il s'exécute.) — C'est la même grandeur ? — Non, ça (modèle), c'est plus grand. — Jusqu'où ça devrait aller pour être pareil ? — Jusque là (point arbitraire). — A quoi le vois-tu ? — Parce que j'ai de bons yeux. »

PRI (5;10) déclare les deux hauteurs égales : « Pourquoi ? — J'ai regardé. — Est-ce qu'on peut se tromper en regardant ? — Non. — Il y a d'autres moyens ? — Oui. (Il met sa main sur un sommet et l'autre sur l'autre sans s'occuper de leurs hauteurs respectives par rapport à la ligne des bases.) — Et autrement ? » Il trouve alors qu'on pourrait mettre les deux tours sur la même table.

CLAN (5;3) regarde sans cesse le modèle. « C'est la même chose haut. — Comment tu le sais ? — On peut regarder la grandeur. — C'est sûr ? — On devrait la porter là-bas tout près. (On le fait : il pose alors une main sur chaque sommet en cherchant à les raccorder en une ligne horizontale.) C'est trop petit, la mienne. »

LOU (6;6) : « C'est la même chose. — Comment sais-tu ? — J'ai vu. — Comment être sûr ? — Enlever le carton (l'écran) pour mieux voir. — Et sans cela ? — (Il met une main au haut de la tour, l'autre à la base, et se déplace ainsi, mais il remue les mains en cours de route et reconfinence.) — On ne peut pas se tromper comme ça ? — Non. — Et avec ça (bâton, mais trop petit) ? — (Il l'applique contre sa tour, depuis le sommet, puis cherche à le transporter verticalement mais en le maintenant à la même hauteur, sans tenir compte du décalage des bases.) »

ANI (6;11) regarde alternativement le modèle et la copie, mais renonce à cette méthode « parce que celle-ci est sur un banc plus bas ». Il prend alors une baguette, plus grande que sa tour, en marque du doigt un point de repère correspondant au sommet, mais le perd en cours de route. Ne réussit qu'avec une tige égale.

REX (7;5) veut « amener l'autre à côté », après quoi il construit une troisième tour, de même hauteur, pour la transporter. Il la confectionne en moyen de 17 blocs qu'il recompte et replace dans le même ordre sur l'autre table. Enfin il se sort de deux baguettes juxtaposées et dit : « Il faut transporter les baguettes et voir si ça arrive à la même hauteur. »

PARTIE III: BIBLIOGRAPHIE

(Les documents marqués d'une étoile sont ceux que Jeanne Bolon recommande à ses normaliens en première lecture)

A- DESCRIPTION D'ACTIVITES

BACQUET (M.) et GUERITTE-HESS, Le nombre et la numération, pratiques de ré-éducation, ISOSCEL, 1982.

* BOULE (F.), Manipuler, organiser, représenter, Armand Colin-Bourrelhier, 1985.

CDDP DE COLMAR, Au fil de l'an, De la vie quotidienne à l'approche de la mathématique à l'école maternelle (section des petits), diffusion par le CRDP de Strasbourg.

CARREYRE (E.) & SALIN (M.H.), Le jeu "Qu'est-ce qui est caché dans la boîte de couleur ?", compte-rendu des recherches à l'école maternelle Jules Michelet, classe 2, année 81-82, IREM de Bordeaux.

CHAMPDAYOINE (L.), Mathématiques par les jeux ; tome 1, jeux de société (PS et MS) ; tome 2: jeux de stratégie (GS), Nathan, 1985

CHAUYAT (D.) & DAVID (A.), Espace et géométrie de 4 à 7 ans, IREM de Nantes, épuisé.

CHAUYET (D.) & MICHEL (Y.), A la maternelle: des jeux à avec des règles (à faire ou à inventer pour développer l'intelligence), Retz, 1984 (des réminiscences de l'époque des "maths modernes"...).

DANIAU (J. & S.), Initiation mathématique, CEDIC, 1975 (des réminiscences de l'époque des "maths modernes"....)

DERAMECOURT (G.), Mathématiques en grande section de maternelle, FOL de Périgueux.

DIGNEAU (J.M.), Création d'un code à l'école maternelle, IREM de Bordeaux, 1980.

ECOLE NORMALE DE BAR-LE-DUC, Quand la mathématique passe par la maternelle, Association des amis de l'école normale de Bar-le-Duc, 55000 BAR-LE-DUC.

ECOLE NORMALE DE TOULOUSE, Mathématiques à l'école maternelle, 1986.

ERMEL, Apprentissages mathématiques au cours préparatoire, OCDL (1977) (les parties "algorithmes", "créations de code" et "espace" peuvent être facilement adaptées).

* GRAND N :

n° 23 : deux activités à l'école maternelle sur le temps et l'espace, GORLIER (S.)

n° 26 : l'icosaèdre en maternelle, DANIAU (J. & S.)

n° 30 : représentation de l'espace, organisation de l'espace, coll.

n° 31 : la marelle à la maternelle, CHAUYAT (D.).

n° 33 : activités de partage à l'école maternelle, NEYRET (R.).

n° 34 : activités de partage à l'école maternelle, suite, MILLIAT (C.).

n° 36 : réalisations de figures planes et représentations en maternelle, MILLIAT (C.).

n° 37 : construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle, IREM de Bordeaux.

n° 39-40 : travail en maternelle à partir de l'exposition *Les eaux vives*, LAPERRIERE-TACUSSEL (M.).

* Grand N, spécial CP (situations transposables à la grande section) , épuisé.

HENAFF (F.) et BASTIDE (A.), Informaticiens en herbe , école maternelle J de la Fontaine, 21 rue E. Renan , 92190 MEUDON.

INRP , Intuitions et construction de l'espace , n° 72 Recherches pédagogiques (les articles de C.FABRE, M.H.SALIN et J.AZEMAR).

INRP , La représentation de l'espace , Recherches pédagogiques n° 106.

IREM DE BORDEAUX, Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle - document pour les maîtres, 1985

LESCOUT (M.) , Autour des comptines , Nathan , 1985 (une partie est consacrée aux mathématiques).

SAUYY (J. & S.) , L'enfant à la découverte de l'espace , Casterman-Poche , 1972 , épuisé.

SAUYY (J. & S.) , L'enfant et les géométries , Casterman-Poche , 1974 , épuisé.

TOURTET (L.) , Chemins de la découverte mathématique - 53 situations-problèmes pour petits, moyens et grands , Armand Colin-Bourrellier (même s'il a un peu vieilli...).

* ZIMMERMANN (G.) , Activités mathématiques, tome 1, le développement cognitif de l'enfant , Nathan, 1985; tome 2, les apprentissages pré-scolaires, Nathan 1986.

FILMS DU CNDP

Papiers peints à l'école maternelle , Auteurs : GORLIER(S.), SALLES(G.) & MINET(O.) , Réalisateur: VEROT (M.) , 1974.

Cordes à jouer , Auteur : MATIFFA(E.) , Réalisateur: BAULEZ (M.), 1977.

Ecouter pour voir , Auteur: MATIFFA (E.) , Réalisateur: GOASGUEN (F.), 1979.

L'espace en fête (maternelle et cours préparatoire), Auteur : ZIMMERMANN (G.) , Réalisateur: GOASGUEN (F.) , 1981.

B- ETUDES ET RECHERCHES

BESSOT (A.) , COMITI (C.) & PARISELLE (C.) , Analyse de comportements d'élèves de CP confrontés à une tâche de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné , Recherches en didactique des mathématiques , Vol 1.2 , 1980.

BESSOT (A.) & COMITI (C.) , Appropriation des propriétés ordinales du nombre par l'élève du cours préparatoire , Educational studies in mathematics n° 13 , 1982.

CHICHIGNOUD (M.P.) , le développement du concept de nombre chez le jeune enfant , Grand N n°35 , 1985.

COMITI (C.) , Les premières acquisitions de la notion de nombre par l'enfant , Educational Studies in mathematics n° 11 , 1980.

FISCHER (J.P.) , Développements et fonctions de comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans , Recherche en didactique des mathématiques , Vol.2.3, 1981.

FISCHER (J.P.) , L'enfant et le comptage , IREM de Strasbourg , 1982.

- * FAYOL (M.), Nombre, numération, dénombrement : que sait-on de leur acquisition ? , Revue française de pédagogie n° 70 , janvier-février-mars 1985.
- GELMAN (R.), Les bébés et le calcul , La recherche n° 149 , novembre 1983.
- GRECO, GRIZE, PAPERT, PIAGET , Problèmes de la construction du nombre, PUF , 1960.
- GUILLAUME (J.C.) & al. , Evaluation des comportements en mathématiques des élèves du cours préparatoire , rapport intermédiaire INRP , 1980.
- INRP , Comment font-ils ? - L'écolier et le problème de mathématiques, Rencontres pédagogiques n° 4 , 1985, (concerne le primaire).
- IREM de NANTES : nombres entiers naturels, éléments de réflexion pour une approche à l'école élémentaire , n° 18 .
- * LURCAT (L.) , L'enfant et l'espace , le rôle du corps , PUF , 1976.
- LURCAT (L.) , Etude de l'acte graphique , Mouton , 1974.
- * LURCAT (L.) , L'activité graphique à l'école maternelle , ESF , 1979.
- LURCAT (L.) , Espace vécu , espace connu, ESF , 1982.
- MELJAC (C.) , Décrire, agir , compter - l'enfant et le dénombrement spontané , PUF , 1979.
- PIAGET (J.) , Psychologie et épistémologie , Seuil , Médiations, 1980.
- PIAGET (J.) et SZEMINSKA (A.) , La genèse du nombre chez l'enfant , Delachaux et Niestlé, 1941.
- SIMONNET (D.) , Vivent les bébés - ce que savent les petits d'homme , Seuil, 1986.

C- ASPECTS HISTORIQUES

Les textes ci-dessous peuvent donner des éléments pour repérer l'évolution de l'enseignement mathématique dispensé à l'école maternelle. La liste serait à compléter.

- * KERGOMARD (P.) , L'éducation maternelle dans l'école, Hachette, ré-édition en 1974 d'un ouvrage publié en 1886.
- Cahier de pédagogie moderne , Les débuts du calcul, A.COLIN , 1962.
- Cahier de pédagogie moderne , Les écoles maternelles, A.COLIN , 1963.
- INRP , L'école maternelle et la mathématique vivante, Recherches pédagogiques n° 49.
- Ecole maternelle française n° 8 , mai 1978 , les mathématiques à l'école maternelle , GILLIE (C. & A.M.)
- Education enfantine n° 6, mars 1980, Conseils aux débutants , les mathématiques à l'école maternelle , TOURTET (L.).
- LUC (J.N.) , La petite enfance à l'école - 19 ième et 20 ième siècles; textes présentés et annotés, INRP, 1982.
- Collectif Education-formation-réflexion , Ressources 95 n° 2 , Spécial maternelles , Une chronologie pour comprendre l'école maternelle , OUZOULIAS (A.) , Ecole normale de Cergy.

D- DES QUESTIONS A L'ORDRE DU JOUR A L'ECOLE MATERNELLE

BARDONNET-DITTE (J.), DURIF (D.) et MERCIER (J.), Les citoyens de la maternelle, PUF, 1980.

COHEN (R.), L'apprentissage précoce de la lecture - à six ans, est-il déjà trop tard ?, PUF, 1977.

COTTEZ (J.) et LURCAT (L.), Grand à la crèche ou petit à la maternelle ? - La vie collective à 2 ans, Syros, 1982.

CRDP de LILLE, Liaison école maternelle - école élémentaire, 1984.

LANTIER (N.), BURGUIERE (E.), CHAUVEAU (G.), L'articulation de l'école maternelle avec l'école élémentaire, Psychologie scolaire n° ..., 1983.

LURCAT (L.), L'écriture et le langage écrit de l'enfant (écoles maternelle et élémentaire), ESF, 1985.

ZAZZO (B.), L'école maternelle à deux ans : oui ou non ?, Stock, col. Laurence Pernoud, 1984.

Film du CNDP : l'école maternelle, pourquoi ?, d'ITHIER.

E- AUTRES OUVRAGES

BARTH (B.M.), Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique, Communication et langage n° 66.

BRUNER (J.S.), Le développement de l'enfant, savoir faire, savoir dire, PUF, 1983.

FLORIN (A.), BRAUN-LAMESCH (M.), BRAMAUD DU BOUCHERON (G.), Le langage à l'école maternelle, Dif. MARDAGA (Pierre).

HAGEGE (C.), L'homme de paroles - Contribution linguistique aux sciences humaines, Fayard.

VYGOTSKI, Pensée et langage, Messidor (Editions sociales).

Groupe B1:

LE NOUVEAU CONCOURS
SA PREPARATION - LES EPREUVES

Rapporteur : J-M VERNET, P.E.N, AVIGNON

0) Le groupe était composé de 25 Personnes environ.

Il représentait sensiblement 60 % des Académies.

Après un tour de table de 50 minutes, le panorama de la préparation a conduit aux remarques suivantes.

1) Préparation

- a) l'auditoire est en général composé de littéraires dont le savoir a subi "l'érosion didactique". Le nombre des assidus semble très faible par rapport au nombre de places offertes au concours. Suivant l'implantation la nature de cet auditoire varie : Ville de Facultés ≠ ville non universitaire
ici, les étudiants sont mordus et acceptent des horaires abraccabnants.
là, chômeurs, Tuc, très motivés, ayant moins de contraintes d'emploi du temps.

- b) Enseignants. Très divers, Universitaires, professeurs d'Ecole Normale, professeurs de Lycée, professeurs de C.E.S..
Le dosage est variable de 0 à 100 %
Dans les grandes Universités, plusieurs centres sont coordonnés, le nombre d'heures passées en concertation, harmonisation, est important par rapport au travail effectif d'enseignement.
Enfin, dans les centres géographiques éclatés, il y a une certaine difficulté à trouver des "Turbo-PEN" ... "missi dominici didactiques de l'an 2 000" !

- c) Contenu. Pour les $\frac{2}{3}$ des présents, il semble que le programme ait été édicté et limité aux stricts pré-requis pour enseigner en niveau élémentaire. Ceux qui font exception, travaillent au niveau 2^e et 1^{er} des Lycées, certains universitaires arrivent même à "flirter" avec les suites, la fonction exponentielle, la notions de limite.
- d) Quota horaire très variable de 12 h à 81 h.
- e) Méthodes. En général à propos de situations didactiques (problèmes, exercices, thèmes) on arrive à un apport éventuel de connaissances.

2) le concours - . Remarque générale

Il semble qu'il y ait deux "France"

Si l'on désigne par α le nombre de candidats et β le nombre de place offertes, le de $\alpha - \beta$ n'est pas positif.

Le rapport $\frac{\alpha}{\beta}$ n'est pas toujours supérieur à 2.

Il est même voisin de 10, dans certaines Académies du Sud. (Ce ne sont que des approximations, si β est en général connu, α ne le sera qu'à la clôture des inscriptions).

. Les épreuves - Dans une séance suivante, nous avons procédé à un large échange de documents, en travaillant en Ateliers ouverts. Certains apportant des thèmes relatifs à la préparation... d'autres relatifs aux épreuves. Ici, une synthèse semble difficile à faire, mais l'accord sur les propositions faites à la commission de l'enseignement élémentaire de l'A.P.M.E.P. (de février 86), à laquelle assistait Monsieur Louis CORRIEU, cet accord dis-je a été total. (cf publication BGV de mars 86).

Plus précisément, il est proposé que l'épreuve porte sur de vraies situations à analyser et faisant appel - tout au moins pour 1986 - à un programme légèrement écrété. Sur ce point le consensus à 100 % n'est pas atteint. - L'un des objectifs de l'épreuve semblant être de dépister les candidats présentant des lacunes graves.

. Les propositions de sujets. Les PEN qui assurent la préparation au concours, souhaitent en général être associés à la confection des sujets. Ils souhaitent que ceux qui font des propositions se mettent aux courant du contenu du travail de préparation.

A l'horizon 87, les P.E.N souhaiteraient :

- que leur rôle, dans la préparation au Concours soit clairement défini.
- que l'horaire soit normalisé... 36 h pour une année, même avec un proframme réduit, compte-tenu du niveau des "préparation-naires" semble un minimum... qui devrait être étoffé.

Rappel - Après l'épreuve (septembre 87) envoyez les sujets SVP à

EN Avignon BP 847 - 84003 AVIGNON

Nouveaux contenus , nouvelle formation

Sous-groupe : compléments

Rapporteur C. Houdement

Les membres du groupe ont essentiellement travaillé sur l'extrait du B.O. n°11 du 20 . 03 . 86 donnant les nouveaux programmes de mathématiques pour les futurs normaliens (promotion 1986) .

L'ensemble des participants prenant en compte que ce texte devenait document de référence pour tous les P.E.N. et pour une évaluation en mathématiques , a regretté la formulation trop stricte des différents paragraphes l'absence d'explicitation et le découpage retenu du texte (l'oubli du paragraphe Géométrie est apparu comme une coquille) .

Voici les conclusions du groupe .

- 1 . Oubli d'une rubrique Géométrie dans le paragraphe Contenus relatifs à la discipline .
- 2 . Il faudrait envisager un paragraphe Contenus relatifs aux pratiques pédagogiques , parallèlement au paragraphe Contenus relatifs à la discipline . En effet l'oubli de ce paragraphe (ou l'éclatement de ces contenus dans tout le texte) peut amener à assimiler la formation professionnelle des futurs maîtres à une formation essentiellement théorique (une évaluation ne se fondant souvent que sur des contenus mathématiques) .
- 3 . Il faudrait enrichir le texte d'indications sur les différentes démarches à mener auprès des normaliens : pratiques documentaires , résolutions de problèmes , construction collective de séquences , mini exposés , afin que le futur maître soit apte à pratiquer certaines de ces démarches dans son enseignement , à compléter sa formation seul hors école normale .
- 4 . Aucune interdisciplinarité (sauf avec la technologie) n'est explicitement mentionnée , même pas celle avec les philosophes sur des contenus communs aux deux programmes : la pensée mathématique , la pensée logique , les théories d'apprentissage ...
- 5 . L'informatique dispose d'un paragraphe à elle-seule , alors qu'elle n'aurait dû apparaître que comme outil , d'autant plus que l'horaire ne permet pas d'amples débordements .
- 6 . L'horaire imparti à ce vaste programme nécessitera des choix ou le traitement superficiel de nombreuses rubriques . Il serait sage de préciser les limites de ces choix pour une meilleure unité des enseignements et a fortiori une évaluation plus juste .

Le groupe pense que la rédaction de compléments éclairerait ce texte .

Groupe 83

Nouveaux contenus, nouvelle formation.

Sous-groupe : lettres à la Direction des Ecoles.
aux Inspecteurs Généraux.

Ce sous-groupe^a écrit deux lettres dont on peut trouver le texte en annexe.

M. Corrieu nous a répondu que l'absence de la géométrie était due à une erreur et qu'un programme complémentaire paraîtrait prochainement au B.O.

Il nous a accordé un entretien qui a eu lieu à l'IREM de Paris VII début juillet 1986. Il nous a annoncé que des réunions sur les nouveaux programmes auraient lieu dans chaque Académie, et qu'une synthèse serait faite et envoyée dans toutes les Ecoles Normales. A l'heure où nous publions, ces réunions ont eu lieu et le texte de synthèse a été diffusé.

UNIVERSITE PARIS VII

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 4336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Paris le 28 avril 1986

Commission Permanente des
IREM sur l'enseignement
ELEMentaire (COPIRELEM)

A

Monsieur Cerquiglini
Directeur des Ecoles

Monsieur le Directeur,

Au cours du colloque que nous avons organisé les 24, 25 et 26 avril à Quimper, les participants ont étudié le programme de formation des écoles normales applicable à la rentrée 86 (étudiants recrutés aux concours normaux). Beaucoup d'observations ont été faites en ce qui concerne les 135 h de mathématiques.

La publication au bulletin officiel confère aux textes concernés une connotation plus impérative qu'antérieurement où l'enseignement en école normale était l'objet de suggestions. La régulation - probablement souhaitable - que ce processus introduit rend particulièrement dommageable certains oublis comme celui de l'enseignement de la géométrie : faut-il rappeler la relative inculture des étudiants de DEUG dans ce domaine ? Voudrait-on minorer l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire (contrairement au collège) ? On ne saurait le penser.

Par ailleurs, si les paragraphes introductifs (ensemble des disciplines et mathématiques) situent les perspectives professionnelles de la formation, le paragraphe sur les contenus disciplinaires, en raison de l'abondance des référents mathématiques (a contrario, voir le texte voisin des contenus culturels en français), pourrait faire croire que tout doit être maîtrisé par les futurs normaliens à la manière d'un étudiant de DEUG scientifique, ce qui est impossible vu leurs cursus antérieurs, et pourtant exigible dans la perspective d'une évaluation externe.

Jusqu'ici, les professeurs d'école normale de mathématiques avaient pu avoir des informations sur les projets de programme d'enseignement en école normale. Dans le cas présent, une méthode semblable aurait pu éviter certains oublis ou l'emploi de certaines formulations.

En tout état de cause, les textes actuels nous semblent insuffisants. Nous vous demandons donc de faire paraître un texte complémentaire.

Il va de soi que nous serions prêts à collaborer, s'ils le souhaitent, avec Messieurs les Inspecteurs Généraux à l'élaboration de ce texte qui, de plus, pourrait prendre en compte les conditions - non encore connues à ce jour - d'attribution du diplôme d'instituteurs. Nous leur écrivons dans ce sens.

Veuillez agréer, Monsieur le Directeur, l'expression de ma haute considération.

pour la COPIRELEM

M.J. Perrin

A handwritten signature in dark ink, appearing to read 'M. J. Perrin', written over a horizontal line.

UNIVERSITE PARIS VII

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Paris le 28 avril 1986

Commission Permanente des
IREM sur l'enseignement
ELEMentaire (COPIRELEM)

A

Monsieur CORRIEU
Monsieur FAUVERGUE

Monsieur l'Inspecteur Général,

Le colloque de Quimper s'est déroulé dans d'excellentes conditions et nous y avons étudié, en particulier, le programme de formation applicable à la rentrée 1986 (étudiants recrutés par concours normal).

Nous nous sommes posé beaucoup de questions et nous avons regretté de ne pouvoir les évoquer avec vous à bâtons rompus, comme nous avons pu le faire au cours de colloques précédents sur des sujets voisins. Voici quelques points que nous avons relevés.

- la parution au bulletin officiel nous paraît intéressante puisqu'elle favorisera une homogénéisation des enseignements dispensés dans les différentes écoles normales.

- la référence à la didactique des mathématiques renouvelle la liaison entre théorie et pratique et nous nous en réjouissons.

- l'introduction de notions d'informatique au sein du programme de mathématiques nous paraît heureux.

- En revanche, l'absence de contenus sur la géométrie des configurations nous est incompréhensible, compte tenu de la culture actuelle des étudiants en géométrie et de l'importance (accrue) de ce thème à l'école élémentaire et au collège. Seule une coquille d'impression nous paraît l'expliquer.

- Par ailleurs, si les paragraphes introductifs (ensemble des disciplines et mathématiques) situent les perspectives professionnelles de la formation, le paragraphe sur les contenus disciplinaires, en raison de l'abondance des référents mathématiques (à contrario, voir le texte voisin des contenus culturels en français), pourrait faire croire que tout doit être maîtrisé par les futurs normaliens à la manière d'un étudiant de DEUG scientifique, ce qui est impossible vu leurs cursus antérieurs, et pourtant exigible dans la perspective d'une évaluation externe.

Ces quelques points montrent que le texte paru au bulletin officiel est insuffisant : un texte complémentaire devrait être diffusé rapidement dans les écoles normales.

Nous restons à votre disposition pour éclairer ce qui, dans cette lettre, aurait pu vous paraître obscur, et contribuer, si vous le souhaitez, et dans la limite de nos moyens, à l'élaboration d'un texte complémentaire, texte qui pourrait prendre en compte les conditions d'attribution du diplôme d'instituteur.

Nous écrivons dans ce sens à Monsieur le Directeur des Ecoles.

Veillez agréer, Monsieur l'Inspecteur, mes salutations respectueusement dévouées.

pour la COPIRELEM

M.J PERRIN

A handwritten signature in dark ink, appearing to be 'M.J. Perrin', written in a cursive style.

Groupe B 4
Formation continue .

Rapporteur N. Gaudalet

Après le "recyclage en mathématiques modernes" des années 1970 , la formation continue en mathématiques ne semble plus être une priorité pour les instituteurs eux-mêmes , ni pour le ministère de l'éducation nationale dans le plan national , ni enfin pour les autorités locales dans les différents plans de formation départementaux . En outre les P.E.N. de mathématiques interviennent principalement dans les stages informatique , délaissant la formation en mathématiques .

Il nous faut reconnaître également que les demandes explicites de formation dans cette discipline sont assez rares .

De plus les stages mathématiques ont encore parfois pour certains enseignants une image plutôt rebutante . Fuite ou peur devant une discipline qu'on connaît mal ? Sentiment d'échec lié à un passé scolaire ? Refus d'un pouvoir excessif donné par l'école aux mathématiques ?

Et pourtant , dans leurs pratiques , les enseignants réinvestissent peu les résultats des travaux menés depuis près de vingt ans dans les I.R.E.M. , à l'I.N.R.P. appliquent assez rarement les instructions des derniers programmes .

S'il est vrai que les stages de formation continue constituent un des moyens de faire circuler une information , d'aider les stagiaires à construire et organiser les activités mathématiques pour leur classe , les formateurs en mathématiques se doivent de chercher des formes de stages qui suscitent à nouveau l'intérêt pour l'enseignement de cette discipline , une curiosité quant aux méthodes (et pas uniquement pour des contenus "nouveaux" comme en 1970) et ce dans le but d'augmenter les candidatures .

Déjà dans les E.N. la réflexion a porté sur les contenus : géométrie , problèmes , proportionnalité sont des sujets qui ont fait recette . Mais même un sujet mathématique attrayant ne suffit pas toujours à attirer des candidats . Il nous faut sans doute proposer des modalités de stages variées mieux adaptées aux attentes des enseignants :

- stages courts "pointus" sur un sujet très précis ,
- stages en deux périodes séparées par une intersession sur le terrain ,
- stages proposant des approches nouvelles de certaines situations ,
- stages qui développent une attitude de recherche par rapport à une pratique (recherche action) ,
- stages centrés sur l'analyse de démarches ,
- stages abordant les mathématiques par l'évaluation , par l'apprentissage , par l'utilisation d'auxiliaires pédagogiques (manuels scolaires , didacticiels , logiciels)

Parallèlement un travail de sensibilisation est à mener :

- sensibiliser les formateurs (I.M.F.A.I.D.E.N. , I.M.F.E.N. , I.D.E.N. , P.E.N.) dans les stages nationaux et académiques ,
- sensibiliser les instituteurs en circonscription par une participation des P.E.N. aux animations ,
- trouver des articulations entre la formation en E.N. et l'animation sur le terrain (l'E.N. est trop éloignée pour de nombreux instituteurs , peu d'I.D.E.N. interviennent dans les stages à dominante mathématique , travailler avec les I.M.F.A.I.D.E.N. qui interviennent souvent dans ce domaine en animation en circonscription , trouver des modalités de suivi des stages de formation , mener des actions avec les normaux pendant leurs différents stages ...)
- faire connaître les travaux des I.R.E.M. , des groupes de P.E.N. par des articles dans les bulletins départementaux ou académiques ,
- travailler dans des classes banales pendant les stages de formation ,
- intervenir dans les stages à la mode (évaluation , analyse des auxiliaires pédagogiques , liaison maternelle - C.P. , école - collège , le jeu , l'écrit , la lecture , l'enfant en difficulté , l'erreur)
- intervenir dans l'élaboration du plan de formation ,
- analyser les besoins de formation en mathématiques dans les écoles (travail à mener avec les I.D.E.N.)

Enfin , le problème du réinvestissement des contenus des stages dans les pratiques reste posé , faute de suivi de stage dans la plupart des cas .

<u>Titre</u>	Actes des colloques PEN de Guéret (1985) et Quimper (1986)
<u>Auteurs</u>	Participants aux colloques, rapporteurs des groupes
<u>Niveau</u>	Ecole élémentaire, formation des instituteurs
<u>Date</u>	Avril 1987
<u>Mots-clés</u>	<u>Spécialité</u> : COLLOQUE - DIDACTIQUE - INFORMATIQUE - FORMATION DES MAITRES <u>Autres</u> : GEOMETRIE - PROPORTIONNALITE - ECOLE MATERNELLE

RESUME :

Actes de deux colloques de PEN et autres formateurs d'instituteurs.

"Former des enseignants - Former des enfants.

Elaboration et diffusion de documents de travail"

Les thèmes abordés sont les suivants :

- Programmer à l'école élémentaire
- Géométrie
- Proportionnalité
- Difficultés des élèves en mathématiques
- Liaison école-collège
- Enseignement des mathématiques à l'école maternelle

On trouve aussi dans cette brochure le texte d'un exposé d'introduction à la didactique des mathématiques présenté par M. Artigue au Colloque de Quimper.

Editeur : I.R.E.M

Directeur/Responsable de la publication : Michèle ARTIGUE

Tirage : 168 exemplaires dépôt légal : 2-86612-045-0 AVRIL 1987

I.R.E.M PARIS VII - Tour 56/55 - 3ème étage - 2 place jussieu 75005 PARIS