



**INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT  
DES MATHÉMATIQUES**

---

**5<sup>ème</sup> COLLOQUE NATIONAL**  
**DES**  
**PROFESSEURS D'ÉCOLE NORMALE**

**UNIVERSITÉ  
de  
REIMS**

**AUBERIVE  
LES 28, 29, 30 AVRIL 1978**

1

I.R.E.M. de REIMS

5ème COLLOQUE NATIONAL DES  
PROFESSEURS D'ECOLE NORMALE

-----

COMPTE RENDU DES GROUPES DE TRAVAIL

-----

I.R.E.M. - E.N. - A.P.M.E.P. - C.O.P.I.R.E.L.E.M.

-----

Thème des journées :

L'enseignement des mathématiques en  
classe de formation professionnelle

UNIVERSITE DE REIMS

-----

Institut de Recherche sur l'En-  
seignement des Mathématiques

Moulin de la Housse  
51062 - REIMS Cédex  
B.P. 347

-----

AUBERIVE LES

28 - 29 - 30 AVRIL 1978

Tél. (26) 40 42 01

LISTE ALPHABETIQUE ET ADRESSES DES PARTICIPANTS  
AU COLLOQUE D'AUBERIVE

---

|           |              |                                                                          |
|-----------|--------------|--------------------------------------------------------------------------|
| ARTIGUE   | Michèle      | IREM - Université PARIS VII<br>2, Place Jussieu - 75005 PARIS            |
| AUBEPART  | Collette     | Inspection des Ecoles Maternelles<br>Ecole du Cavalier<br>52000 CHAUMONT |
| AUBURTIN  | Mireille     | ENM<br>Rue Paul Richard<br>54320 MAXEVILLE                               |
| AUTEBERT  | André        | ENM<br>9, rue Reneauline<br>41000 BLOIS                                  |
| BARSEYNI  | René         | ENG<br>Fondettes<br>37230 LUYNES                                         |
| BÉAUFORT  | Dominique    | ENM<br>28000 CHARTRES                                                    |
| BEGUE     | Jane         | ENM<br>09000 FOIX                                                        |
| BEIGBEDER | Augusta      | ENM<br>Rue Paul Petit<br>42100 SAINT-ETIENNE                             |
| BERU      | Guy          | ENF<br>1, Bld Victor Hugo<br>51000 CHALONS/MARNE                         |
| BESSOT    | Annie        | IREM<br>BP 41<br>38401 SAINT MARTIN D'HERES                              |
| BETHERMIN | Marie-Claire | ENF<br>37, rue du Temple<br>62000 ARRAS                                  |
| BITTLER   | Michel       | ENF<br>13000 AIX EN PROVENCE                                             |
| BLANC     | Jean-Claude  | ENM<br>40, rue Général Delestraint<br>01000 BOURG                        |

|             |            |                                                         |
|-------------|------------|---------------------------------------------------------|
| BLANC       | Michel     | ENF<br>89, Avenue Georges V<br>06052 NICE Cedex         |
| BOET        | Jeanine    | ENF<br>Rue Anizau Cavillon<br>93350 LE BOURGET          |
| BOLON       | Jeanne     | ENF<br>142, Avenue Pdt Roosevelt<br>78100 SAINT-GERMAIN |
| BONNEC      | Rémi       | ENF<br>6, avenue De Lattre de T.<br>56000 VANNES        |
| BOSLAND     | Richard    | ENM<br>41, avenue de la Plaine<br>74000 ANNECY          |
| BOULÉ       | François   | ENG<br>59000 LILLE                                      |
| BOURDIL     | Annie      | ENM<br>1, avenue Marc Purat<br>23000 GUERET             |
| BOURELLY    | Josette    | ENF<br>Rue Meynier de Salinelle<br>30033 NIMES          |
| BRUN        | Jean-Louis | ENM<br>Quai Charcot<br>08000 CHARLEVILLE MEZIERES       |
| BUCHER      | Jeanne     | ENF<br>16, rue Paixhaus<br>57000 METZ                   |
| BUISSON     | Geneviève  | ENF<br>Rue de Lille<br>76000 ROUEN                      |
| BURGUN      | Micheline  | IREM<br>BP 41<br>38401 SAINT-MARTIN D'HERES             |
| BURNIER     | Suzanne    | ENM<br>74000 ANNECY                                     |
| CARRIER     | Jean       | Lycée du Parc<br>69000 LYON                             |
| CATHALIFAUD | Robert     | ENG<br>Route de Feytiat<br>87000 LIMOGES                |
| CHAMPION    | Claudette  | ENM<br>9, rue de Flacé<br>71000 MACON                   |

|            |              |                                                                 |
|------------|--------------|-----------------------------------------------------------------|
| CHAPIN     | Monique      | ENM<br>Boulevard de la Duchesse Anne<br>35000 RENNES            |
| CHARNAY    | Roland       | ENM<br>Rue Général Delestraint<br>01000 BOURG                   |
| CHAUCHOT   | Jean-Pierre  | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52000 CHAUMONT                   |
| CLAES      | Marie-Renée  | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52000 CHAUMONT                   |
| CHAUVAT    | Danièle      | ENF<br>Villa Maria<br>44000 NANTES                              |
| COIFFARD   | Michel       | ENF<br>13000 AIX-EN-PROVENCE                                    |
| COLLONGE   | Marie-Pierre | ENG<br>56, Bld des Batignolles<br>75017 PARIS                   |
| COLMEZ     | François     | IREM - PARIS SUD - PARIS VII<br>2, Place Jussieu<br>75005 PARIS |
| COMBE      | Denise       | IREM<br>BP 41<br>38401 SAINT MARTIN D'HERES                     |
| COMITI     | Claude       | IREM<br>BP 41<br>38401 SAINT MARTIN D'HERES                     |
| COROLLEUR  | Annick       | ENM<br>7, rue Dacier<br>49000 ANGERS                            |
| COURRIERE  | Michel       | ENF<br>89, avenue Georges V<br>06052 NICE Cedex                 |
| COUTIS     | Simone       | ENF<br>80, Bld de la Croix Rousse<br>69001 LYON                 |
| CREPIN     | Roger        | IREM<br>123, rue A. Thomas<br>87060 LIMOGES Cédex               |
| DAENNINCKX | Michel       | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52000 CHAUMONT                   |

|          |            |                                                                  |
|----------|------------|------------------------------------------------------------------|
| DAVID    | Annick     | Ecole Maternelle Pauline<br>Kergomord<br>44200 NANTES            |
| DAVID    | Marcel     | IREM<br>Moulin de la Housse<br>51062 REIMS Cédex                 |
| DELIN    | Danielle   | ENF<br>12, Rue Villa Maria<br>44000 NANTES                       |
| DEMARS   | Suzanne    | ENF<br>57, rue de Ballon<br>72000 LE MANS                        |
| DIDRY    | Jean-Marie | ENM<br>32, rue Paul Richard<br>54320 MAXEVILLE                   |
| DOSSAT   | Luce       | ENG<br>42, rue du Progrès<br>03000 MOULINS                       |
| DOUADY   | Régine     | IREM Paris Sud - PARIS VII<br>2, Place Jussieu<br>75005 PARIS    |
| DÚFOUR   | Colette    | Ecole de St Pierre en Faucigny<br>74800 LA ROCHE SUR FORON       |
| DUFOUR   | Jean       | ENG<br>74130 BONNEVILLE                                          |
| DUMA     | Roger      | 49, rue Pigalle<br>75009 PARIS                                   |
| DURAND   | Monique    | ENM<br>40, Rue Général Delestraint<br>01000 BOURG                |
| DURPAIRE | Jean-Mouis | ENF<br>18, rue Jules Ferry<br>86000 POITIERS                     |
| EBERHARD | Madeleine  | IRMA - MATHEMATIQUES Appliquées<br>BP 53<br>38041 GRENOBLE Cédex |
| FAUCHER  | Alain      | ENM<br>156 Bld Louis Blanc<br>85000 LA ROCHE/YON                 |
| FERAUD   | Marcelle   | ENM<br>Avenue J. Reinarch<br>04000 DIGNE                         |
| FILIPPI  | Jean       | ENM<br>Avenue A. Gilet<br>83300 DRAGUIGNAN                       |

|              |             |                                                          |
|--------------|-------------|----------------------------------------------------------|
| FISCHER      | Jean-Paul   | ENG<br>16, rue de la Victoire<br>57000 MONTIGNY LES METZ |
| FONTVERNE    | Suzy        | ENG<br>42, rue du Progrès<br>03000 MOULINS               |
| FOULON       | Marc        | ENG<br>264, rue d'Arras<br>59509 DOUAI                   |
| FOURGEAUD    | Colette     | 37, rue du Temple<br>ENF<br>62000 ARRAS                  |
| FOURNIER     | Jean        | ENM<br>40, rue Général Delestraint<br>01000 BOURG        |
| FREALLE      | Guy         | ENG<br>BP 935<br>62022 ARRAS                             |
| GAMBADE      | Odette      | ENF<br>Rue Joseph Tissot<br>21000 DIJON                  |
| GAUDELET     | Nicole      | ENF<br>Rue Anizan Cavillon<br>93350 LE BOURGET           |
| GLAYMAN      | Maurice     | IREM<br>43, Bld du 11.11.1918<br>69621 VILLEURBANNE      |
| GOIX         | Jean-Claude | ENG<br>71, Faubourg de Bourgogne<br>45000 ORLEANS        |
| GOLIOT       | Gérard      | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT            |
| LE GREVELLEC | Lucien      | ENG<br>29000 QUIMPER                                     |
| GUERY        | Daniel      | ENM<br>55000 BAR LE DUC                                  |
| GUIGNARD     | Jean-Marie  | ENG<br>18, rue Jules Ferry<br>86000 POITIERS             |
| GUILLERAUD   | Michel      | IREM<br>BP 41<br>38401 SAINT-MARTIN D'HERES              |
| GUILLERAUD   | Mireille    | ENG<br>30, rue M. Berthelot<br>38100 GRENOBLE            |

11

|               |           |                                                         |
|---------------|-----------|---------------------------------------------------------|
| GUILLOSSOT    | Denise    | ENM<br>104 Bld Duchesse Anne<br>35000 RENNES            |
| GUINET        | Raymond   | ENF<br>3, rue J. Bocq<br>38000 GRENOBLE                 |
| HABERT        | Danielle  | ENF<br>4, rue Pierre Brossolette<br>10300 SAINTE SAVINE |
| HACHELOUF     | Aimé      | ENG<br>26000 VALENCE                                    |
| HANSEL        | Natacha   | ENM<br>55000 BAR-LE-DUC                                 |
| HASCOET       | Michèle   | ENG<br>43, rue Saint-Germain<br>27000 EVREUX            |
| HEMMER        | Jean-Paul | ENM<br>1, rue Carolus<br>18000 BOURGES                  |
| HUGUET        | François  | ENG<br>29000 QUIMPER                                    |
| LACHEREZ      | Liliane   | ENG<br>80000 AMIENS                                     |
| LAISNE        | Michel    | ENG<br>62 DOUAI                                         |
| LAMBERT       | Jean      | ENM<br>Rue Paul Richard<br>54320 MAXEVILLE              |
| LECOQ         | Jacques   | ENG<br>168, rue Caponière<br>14039 CAEN Cedex           |
| LEDE          | Robert    | ENG<br>Rue des Lombards<br>10000 TROYES                 |
| LE GORANDE    | Louis     | ENG<br>Avenue Roosevelt<br>56000 VANNES                 |
| L'EPLATTENIER | Annette   | ENG<br>33700 MERIGNAC                                   |
| LE POCHE      | Gabriel   | ENM<br>53000 LAVAL                                      |
| LE ROUX       | Janie     | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT           |



|            |           |                                                        |
|------------|-----------|--------------------------------------------------------|
| LEROY      | Jean-Paul | ENG<br>10, rue Carabiniers d'Artois<br>62000 ARRAS     |
| LEYROLLE   | Roger     | ENM<br>15000 AURILLAC                                  |
| LUCCHINI   | Antoine   | ENG<br>Rue Victor Faïta<br>30000 NIMES                 |
| MARCHAL    | Annick    | ENF<br>Boulevard Paixhaus<br>57000 METZ                |
| MARCHIVIE  | François  | IREM<br>B.P. 138<br>21004 DIJON Cédex                  |
| MARCOUT    | Josette   | ENM<br>141, Route de Colmar<br>67100 STRASBOURG-MEINAU |
| MARECHAL   | MICHEL    | ENM<br>Quai Charcot<br>08000 CHARLEVILLE-MEZIERES      |
| MARTINELLI | Elise     | ENF<br>Rue Jean Bocq<br>38000 GRENOBLE                 |
| MATHIEU    | Claude    | ENM<br>Quai Charcot<br>08000 CHARLEVILLE-MEZIERES      |
| MATIS      | François  | ENF<br>1, rue Joseph Tissot<br>21000 DIJON             |
| MAURIN     | Roger     | 25, route d'Allègre<br>43350 SAINT PAULIEN             |
| MEIFFREN   | Jeanne    | ENF<br>Rue Anizau Cavillon<br>93350 LE BOURGET         |
| MERIGOT    | Michel    | IREM<br>Faculté des Sciences<br>06000 NICE             |
| MEUNIER    | Claudette | CES<br>33530 BASSENS                                   |
| MICHARD    | Madeleine | Collège<br>35190 TINTENIAC                             |
| MIELE      | Pierre    | ENM<br>15000 AURILLAC                                  |

|            |             |                                                            |
|------------|-------------|------------------------------------------------------------|
| MONNET     | Françoise   | CRFPEGC<br>56 Bld Batignolles<br>75017 PARIS               |
| MUNIER     | Jean-Marc   | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT              |
| MYX        | André       | ENG<br>5, rue Anselme<br>69004 LYON                        |
| NADAUD     | Marc        | ENM<br>58000 NEVERS                                        |
| NEYRET     | Robert      | ENG<br>Rue M. BERTHELOT<br>38100 GRENOBLE                  |
| PAINCHAULT | Jacques     | Lycée<br>73100 AIX LES BAINS                               |
| PARISELLE  | Claude      | Lycée Vaugélas<br>73000 CHAMBERY                           |
| PEAULT     | Hervé       | ENM<br>7, rue Dacier<br>49000 ANGERS                       |
| PEDROLETTI | Jean-Claude | ENG<br>57, avenue de Montjoux<br>25000 BESANCON            |
| PELE       | Colette     | Lycée Gabriel Fauré<br>75013 PARIS                         |
| LE PEZRON  | Yves        | ENF<br>22000 SAINT BIEUC                                   |
| PIERROT    | Nicole      | Ecole des 3 maisons<br>22, rue Saint Fiacre<br>54000 NANCY |
| PERCEL     | Nicole      | ENM<br>39015 LONS-LE-SAUNIER                               |
| PROUTEAU   | Christian   | ENG<br>BORDEAUX-CAUDERAN                                   |
| RAMBAUD    | Noële       | ENM<br>9, rue Flacé<br>77000 MACON                         |
| REGNAUD    | Solange     | ENF<br>73000 CHAMBERY                                      |
| RENAUT     | Olivier     | ENF<br>Rue Joseph Tissot<br>21000 DIJON                    |

|            |              |                                                                          |
|------------|--------------|--------------------------------------------------------------------------|
| RIMBAULT   | Claude       | ENF<br>21, Bld Lamartine<br>22000 SAINT-BRIEUC                           |
| ROBINET    | Jacqueline   | IREM Paris Sud<br>2, Place Jussieu<br>75005 PARIS                        |
| ROUGIER    | Jeanne       | ENF<br>209 Bld des Vauteaux<br>87000 LIMOGES                             |
| ROUMIEU    | Charles      | IREM - Université<br>Place E. Bataillon<br>34060 MONTPELLIER Cédex       |
| ROUQUAIROL | Michel       | Rectorat<br>1, rue Navier<br>51100 REIMS                                 |
| RUFFIER    | Jean-Pierre  | Inspection des Ecoles Maternelles<br>Ecole du Cavalier<br>52000 CHAUMONT |
| SALIN      | Marie-Hélène | ENG<br>33700 MERIGNAC                                                    |
| SAGUERRE   | Gérard       | ENG<br>Avenue Roosevelt<br>56000 VANNES                                  |
| SEGAUD     | Nicole       | Ecole Annexe<br>23, rue des Grèves<br>03000 MOULINS                      |
| SERRET     | Christiane   | ENM<br>Avenue de la République<br>02000 LAON                             |
| SERRET     | Jean         | ENM<br>Avenue de la République<br>02000 LAON                             |
| SIBILLE    | Michel       | ENM<br>Rue Paul Rochard<br>54320 MAXEVILLE                               |
| SIBILLE    | Pierrette    | ENM<br>Rue Paul Richard<br>54320 MAXEVILLE                               |
| SIMONIN    | Bernadette   | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT                            |
| SIRCOGLOU  | Basile       | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT                            |

|          |            |                                                          |
|----------|------------|----------------------------------------------------------|
| SUBTIL   | Pierre     | ENG<br>5, rue Anselme<br>69004 LYON                      |
| TARDIVEL | Jeanine    | ENF<br>Bld Lamartine<br>22000 SAINT-BRIEUC               |
| TEULE    | Pierre     | ENG<br>40000 MONT DE MARSAN                              |
| TREHARD  | Françoise  | ENF<br>56, Bld des Batignolles<br>75017 PARIS            |
| TRINQUET | Paulette   | Ecole Annexe<br>Rue de la Délivrande<br>14000 CAEN       |
| VAULTRIN | Madeleine  | ENF<br>57, rue de Ballon<br>72000 LE MANS                |
| VARIN    | Bernard    | ENG<br>16, rue de la Victoire<br>57000 MONTIGNY-LES-METZ |
| VAUTRIN  | Georgette  | ENM<br>Avenue du 14 Juillet<br>52012 CHAUMONT            |
| VERNET   | Jean-Marie | ENM<br>140, route de Tarascon<br>84000 AVIGNON           |
| VINCENT  | Jean       | ENF<br>1, Bld Victor Hugo<br>51000 CHALONS-MARNE         |
| VINRICH  | Gérard     | ENM<br>47000 AGEN                                        |
| WISEUX   | Michel     | ENG<br>BP 935<br>62022 ARRAS                             |
| WOROBEL  | Michel     | ENM<br>24, Rue des Moreaux<br>89000 AUXERRE              |
| TRUCHET  |            | ENG<br>Avenue Roosevelt<br>56000 VANNES                  |

**1 - Rapports Théorie-Pratique**

Animateurs : - BLANC, 3, Avenue du Puits 06000 NICE

- COMITI Claude, I.R.E.M. 38401 SAINT MARTIN D'HERES
- COURRIERE, E.N.F., Avenue Georges V 06000 NICE
- GUINET, I.R.E.M. Parc Valrose 06034 NICE Cédex
- MERIGOT, I.R.E.M. Parc Valrose 06034 NICE Cédex



Groupe I : LA LIAISON THEORIE-PRATIQUE  
DANS LA FORMATION MATHEMATIQUE  
EN CLASSE DE F.P.

Animateurs : Claude COMITI (1) et Raymond GUINET (2)

Les thèmes de réflexion proposés dans ce groupe recouvraient en particulier les problèmes - de définition de contenu mathématique  
- de choix de méthodes pédagogiques  
- du rôle des enseignants du supérieur en classe de F.P.

Ont participé à ce groupe de travail

Dix professeurs d'Ecole Normale (des E.N. d'Aix en Provence, Arras, Douai, Grenoble, Laon, Metz, Moulins, Nancy, Paris - Batignolles et Valence).

Un professeur de l'Enseignement Secondaire (animatrice à L'I.R.E.M. de Rennes).

Quatre enseignants du Supérieur (des Universités de Grenoble, Lyon, Montpellier et Nice).

Un premier tour de table approfondi, tout en montrant la diversité des formations mathématiques proposées aux élèves de F.P. suivant les E.N., a mis en évidence l'importance des contraintes imposées par le cadre institutionnel sur cette formation et, par conséquent, sur la mise en oeuvre de la liaison théorie-pratique en classe de F.P.

Dans une deuxième étape, nous avons essayé d'éclairer les différentes conceptions possibles de cette liaison théorie-pratique et de préciser ce qu'il nous semblait raisonnable de mettre sous la phrase "formation mathématique de haut niveau".

Nous avons enfin essayé de préciser les objectifs d'une formation mathématique en classe de F.P. qui lierait certainement théorie et pratique, chaque participant montrant comment il s'y prend, concrètement, dans sa classe, sur un thème donné, pour atteindre un ou plusieurs de ces objectifs.

Le compte-rendu qui suit détaille chacune de ces trois étapes.

(1) Maître-Assistant de mathématiques à l'Université I de Grenoble

(2) Professeur de mathématiques à l'Ecole Normale d'Institutrices de Grenoble.

Bibliographie sommaire :

Projet I O W O - Educational Studies in Mathematics Vol 7 n° 3 Août 1976

G. Th. Guilbaud - Mathématiques et Approximation (actes du 3ème Congrès International de Karlsruhe Août 1976)

Raymond Guinet - les Géométries (GRANDIN n° 11 février 1977)

A P M E P - Mots I, Mots II, Mots III

Guy Brousseau - Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques (congrès de la C I E A E M, Louvain la neuve, Août 1976)

GRAND IN - Bulletin à l'usage des maîtres publié par l'I.R.E.M. et le C.R.D.P. de Grenoble

Zoom avant - Bulletin des E.N. et de l'I.R.E.M. de Lyon.



# I. DU CONSTAT DES DIFFERENCES DANS LA FORMATION A LA MISE EN EVIDENCE DE L'UNIFORMITE DES CONTRAINTES

## 1.1. Les différences :

On ne peut que constater la très grande diversité existant au niveau de la formation mathématique des élèves-maîtres suivant les E.N. En voici quelques exemples :

- le nombre des élèves-maîtres par P.E.N. de mathématiques varie de 5 à 78.
- le nombre d'heures consacrées à la formation mathématique en F.P. varie de 2h 30 à 7 h par semaine.
- certains P.E.N. de mathématiques n'interviennent qu'en Unité I, l'Unité III étant le domaine réservé du psychopédagogue, d'autres interviennent en Unité I et en Unité III ; parmi ces derniers, certains séparent nettement dans leur emploi du temps Unité I et Unité III, d'autres ne les distinguent pas.
- la liaison théorie-pratique est très diversement mise en oeuvre, le seul point commun étant l'insatisfaction générale au niveau des résultats obtenus (quelques exemples de ce qui se pratique : étude d'un manuel de seconde C ; cours de mathématiques suivi de travaux dirigés par petits groupes en demi-classe ; travail essentiellement axé sur des considérations didactiques ; travail surtout destiné à préparer les épreuves du C.F.E.N. Unité I ; ouverture de fenêtres sur les mathématiques inconnues des élèves-maîtres ; travaux de groupe sur des thèmes donnés (flots mathématiques) ; ni théorie, ni pratique, le plus souvent, mais préparation aux stages successifs en maternelle, C.P., C.E., C.M....)
- dans les rares E.N. où interviennent des enseignants du supérieur, le partage des tâches est également très diversifié : (on trouve les cas suivants : intervention simultanée du P.E.N. et de l'E.N. Sup ; prise en charge complète d'une classe par un P.E.N., d'une autre classe par un E.N. Sup ; partage des heures de mathématiques en heures de "théorie" réservées à l'E.N. Sup et de "pédagogie", domaine du P.E.N. ; partage du travail en différents thèmes traités, de la théorie à la pratique, les uns par le P.E.N., les autres par l'E.N. Sup, ces enseignants se retrouvant par ailleurs au sein d'une équipe de recherche sur l'enseignement élémentaire).
- au niveau, enfin, de la formation continue des P.E.N. de mathématiques, les possibilités offertes varient également grandement selon les Académies et les I.R.E.M. On trouve les situations suivantes :

- aucun lien avec l'I.R.E.M. (que les raisons de cette absence de contact soit l'opposition d'un I.P.R., d'un D.E.N. ou le manque de moyens en heures-stagiaires d'un I.R.E.M.)
- trop peu de places réservées aux P.E.N. parmi les stagiaires (cas rencontré dans certains I.R.E.M. couvrant une Académie regroupant un grand nombre de P.E.N.).
- réunions trimestrielles de P.E.N. à l'I.R.E.M. ou stages réservés aux P.E.N. (dans ce cas, les participants se plaignent en général de ce que, manquant d'ouverture sur d'autres ordres d'enseignement, ils tournent en rond sur leurs problèmes).
- groupes de recherche ponctuels concernant un petit nombre de P.E.N. et d'instituteurs de l'Académie et sans liaison avec les autres P.E.N. de l'Académie.
- groupes mixtes P.E.N.-Instituteurs approfondissant certains thèmes de l'Ecole Élémentaire.
- stage I.R.E.M. ouvert à tous ceux qui s'intéressent à l'Ecole Élémentaire et à la formation des instituteurs et donc en particulier aux P.E.N.

## 1.2. Les contraintes :

La grande diversité constatée ci-dessus pourrait être à l'origine d'un riche éventail d'expériences. Malheureusement ces expériences sont toutes conditionnées, malgré une apparence trompeuse de pseudo-liberté de l'enseignant en E.N., par les contraintes imposées par le cadre institutionnel et les contradictions qui en découlent.

Quelles sont ces contraintes ?

### 1.2.1. au niveau des élèves-maîtres

Le concours de recrutement après le baccalauréat ne tient aucun compte de ce qui sera exigé des normaliens à la sortie de l'E.N., lorsqu'ils devront exercer leur métier d'instituteur.

Le passé mathématique des élèves-maîtres est très divers (non seulement ils sortent de différentes sections de l'enseignement secondaire mais certains d'entre eux, en nombre de plus en plus grand, ont commencé diverses formations post-baccalauréat).

Leurs motivations sont également très différentes, ce qui retentit évidemment sur leur comportement et sur leurs exigences.

Quelle que soit la planification des heures de mathématiques en F.P., cette organisation laisse en général trop peu de temps aux élèves-maîtres

pour une réflexion personnelle (on peut signaler au passage que dans les rares E.N. où il n'y a pas de planification des heures de mathématiques, les résultats ne semblent pas plus satisfaisants !).

### 1.2.2. au niveau des enseignants

Les P.E.N. n'ont pas la possibilité de mener une réflexion cohérente sur la formation aussi bien initiale que continue des instituteurs. Ils n'ont pas toujours les moyens de participer eux-mêmes à des activités de formation continue.

Les P.E.N. ne sont que très rarement intégrés dans des recherches pédagogiques. Cette activité, qui serait pourtant indispensable à leur propre formation, leur est souvent refusée (insuffisance tant en postes qu'en matériel).

Non seulement il n'existe aucune structure favorisant un travail d'équipe entre P.E.N. de différentes disciplines, ou encore entre P.E.N. et C.P.A.E.N., mais il est rarement possible aux P.E.N. qui le souhaitent de faire avec les élèves-maîtres un travail en commun avec d'autres P.E.N. (de Travaux Manuels par exemple ou d'E.P.S. ou encore de Psychopédagogie...)

On ne peut ignorer cette réalité lorsque l'on parle de la formation mathématique, qui devrait lier théorie et pratique, des élèves-maîtres.

Ceci étant, comment faire que cette formation soit la moins mauvaise possible ?

## II : LES DIFFERENTES CONCEPTIONS DE LA THEORIE, DE LA PRATIQUE ET DE LA LIAISON THEORIE-PRATIQUE

Pour le normalien, la théorie, c'est le domaine réservé du matheux, la pratique, c'est ce que l'instituteur fait dans sa classe. Et si l'on approfondit un peu, on voit que cette pratique recouvre souvent non seulement le contenu didactique de ce que l'on doit enseigner mais encore la pédagogie mise en oeuvre à cette occasion.

Lorsque nous parlons de liaison Théorie-Pratique, il peut en fait s'agir de choses très différentes comme par exemple :

- la liaison entre la théorie mathématique et la pratique de l'enseignement à un niveau donné de l'E.E.
- la liaison entre la théorie mathématique et la pratique de notre enseignement en classe de F.P.
- la liaison entre la théorie mathématique telle qu'on l'approfondit en classe de F.P. et la pratique de l'enseignement dans les classes de l'Ecole Élémentaire.

Il serait certes indispensable de former les maîtres en refusant la réflexion sur l'un quelconque des points précédents. Mais la liaison théorie-pratique qui est au coeur de la réflexion de notre groupe de travail est, bien entendu la dernière dont il est question ci-dessous.

Autrement dit :

- comment parvenir, dans les conditions actuelles de la formation des instituteurs, à faire vivre aux normaliens les rapports entre ce qu'ils auront à enseigner à l'E.E. et les connaissances plus théoriques que l'on souhaite leur voir acquérir au cours des années de F.P. ?
- comment arriver à approfondir leurs connaissances mathématiques tout en les préparant à affronter les problèmes auxquels ils seront confrontés dans les classes ?
- comment ne négliger ni le contenu mathématique, ni l'analyse des démarches didactiques ni les problèmes liés au choix pédagogique ?

Bref comment concevoir ce que l'on voudrait être une formation mathématique de haut niveau du futur instituteur ?

Comme il n'est pas interdit, de temps en temps de rêver, ce que l'on souhaiterait avoir la possibilité de faire, c'est bien sûr convaincre

les normaliens de l'absolue nécessité, pour leur pratique future, de s'être approprié certaines notions mathématiques qui leur permettront de mieux dominer leur enseignement ; mais c'est aussi ne pas rester cantonné au niveau de l'école primaire, leur donner envie de faire des mathématiques qui n'aient pas forcément de retombées immédiates sur leur pratique, leur proposer des situations mathématiques "culturelles", "pour le plaisir", des études bibliographiques, des thèmes de réflexion...

Mais en attendant la réalisation de ce rêve, il faut bien tenir compte de la réalité objective et jouer au plus pressé !

III PRINCIPAUX OBJECTIFS D'UNE LIAISON  
THEORIE-PRATIQUE DANS LA FORMATION  
MATHEMATIQUE DES ELEVES-MAITRES.  
EXEMPLES DE TRAVAUX PROPOSES AUX NORMALIENS.

### 3.1. Objectifs

Les objectifs recensés par les participants du groupe I sont les suivants (la numérotation utilisée ci-dessous pour des questions matérielles ne préjuge en rien de l'importance relative des objectifs en question).

- 1) débloquer les élèves-maîtres vis-à-vis des mathématiques, dédramatiser leur vécu précédent vis-à-vis de cette discipline, faire tomber les murs existants.
- 2) faire prendre conscience aux élèves-maîtres du fait qu'ils ont tous des connaissances en mathématiques (même lorsqu'ils croient être nuls) mais qu'ils ne savent pas toujours les utiliser (même lorsqu'ils se croient forts en maths).
- 3) les aider à restructurer leur acquis précédent en le rendant opérationnel (par exemple en les amenant à le réinvestir dans différentes situations).
- 4) leur montrer une mathématique vivante, en ne la leur exhibant pas toujours déjà toute construite, mais en leur montrant comment elle se construit.
- 5) leur apprendre à "faire des mathématiques" (ce qui ne signifie pas traiter des exercices d'application d'un cours comme ils l'ont presque toujours fait jusqu'alors, mais être mis dans une situation de recherche où l'on apprend la nécessité de patauger, de revenir en arrière, d'utiliser ses erreurs... pour avancer).
- 6) participer à la nécessaire formation de l'esprit scientifique du futur instituteur (en lui apprenant à douter, à contrôler ce qu'il affirme, en lui faisant sentir, dans certains cas, l'importance d'un raisonnement...)
- 7) apprendre au normalien à construire un certain nombre d'outils nécessaires pour résoudre les problèmes concrets auxquels on se heurte dans l'enseignement de certaines notions dans les classes de l'Ecole Elémentaire.

8) apprendre au normalien à utiliser les outils existants- documents - programmes -

9) montrer au normalien, par l'exemple, les attitudes pédagogiques que l'on souhaite leur voir adopter dans leurs classes.

Cette liste est sans doute incomplète. On peut remarquer, en la relisant attentivement, que ces objectifs peuvent être regroupés en trois grandes catégories (1,2,3) (4,5,6) (7,8,9).

Nous avons tenu à donner un certain nombre d'exemples, plus ou moins détaillés, pour montrer comment nous essayons, concrètement, d'atteindre ces objectifs dans nos classes de F.P.

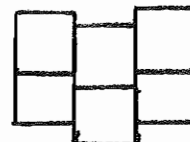
### 3.2. Exemples

#### 3.2.1. Un travail de géométrie (proposé avec les objectifs 1) 2) 3) 5) par Christiane SERRET)

J'ai demandé de paver le plan avec des polygones réguliers, tous du même type (ne pas mélanger carrés et triangles par exemple). Ceci a soulevé un problème relatif aux définitions de "paver" et "polygones réguliers".

Pour ce qui concerne les pavages, par allusion aux carrelages, ils ont été restreints à ceux pour lesquels les sommets des polygones coïncident, c'est-à-dire qu'on a exclu ceux de ce type

Tout le monde a "naturellement" refusé de faire chevaucher les polygones.



Pour les polygones réguliers, il y a eu très vite accord pour trouver ceux à 3, 4, 6 et 8 côtés.

Une première définition mathématique a été : un polygone régulier à  $n$  côtés est une ligne polygonale fermée, composée de  $n$  segments de longueur égale.

Après quelques essais avec des quadrilatères, on a dû constater que le losange vérifiait cette définition mais personne ne l'a accepté comme étant régulier : on a alors rajouté la condition d'égalité des angles.

Toutes les tentatives de pavages étant faites à partir de polygones convexes, j'ai montré un polygone "étoilé" et tout le monde a déclaré qu'on se limiterait aux pavages par des polygones réguliers convexes !

L'essai de paver avec des pentagones a montré que les mesures des angles aux sommets jouent un rôle. On a donc été amené aussitôt à comparer les angles.

Pour le triangle, tout le monde s'est souvenu du fait que la somme des mesures des angles vaut  $\pi$  radians et donc chaque angle d'un triangle équilatéral  $\pi/3$  rd ou  $60^\circ$ . A partir de là, on a cherché la valeur de la somme des angles d'un polygone convexe à 4, 5, 6... n côtés. Quelqu'un a eu l'idée de découper le quadrilatère, le pentagone, etc en triangles à l'aide des diagonales issues d'un même sommet. Dans un polygone à n côtés, un sommet étant choisi, on peut tracer n-3 diagonales issues de celui-ci (on ne peut pas joindre ce sommet à lui-même et aux 2 sommets adjacents), donc former n-2 triangles. Ce qui a permis de déduire que la somme des mesures des angles d'un polygone convexe à n côtés est égale à  $(n-2)\pi$  radians. Chaque angle vaut donc  $\frac{(n-2)\pi}{n}$  rd.

Pour que le pavage soit possible, il faut donc pouvoir "tourner autour d'un point du plan". C'est-à-dire juxtaposer un nombre entier p de polygones autour d'un sommet tel que  $p \times \frac{(n-2)\pi}{n} = 2\pi$  donc  $p(n-2) = 2n$

On a alors dressé sans peine le tableau suivant :

| n | $a = \frac{n-2}{n} \pi$           | p              | conclusions                              |
|---|-----------------------------------|----------------|------------------------------------------|
| 3 | $\pi/3$                           | 6              | les pavages par triangle sont possibles  |
| 4 | $\pi/2$                           | 4              | même chose pour les carrés               |
| 5 | $\frac{3\pi}{5}$                  | $\frac{10}{3}$ | impossible car $\frac{10}{3}$ non entier |
| 6 | $\frac{2\pi}{3}$                  | 3              | c'est possible                           |
| 7 | $\frac{5\pi}{7}$                  | $\frac{14}{5}$ | impossible ( $\frac{14}{5}$ non entier)  |
| 8 | $\frac{6\pi}{8} = \frac{3\pi}{4}$ | $\frac{8}{3}$  | impossible ( $\frac{8}{3}$ pas entier)   |

(NB : tout le monde a essayé de paver avec des octogones, cette impossibilité fut peut-être parmi les plus grandes découvertes de la séance chez certains !).

Tous ont senti qu'ensuite on ne pouvait plus paver car les angles étaient trop grands. Pour  $n \geq 7$ , on ne peut plus faire coïncider trois polygones en un point mais deux ne suffiront jamais. Tout le monde a vu que  $\frac{(n-2)\pi}{n} < \pi$



Certaines ont montré que les angles augmentent en fonction du nombre de côtés :  $\frac{n-2}{n} \pi < \frac{n-1}{n+1} \pi$

D'autres ont montré que pour  $n \gg 7$ ,  $\frac{n-2}{n} \pi$  est strictement supérieur à  $\frac{2\pi}{3}$ , ce qui interdit de faire coïncider 3 sommets.

Enfin certains ont montré que les seules valeurs entières de  $p = \frac{2n}{n-2}$  sont 3, 4 et 6 quand  $n \in \mathbb{N} - \{0, 1, 2\}$

De toutes façons chacun était satisfait de son petit raisonnement (et souvent surpris d'avoir pu le faire).

N.B. : Beaucoup ont été gênés par la notation  $\pi$  et ont préféré utiliser  $180^\circ$ . Dans la recherche de la somme des mesures des angles ils effectuaient les calculs, ce qui rendait moins clair le tableau de leurs résultats. Ils ont compris que l'écriture "brute" d'un résultat permet de mieux deviner ce qui va se passer.

### 3.2.2. Un travail sur le thème "approximation" proposé avec les objectifs 4) 5) 6) par Charles ROUMIEU

#### Comment extraire des racines ?

On se propose, par exemple, de chercher un nombre dont le carré soit égal à 2. On voit tout de suite que 1 est trop petit et 2 trop grand. La moyenne 1,5 donne une approximation meilleure.

Divisons 2 par 1,5. On trouve 1,33...

Si on divisait 2 par  $\sqrt{2}$ , on trouverait exactement  $\sqrt{2}$ .

Si on divise 2 par  $x_0 < \sqrt{2}$ , on trouve  $\frac{2}{x_0} > \sqrt{2}$

Si on divise 2 par  $x_0 > \sqrt{2}$ , on trouve  $\frac{2}{x_0} < \sqrt{2}$

On peut déduire de ce qu'on a fait que 1,33 est une valeur approchée par défaut et 1,5 une valeur approchée par excès.

La moyenne  $\frac{1}{2} (1,5 + 1,33) = 1,415$  est une meilleure approximation.

On divise 2 par 1,415 et on trouve.....

On peut continuer

On constate que la "convergence" est très rapide.

#### Commentaires

- méthode efficace de calcul approché d'une racine carrée.
- manipulation assez subtile de "plus grand" "plus petit"
- décroissance de la fonction  $x \mapsto \frac{2}{x}$

- caractère "autocorrecteur" de l'algorithme utilisé : une éventuelle erreur, à un moment du calcul, a pour effet d'allonger le calcul, mais n'empêchera pas d'obtenir la valeur approchée espérée.

- encadrements d'un réel, par valeurs approchées par défaut et par excès.

. décimales (en menant les calculs avec des nombres décimaux)

. rationnelles (en gardant à chaque étape le résultat sous forme de fraction :  $\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{2}{3/2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{4}{3} \right) = \frac{17}{12}$  )

etc...

On peut chercher, par la même méthode, à trouver un nombre dont le cube soit un entier donné, 13 par exemple :

L'idée de base est la suivante :

$$\text{Si } a = \sqrt[3]{13} \qquad a = \frac{13}{a^2}$$

$$\text{Si } x_0 < a, \quad x_0^2 < a^2 \quad \frac{13}{x_0^2} > a$$

$$\text{Si } x_0 > a, \text{ alors } \frac{13}{x_0^2} < a$$

On partira de 2 et 3 qui sont évidemment, le premier trop petit, le second trop grand. Mais le procédé de la moyenne simple qui réussit si bien pour la racine carrée s'avère inefficace ici.

Une analyse assez fine des résultats obtenus permet de voir (?) que les variations sur  $\frac{13}{x_0^2}$  sont "en gros" deux fois plus grandes que la variation sur  $x_0$ . D'où l'idée de prendre une moyenne pondérée  $\frac{1}{3} (2x_0 + \frac{13}{x_0^2})$ .

#### Commentaire.

Si on peut la mener à bien, la démarche mise en oeuvre par cet exercice est exemplaire :

- raisonnement par analogie : on essaye pour  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  ce qui a réussi avec  $\sqrt{\phantom{x}}$ .

- échec et analyse de l'échec (c'est la partie sans doute la plus difficile).

- correction de la méthode en fonction de l'analyse précédente.

- nouvelle expérience et succès.

3.2.3. Deux Activités proposées avec les objectifs 7) et 8) par Michel SIBILLE.

On constate bien souvent la méconnaissance qu'ont les instituteurs du programme officiel confondu volontiers avec ce qui figure dans le manuel qu'ils utilisent.

La formation professionnelle doit comporter deux volets étroitement liés : un travail didactique constitué par l'analyse des programmes et de documents pédagogiques divers et un travail théorique, ce dernier désignant un travail sur la mathématique elle-même. Voici deux exemples concrets :

a) à propos de la soustraction :

Le travail commence par la définition de termes tels que "différence", "soustraction" et l'étude de quelques propriétés.

Le travail didactique consiste ensuite en l'analyse des difficultés de la soustraction. Les normaliens disposent pour cela de deux documents photocopiés : un article de Jean Cardinet - IRDP : institut romand de recherche et documentation pédagogique - intitulé "les subtilités de la soustraction" et un article de Vergnaud "problèmes additifs et complexité psychogénétique" paru dans la "Revue française de pédagogie".

Après une étude en groupes la discussion s'engage et la synthèse s'établit sous la forme d'un résumé.

Enfin la technique opératoire est abordée : trois possibilités sont présentées (addition à trou, technique dite de "l'emprunt", technique usuelle) ; on en discute les avantages et les inconvénients pratiques et pédagogiques.

b) à propos de géométrie

Le point de départ est la question "qu'est ce que la géométrie ?"

Des éléments de réponse sont apportés par l'article de Raymond Guinet paru dans "Grand N" sur les géométries.

Un résumé succinct des diverses étapes de l'épistémologie génétique de l'expérience de l'espace (établi surtout d'après les livres de Sauvy) est ensuite proposé aux normaliens. C'est aussi l'occasion de parler de l'enseignement à la maternelle.

Puis viennent l'étude des programmes de CP (définition des objectifs, exemples apportés dans quelques manuels) et des programmes de CE. Ces derniers nécessitent de traiter des polygones et des polyèdres sur lesquels les élèves ne savent que trier peu de choses.

Le travail se termine par une présentation et une discussion de progressions d'activités réalisées au CM dans des classes d'application.

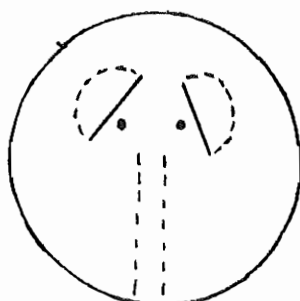
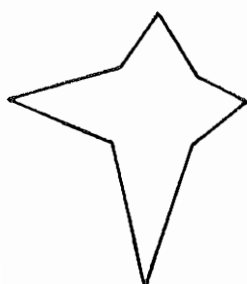
### 3.2.4. Une activité géométrique proposée avec les objectifs 5) et 9) par Jean Paul LEROY.

En proposant ce type d'activité, j'essaie de mettre avant tout les normaliens dans une situation plus ou moins transposable à l'école élémentaire afin de les "imprégner" d'un certain type de comportement, tant vis-à-vis des élèves (problèmes à résoudre, recherche,...) que vis-à-vis de la géométrie (géométrie de l'action, liée à la réflexion, et non géométrie de la contemplation et du discours). Pour inciter et aider les normaliens à transposer, je leur donne à lire des compte-rendus de leçons faites à l'école élémentaire dans le même état d'esprit et, si les conditions le permettent, ils ont à réaliser plusieurs séances dans des classes d'application.

#### L'activité proposée :

Les normaliens sont répartis par groupes de 4 ou 5 et chaque groupe reçoit une feuille blanche sur laquelle est dessinée une certaine figure (cette figure peut être choisie de façon à faire porter le travail plus précisément sur les parallèles, ou les cercles et arcs de cercles, ou les éléments de symétries,...). Chaque normalien doit reproduire cette figure sur une feuille blanche sans utiliser de calque (on pourrait introduire des contraintes plus ou moins fortes sur les instruments à utiliser) on vérifie l'exactitude de la reproduction par superposition avec le modèle.

#### Exemples de figures proposées



## Exploitation

Lorsque les normaliens ont reproduit plusieurs figures il leur est demandé d'analyser leur activité, les difficultés qu'ils ont rencontrées, la "technique" utilisée pour surmonter ces difficultés.

Les normaliens ont également à envisager la transposition à l'école élémentaire de la situation qu'ils viennent de vivre, avec tous les problèmes que cela peut poser. A tout cela il faut ajouter une réflexion sur les objectifs que l'on peut se proposer lors d'une telle activité.

3.2.5. Une activité sur la notion d'ordre "les mots en couleur" proposée avec les objectifs 1), 2), 3), 6), 7), 9) par Claude COMITI.

1ère séquence : construction, observation, classement, rangement.

. matériel nécessaire : papier quadrillé (1cm x 1cm), trois feutres de couleur par exemple bleu, rouge, vert.

. consigne : fabriquer des bandes de papier de même largeur (1 par exemple) et de longueur comprise entre 1 et 6 (l'unité étant un carreau du quadrillage) ; les colorier à l'aide des trois couleurs bleu, rouge, vert, de telle sorte que chaque carré soit colorié d'une couleur et d'une seule.

. déroulement de la séance :-lorsque les bandes de papier sont prêtes (on les appelle des mots en couleur), les élèves se regroupent par quatre ou cinq et mettent leur matériel en commun. Chaque groupe doit disposer d'au moins une trentaine de mots et cherche ce que l'on peut faire avec ce matériel.

- certains en font des petits trains ou jouent aux dominos ! mais très vite, la plupart des groupes se dirigent vers des activités de classement et de rangement. En fait, ils souhaitent mettre un ordre total sur l'ensemble de leurs mots (sans bien sûr qu'ils le formulent ainsi).

- on se rend compte à ce niveau de la confusion qui règne généralement autour des notions de "classement" et de "rangement", notions que l'on précise à cette occasion.

- chaque groupe d'élèves essaie de ranger son matériel. Certains même trouvent plusieurs rangements différents.

2ème séquence : exploitation des résultats obtenus précédemment.

- chaque groupe expose aux autres sa ou ses solutions. C'est très long car la situation proposée au départ est très riche. Il faut remarquer ici que cette activité perdrait beaucoup de son intérêt si on avait pris comme matériel de départ des mots ou des nombres (où les critères d'ordre habituel auraient seuls été trouvés).

- on se rend compte finalement que, dans chaque groupe, le rangement final a été obtenu après trois étapes : partition des bandes en un certain nombre de classes, rangement de ces classes, rangement des bandes à l'intérieur de chaque classe.

- voici, présenté sous forme de tableau, les différentes propositions faites par ma classe de  $FP_1$  cette année -1ère séance de l'année intervenant en octobre, après un stage en classe de CE).

|                |             |                                  |                                         |   |
|----------------|-------------|----------------------------------|-----------------------------------------|---|
| (              | :           | :                                | :                                       | ) |
| ( critère de : | nombre de : | critère de rangement:            | critère de rangement                    | ) |
| ( classement : | classes :   | des classes :                    | à l'intérieur                           | ) |
| ( :            | :           | :                                | de chaque classe                        | ) |
| (-----:        | -----:      | -----:                           | -----:                                  | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| ( longueur :   | :           | :                                | :                                       | ) |
| ( des bandes : | 6 :         | longueur croissante :            | choix d'un ordre sur les                | ) |
| ( :            | :           | :                                | couleurs : $b \times r \times v$ appli- | ) |
| ( :            | :           | :                                | qué à la dernière couleur)              | ) |
| ( :            | :           | :                                | du mot, puis à l'avant-                 | ) |
| ( :            | :           | :                                | dernière si la dernière                 | ) |
| ( :            | :           | :                                | est la même... (c'est en                | ) |
| ( :            | :           | :                                | fait l'ordre numérique)                 | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| (-----:        | -----:      | -----:                           | -----:                                  | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| ( :            | :           | :                                | ordre que j'appellerai                  | ) |
| ( :            | :           | :                                | ici, par manque de place                | ) |
| ( 1e couleur : | :           | choix d'un ordre                 | ordre lexicographique                   | ) |
| ( de la bande: | 3 :         | croissant sur les                | (mais à cette étape, il                 | ) |
| ( :            | :           | couleurs : $b \times r \times v$ | n'est pas reconnu comme                 | ) |
| ( :            | :           | :                                | tel par les élèves)                     | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| (-----:        | -----:      | -----:                           | -----:                                  | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| ( :            | :           | :                                | de nombreuses propositions              | ) |
| ( nbre de ca-: | :           | :                                | sont rejetées, chacune                  | ) |
| ( ses d'une :  | :           | nombre croissant de              | conduisant à des incompa-               | ) |
| ( couleur :    | 7 :         | cases bleues                     | tibilités (du fait que le)              | ) |
| ( donnée (b :  | :           | :                                | critère de classement                   | ) |
| ( par exemple: | :           | :                                | privilegiait une couleur)               | ) |
| ( :            | :           | :                                | :                                       | ) |
| (-----:        | -----:      | -----:                           | -----:                                  | ) |

|                |             |                       |                             |         |
|----------------|-------------|-----------------------|-----------------------------|---------|
| (              | :           | :                     | :                           | )       |
| ( critère de : | nombre de : | critère de rangement: | critère de rangement        | )       |
| ( classement : | classes :   | des classes :         | à l'intérieur               | )       |
| ( :            | :           | :                     | de chaque classe            | )       |
| (-----)        |             |                       |                             | (-----) |
| ( :            | :           | :                     | :                           | )       |
| ( :            | :           | :                     | : pour la classe 1 couleur: | )       |
| ( :            | :           | :                     | : ordre sur les couleurs    | )       |
| ( nombre de :  | :           | :                     | : $b \propto r \propto v$   | )       |
| ( couleurs :   | 3 :         | nombre croissant de : | pour les deux autres clas   | )       |
| ( apparais- :  | 3 :         | couleurs utilisées :  | ses : grosse discussion.    | )       |
| ( sant sur :   | :           | :                     | : Comment ranger par ex :   | )       |
| ( les bandes : | :           | :                     | : br, bbrb, rb, vb ? Cer-   | )       |
| ( :            | :           | :                     | : tains proposent l'ordre   | )       |
| ( :            | :           | :                     | : numérique, d'autres l'or- | )       |
| ( :            | :           | :                     | : dre lexicographique.      | )       |
| ( :            | :           | :                     | :                           | )       |
| (-----)        |             |                       |                             | (-----) |
| ( :            | :           | :                     | :                           | )       |
| ( poids des :  | 18 :        | poids croissant       | : même discussion que pour  | )       |
| ( bandes avec: | 18 :        | poids croissant       | : la ligne précédente du    | )       |
| ( affectation: | :           | :                     | : tableau                   | )       |
| ( de poids :   | :           | :                     | :                           | )       |
| ( différent :  | :           | :                     | :                           | )       |
| ( à chaque :   | :           | :                     | :                           | )       |
| ( couleur :    | :           | :                     | :                           | )       |
| ( b =1, n=2, : | :           | :                     | :                           | )       |
| ( r=3 :        | :           | :                     | :                           | )       |
| ( :            | :           | :                     | :                           | )       |

- tout ceci permet un certain nombre de prise de conscience, je n'en citerai que quelques unes :

. il est possible d'ordonner un ensemble fini d'un grand nombre de façons différentes (on peut à cette occasion également faire calculer le nombre total de bandes que l'on peut construire avec les conventions de départ ; on peut également faire calculer le nombre d'ordres totaux différents que l'on peut mettre sur un ensemble de  $n$  éléments).

. pourtant certains ordres sont plus pratiques que d'autres. Il est en particulier intéressant de disposer de critères simples qui permettent d'intercaler sans hésitation un nouvel élément dans une file déjà rangée. A cette occasion on reconnaît les deux critères reconnus comme les plus pratiques par les élèves, le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>e</sup> du tableau précédent : ce sont en fait les critères qui permettent, pour le premier, d'ordonner les nombres à partir de leur écriture décimale (ordre numérique) pour le second, de ranger les mots dans le dictionnaire (ordre lexicographique).

3ème séquence : Travail sur les ordres privilégiés ci-dessus.

On se bornera à l'ensemble des bandes de longueur 1, 2, 3, 4 et on les représentera par des mots ayant pour lettres les initiales des couleurs

- . Combien cet ensemble a-t-il d'éléments ?
- . Ranger ces mots 1) suivant l'ordre numérique 2) suivant l'ordre lexicographique
- . Fabriquer des mots de longueur 4 commençant par b et les intercaler dans les rangements précédents.
- . Fabriquer des mots de longueur 3 écrits en utilisant une quatrième lettre v et les intercaler dans les rangements précédents.

4e séquence : A partir des exercices précédents et des différentes remarques faites à leur occasion

- . on met en évidence les principales différences entre les deux ordres et on essaie de répondre à un certain nombre de questions, en particulier :
  - pourquoi l'ordre numérique est-il plus intéressant que l'ordre lexicographique pour ordonner les naturels ? (relation d'ordre compatible avec les systèmes de numération de position en différentes bases donc permettant de définir un ordre sur les nombres à partir de leurs écritures dans une base donnée, relation d'ordre également compatible avec l'addition, la multiplication...)

- . et l'ordre sur les décimaux ? comment le qualifier ? comment intercaler un décimal entre deux décimaux donnés ? Peut-on se ramener à un seul critère pour ranger aussi bien les naturels que les décimaux ?

5e séquence : Importance de la notion d'ordre à l'E.E.

- . quelles séquences les élèves ont-elles vues dans les classes de CE mettant en oeuvre la notion d'ordre ?
- . importance des activités non numériques au CP et au CE (classement rangement, sériations d'un même matériel à partir de plusieurs critères différents, recherche de situations à proposer aux enfants...)
  - . rangement des nombres sur leurs écritures
  - . lien avec les activités de mesures
  - .....



**2 - Critères d'évaluation de la formation en Ecole Normale**

Animateurs : - Jeanne BOLON, 54, Avenue de Verdun D 1 78290 CROISSY



AUBERIVE 28-30 avril 1978

# CRITERES D'EVALUATION DE LA FORMATION EN ECOLE NORMALE

## Participants

|                    |     |                          |
|--------------------|-----|--------------------------|
| Jeanne BOLON       | ENI | 78100 ST GERMAIN EN LAYE |
| Joël BRIAND        | ENG | 33700 MERIGNAC           |
| Colette FOURGEAUD  | ENF | 62000 ARRAS              |
| Michèle HASCOËT    | ENG | 27000 EVREUX             |
| Marie-Hélène SALIN | ENG | 33700 MERIGNAC           |

## Fonctionnement de notre groupe

Nous avons tout d'abord procédé à un tour de table sur les conditions dans lesquelles est organisé l'enseignement mathématique en FP dans les écoles normales où nous exerçons. Nous avons échangé quelques énoncés, quelques grilles, plans de travail, etc... et situé leur mode d'utilisation.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes attachés plus spécifiquement au thème figurant dans l'intitulé du groupe, d'abord au plan des contenus mathématiques, ensuite au plan des démarches pédagogiques.

Nous avons laissé de côté l'étude de l'évaluation destinée à l'administration, non pas en signe de désintérêt, mais parce que ce point devrait faire l'objet d'une étude spéciale. Une telle étude pourrait partir de l'idée de contrat négocié entre PEN et normaliens, aboutissant à une évaluation à deux valeurs (contrat rempli, contrat non rempli).

Nous avons élaboré un guide pour les visites de FP2, document qui pourrait être discuté par les PEN des autres disciplines, les CPEN et les normaliens. L'étude des buts de la formation en FP a été à peine ébauchée : il faudrait l'approfondir. Par ailleurs, il serait souhaitable de ré-examiner les moyens dont nous disposons pour évaluer les progrès en mathématique. Ces points pourraient faire l'objet d'autres rencontres PEN.

## I EVALUATION DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES DES F.P.

A partir de l'examen d'un catalogue de notions mathématiques pour les deux années de FP (St Germain en Laye), nous avons constaté que certaines notions avaient été abordées dans l'enseignement secondaire (relations, lois de composition interne, structures numériques, par exemple), que, par contre, d'autres notions étaient nouvelles (numération, géométrie, mesure par exemple). En général, les premières ne font pas l'objet de cours : les normaliens travaillent seuls, en dehors des horaires scolaires, à partir de plans d'étude ou d'indications bibliographiques, ou encore à partir d'énoncés de problèmes à chercher (voir annexe 1). Les notions nouvelles sont abordées au cours de séances animées par le professeur d'école normale. Dans les deux cas, il apparaît important d'aborder les notions ou de les reprendre en cherchant à utiliser une démarche d'apprentissage semblable à celle qu'on voudrait voir développer chez les enfants : cette attitude est plus difficile à mettre en oeuvre en ce qui concerne les notions déjà vues, mais d'autant plus nécessaire.

Les connaissances mathématiques des normaliens sont évaluées au moyen de devoirs, de contrôles en temps limité, portant sur des exercices ou des problèmes. Pour l'une d'entre nous, les devoirs font l'objet d'un contrat : il faut rendre au moins trois problèmes par trimestre. Deux d'entre nous ont essayé de faire participer les normaliens à l'évaluation de leurs travaux de la manière suivante : après un travail individuel, les résultats obtenus sont mis en commun par petits groupes, puis la classe entière met au point les solutions possibles. Les élèves-maîtres s'expriment plus volontiers dans les petits groupes et osent parler de leurs difficultés. Les professeurs corrigent ensuite de manière habituelle les copies. Ensuite, il était prévu que les petits groupes et le professeur déterminent ensemble les travaux qui étaient de niveau convenable et ceux qui devaient être remis en chantier partiellement ou en totalité. Cette confrontation s'est révélée difficile : dans la pratique, c'est le plus souvent la professeur qui a demandé aux normaliens concernés de refaire un travail, ce que tous ont accepté de manière plus positive que les années précédentes.

L'évaluation est donc principalement basée sur une production écrite. Or, il semble que le niveau mathématique pourrait être évalué dans d'autres circonstances (compte-rendu d'une découverte, par exemple) et ne pas être systématiquement jugé à partir d'un contrôle écrit. Une étude dans ce sens serait utile.

## II

EVALUATION DE LA FORMATION PEDAGOGIQUE DES F.P.

Nous avons longuement discuté des démarches d'apprentissage sans pouvoir toujours les définir avec précision. Une fois le dogmatisme écarté et les cours ex-cathedra abandonnés, nous avons évoqué d'autres moyens de sensibiliser les normaliens dans ce domaine :

- les normaliens étudient un livre ou plusieurs, le présentent, le professeur donne son avis, éventuellement fournit des compléments ; cela peut déboucher sur un polycopié,
- le professeur introduit une notion nouvelle avec les mêmes procédés et en suivant les mêmes étapes que s'il enseignait à des enfants.

D'autres solutions tentent de rapprocher la pratique en classe des activités en école normale : c'est le cas des modules adoptés à Evreux, sorte de stages à dominante, où, la première semaine, les normaliens préparent une progression, la deuxième semaine, la mettent en oeuvre dans des classes d'application (par groupes de 8) ; la troisième semaine est consacrée à la critique avec participation des maîtres des classes concernées (ces modules de 3 semaines s'ajoutent aux stages d'observation). A Arras, chaque professeur prend en charge un groupe de 6 élèves durant 4 à 6 semaines, pour les demi-journées pédagogiques : la première semaine, le maître d'application fait la leçon, puis, sur place, après un échange, on prépare la leçon suivante qui sera prise en charge la semaine suivante par un normalien ; la semaine qui suit, c'est un autre normalien qui prend la classe en main et ainsi de suite.

L'attitude que l'on cherche à développer chez le normalien concernant ses démarches d'apprentissage propres peut être évaluée lors des présentations de comptes-rendus de recherche. Celle concernant les démarches d'apprentissage que le normalien propose aux enfants est évaluée principalement lors du stage en responsabilité. Nous avons alors tenté de mettre en commun les différents points auxquels nous nous intéressons lors des visites des FP2 et nous avons élaboré une liste non exhaustive (voir annexe 2). Il serait intéressant de connaître l'avis des maîtres d'applications, des collègues de disciplines différentes ou de la même discipline, sur cette liste. Par ailleurs, pour que cette évaluation enrichisse la formation, il serait utile que les normaliens aient connaissance auparavant de nos critères d'observation lors des visites de deuxième année, qu'ils prennent connaissance de ce que nous avons relevé par écrit (si possible, qu'ils en aient le double) ; de même, il serait préférable de voir plusieurs fois un même normalien, quitte à ne pas les voir tous.

Au cours de cette élaboration, nous avons eu conscience que nos critères d'observation étaient essentiellement liés à notre conception des mathématiques, de leur apprentissage par les enfants, et donc aux objectifs que nous assignons à la formation des normaliens. Nous avons commencé à travailler sur ce sujet. Les formulations qui suivent paraîtront sans doute générales, mais elles pourraient servir de point de départ pour une étude ultérieure.

( la liste suivante n'est ni exhaustive ni ordonnée... )

- . Engager une réflexion sur ce que sont les mathématiques :
  - ce n'est pas un langage relevant de la seule norme ( cas du français )
  - ce ne sont pas seulement des recettes, des règles,
  - différence entre "j'ai vu" et "j'ai démontré" ...
- . Découvrir que, faire des mathématiques, pour un enfant, c'est mettre en place, dans le but de faire des prévisions, des outils, en particulier des outils numériques.
- . Découvrir qu'il ne peut y avoir de construction sans erreur et tâtonnement. C'est provoqué par l'erreur que l'enfant améliore ses procédés, c'est par le biais de l'erreur que le maître découvre les modèles implicites qui ont engendré l'erreur.
- . Faire découvrir ce qu'est apprendre, se poser des questions sur la manière dont les enfants apprennent.
- . Faire comprendre qu'en matière de pédagogie, les certitudes sont locales et provisoires, développer une attitude d'interrogation, donner le goût de l'échange sur les pratiques pédagogiques (démarche ou contenu).

- : - : - : - : - : -

#### BIBLIOGRAPHIE CITEE

- AEBLI Didactique psychologique. Ed. Delachaux-Niestlé.
- Michel DARCHE Rôle des objectifs dans l'apprentissage au niveau du groupe-classe, in Compte-rendu et analyse des travaux sur la numération - Colloque des IDEN 10-11 février 1977 & 17-18 mars 1977 (IREM Bordeaux).
- Guy BROUSSEAU Finalités de l'enseignement des mathématiques - Cahier n° 16 Enseignement élémentaire des mathématiques (IREM Bordeaux)

## EXERCICES PORTANT SUR DES NOTIONS DÉJÀ CONNUES

(extraits d'énoncés utilisés à l'E.N. d'Arras ..  
inspirés de documents CUEEP )

POURCENTAGES

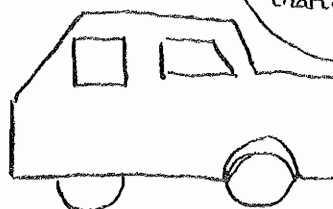
1.- "Mes chers salariés, vous avez bien travaillé ce mois-ci : je vous augmente de 20% ". Un mois plus tard : "Mes chers salariés, vous avez très mal travaillé ce mois-ci : je vous réduis les salaires de 20% ". Réponse : "Boaf, on n'y perd rien ! ".

2.- Faites ramoner vos cheminées, vous économiserez 15% d'énergie. Faites régler le carburateur de votre feu à mazout, vous gagnerez 20% d'énergie. Faites isoler votre toit, vous économiserez 20%. Posez un double vitrage, vous gagnerez 15% d'énergie. Et n'oubliez pas que vous pouvez déduire ces travaux de votre feuille d'impôts : les impôts de ceux qui ont effectué ces travaux ont, en moyenne, baissé de 8%.

3.-



je suis la ZKXC, la  
voiture de vos rêves.  
Je coûte 13400F H.T.  
+ 33 1/3 % de TVA



j'étais la voiture de vos rêves  
mais j'ai subi à des démons-  
trations. Je suis vendue  
avec 20% de  
réduction sur  
le prix H.T.

Le commerçant me voit hésiter devant la 2<sup>e</sup> voiture. Il décide de me faire une "fleur" : je vous vends la 2<sup>e</sup> voiture avec 20% de réduction sur le prix TTC au lieu de 20% sur le prix HT ". Là, ça vaut le coup ! je décide d'acheter.

LE PARCOURS A SKI

Un skieur compte que s'il parcourt 10 km par heure, il arrivera à l'endroit prévu une heure après midi. Avec une vitesse de 15 km par heure, il y arrivera une heure avant midi. Avec quelle vitesse doit-il se déplacer pour arriver à l'endroit indiqué à midi ?

JEUX DE CALCUL

1. Comment calculer très rapidement le carré d'un nombre se terminant par 5 ?

2.- Comment disposer huit 8 de façon à obtenir un total de 1000 ?

Est-il possible de placer les neuf chiffres 1, 2, 3... 9 chacun une fois et dans cet ordre, de façon qu'en plaçant entre eux des signes opératoires et des parenthèses convenables, le résultat des calculs soit 100 ?

Comment disposer huit 4 de façon qu'en plaçant entre eux des signes opératoires et des parenthèses convenables on obtienne 100 ?

3.- Pierre propose à ses amis le jeu suivant :

"Je vais demander à l'un d'entre vous de choisir sans me le dire un nombre de plusieurs chiffres, puis de bouleverser l'ordre des chiffres de façon quelconque; on obtiendra un nouveau nombre, il faudra ensuite soustraire le plus petit nombre du plus grand et faire la somme des chiffres du résultat trouvé, puis refaire la somme des chiffres du nouveau résultat, etc... jusqu'à ce que cette somme soit formée d'un chiffre... Et moi, je devinerai ce chiffre..."

Comment est-ce possible ?

4.- Je suis marié, J'ai 7 beaux-frères et belles-soeurs. Quand je suis dans la famille de ma femme, je dis que tous les beaux-frères qu'elles m'a donnés sont des frères. Je compte alors 6 frères en tout. Mes parents ont eu 6 enfants, tous mariés. Les frères et soeurs de ma femme sont également tous mariés.

Faire l'inventaire de nos 2 familles.

( Les époux des soeurs de ma femme ne sont pas mes beaux-frères ).

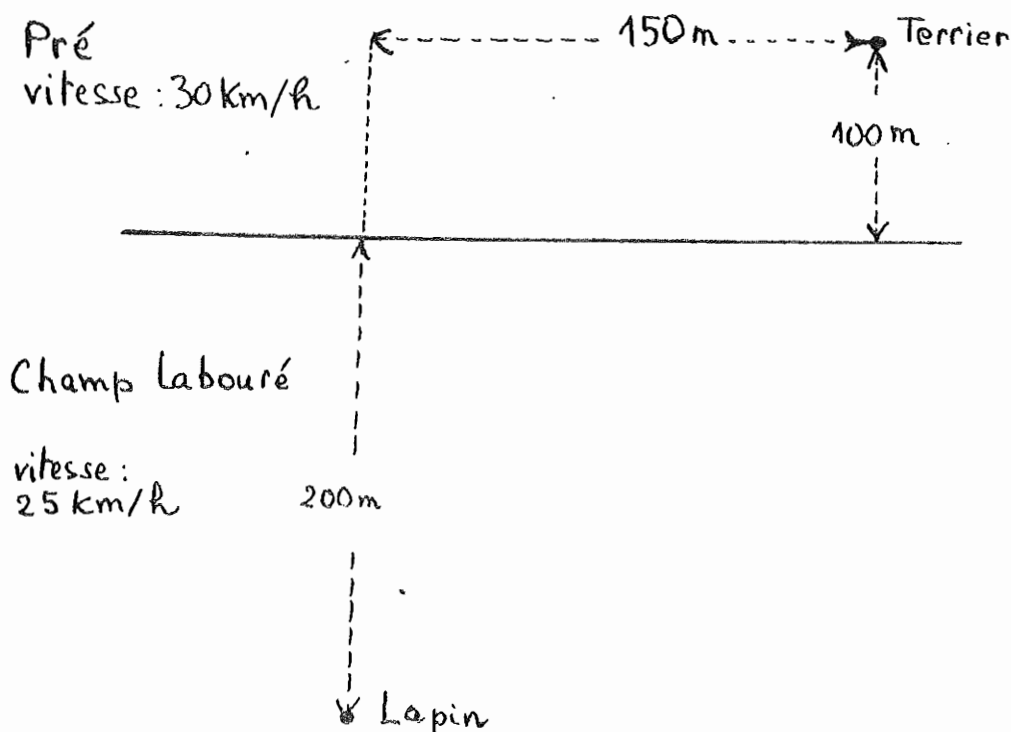
5.- Monsieur le Curé a besoin d'argent pour faire réparer son vélo à moteur.

À la quête le dimanche, il ne trouve que des pièces de 10, de 20 et de 50 centimes, au total 39,80 F. Il fait une prière à St Antoine "Mon bon saint, faites que ceux qui ont mis une pièce de 10 centimes mettent 20 centimes, que ceux qui ont mis 20 centimes mettent 50 centimes et ceux qui ont mis 50 centimes mettent 1 F. Saint Antoine exauce la prière et la quête suivante rapporte 86,40 francs. Le curé se dit : "je ne risque rien en demandant à St Antoine des les faire passer à 50 centimes, 1 F et 5 F à la quête de dimanche prochain". Miracle à répétition: la quête monte à 311,50 F. Les mêmes paroissiens se sont trouvés à l'église les 3 dimanches. Chacun ne met qu'une pièce. Les 2 miracles ont été systématiquement réalisés.

Combien y a-t-il de paroissiens ?

6.- Venez au secours du petit lapin : le petit lapin voit arriver au loin de vilains chasseurs. Quel chemin va-t-il suivre pour arriver le plus vite possible à son terrier.

(Vue de dessus)





**3 - Différentes stratégies de la formation initiale**

Animateur : - CARRIER, Tour panoramique La Duchère 69009 LYON

Le groupe se donne pour objectif d'inventorier et d'étudier les différentes stratégies actuellement pratiquées. Il s'appuiera pour cela sur l'expérience des participants du groupe, ainsi que sur le questionnaire lancé par l'I.R.E.M. de LYON.



Groupe : Différentes stratégies de formation initiale

Animateur : Jean CARRIER

La discussion dans le groupe a tourné autour des thèmes suivants :

- . Normalien et institution école normale.
- . Normalien et mathématique.
- . Normalien et enseignement des mathématiques.

Normalien et E.N.

L'élève-maître dans la conception administrative de la formation initiale se trouve enfermé dans un rôle d'élève à l'école normale, celui de maître lors des stages. La formation dans sa pratique actuelle privilégie rarement des rapports dialectiques entre ces deux rôles.

Le renforcement chez le normalien du rôle de l'élève trouve entre autre, son origine dans tout ce qui au niveau du fonctionnement, peut lui rappeler le système scolaire d'où il sort :

- . existence de classes, généralement formées arbitrairement par l'administration.
- . omniprésence d'un seul maître dans cette classe.
- . emploi du temps rigide.
- . programmes imposés par les professeurs.
- . contrôle de présence, avec ses menaces (financières ou bien familiales !!).
- . existence d'évaluation qui n'apportent au formé rien d'autre qu'une note.
- . examen sanction, final.

Il ne résulte pas pour autant de cette liste que le groupe estime qu'une formation puisse se faire sans organisation, sans évaluation, sans détermination de contenus.

Par contre, il estime que si la formation initiale n'offre pas au normalien dans son mode de fonctionnement une cassure avec le système scolaire qu'il a connu précédemment, alors celui-ci aura :

- des comportements de potache, difficilement compatibles avec une formation professionnelle.
- une probabilité très grande de reproduire à son tour le dit système.

Le deuxième problème important, rencontré sur ce sujet est lié au constat de la cassure existant entre les différents stages faits par le normalien et les "cours" qu'il subit à l'école normale.

Malgré le développement du rôle joué par les écoles et les maîtres d'application cette cassure existe, à des niveaux différents dans la plupart des écoles normales.

Les moyens accordés aux professeurs d'école normale pour les plages d'unité III sont absolument semblables à ceux de l'unité I : en général deux heures fixées dans l'emploi du temps avec toute la classe, ce qui ne peut que privilégier un enseignement dogmatique de la pédagogie en réduisant considérablement les échanges avec les classes d'application.

D'autre part, l'absence dans l'emploi du temps des P.E.N., de plages, avec un nombre réduit de normaliens, rend presque impossible l'intégration des stages dans la progression de la classe. D'où cette cassure durement ressentie par le normalien entre l'école normale et les écoles, entre la formation et le métier.

Les conséquences de cette situation sont non négligeables :

- on accentue chez le normalien la cloison entre son double rôle d'élève-maître.
- par transfert il enferme le P.E.N. dans un double rôle de professeur-injecteur.
- et surtout cela se traduit dans la formation par une priorité, donnée à l'unité III, au détriment de l'unité I. Ce qui est un comble si l'on pense que la structure actuelle des écoles normales ne peut que privilégier un enseignement ayant un support théorique.

#### Normalien et mathématique

Le groupe est passé rapidement sur ces problèmes.

Le constat numéro un est bien entendu celui des différences de niveaux importantes qui peuvent exister d'un normalien à l'autre en mathématique. Ce problème est directement lié à l'enseignement et aux contenus de l'unité I. Nous laissons le soin aux différents groupes travaillant sur les contenus de réfléchir sur des bases nécessaires. Force est de constater qu'ils con-

naissent tous des mathématiques inutiles ! En effet, ce n'est que très rarement que l'on réinvestit les parties du programme de T.A, même celles de 2<sup>de</sup> A !! Le "nivellement" se faisant le plus souvent sur la base du programme de 3<sup>ème</sup>.

A cela plusieurs raisons

- . l'impossibilité pour le P.E.N. de remettre en si peu de temps à un niveau second cycle des élèves ayant un blocage, affectif ou non, face aux mathématiques. Le total des heures d'unité I dans la formation des instituteurs correspond à celui de 4 mois de première A, à peine sept semaines de TC.
- . les contenus mathématiques de l'école élémentaire qui n'ont rien à voir avec ceux du second cycle et qui sont privilégiés par le biais de la prépondérance donnée à l'unité III.

On ne pourra développer l'unité I que si l'on se donne pour objectif préalable de modifier l'attitude du normalien dans son apprentissage des mathématiques et dans la conception qu'il a de l'édifice mathématique (vrai-faux, formalisme). D'où l'importance qu'il y a à développer l'autonomie dans l'apprentissage, ainsi qu'une réflexion sur l'aspect social des mathématiques, leurs rôles dans la sélection.

#### Normalien et enseignement des mathématiques

C'est là que le plus gros travail de déconditionnement doit être fait. En effet si l'on considère aujourd'hui comme non suffisant d'être bachelier pour être instituteur, c'est essentiellement à cause des progrès de la psychopédagogie et de la didactique. C'est sur ces deux domaines que la distance est grande entre le modèle d'enseignement connu du normalien et celui auquel les P.E.N. aimeraient théoriquement l'amener. Amener le normalien à enseigner les mathématiques d'une manière différente de celle qu'il a lui-même subie n'est pas chose évidente. Le P.E.N. doit donc commencer par donner l'exemple ; c'est-à-dire mettre en pratique dans sa propre conception de la formation initiale, le modèle qu'il aimerait voir adopter par le normalien.

Il est souhaitable de développer l'autonomie du normalien, de l'amener à prendre en charge sa propre formation, de lui apprendre à se situer, se critiquer dans une stratégie pédagogique, de l'aider à être capable d'aller chercher l'information là où elle est.

Il faut aussi le faire réfléchir sur les différentes étapes d'un processus d'apprentissage en mathématiques, sur les différentes techniques d'animation propres à ces étapes ; le placer dans des situations heuristiques, lui faire découvrir ce qu'est une pédagogie de l'erreur.

Tout cela sera effectivement réinvesti par le normalien si l'on privilégie des rapports dialectiques entre l'élève-maître. Ce qui dans la pratique se ramène à faire réfléchir le normalien d'abord sur son apprentissage pour qu'il puisse ensuite réfléchir sur l'apprentissage. C'est la dialectique de l'action (il agit), de la formulation (il décrit) de la validation (il compare les formulations).

En guise de conclusion, il nous semble qu'à l'heure actuelle les contraintes imposées par le système école-normale sont tellement importantes qu'elles rendent irréalisables toutes modifications profondes des stratégies de formation. Ce n'est pas le principe de la "grande liberté" laissée aux P.E.N. qui nous permettra de sortir des limites actuelles de la formation initiale. Cette liberté ne peut s'appliquer qu'aux modes de fonctionnement. Elle devient dérisoire au niveau des stratégies de formation.

Une stratégie possible dans le contexte actuel est donc de lutter contre le rôle normalisateur joué par le milieu scolaire. Aussi nous semble-t-il important d'imuniser le normalien en développant chez lui une attitude critique, ainsi que des aptitudes à l'innovation.

# Annexe Groupe 3

I.R.E.M. de LYON

Equipe élémentaire

Etude du questionnaire sur :

FORMATION INITIALE DES MAITRES EN MATHEMATIQUES

Contribution au colloque national des P.E.N. :

1978 AUBERIVE

Questionnaire sur :

Formation initiale des maîtres en mathématiques :

Sur 113 questionnaires envoyés, nous avons reçu 65 réponses.

Le document qui suit présente :

- 1 - Le questionnaire lui-même.
- 2 - Son dépouillement.

Il nous a semblé souhaitable de ne pas présenter dans ce document une analyse des réponses, Celle-ci pourra être faite lors des travaux du colloque d'Aubérive.



## QUESTIONNAIRE

## FORMATION INITIALE DES MAITRES EN MATHEMATIQUES

## DESCRIPTION DE L'E.N.

Nom et Adresse de l'E.N. :

Nombre de classes  $FP_1$  :

Nombre de classes  $FP_2$  :

Effectif moyen d'une classe de  $FP$  :

Quel est le total des heures de mathématiques des différents stages de formation continuée:

## DESCRIPTION DES INTERVENANTS EN MATHEMATIQUES

Nombre de PEN (titulaires) en math:

Moyenne d'âge des PEN :

Nombre de Maîtres auxiliaires en math:

Existe-t-il des intervenants extérieurs:

Si oui, — précisez leur origine (supérieur, lycée, IDEN) :

— préciser dans quels cadres ils interviennent (UI, FC, ....)

— le nombre d'heures-année globale qu'ils effectuent:

Intervention des C PEN :

Interviennent-ils dans la formation initiale:

Si oui, sous quelle forme ? (seul, en binôme, en UI, UIII, option, etc...) :

## FORMATION DES PEN DE MATH

Nombre de certifiés:

Nombre d'agregés:

Nombre d'Inspecteurs professeur:

Nombre de ceux ayant eu une première nomination dans une E.N. :

Nombre de ceux qui enseignaient déjà dans les E.N. avant 1970 :

Nombre de ceux qui ont enseigné au préalable dans le secondaire:

Nombre de ceux qui ont enseigné à l'école élémentaire:

Combien ont suivi: — le stage de formation d'un an à Sèvres:

— d'autres stages (non IREM) :

#### PEN DE MATH ET I.R.E.M.

- Existe-t-il un "groupe PEN" dans l'IREM de votre académie:

Si oui, préciser: — le nombre des PEN de Math de votre EN inscrits à ce groupe:

— les tâches que se donne ce groupe:

- L'IREM propose-t-il d'autres groupes ayant un rapport avec l'Enseignement Élémentaire:

Si oui, préciser le nombre et les objectifs de ces groupes:

- Parmi les PEN de Math de votre EN :

— combien sont *stagiaires* à l'I.R.E.M. (préciser le nombre d'heures attribuées) ?

— combien sont *animateurs* à l'IREM (préciser la valeur des décharges) ?

#### HORAIRE DE MATH EN F.P.

- ★ Préciser le nombre moyen d'heures de math par semaine des  $FP_1$  :

(détailler le résultat en U 1 , U 3 , option, soutien facultatif ou non)

- ★ Même question pour les  $FP_2$  :

- ★ Préciser le mode de fonctionnement de l'emploi du temps: (fixe par semaine, fixe par quinzaine, regroupement mensuel, modifiable, etc....) :

- ★ Préciser la durée des plages horaires de math (1h, 2h, demi-journée, ....) :

#### STAGES DES FP<sub>1</sub>

- Préciser la nature des différents stages (Matières, CP, CE et CM) :
  
- Leur durée respective :
  
- La période de l'année où ils se déroulent :
  
- Préciser chez qui les FP 1 vont en stage (maître d'application, autres, ....) :
  
- Combien sont-ils dans une même classe ?
  
- Les stages sont-ils simultanés pour toute la promotion ?  
Si non, préciser le fonctionnement:

#### REPARTITION DES NORMALIENS DANS LES DIFFERENTES CLASSES

- ♣ Préciser la répartition faite par l'administration (ordre alphabétique, série du bac, ....) :
  
- ♣ La répartition en mathématique est-elle la même que celle des autres disciplines:  
Si non préciser comment elle est faite: (série du bac, test de contrôle, ....) :

#### TRAVAIL D'EQUIPE DES PEN DE MATH

- ▲ Suivez-vous avec les FP des progressions communes ?
  
- ▲ Rédigez-vous des documents en commun ?
  
- ▲ Utilisez-vous les mêmes épreuves pour l'évaluation des FP ?

Dans le cas où vous ne travaillez pas tous suivant les mêmes méthodes, remplir la suite de ce questionnaire individuellement.

Nombre des PEN concernés par la suite:

#### CONCEPTION ET CONTENUS DE LA FORMATION

*Développer à part votre réponse en respectant le plan proposé:*

- ◆ Distinguez-vous les cours UI et UIII ?
- ◆ Précisez les rapports qui existent entre les différents cours: UI , UIII , option , soutien.
- ◆ Pour chacun de ces cours, précisez:
  - ⊗ Quels sont les thèmes étudiés.
  - ⊗ Comment fonctionne la classe (cours magistral, recherche sur document, travail autonome, ...)
  - ⊗ Quels sont les supports pédagogiques utilisés (documents, audio-visuel, ...)
  - ⊗ Comment et quand se pratique l'évaluation.

#### RAPPORTS THEORIE – PRATIQUE

- Place, fréquence, exploitation des interventions dans les classes.
- Quelle est l'intégration des stages FP 1 dans le processus de formation.  
(Précisez comment ils sont préparés, quel est votre rôle lors des visites, etc...)

#### INTERDISCIPLINARITE

- Place de l'horaire consacré à l'interdisciplinarité, nature des travaux.

#### TRAVAIL DANS LES CLASSES ELEMENTAIRES A TITRE PERSONNEL

Allez-vous dans des classes élémentaires à titre personnel ?  
 Si oui, précisez ce que vous y faites (observations, leçons, recherche).  
 Précisez où vous intervenez (classe d'application et circonscription).  
 Comment sont comptabilisées ces heures dans vos services d'enseignement ?

#### REMARQUES ET SUGGESTIONS :

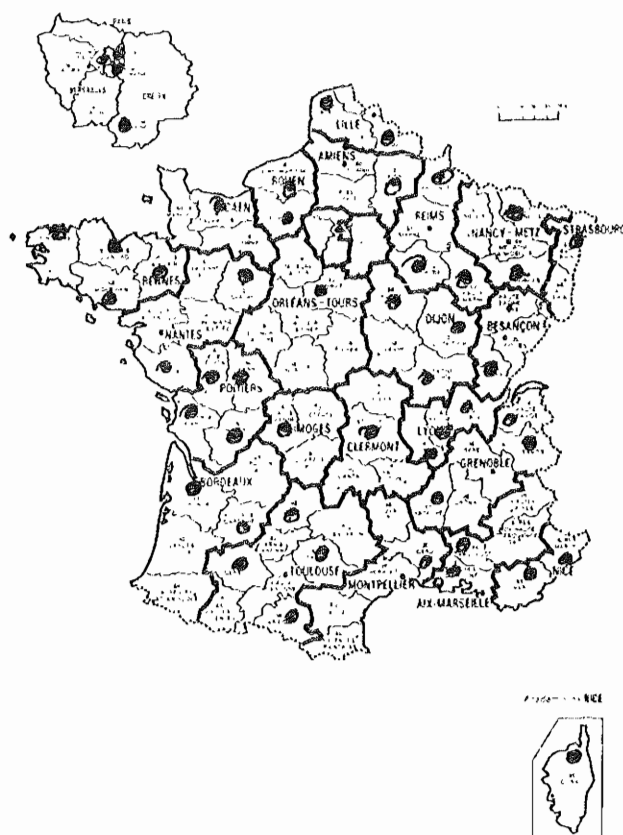


## II

Description de l'Ecole NormaleRépartition géographique des réponses au questionnaire.

Un gros point sur la carte ci-dessous indique au moins une réponse provenant du département correspondant.

On constate en regardant la carte que nous avons reçu au moins une réponse par académie.

**CARTE DES ACADEMIES**

Nombre de classes  $FP_1 + FP_2$  par E.N.

| Nbre de classes FP | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 | 24 |
|--------------------|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Nbre d'E.N.        | 1 | 2 | 5 | 8 | 7 | 10 | 5 | 3 | 2 | 7  | 1  | 3  | 1  | 1  | 1  | 1  |

ou de l'entreprise artisanale  $\uparrow$  à l'usine à normaliens  $\uparrow$

Nombre d'E.N. : 58

Nombre total de classes FP : 421

Nombre total de normaliens : 8903

Une classe de FP a entre 10 et 25 élèves.

L'E.N. moyenne a : 7 classes de F.P. ; 153 FP soit environ 21 normaliens par classe.

(+) La question sur les heures de mathématiques des stages de formation continuée n'a pas pu être dépouillée.

#### Description des intervenants en mathématiques

. Sur 58 écoles normales on trouve 172 P.E.N., plus 8 maîtres auxiliaires.

Soit environ 3 P.E.N. de mathématiques par école normale, et 4,5 % d'auxiliaires.

. La moyenne d'âge des P.E.N. est légèrement inférieure à 36.

. Le nombre des intervenants extérieurs est faible : 16

Leur origine est : supérieur : 6

lycée : 4

I.D.E.N. : 4

Leurs interventions portent sur 50 heures-années réparties comme suit :

$U_1$  : 7 pour un total de 18 h

$U_3$  : 2 pour un total de 11 h

FC : 5 pour un total de 21 h

Par contre ils se répartissent sur 12 E.N., c'est-à-dire sur 21 % de notre population.

#### Nombre de classes FP par P.E.N.

Soit n, le nombre moyen de classes PF par P.E.N. d'une même école normale.



n varie de 1 à 4 !!!

| n           | n=1 | $1 < n \leq 1,5$ | $1,5 < n < 2$ | n=2  | $2 < n \leq 2,5$ | $2,5 < n \leq 3$ | $3 < n \leq 3,5$ | $n > 3,5$ |
|-------------|-----|------------------|---------------|------|------------------|------------------|------------------|-----------|
| nbre d'E.N. | 5   | 4                | 3             | 15   | 16               | 8                | 5                | 2         |
| %           | 9 % | 7 %              | 5 %           | 26 % | 28 %             | 14 %             | 9 %              | 3 %       |

- . La moyenne pour n, donne 2,3 classes de FP par P.E.N.
- . Le nombre de normaliens par P.E.N., varie quant à lui de 10 à 89.

#### Intervention des CPEN dans la formation initiale.

- . Ils interviennent effectivement dans la formation dans 47 % des cas.
- . Ils interviennent uniquement par le biais des stages dans 9 % des cas.
- . Ils interviennent essentiellement en binôme avec le P.E.N., la plupart du temps en U III, très rarement en U I.

Il ressort du questionnaire que les maîtres d'application sont surtout liés aux différents stages des normaliens.

Voici la liste des activités relevés :

- préparation des stages
- exploitation des stages
- dans le cadre de leurs classes (leçons d'essai, analyse de séquences).
- pour des leçons "modèles". Démonstrations faites par eux, ou par les normaliens.
- interventions dans les classes de FP, pour présenter leur travail, leurs méthodes de travail.

Voici la réponse fournie par une E.N. sur ce sujet :

"FP<sub>1</sub> : 18 CPEN sont répartis en trois équipes de six : petits, moyens, grands. Chaque équipe de 6 est associée à une FP<sub>1</sub> pour un trimestre. Elle se retrouve une demi-journée par semaine au complet avec les normaliens pour préparer le stage dans les différentes disciplines. Chaque CPEN peut intervenir pour une seconde demi-journée à la demande d'un P.E.N. de la FP<sub>1</sub> à laquelle il est associé. Ce n'est pas une obligation".

# FORMATION DES P.E.N.

Catégorie : Nombre de P.E.N. : 184  
 Certifiés : 157 soit 85,4 %  
 Agrégés : 26 soit 14,1 %  
 Inspecteurs prof.: 1 soit 0,5 %

Origine : . Première nomination dans une E.N. : 85 soit 46 %  
 . Nombre de ceux qui enseignaient déjà  
 dans une E.N. avant 1970 : 67 soit 36,5 %  
 . Ont enseigné dans le secondaire : 90 soit 49 %  
 . Ont enseigné à l'école élémentaire: 9 soit 5 %

## Stages non I.R.E.M. :

. Ont suivi le stage de Sèvres : 13 soit 7 %  
 . d'autres stages (non I.R.E.M.) : 35 soit 19 %

## Recensement de ces stages :

|                                          |                                |
|------------------------------------------|--------------------------------|
| Formation continue P.E.N. : 5            | Stage 2 semaines : 2           |
| Stage P.E.N. (Auteuil) : 1               | I.D.E.N.-P.E.N. Versailles : 2 |
| Dijon 75 : 1                             | I.N.R.P. - C.R.D.P. : 3        |
| Toulouse 76 : 2                          | Non précisé : 17               |
| Stage 6 mois pour P.E.N.<br>en place : 2 |                                |

# P.E.N. et I.R.E.M.

Il existe un groupe I.R.E.M - P.E.N. pour 52 E.N. sur 60, soit dans 88 % des cas.

Sur 180 P.E.N. titulaires 104 sont inscrits à des groupes I.R.E.M., soit 58 %.

Il faut noter cependant que dans l'académie d'Aix-Marseille :  
 "depuis deux ans le rectorat s'oppose à la participation des P.E.N. à l'I.R.E.M., apparemment pour des raisons d'économies !!".

## Liste des tâches des différents groupes P.E.N. des I.R.E.M. :

- Assurer sa propre formation permanente.

Formation continue des P.E.N., par l'intermédiaire d'intervenants extérieurs.

Séminaire de formation générale.

- Echanges entre les P.E.N. de l'académie  
Mises en commun pour travailler dans le même sens.  
Lien avec la C.O.P.I.R.E.L.E.M.  
Préparation des réunions de la C.O.P.I.R.E.L.E.M.
- Rôle institutionnel des P.E.N.  
Problèmes spécifiques aux E.N. (concours, recrutement, contrôles).  
Objectifs de la formation initiale en mathématiques, évaluation.  
Définition des objectifs de la formation.  
Réflexion pédagogique sur l'élémentaire.  
Recyclage des maîtres.  
Evaluation à tous les niveaux de l'élémentaire.  
Les enfants en difficultés en math ; comment les récupérer ? que deviennent-ils ?  
Difficultés en mathématiques à l'élémentaire.  
Réflexion sur l'information mathématique à donner en formation.  
Réflexion sur  $U_1$   
Liaison  $U_1-U_3$
- Les nouveaux programmes à l'élémentaire.  
Etude des programmes. Objectifs - Commentaires.  
Collaboration I.D.E.N. pour les nouveaux programmes.  
Pré-initiation à la maternelle.  
Programme du cycle d'observation.
- Etude de sujets à proposer en formation initiale. Sujets de CREM.  
Conception de sujets d'exposés scientifiques compatibles avec les exigences des P.E.N. de math.  
Rédaction de documents pour F.P.  
Géométrie en FC et FI.  
Recherche d'activités et rédaction de documents pour FC et FI.  
Elaboration de documents expérimentés destinés aux maîtres.  
Aides-pédagogiques pour les maîtres.  
Rédaction de documents sur l'école élémentaire.  
Math au CP et rédaction de commentaires pour le maître.  
Etude de manuels.
- Liaison avec les problèmes de recherche de l'I.R.E.M.  
Recherche et expérimentation sur l'emploi de calculatrices de poche à l'élémentaire.  
Recherche sur statistiques à l'école élémentaire.

Recherche à la maternelle.

Mise en place d'expériences pédagogiques à l'élémentaire.

Etablissement d'une échelle d'évaluation en math et étalonnage.

Introduction des décimaux au  $CM_1$ . Travail dans les classes.

Introduction des fractions au CM.

Liaison  $CM_2$  - 6ème.

L'I.R.E.M. propose-t-il d'autres groupes ayant un rapport avec l'enseignement élémentaire ?

oui dans 55 %

Il semble qu'il n'existe que deux académies où l'I.R.E.M. ne propose aucune activité au niveau de l'école élémentaire : Aix-Marseille pour la raison citée plus haut et Montpellier.

|                                                   | groupe<br>P.E.N. | pas de groupe<br>P.E.N. |      |
|---------------------------------------------------|------------------|-------------------------|------|
| au moins un autre<br>groupe sur l'E.E.            | 48 %             | 7 %                     | 55 % |
| pas de groupe au-<br>tre que P.E.N. sur<br>l'E.E. | 40 %             | 5 %                     |      |
|                                                   | 88 %             |                         |      |

Liste des objectifs de ces groupes :

- . liaison CM - 6ème
- . expérience CM en liaison avec le 1er cycle.
- . recherche sur le cours préparatoire.
- . math-physique au CM.
- . expérimentation sur l'enseignement du 1er degré.
- . recherche sur l'introduction des décimaux et des rationnels. Expérimentation.
- . géométrie à l'élémentaire.
- . apprentissage des algorithmes.
- . probabilités - statistiques.
- . décimaux.
- . groupe GRESEP sur les problèmes additifs et résolution des problèmes au CM à l'aide de schémas.
- . recherche à orientation psycho-pédagogique.
- . itinéraires mathématiques à l'élémentaire.
- . rédaction de documents sur certains thèmes concernant l'élémentaire.
- . étude des comportements d'élèves.
- . audiovisuel.
- . groupe conseillers pédagogiques.
- . information des CPAIDEN.

- . Formation continuée des CPAIDEN.
- . Groupe pour CPEN.
- . Groupe IMP.
- . Education des enfants et adolescents inadaptés ou déficients.
- . Groupes d'instituteurs :
  - séminaire centré sur un thème
  - plusieurs groupes d'instituteurs travaillant sur un thème à des niveaux différents.
- et enfin pour terminer :
  - . des recherches à l'élémentaire en liaison avec l'INRP.
  - . recherche méthodologique.
  - . continuité des objectifs.
  - . recherche de possibilités d'intervention de l'I.R.E.M. au niveau de l'Elém.

#### Moyens accordés par les I.R.E.M. aux P.E.N.

Tout ce travail est assuré par :

85 P.E.N. stagiaires à l'I.R.E.M. pour environ 1h30 par stagiaire (125 h au total).

42 P.E.N. animateurs à l'I.R.E.M. pour environ 4h30 par animateur (183 h au total).

sur une population de 172 P.E.N. En conséquence :

45 % des P.E.N. sont stagiaires à l'I.R.E.M.

24 % des P.E.N. sont animateurs à l'I.R.E.M. !!!

Ce résultat tend à prouver le rôle important joué par les animateurs I.R.E.M. au niveau de la diffusion de ce questionnaire.

#### Horaires de math en FP

Devant la grande diversité des réponses, nous avons fait la moyenne des heures  $FP_1$  et  $FP_2$ .

Sur 55 réponses voici les résultats pour les heures  $U_1 + U_3$

| nbre d'heures | 1 1/2 | 3 | 3 1/2 | 4  | 4 1/4 | 4 1/2 | 4 3/4 | 5 |
|---------------|-------|---|-------|----|-------|-------|-------|---|
| nbre d'E.N.   | 1     | 3 | 6     | 20 | 3     | 18    | 1     | 3 |

18 %

36 %

45 %

Tableau donnant le total moyen pour une année des heures

$U_1 + U_3 + \text{soutien} + \text{option}$

| nbre d'heures | 1 1/2 | 3 1/2 | 4    | 4 1/4 | 4 1/2 | 4 3/4 | 5 | 5 1/4 | 5 3/4 | 6 | 6 1/2 | 7 | 7 1/2 |
|---------------|-------|-------|------|-------|-------|-------|---|-------|-------|---|-------|---|-------|
| nbre d'E.N.   | 1     | 3     | 14   | 3     | 14    | 1     | 5 | 1     | 1     | 3 | 1     | 4 | 4     |
|               | 7 %   |       | 25 % |       | 33 %  |       |   | 35 %  |       |   |       |   |       |

Il existe des cours autres que ceux d'unité 1 et 3 dans 35 % des cas.

#### Mode de fonctionnement de l'emploi du temps.

1 - Il est fixe par semaine dans 73 % des cas

fixe par quinzaine dans 8 % des cas

dans les autres cas, on trouve les formules suivantes :

- . travail par thèmes avec des plages horaires non définies à l'avance
- . travail par cycle sur six semaines en alternance avec les stages.
- . fixe une partie de la semaine seulement, l'autre fonctionnant sous forme de séminaires d'une demi-journée ou d'une journée.

2 - Dans 45 % des cas les plages horaires sont supérieures à 2 heures.

Une école normale signale qu'après un essai de plage de quatre heures, elle est revenue à une formule 2 + 2 avec cependant la possibilité de revenir à 4 h quand c'est nécessaire.

#### STAGES DES FP<sub>1</sub>

##### Nature de ces stages

En général ils couvrent tous les niveaux de l'école élémentaire (78 %). Ils sont fréquents en maternelle (51 %).

On pratique aussi dans certaines E.N. des stages spécifiques : mer - ski - classes rurales - enfance inadaptée - classe Freinat.

##### Durées respectives.

La durée moyenne des stages de FP<sub>1</sub> est de sept semaines et demies.

Elle varie de 4 semaines à 15 semaines.

| nbre de semaines | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 15 |
|------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| %                | 5 | 2 | 27 | 15 | 20 | 20 | 5  | 2  | 2  | 2  |

Période de l'année où ils se déroulent.

Dans 80 % des cas ces stages sont répartis sur les trois trimestres.

Dans 12 % des cas sur les deux premiers trimestres.

Dans 5 % des cas sur les deux derniers et dans 3 % des cas sur le 1er et 3e trimestre.

Chez qui les FP<sub>1</sub> vont-ils en stage.

. Dans la quasi totalité des cas ces stages se déroulent dans les classes des maîtres d'application ; cependant dans 48 % des cas, ils se déroulent aussi chez d'autres maîtres pour pallier le nombre insuffisant de maîtres d'application.

Mode de fonctionnement de ces stages.

. Ces stages sont en général simultanés pour toute la promotion. Dans 8 % des cas il existe un système de roulement sur les différents niveaux. (Roulement par tiers dans le cas de 3 FP, par moitié dans le cas de 2 FP).

Quelques originalités

- deux journées et demi par semaine de stage sur l'ensemble de l'année.
- trois cycles de six semaines pendant lesquels le normalien fait 1/2 journée en classe d'application et 1/2 journée à l'école normale.
- 1er semestre : 2 jours de stage par semaine
- 2ème semestre : 2 stages de trois semaines.
- stages à dominantes (exemple : math - EPS)

|                                                         |
|---------------------------------------------------------|
| Répartition des normaliens dans les différentes classes |
|---------------------------------------------------------|

Dans 34 % elle est faite sur la base des différentes options proposées (langues vivantes, ASSU, classes de mer, etc...)

Dans 25 % elle est faite à partir de l'ordre alphabétique.



Dans 14 % des cas à partir des séries du bac.

Dans 7 % elle est faite par les normaliens eux-mêmes en fonction de leurs propres affinités.

Dans les autres cas elle est faite au hasard en essayant cependant d'équilibrer les nombres de garçons et de filles.

A noter que dans une E.N. il n'existe pas de classe au sens scolaire du terme ; les regroupements se font sur les thèmes proposés.

Dans 95 % des cas la répartition en mathématique est la même que celle des autres disciplines. Mais il faut sur ce point tenir compte des 14 % de cas où la répartition des normaliens est faite à partir de la série du bac.

|                                      |
|--------------------------------------|
| Travail d'équipe des P.E.N. de math. |
|--------------------------------------|

Il existe un travail d'équipe des P.E.N. de math dans environ 40 % des cas.

Ce travail se traduit par des progressions communes, des rédactions de documents et des évaluations communes.

La suite du questionnaire se présentait sous une forme ouverte. Seulement 46 % des réponses développent dans le détail cette partie. Les 54 % restants l'ont généralement traitée sous forme de questionnaire fermé.

### Conception et contenus de la formation

#### . Distinguez vous les cours $U_1$ et $U_3$ ?

36 % de réponses : oui

54 % de réponses : non

10 % de non-réponses ou de réponses : oui - non

#### . Précisez les rapports qui existent entre les différents cours $U_1$ , $U_3$ , option, soutien.

Dans 19 % des cas, on déclare qu'il n'y a pas de rapport entre les différents cours.

Parmi les réponses, où l'on déclare qu'il existe un rapport entre  $U_1$  et  $U_3$ , dans 3/4 des cas ce rapport privilégie l'unité 3.

Il faut remarquer à ce sujet que ne pas distinguer les cours  $U_1$  et  $U_3$  a pour conséquence de privilégier l'unité 3.

Voici des extraits de réponse :

"les thèmes d'unité 1 sont issus de réponses à des questions de l'unité 3"

"l'unité 1 est complémentaire de l'unité 3"

"l'unité 1 n'existe qu'en fonction de l'unité 3"

"l'unité 1 vient en éclairage de l'étude par thèmes de la pédagogie à l'école"

"l'unité 1 vient lorsque dans l'unité 3 se fait sentir le besoin d'un apport théorique".

#### . Quels sont les thèmes étudiés ?

Voici la liste des thèmes à contenu mathématique :

|                                          |                                      |
|------------------------------------------|--------------------------------------|
| Désignation - Egalité - Equipotence      | Activités prénumériques en mat-CP    |
| Ensembles                                | Activités de classement et rangement |
| Les entiers naturels                     | de la mat. au CM                     |
| Cardinaux - Ordinaux                     | Historique de la numération          |
| Numération                               | L'école pythagoricienne              |
| Les décimaux - Les nombres à virgule     | Le nombre d'or                       |
| Les ensembles de nombres                 | Techniques opératoires               |
| Lois de composition interne - Opérations | Travail sur minicalculatrice         |
| Les quatre opérations                    | Le boulier chinois                   |

Structures

Générateurs d'un groupe

Groupe opérant sur un ensemble

Exemples d'isomorphisme et d'homomorphisme de groupes

Relations

Arithmétique

Congruences

Opérateurs - Opérateurs et fractions

Proportionnalité

Mesure

Topologie élémentaire

Géométrie

Les différentes géométries

Géométrie euclidienne

Les isométries

Logique

Algorithme - organigramme

Cartes perforées

Jeux mathématiques.

Géoplan

Première découverte de l'espace

Cheminements sur des graphes

pavage - mosaïque

construction de volumes

Voici la liste des thèmes cités, n'ayant pas un contenu mathématique.

Etude des programmes

Conception de la leçon de mathématiques

Recherche - mathématisation

Pédagogie générale : pourquoi un enseignement des mathématiques ?

Fabrication de matériel pédagogique.

La différence de longueur entre ces deux listes est significative.

Voici à titre d'exemple le programme d'unité 1 envoyé par une école normale (c'est le plus détaillé).

Programme de Mathématiques pour la Formation Initiale des Maîtres  
de l'Enseignement Elémentaire

-----

UNITE I . Théorie (Commission ministérielle du 16 juin 1969)

I) Logique et Ensemble finis :

Ensemble fini. Cardinaux. Parties d'un ensemble fini. Relations.

Relation d'équivalence ; ensemble quotient ; partition d'un ensemble fini. Fonctions, applications.

— Applications et dénombrements associés ; Analyse combinatoire.

Connecteurs logiques ; Opérations logiques et opérations sur les ensembles ;

notions sur l'utilisation des quantificateurs.

## 2) Ordres :

Préordre. Ordre partiel. Exemples d'ordres totaux.

## 3) Algèbre :

Loi de composition interne, propriétés. Monoïde ; relation d'équivalence compatible avec la LOI ; monoïde quotient ; monoïde ordonné. Groupe, définition.

- Groupe opérant sur un ensemble ; groupes ordonnés ; groupes cycliques,
- Générateurs d'un groupe. Exemples d'isomorphismes et d'homomorphismes de groupes. Anneaux. Corps. Analyse des structures de  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ .

Systèmes de numération.

- Anneau ordonné des nombres à virgule.
- Divisibilité et congruences dans  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{Z}$ .

## 4) Fonctions numériques (approche en première année)

- Application linéaire. Exemples de fonctions numériques (notamment fonctions en escalier, fonctions affines).

## 5) Mesure et Probabilités

- Mesure définie sur une famille de parties d'un ensemble ; additivité ;
- Encadrement.
- Facultatif : Notions de statistique et de probabilité.

N.B. : Toutes les lignes précédées du signe - concernent les notions à étudier plus particulièrement en deuxième année.

-----

### . Comment fonctionne la classe (cours magistral, recherche sur document, travail autonome...) ?

64 % des réponses : "un peu de tout ça"

15 % : travail sur fiches ou documents

13 % : cours magistral en Unité 1

7 % : cours magistral en Unité 3.

### . Quels sont les supports pédagogiques utilisés ?

Pour 50 % des réponses, on utilise l'audio-visuel.

Quant aux documents utilisés, ont été cités : les livres du maître et de l'élève en usage dans les classes, des documents I.R.E.M.

. Comment et quand se pratique l'évaluation ?

Voici l'inventaire des travaux (ou attitudes) cités donnant lieu à évaluation :

En unité 1 : travail trimestriel individuel et fait en temps limité  
travaux réalisés librement  
travaux individuels ou de groupes  
exposés  
interrogation écrite après l'étude de chaque grand thème

(on recommence si le niveau n'est pas suffisant)

2 partiels par semestre, et la participation au cours  
3 ou 4 travaux écrits en temps limité par semestre  
devoirs  
1 devoir par quinzaine  
séries de fiches d'exercices portant sur les notions fondamentales à faire hors des cours, individuellement, et pour une date limite.

En unité 3 : rapports de stages - dossiers de stages

leçons présentées  
travail écrit et en temps limité sur l'exploitation pédagogique d'un thème.  
travaux écrits personnels ou de groupes  
lectures obligatoires  
interprétation d'un document  
analyse de documents écrits, de manuels.

Pas de distinction  $U_1 - U_3$  ou pas de précision :

1er  
en  $FP_1$  petit examen en fin de trimestre et en  $FP_2$  travail personnalisé.  
entretien individuel chaque semestre  
pratique d'un contrat de travail et dossier personnel  
dossier CFEN à partir du stage en  $FP_2$   
examen régulier de travaux réalisés ; liberté est accordée de choisir, de rédiger l'un des exercices de math proposés, ou de développer une idée personnelle, ou de faire un compte rendu de lecture.  
un devoir tous les 15 jours et 2 contrôles "sur table" par trimestre.  
travail personnel portant sur l'année par groupes de 2 en  $FP_1$ , individuel en  $FP_2$  (sert d'épreuve au CFEN) (sujet choisi conjointement par le normalien et le professeur).

|                           |
|---------------------------|
| Rapports théorie-pratique |
|---------------------------|

. Place, fréquence et exploitation des interventions dans les classes.

Certains avouent ne pas faire la liaison théorie-pratique, d'autres la considèrent comme constante.

La fréquence d'intervention dans les classes d'application est très variable.

Voici ce que l'on peut relever :

presque nulle

pas en  $FP_1$  ou presque, un peu plus en  $FP_2$

en  $FP_2$  dans le cadre de l'option

1 séance par quinzaine

3 heures par quinzaine avec le MA

1 intervention par semaine

1 heure par semaine au 1er trimestre au niveau du CP

1 demi journée par semaine

3 ou 4 séances rapprochées prises en charge par un groupe de normaliens

2 séances par quinzaine dans la même classe et sur le même thème avec préparation par les normaliens et exploitation avec le P.E.N. et le M.A.  
1/3 du temps.

Certains signalent que cette fréquence d'intervention dans les classes s'est accrue depuis la mise en place des 6 h des M.A.

Ainsi par exemple : "il se fait un travail régulier dans des classes à tous les niveaux : au départ c'est le M.A. qui prend la classe ; il se dégage des thèmes de travail ; les normaliens préparent et font des leçons, et ils suivent l'évolution de la classe".

. Quelle est l'intégration des stages  $FP_1$  dans le processus de formation ?

Les stages de 2 ou 3 semaines par trimestre semblent peu satisfaisants dans l'ensemble, car difficiles à intégrer au reste de la formation, d'autant plus que les normaliens sont souvent en stage en même temps à des niveaux différents.

Des tentatives d'intégration sont faites quelquefois :

- 2 jours de préparation et 2 jours de bilans interdisciplinaires.
- préparation par l'élaboration de questionnaires ou grilles d'observation
- 8 jours de préparation avec les P.E.N. et M.A. et 8 jours de bilan, d'où sortent les thèmes de travail du trimestre.
- 2 semaines entre les stages consacrés à l'exploitation du 1er et la préparation du 2ème.

- formation articulée sur les stages qui constituent le support pour la théorie ultérieure.

De nouvelles formules de stage ont été tentées :

- stage en continu : 1/2 journée par semaine (pas plus de précisions)
- interventions hebdomadaires d'une demi-journée au 2ème trimestre (14 semaines) ; des groupes de travail sont constitués par 6 normaliens, 2 P.E.N. et 2 C.P.E.N. ; ils opèrent pendant 7 semaines dans une même classe et dans 2 disciplines ; au bout de 7 semaines, il y a changement de classe et de disciplines et donc de P.E.N. et de C.F.E.N. ; ce travail sert ensuite de support pour des échanges ou des activités à l'E.N.
- au 1er trimestre : 2 jours d'observation par semaine
- au 2ème trimestre : 2 stages de 3 semaines (pas plus de précisions).

|                     |
|---------------------|
| Interdisciplinarité |
|---------------------|

. Bilan

| Nombre d'E.N. | Jamais | Peu<br>ou<br>Essai | Pas de<br>réponse | Régulièrement |
|---------------|--------|--------------------|-------------------|---------------|
| 58            | 36     | 12                 | 6                 | 4             |

. Disciplines avec lesquelles il y a eu interdisciplinarité

Psychopédagogie : 5  
 Eveil scientifique: 3 (dont 1 pour un élevage)  
 Français : 1  
 EPS : 3 (dont 1 pour parcours d'orientation)  
 TME : 2  
 Musique : 1  
 Arts plastiques : 1

## Assistance au cours

d'autres professeurs : 1  
 grands thèmes : 1 (l'échec scolaire)

. Raisons pour lesquelles il y en a peu ou jamais

- Collègues réticents ou opposés  
 - Problème pour trouver des plages communes dans un emploi du temps chargé ; c'est cette raison qui empêche de donner suite aux essais.

. Organisation dans les cas d'interventions régulières.

- 1 h en FP<sub>1</sub> (sans thèmes proprement mathématiques - travaux de groupes)  
 2 h en FP<sub>2</sub> (avec plusieurs thèmes mathématiques)  
 - 1/2 h année par professeur, soit 2 plages de 3 h par trimestre  
 - 2 h en FP<sub>1</sub> par professeur de math/français/psycho, soit 4 h pour les élèves  
 - 2 h en option.

|                                            |
|--------------------------------------------|
| Travail dans les classes à titre personnel |
|--------------------------------------------|

. Bilan



| Nombre d'E.N. | Jamais | oui | parfois | non<br>réponse |
|---------------|--------|-----|---------|----------------|
| 58            | 8      | 35  | 4       | 11             |

. Répartition des réponses positives

| Nombre d'E.N. | classes d'application | autres classes |
|---------------|-----------------------|----------------|
| 35 + 4        | 38                    | 12             |

. Types d'activités

Animation : 11 (dont 1 sur un groupe scolaire)  
 Observation : peu cité  
 Leçons : 4  
 Recherche I.R.E.M. : 7  
 Recherche : 2  
 Recherche I.N.R.P. : 2  
 Rénovation - Progressions : 3  
 Formation C.P.E.N. : 2  
 Classes Freniet : 0

. Temps qui est consacré à cette activité

1/2 h : 1  
 1 h : 10  
 1 h 30 : 2  
 2 h : 6  
 3 h : 4 (dont 3 I.N.R.P.)  
 4 h : 1 (I.N.R.P.)

décharge I.N.R.P. : 2

décharge I.R.E.M. : 2 (dont 1 pour 1/4 de service)

Quand il n'y a pas décharge : paiement en HS

ou bénévolat : 10

. Quelques cas particuliers

- Chaque P.E.N. prend une classe et y travaille avec le maître : réunion chaque semaine avec préparation d'une séance en classe, le P.E.N. assure cette séance ; sa crédibilité s'en trouve très renforcée (cité 2 fois).

- Travail expérimental sur le jeu d'échecs.
- Travail sur un thème avec plusieurs maîtres.

Remarque : les nombres cités plus haut sur les types d'activités et le temps consacré ne sont absolument pas significatifs, étant donné le peu de réponses complètes.

#### REMARQUES et SUGGESTIONS

"Revoir la formation initiale des P.E.N. Le stage d'un an est certainement indispensable mais il a été refusé à l'un des deux P.E.N. pour "besoins de service"

"Formation au rabais des P.E.N."

"Le contact du P.E.N. avec l'E.E. est indispensable. C'est une monstruosité qu'il ne soit pas inscrit dans l'inventaire des tâches qui définissent le P.E.N."

"Nombreuses difficultés personnelles pour situer  $U_1$  et  $U_3$ "

"On aimerait que soient dégagées des indications précises concernant le CPEN Unité I"

"Revoir le recrutement des normaliens"

"Le DEN, les I.D.E. et tous les P.E.N. souhaitent une épreuve de mathématique au concours d'entrée à l'E.N."

Divers : "Supprimer les stages de  $FP_1$ "

"Faire intervenir les I.R.E.M. en collaboration avec l'E.N. pour de l'animation en circonscription"

"Le titre de CPEN ne devrait être que temporaire".

Réponse envoyée par une E.N. :

#### Remarques et suggestions :

Il est grave... que ce questionnaire ferme les yeux... sur des questions matérielles... dont ni les syndicats, ni l'administration ne se préoccupent !!.

Un P.E.N., par le Jeu des alléjents de Maxi horaire, est reconnu travailler à Bac + 1 ou Bac + 2... . Si, d'aventure il fournit un travail supplémentaire, son HS vaut 66,29... comme un prof de 6e !!. S'il intervient dans une formation continuée (cours Municipaux etc...) le tarif est autre. ... Pourquoi tant de P.E.N. scientifiques, au cerveau transformé en bande magnétique

(avec les  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_6$ ...  $R_{12}$  etc...) rabâchant les mêmes inepties au sujet des quotients, des diviseurs... et des quadrillages... se dirigent-ils vers l'administration des C.E.S.... ou des lycées ~

Les E.N. semblent colonisées par les psycho-péda- de tout poil.

Bien des physiciens ont disparu... ou bien font mu-muse avec la pile Wonder ou des Talkie-Walkie !!

Les Biologistes restent...

Les Matheux, sont-ils bien à la place dans l'enseignement qui à 90 % ... est professionnel. La sclérose les guette.

Les prof. de Maths d'E.N. ne doivent pas perdre contact avec le second cycle des lycées.

Un service à 50 % dans une E.N., à 50 % dans un lycée ou dans un I.R.E.M. devrait être une solution impérative.

Sinon le gâtisme (+) ne sera pas une Asymptote... mais une réalité.

(+) ... opérite aigue

(+) basomanie

(+) etc...



**4a** - Ce qu'on fait en math en F.P.

Animateurs : - BERU 33, Allée des Bosquets 51000 SAINTE MEMMIE

- LECOQ 16, rue du Plateau Fleuri 14000 CAEN

- LEDE 118, Avenue Général Leclerc 10300 SAINTE SAVINE

- MYX -E.N.G. - 5, rue Anselme 69004 LYON

- NEYRET - E.N. - 30, rue Berthelot 38000 GRENOBLE

- SUBTIL - E.N.G. - 5, rue Anselme 69004 LYON

- Annexe 1 : LYON

- Annexe 2 : GRENOBLE

GROUPE 4.a - CE QU'ON FAIT EN MATHEMATIQUES

ANIMATEURS : BERU, LECOQ, LEDE, MYX, NEYRET, SUBTIL

---

Le groupe a commencé par critiquer la pratique de l'un des animateurs (Deux ans de FP)

Après quoi il s'est divisé en trois sous-groupes sur les thèmes suivants :

- Le tâtonnement en  $4_1$
- Objectifs en  $4_1$  et en  $4_3$  (minimum de connaissances à l'entrée et à la sortie de l'EN)
- Comment démarrer la  $FP_1$

On trouvera en annexe :

- Organisation de la FP à l'ENG de Grenoble
- L'Unité I à l'ENG de Lyon

## DEUX ANS DE FP (J. LECOQ - ENG CAEN)

Dans cette description à grands traits de deux ans de mathématiques en FP un fait domine : le manque de temps. En ce qui concerne les mathématiques les élèves ont travaillé 90 H en FP<sub>1</sub> et 45 H (en moyenne) en FP<sub>2</sub>. Ces 135 H représentent l'horaire de mathématiques d'un élève de TC pendant le 1er trimestre seul.

### I Origine des élèves

|         | FP <sub>A</sub> | FP <sub>B</sub> |    |
|---------|-----------------|-----------------|----|
| Bac     | 3               | 12              | 15 |
| Bac + 1 | 7               | 4               | 11 |
| Bac + 2 | 5               | 1               | 6  |
| Bac + 3 | 1               | 1               | 2  |
|         | 16              | 18              | 34 |

Répartition des élèves suivant la section du Bac

| Bac  | A  | B | C | D | F <sub>3</sub> | G <sub>3</sub> |
|------|----|---|---|---|----------------|----------------|
| Eff. | 14 | 3 | 7 | 8 | 1              | 1              |

F<sub>3</sub> : électrotechnique

G<sub>3</sub> : techn-commercial

### Commentaires

1. Sur ces 34 élèves, une seule (Bac + 3 en FP<sub>A</sub>) avait un diplôme d'enseignement supérieur : DEUG d'allemand. Elle démissionnera en fin de FP<sub>1</sub>.
2. Pour les élèves recrutés à Bac + 2 et Bac + 3 il y a eu, en général, changement d'orientation au cours des études post-baccalauréat ; par exemple :  
Bac D + Agro + Médecine ou Bac C + Médecine + Psychologie
3. Ces deux sections en FP ont manifesté des comportements très différents :  
en FP<sub>A</sub>, curiosité, dynamique, camaraderie  
en FP<sub>B</sub>, passivité, élèves isolés, clans antagonistes, ambiance potache

Les collègues enseignant dans ces classes rapprochent ces impressions de la proportion d'élèves n'ayant que le Bac.

3 sur 16 élèves en  $FP_A$

12 sur 18 élèves en  $FP_B$

#### Remarques du groupe 4a

1. On remarque l'absence d'élèves provenant du technique
2. De l'avis des participants il y a, en général, plus d'élèves littéraires (Bac A et B) que d'élèves scientifiques (Bac C et D).
3. On ne peut généraliser les résultats consignés dans les deux tableaux ci-dessous. Le groupe a regretté de ne pas avoir une statistique nationale des origines des élèves.

## II La $FP_1$ 1976/77

### II - 1 Organisation administrative

En 1976/77, il y avait à l'ENG de Caen 3  $FP_1$ , 3  $FP_2$  et 3 PEN de mathématiques. Ces trois PEN ne collaborent pas.

Horaire : chaque semaine une séance de 2 H en Unité I et une séance de 3 H en Unité III pour chacune des classes.

|           | 1er tr. | 2e tr. | 3e tr. |
|-----------|---------|--------|--------|
| $FP_{1A}$ | CP      | CE     | CM     |
| $FP_{1B}$ | CE      | CM     | CP     |
| $FP_{1C}$ | CM      | CP     | CE     |

Par accord entre les collègues de l'EN, chaque trimestre a été consacré à un niveau de l'Ecole Elémentaire selon le schéma ci-contre.

Chaque trimestre a été organisé de la façon suivante :

| 2 j. | 8 semaines                                                                      | 2 sem. | 2 sem.               |
|------|---------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------|
| ↑    | Travail à l'EN<br>Ph. spécifiques du niveau en question<br>Préparation du stage | Stage  | Bilan<br>du<br>stage |

Stage d'observation et de sensibilisation



### Commentaires

1. Les élèves littéraires (Bac A et B), ainsi que les élèves scientifiques (Bac C et D), sont également répartis entre les trois FP. Cette répartition, traditionnelle à l'ENG, a été réclamée par les professeurs de mathématiques et n'a pas été remise en cause par leurs collègues.
2. Le schéma d'organisation de chaque trimestre n'a pas été respecté en ce qui concerne le travail à l'EN :

|      | 1 tr.  | 2e tr. | 3e tr. |
|------|--------|--------|--------|
| FP A | 6 sem. | 7 sem. | 5 sem. |
| FP B | 5 sem. | 6 sem. | 5 sem. |

3. En ce qui concerne les mathématiques, l'organisation du travail en  $U_3$  n'a pas coïncidé avec les niveaux choisis pour chaque trimestre (voir II-2)
4. A partir de Janvier 1977 des maîtres d'application sont venus assister aux séances de mathématiques. Mais sans collaborer avec le professeur à la formation des élèves.

### Remarque du groupe 4 a

Selon une récente enquête effectuée auprès des collègues de mathématiques, il semble que

36 % d'entre eux distinguent  $U_1$  et  $U_3$

54 % ne les distinguent pas

10 % n'ont pas d'avis.

### II - 2 Bilan horaire et contenus

|                  | $U_1$ | $U_3$ |
|------------------|-------|-------|
| FP 1A            | 28    | 62    |
| FP <sub>1B</sub> | 36    | 54    |

Le relevé aussi précis que possible des heures effectuées aboutit à 90 H de mathématiques pour chaque FP ; à quoi s'ajoutent 6 semaines de stage d'observation.

A titre de comparaison, 90 H de mathématiques représentent :

- en CM 2 (5H hebdo) : de la rentrée aux vacances de Février
- en 2 A (3H hebdo) : de la rentrée à fin avril
- en TC (9H hebdo) : de la rentrée à fin Novembre.

Voici le relevé chronologique des sujets abordés en Unité III

|           | FP <sub>1A</sub>                                               | FP <sub>1B</sub>                                    |
|-----------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 1er trim. | Division 15 H                                                  | Multiplication 15 H                                 |
| 2e trim.  | Multiplication 12 H<br>Géométrie 12 H                          | Division 15 H<br>Soustraction 3 H<br>Numération 3 h |
| 3e trim.  | Opérateur 7 h<br>N au CP<br>Soustraction 5 H<br>Numération 3 H | Géométrie 15 H<br>N au CP 3 H                       |

#### Remarques du groupe 4 a

1. On déplore, en général, un manque de travail personnel de la part des élèves (en dehors des heures de cours à l'EN). Certains l'attribuent à un horaire trop chargé (opinion qui ne recueille pas l'unanimité). D'autres l'attribuent à une dispersion sur un trop grand nombre de matières (une éventuelle spécialisation ne résoudrait probablement pas à elle seule le problème).
2. Le problème des contrôles est soulevé mais la discussion ne s'engage pas sur ce point. On se borne à rappeler
  - que cette question détériore trop souvent les rapports élèves professeurs
  - qu'en cas de CPEN insuffisant, l'élève en question est mis en suppléance dirigée, ce qui n'est pas satisfaisant.

En arrière-plan, c'est la clause de remboursement des études en cas d'exclusion qui pose problème.

3. Une question sera reprise dans un groupe de travail : comment démarrer en FP<sub>1</sub> ?

### II-3 L'Unité I en FP<sub>1</sub>

Jusqu'en 1973/74 l'Unité I était assurée par des assistants de l'Université. Ce cours reprenait des sujets antérieurement étudiés par les élèves (ensembles, relations, etc...) mais les élèves n'avaient pratiquement pas d'exercices ou de problèmes à étudier. Il n'y avait pas de collaboration entre assistants et PEN.

Personne n'était satisfait de ce type de travail de sorte que les assistants refusèrent de poursuivre. Il revenait donc aux PEN d'assurer l'enseignement en Unité I.

J'ai alors décidé d'axer le travail sur la résolution de problèmes afin

- de déconditionner les élèves de l'enseignement subi antérieurement (cours magistral - Exercices d'application)
- de compléter les connaissances des élèves (en arithmétique notamment)
- de tenter de donner du goût pour l'étude de problèmes

J'ai donc constitué et proposé aux élèves une collection de problèmes

- 1ère série : arithmétique (les 4 opérations à l'exclusion de : divisibilité, PGCD, nombres premiers, etc ; 77 pb)
- 2e série : combinatoire, dénombrements (36 pb)
- 3e série : divers (55 pb)

### Remarques

1. Initialement j'avais pensé réaliser une 4e série de géométrie mais j'ai finalement utilisé les problèmes en question en Unité III.
2. J'invite les élèves à travailler de leur côté les problèmes Nuffield (OCDL) et Points de départ (CEDIC). J'ai constaté en FP<sub>2</sub> qu'environ un élève sur trois s'était procuré au moins l'un de ces ouvrages.

### Organisation du travail

1er trimestre : Travail libre - Durée : 7 séances de 2 H soit 14 H  
Dès le départ j'explique aux élèves les raisons pour lesquelles j'ai choisi ce mode de travail. J'ajoute que bon nombre de ces problèmes peuvent être adaptés aux classes élémentaires. Enfin je leur demande de constituer un dossier à me remettre pour les vacances de Noël (sans notation du type 2nd cycle).

Pendant le 1er trimestre je me borne à inciter, à encourager à aider les élèves.

2e et 3e trimestre : Activités dirigées

Durée : 7 séances de 2 H en FP<sub>1A</sub> soit 14 H

8 séances de 2 H en FP<sub>1B</sub> soit 16 H

Nous commençons par un bilan du 1er trimestre :

- minceur des dossiers due à un désarroi devant ces problèmes
- mise au net très pauvre
- pour chaque problème étudié, solution unique et très scolaire.

Je propose de reprendre le travail mais, maintenant, en guidant moi-même l'activité. Mon but est alors d'attirer l'attention sur :

1. L'importance du tâtonnement initial et son rôle dans l'élaboration des conjectures.
2. La place, le rôle et l'intérêt d'une démonstration (éventuellement la recherche d'autres démonstrations et leur examen critique)
3. La recherche de variantes au problème étudié.
4. L'intérêt d'exposer par oral ou par écrit les résultats acquis
5. L'utilisation éventuelle de ces problèmes avec de jeunes enfants (pourquoi ? comment ? jusqu'où ?)

Le mode <sup>de</sup> travail choisi en Unité I a mis l'accent sur le tâtonnement plus que sur l'acquisition systématique de connaissances. Des participants ont souhaité discuter ce choix (voir plus loin : le tâtonnement en U<sub>1</sub>)

Dès maintenant je veux souligner trois faits :

- l'horaire a été très insuffisant (28 H pour l'U<sub>1</sub>)
- les élèves se sont refusés à exposer par oral ou par écrit leurs résultats.
- je n'ai su adapter des formes de contrôle (autre qu'"impressionnistes") à ce mode de travail.

## II - IV L'Unité III en FP<sub>1</sub>

### Intentions

- Etudier quelques grands thèmes de travail de l'Ecole Elémentaire au moyen
  - . d'une étude critique des progressions traditionnelles (par exemple, techniques opératoires dans les manuels scolaires)
  - . d'une analyse mathématique des thèmes en question (c'est ici que se fait, en principe, le lien avec la démarche mise en oeuvre en Unité I)
- Donner des plans de travail pour les stages (en particulier celui de 3 mois en responsabilité)

- Essayer de faire sentir les inconvénients d'un enseignement type : exposé du maître suivi d'exercices d'imitation ou d'application et favoriser l'étude de situations-problèmes.

### Difficultés

- Ces intentions n'ont pas toujours été compatibles avec l'organisation de l'année (comparer les contenus relevés en II - 2 et le plan de travail décrit en II - 1)
- En dehors des stages les élèves ont travaillé sans liaison avec des classes d'application ni intervention de maîtres d'application
- De la part des élèves, une grande lenteur dans le travail (manque d'engagement ou difficultés intellectuelles ?) et une mise en cause presque systématique - sincère ou non - de ce qu'on dit ou fait à l'EN.
- Enfin, comment organiser des contrôles autre qu'"impressionnistes" et comment les concilier avec les bilans administratifs.

Le mode de travail mis en oeuvre en Unité III privilégie évidemment le discours du professeur et le groupe 4 - a a souligné la contradiction qui existe entre les attitudes adoptées en Unité I et en Unité III.

### III La FP<sub>2</sub> 1977/78

#### 1er trimestre

Stage en responsabilité durant lequel j'ai visité une fois, mais une seule, chaque élève.

Impression dominante : la puérilité des contenus proposés (au CE<sub>1</sub> par exemple, on ne dépasse pas dix). Les maîtres des classes en question - en stage à l'EN - ne semblent pas s'en émouvoir.

De façon générale, les élèves en stage ne reçoivent aucun soutien de la part des maîtres qu'ils remplacent.

#### 2e trimestre

- Bilan du stage

. Impression générale : le stage ne semble pas avoir posé de problèmes sauf en ce qui concerne l'organisation en classe unique.  
(opinion : "ce n'est pas si difficile qu'on le dit de faire la classe).

- . Désorganisation du trimestre due à des départs en classe de neige nombreux et échelonnés.
- . Horaire ramené de 5 H (2+3) à 4 H 30 (1,30 + 3)
- . Refus des élèves de distinguer Unité I et Unité III
- . Refus de travailler par classe entière sous la direction du professeur
- Souhait quasi unanime : disposer d'une collection de leçons (1 heure, 2 ou 3 heures au plus). Raison invoquée : "à la sortie de l'EN nous ne serons pas responsable d'une classe ; nous seront IR"

- J'ai accepté ces propositions

- . j'ai suggéré des thèmes de travail (non abordés ou insuffisamment étudiés en  $FP_1$ )
- . j'ai fourni la documentation nécessaire
- . je suis resté à la disposition des élèves qui ont travaillé individuellement ou par petits groupes. J'ai répondu à toute demande d'aide ou d'information mais sans chercher à intervenir dans le travail de chacun.

- Quelques impressions

- . pas d'augmentation de l'absentéisme
- . les élèves travaillent au moins <sup>autant</sup> qu'en assistant à un cours et ils sont maîtres de leur travail
- . le professeur se sent inutile (voire rejeté) et se demande comment contrôler le travail.

- des constatations

- . une grande lenteur dans le travail
- . des difficultés à lire et à comprendre un texte
- . refus de présenter son travail aux camarades (chacun pour soi)
- . des essais de rédaction de documents n'ont pas abouti (difficultés tant en ce qui concerne le fond que la forme).

- Une consolation : pour la première fois une option mathématiques fonctionne à l'EN (construction de polyèdres).

Elle m'a donné l'occasion de constater des lacunes étonnantes. Ainsi, mis à part un élève issu de TC, personne ne connaît de relations métriques dans le triangle, fût-il rectangle. Sur les dix élèves aucun ne sait utiliser une table de Logarithmes. Par ailleurs, ils se refusent tous à lire des textes en anglais.

## LE TATONNEMENT EN UNITE I

Les réflexions de ce sous-groupe ont été suscitées par la présentation du mode de travail choisi en Unité I à l'ENG de Caen (voir Deux ans de FP-II-3)

- I Pour l'élève entrant en FP les mathématiques sont perçues à travers le récent enseignement qu'il a connu au Lycée.

Avant tout, les mathématiques, ça s'enseigne ; on suit un cours, après quoi on fait des exercices d'application. Ce type d'enseignement se contente de mettre l'élève en contact avec un produit fini. On ne l'éclaire pas sur les raisons ou les besoins qui ont conduit à telle ou telle théorie. Il ignore tout des erreurs et des difficultés qu'il a fallu vaincre pour l'édifier. A plus forte raison ignore-t-il les polémiques que telle théorie a pu susciter. Il ne faut donc pas s'étonner que les élèves aient le sentiment qu'en mathématiques "on n'a pas le choix", "ça ne se discute pas", "c'est vrai ou c'est faux", etc... Rien d'étonnant non plus dans le fait que le bachelier se sente désorienté devant un problème dont il ne voit pas immédiatement à quel "chapitre du livre" il se rattache.

Ces critiques sont classiques (un participant parlera même à ce propos de "faillite de notre enseignement scientifique secondaire"). S'il n'est pas question de s'y complaire, il ne faut pas non plus ignorer l'état d'esprit des élèves vis-à-vis des mathématiques quand ils entrent en FP.

Or cet élève va devoir "enseigner des mathématiques" (cette expression ne rappelle-t-elle pas le modèle d'enseignement évoqué ci-dessus ?). Qui plus est, cet élève, devenu maître, devra guider les premiers pas des enfants en arithmétique alors que lui-même ne l'a pas encore étudiée ; ce qui ne l'empêche d'ailleurs pas de croire qu'il n'a rien à apprendre sur ce chapitre.

Il faut donc compléter ses connaissances en mathématiques. Faut-il pour autant faire un cours en Unité I ? On peut penser que reprendre des sujets déjà abordés au cours des études antérieures à travers les mêmes formes d'enseignement ne peut que renforcer des illusions ou des blocages.

D'où le choix d'une activité mettant l'accent sur le tâtonnement afin de contribuer à développer chez les élèves un rapport au savoir différent.

## ● II. Intérêt du tâtonnement

[1] Avant tout il s'agit de déconditionner l'élève de certaines habitudes de passivité ou, si l'on préfère, de réveiller sa curiosité voire son imagination.

En général, la première réaction d'un élève devant un problème est de chercher à faire un calcul ; plus précisément, il se demande quel algorithme choisir parmi ceux qu'il connaît afin d'obtenir la solution. Un exemple typique : dans un problème de dénombrement, l'élève pense combinaison et s'il s'aperçoit que cette idée ne convient pas, il se décourage et abandonne.

Dans le même ordre d'idées, il est assez rare qu'un élève utilise des dessins pour guider son raisonnement. A plus forte raison un dessin ou une représentation graphique ne constituent pas pour lui le support d'une démonstration.

N'étant plus soumis en FP à la pression de l'examen à préparer on peut remettre en cause le recours à ces automatismes grâce à des problèmes ad hoc.

A un autre niveau il serait souhaitable que le professeur n'apparaisse plus comme celui qui sait mais plutôt comme quelqu'un d'adroit. Si la classe travaille à la résolution de problèmes, le professeur doit lui aussi résoudre des problèmes (il y a des revues et des livres pour cela)

[2] On peut, grâce à un large choix de problèmes, essayer de remettre en cause la dichotomie vrai/faux trop souvent écrasante au regard de l'élève. Tâtonner, c'est tenter de se frayer un chemin parmi des difficultés. L'échec d'une tentative doit être l'occasion d'une réflexion sur les causes de l'échec et d'un retour en arrière pour tenter un essai dans une autre voie. La réussite d'une tentative est souvent l'occasion d'une conjecture plus ou moins justifiée mais qui s'appuie sur une intime conviction, charge au professeur de montrer comment s'articulent une conjecture et une démonstration.

Au lieu que l'élève attende du maître un verdict exprimé par vrai ou faux, le tâtonnement permet de développer une attitude critique à l'égard de soi-même.



D'autre part, l'élève devrait acquérir le souci permanent de tester les conjectures qu'il élabore, de vérifier les résultats qu'il avance. Ce réflexe d'auto-contrôle trouvait difficilement sa place dans les exercices d'application traités au lycée.

L'élève devrait ainsi avoir l'occasion de faire le bilan de sa démarche, de prendre conscience : qu'il sait que, qu'il croit que, qu'il est convaincu de, qu'il peut prouver que, qu'il ignore si, etc... et de savoir le dire, ce qui n'est pas le moins important.

3] Pratiquer de façon systématique le tâtonnement c'est apprendre à conjecturer. Mais on ne tâtonne pas de façon désordonnée. On n'est pas abusivement sévère en affirmant que nos élèves n'ont jamais vécu cette démarche. Cette ignorance justifie le sentiment qu'ils partagent tous : les mathématiques, ça s'enseigne. Ils sont ainsi tout prêts à enseigner à leur tour de façon dogmatique.

Si, au contraire, ils doivent un jour aider de jeunes enfants à construire leur propre savoir, encore faut-il qu'eux-mêmes aient pratiqué cette démarche. Or, faire des mathématiques, c'est d'abord résoudre des problèmes (même si ça ne se réduit pas à cela).

4] Il arrive que tel élève ou tel groupe d'élèves, ne parvenant pas à résoudre un problème, en modifie les données de telle façon que le nouveau problème soit plus facile à résoudre. Parfois même, de proche en proche, c'est toute une série de problèmes qui peut ainsi surgir.

Il est intéressant, dans ce cas, d'amener les élèves à réfléchir sur les raisons de ce "dérapage". C'est également l'occasion d'attirer l'attention sur la recherche de variantes ou l'examen de cas particuliers.

5] Enfin devrait naître au cours de ces activités l'idée que, lorsqu'on est en difficulté, on peut recourir à une aide extérieure. Ce peut être le professeur ; mais ce peut-être aussi un camarade ou un livre. On souhaiterait ainsi amener les élèves à réclamer une information soit pour compléter des connaissances insuffisantes, soit pour renouveler leur point de vue sur certaines questions, soit pour aborder de nouveaux sujets.

Cela ne s'est pas produit dans le cadre de l'Unité I telle qu'elle a été vécue à l'ENG de Caen car les problèmes proposés étaient trop ponctuels pour susciter une telle demande. Par contre, en option quelques questions sont venues de façon plus naturelle.

### III Dangers du tâtonnement

#### 1. Le pointillisme

Dans le choix des problèmes il faut éliminer les "gadgets" c'est-à-dire les problèmes qui ne mettent en jeu que des connaissances très ponctuelles ou un type très particulier d'attitude. C'est souvent le cas des divertissements mathématiques.

Ceci étant, les problèmes proposés ne proposent que des flashes assez limités. On peut proposer beaucoup de problèmes d'arithmétique et les étudier le plus à fond possible. Est-on sûr pour autant d'aider l'élève à se construire un savoir cohérent sur l'arithmétique.

Pourrait-on traiter une question importante (par exemple la construction de  $\mathbb{Z}$  et de  $\mathbb{D}$ ) par le seul recours à une collection de problèmes convenablement choisis ? Aucun des participants ne sait répondre à cette question.

D'autre part, il faudrait rendre les textes de problèmes "attrayants" afin qu'ils ne soient pas ignorés ou rejetés par les élèves. Est-ce facile à concilier avec leur caractère inévitablement technique ? D'autre part, pour traiter une telle question, il faudrait sans doute une suite de problèmes s'enchainant les uns les autres. On perd alors l'un des attrait du travail sur boîte de problèmes, à savoir une certaine impression de liberté.

#### 2. Il est dangereux de limiter le tâtonnement à l'Unité I

Il faut avouer qu'en développant le tâtonnement en Unité I le professeur se donne le beau rôle. Il lui est facile de trouver des problèmes attrayants, il est compétent, il peut facilement guider le travail des élèves, il peut même briller à bon compte en suggérant variantes et généralisations. Enfin, il lui est facile de montrer qu'une solution est inexacte ou incomplète, que les arguments avancés sont insuffisants ou inadéquats.

Ce faisant, il court le risque de se voir reprocher de ne pas jouer le jeu.

Le tâtonnement en Unité III, pour aussi souhaitable qu'il soit, exigerait :

. une détermination ferme et obstinée de la part des élèves

- . Une grande souplesse d'emploi du temps afin de pouvoir travailler en liaison étroite avec des classes.
- . beaucoup de temps.

Néanmoins subsisterait des difficultés liées à la critique du travail par le professeur. En effet, il n'est pas toujours facile de convaincre un élève que telle activité préparée et menée par lui dans une classe est insuffisante ou inadéquate voire inutile. Et comme on ne peut recourir à des expériences contradictoires, comment trancher ?

# OBJECTIFS EN UNITE I ET EN UNITE III

Le manque de temps a contraint le groupe à se préoccuper seulement des objectifs de connaissances théoriques souhaitables à l'issue de la FP 2. Ainsi nous n'avons pu nous pencher sur les problèmes qui nous paraissent tout aussi importants, entre autres :

- . méthodes d'acquisition de ces connaissances ;
- . développement d'une attitude de recherche ;
- . évaluation ;
- . ....etc...

Voici les connaissances théoriques que nous souhaiterions pouvoir développer en Unité I et celles qui sont nécessaires pour l'Unité III : cela ne peut, en aucun cas, être considéré comme un programme actuel ou futur, et encore moins comme une progression ordonnée.

L'aspect pratique auprès d'enfants de l'école élémentaire n'a pas été abordé.

|                     | <u>UNITE I</u>                                                                                                                          | <u>UNITE IIII</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <u>Les naturels</u> |                                                                                                                                         | Aspect cardinal<br>Aspect ordinal                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <u>Numération</u>   | Comprendre un système de numération quelconque.<br>Etablir une méthode pour coder<br>décoder tout naturel écrit dans<br>une base donnée |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <u>Opérations</u>   | Lois internes et leurs propriétés<br>Structure de groupe<br>Situations isomorphes                                                       | Fournir une ou plusieurs<br>définitions de<br>. l'addition<br>. la soustraction<br>. la multiplication<br>. la division exacte<br>. la division euclidienne<br>Leurs propriétés<br>Conséquence des propriétés<br>au niveau des écritures et<br>du calcul<br>Techniques opératoires et<br>leurs justifications |

|                                   |                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <u>Fonctions<br/>numériques</u>   | Fonctions, applications bijections<br>Composition<br>Réciproque                                                                                           |                                                                                                                                                                                                    |
|                                   | Inventaire des représentations                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                    |
| <u>Décimaux et<br/>rationnels</u> | Nécessité d'extension des différents<br>ensembles de nombres (aspect histo-<br>rique).<br>Un exemple de construction                                      | Linéarité<br>Différentes présentations<br>possibles de $D$ et $Q$<br>Différents type d'ordre :<br>. ordre sur les naturels<br>. ordre sur les décimaux<br>. ordre du dictionnaire<br>. .... etc... |
| <u>Arithmétique</u>               | Congruences<br>Divisibilité :<br>. recherche des diviseurs d'un<br>naturel<br>. nombres premiers<br>. PPCM - PGCD<br>. décomposition en facteurs premiers | Opérations sur ces nombres<br>Critères de divisibilité<br>Preuves                                                                                                                                  |
| <u>Combinatoire</u>               | Recherche de différentes stratégies<br>pour dénombrer :<br>- schémas<br>- classement et rangement<br>- codage<br>- etc...                                 |                                                                                                                                                                                                    |
| <u>Mesure</u>                     |                                                                                                                                                           | Démarches isomorphes pour<br>dégager les notions de<br>longueur, masse, capacité...<br>et leurs mesures.<br>Classement et rangement des<br>objets, utilisation des<br>nombres.                     |
| <u>Géométrie</u>                  | Etude de quelques transformations sur<br>quadrillage et papier blanc, et de<br>leurs propriétés.                                                          | Système d'unités<br>Différents types de repéra-<br>ge dans le plan, l'espace<br>et sur la sphère                                                                                                   |

Ensembles  
et rela-  
tions

Etude de figures planes et de solides  
et de leurs propriétés :  
définitions de ces figures  
Différenciation des diverses géométries  
par l'étude des invariants :  
topologie, géométrie affine, projective  
et euclidienne.

cent sur

Notions à revoir à l'oc-  
casion de l'étude de  
situations en mettant l'ac-  
cent sur les différents procédés  
de représentation.  
Opérations logiques.  
Pouvoirs de l'exemple et  
du contre-exemple.

# COMMENT DEMARRER LA FP<sub>1</sub> (sous-commission de 4a)

L'idée importante est de créer dès le début de la FP<sub>1</sub>, une situation de rupture à plusieurs niveaux :

- au niveau de la vision des maths (faire des maths, ce n'est pas recevoir un savoir prédigéré, mais rechercher, comprendre etc...)
- au niveau des disciplines qui devraient se décroisonner.
- au niveau de l'évolution de leur statut entre l'ancien statut d'élève et le statut de futur enseignant.

Le groupe a essayé de dégager quelques pistes qui permettraient dans les structures actuelles d'avancer dans cette voie.

## Pistes envisagées en début de FP<sub>1</sub>

- a. Travail en relation avec le psycho-pédagogue pour sensibiliser les normaliens sur l'évolution des structures mentales des enfants vue sous l'angle mathématique.

Pour cela on peut envisager :

- de faire réaliser par les normaliens des expériences simples reprenant par exemple les tests de Piaget et d'autres sur les thèmes de
  - sériations
  - conservations des quantités
  - perception de l'espace....
- d'éclairer de cette façon les principaux problèmes liés à l'apprentissage des maths (construction du nombre, mesure,...) et de permettre éventuellement la fabrication de grilles d'observation pour les stages futurs, la préparation d'activités dans les classes...etc...

- b. Activités centrées sur l'histoire des sciences : il ne s'agirait pas d'une description chronologique, mais de montrer que la mathématique finie qu'ils ont reçue s'est constituée à travers des défis, des détours et des contradictions et qu'elle sera toujours inachevée.

Cela pourrait d'ailleurs influencer sur la pédagogie que l'on pratique à l'école élémentaire.

- c. Situations-problèmes ouverts et variés pour essayer de provoquer une attitude de recherche et par la suite une réflexion sur les différentes démarches vécues.

Ces études de situation peuvent servir de points de départ pour un approfondissement de connaissances théoriques ou pédagogiques.

- d. Visite de classes pour voir des séquences qui intriguent (exemple= voir des enfants en activité sur du matériel de numération)
- e. Test de balayage qui permette à chaque normalien de faire le point sur ses propres manques (voir document de Myx et Subtil sur projet d'unité I) dont un objectif pourrait être la définition de contrats passés avec les normaliens.
- f. Situations globales de type éveil qui seraient vécues par les normaliens ce qui nécessiterait un décloisonnement des disciplines donc l'existence d'une réelle équipe pédagogique au sein de l'école normale.

La liste précédente est loin d'être exhaustive. Ce qui nous paraît important, c'est de déboucher par la suite sur des comportements actifs vis-à-vis des contenus (mathématiques ou autres...) et sur une réflexion permanente à propos des différentes attitudes pédagogiques tant au niveau des professeurs qu'au niveau des normaliens.



Annexe 1

h40N

UNITE 1COMPTE-RENDU D'UNE EXPERIENCE

(1975 - 1978)

ENG LYON

A l'Ecole Normale de Garçons de LYON, les premiers cours d'Unité 1 ont été assurés, pendant l'année scolaire 1970 - 1971, par un Professeur de l'Université. Le sujet en était l'étude des ensembles, des relations, des lois de composition, ... Il s'agissait d'un cours magistral regroupant l'ensemble des Elèves - Maîtres.

L'expérience n'a pas été concluante et on s'est orienté vers d'autres solutions tenant compte des aspirations des normaliens et de la création récente des IREM.

Dès sa création, l'IREM de LYON a donné une impulsion importante à la recherche dans l'élémentaire (Ecole expérimentale de Francheville-le-Haut), et les P.E.N. de l'Académie, réunis au sein d'un même groupe, réfléchirent sur cet enseignement de l'Unité 1. Ce sont eux qui le prirent en charge avec l'aide de collègues, professeurs de Lycées, sensibilisés à l'enseignement élémentaire.

Les élèves-maîtres étaient regroupés suivant leur origine (série de baccalauréat) et travaillaient sur des documents rédigés par les P.E.N. de l'Académie. Ces documents étaient fortement inspirés par les contenus et les méthodes retenus pour les séances de recyclage des premiers groupes de professeurs - stagiaires à l'IREM. Le simple énoncé de leur titre le prouve:

- ♦ Notions sur les ensembles.
- ♦ Les relations (produit cartésien, graphe, ...).
- ♦ Fonction, application et bijection.
- ♦ Relation dans un ensemble; propriétés.
- ♦ Ordre et équivalence.
- ♦ Equipotence. Cardinaux. Les naturels.
- ♦ Logique (deux documents).
- ♦ Lois de composition; propriétés.
- ♦ Lois de composition dans  $\mathcal{P}(E)$ . Partition.
- ♦ Naturels: addition et multiplication.
- ♦ Numération.

Nous nous sommes rendus compte que, petit à petit, cet enseignement perdait de son efficacité:

- les bacheliers scientifiques s'ennuyaient en traitant pour la nième fois des mêmes sujets;
- les bacheliers littéraires retombaient sur la situation d'échec qui était la leur dans le secondaire, et ne pouvaient ou ne voulaient combler leurs lacunes;
- un formalisme tendant à en remplacer un autre, on dégageait de nouveaux contenus sans assez tenir compte des comportements des élèves-maîtres face à ces situations mathématiques nouvelles.

De nouveaux documents, dont la motivation était (ou devait être) meilleure furent alors essayés; ils traitaient de nombres à virgule, preuve, probabilités. Cette tentative fut vaine.

Aussi depuis 1975 - 1976, nous nous efforçons d'analyser les besoins des normaliens pour définir et expérimenter un nouvel enseignement de l'Unité 1.

## 1. MISE EN PLACE DE LA NOUVELLE EXPERIMENTATION

Les cours d'Unité 1 sont largement inspirés de la méthode "noyau — thèmes".

1.1. Le noyau est constitué par des "cours de soutien" destinés aux normaliens désireux d'aborder certaines notions peu connues ou oubliées.

- Pour les F.P. 1 (1ère année): deux heures hebdomadaires au premier et au troisième trimestre.

Pour les F.P. 2 (2ème année): deux heures hebdomadaires au second trimestre.

- La participation des élèves est facultative, et, le programme étant fixé pour chaque trimestre, ils décident, en fonction de ce contenu, de leur participation.
- La fréquentation est variable suivant les trimestres: elle oscille entre 30% et 65% des normaliens.
- Ces cours sont donc destinés à apporter — sous une forme nouvelle — des compléments d'informations sur un "minimum" indispensable à une bonne compréhension du contexte mathématique des programmes de l'élémentaire.

On trouvera en Annexe 1, la liste des différents sujets abordés lors de ces cours. Les exposés restent en général magistraux; on aborde ou révise certaines notions par le biais d'exercices ou de situations motivantes pour l'élève-maître.

Nous avons ainsi essayé de ne pas réutiliser certaines approches de concepts mal admises ou encore trop formelles.

Donnons un exemple:

Malgré les études faites dans le second cycle sur l'extention de la notion de nombre ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{D}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ) un grand nombre de normaliens pensent que  $\pi$  appartient à  $\mathbb{D}$ , que  $\pi$  n'est pas rationnel et que  $\pi$  est un réel.

L'observation de ce genre d'erreur indique qu'il faut penser à une autre synthèse de la notion de nombre que celle d' "inclusions successives" ... Nous sommes ainsi partis de l'écriture décimale limitée ou illimitée d'un nombre pour décider de son appartenance ou non à ces ensembles de référence.

## 1.2. Les thèmes

### 1.2.1. Organisation

✱

Etudiés pendant les deux heures hebdomadaires obligatoires de l'Unité 1, ils sont au nombre d'une vingtaine (Voir Annexe 2).

Chacun d'eux représente une unité pédagogique. Ils sont présentés sous forme de document et les normaliens travaillent par groupes ou individuellement. Dès qu'une partie d'un document est traitée par l'ensemble de la classe, une analyse des différentes approches rencontrées est entreprise avec les élèves-maîtres. Très souvent cela conduit à envisager des prolongements en Unité 3 et à discuter des rapports Unité 1 / Unité 3.

### 1.2.2. Critères retenus pour un thème donné:

- \* Faire appel à un comportement plus qu'à un savoir: les thèmes envisagés ne font guère appel aux connaissances mathématiques des élèves-maîtres, ce qui met sur un même pied d'égalité les normaliens issus de baccalauréats différents. Cela nous paraît important, car les élèves issus de A, reprennent ainsi confiance vis à vis des mathématiques. Notons aussi que les anciens élèves de Terminale C, redécouvrent, au travers des documents, les tenants et les aboutissants de certaines notions rencontrées au Lycée.
- \* Faire appel, le plus possible, à une démarche du type:  
recherche empirique — modélisation — mathématisation.  
Cela conduit les normaliens à réfléchir sur l'importance de la recherche empirique et sur le va-et-vient entre les maquettes proposées et les modèles mathématiques. Cette réflexion nous paraît capitale pour un futur enseignant.
- \* Eviter toute "gadgetisation", c'est-à-dire ne pas faire appel à un seul comportement-clé, ou à un thème mathématique trop limité.
- \* Ne pas être un prolongement du noyau: il en serait ainsi, si, après avoir parlé de numération en soutien, nous proposons l'étude de la base douze ou de la base moins deux.
- \* Comporter des ouvertures et une large exploitation en Unité 3: certains des thèmes proposés peuvent être source d'activités à l'école élémentaire. Par ailleurs l'analyse des comportements de l'élève-maître l'amène à réfléchir sur son comportement d'enseignant (transfert du rapport P.E.N. — Normaliens sur le rapport Maître-Elève). Ainsi le document "Pascal et Fibonacci" l'a conduit à prendre conscience de l'importance de la formulation d'un énoncé. Il a permis aussi de saisir le pourquoi des activités de classement, souvent indispensables dans les problèmes de dénombrement et souvent objets d'activités stériles à l'école élémentaire.

A la fin de l'étude d'un document, l'ensemble des Professeurs se réunit pour analyser les différents comportements observés. Cela permet aussi une analyse critique du document, de laquelle découle une nouvelle version pour les années suivantes.

## 2. EVALUATION

### 2.1. Test d'entrée

Dès leur entrée à l'Ecole Normale, nous proposons aux élèves-maîtres un test comportant une série d'exercices (~~l'Annexe 3 en donne le détail~~) relevant de contenus et comportements d'élèves de second cycle littéraire et de résultats élémentaires tels que fractions (calculs), proportionnalité et conversion de mesures. Nous considérons, en effet, qu'à la fin des deux années de formation professionnelle un élève-maître doit maîtriser le contenu de l'enseignement élémentaire, et posséder une culture mathématique permettant de dominer son enseignement. Ce test d'entrée leur est utile pour situer leurs connaissances par rapport à ce qui est exigé en fin d'études.

### 2.2. Bilan semestriel

Dans chaque évaluation, deux par semestre, l'élève-maître doit, individuellement et en temps limité, traiter:

- un exercice relevant du noyau;
- un exercice faisant appel à des connaissances élémentaires (mathématique liée aux différents programmes du cycle primaire);
- un mini-thème à caractère progressif.

Les chapîtres dans lesquels sont choisis les deux premiers exercices sont connus des normaliens, ce qui leur permet de mettre à jour leurs connaissances.

**1. NUMERATION**

Etude de systèmes de numération non positionnelle;  
Etude de systèmes de numération positionnelle.

**2. ENSEMBLES DE NOMBRES**

Retour sur  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{D}$  et  $\mathbb{R}$ .

**3. ARITHMETIQUE DANS  $\mathbb{N}$** 

Diviseurs et multiples;  
PGCD et PPCM;  
Naturels premiers;  
Congruences: preuve par neuf, critères de divisibilité.

**4. RELATIONS**

Définitions d'une relation et diverses représentations;  
Relation complémentaire et relation réciproque; composition;  
Fonctions, applications et bijections;  
Equivalence, partition;  
Ordre total et ordre partiel.

**5. LOIS DE COMPOSITION**

Définition; propriétés éventuelles d'une loi: associativité, commutativité, neutre, ... etc.  
Structure de groupe, exemples de groupes.

**6. LOGIQUE — ENSEMBLES**

Notion d'ensembles ; représentations;  
Parties d'un ensemble; complémentaire et négation;  
Intersection et conjonction; réunion et disjonction.

*Les six parties ne sont pas présentées ici dans l'ordre éventuel de leur enseignement.*

### UN SYSTEME SANS ZERO

Extrait d'un article paru dans le bulletin de l'APMEP, ce document définit un *codage des naturels* à partir d'un arbre dichotomique sur lequel est défini un *ordre total*. L'objet de ce document étudie ce système de numération.

Cela amène à réfléchir sur *l'aspect ordinal du nombre*. En particulier nous nous intéressons au rangement des naturels écrits dans une base donnée, au rangement des décimaux, à l'ordre lexicographique et à l'ordre cruciverbiste.

### ARBRES A HISTOIRE

Comment représenter les descendants et les ascendants d'un personnage historique ? Tel est le thème de ce document. Cela conduit à étudier divers *modes de représentations* et leurs avantages et inconvénients respectifs.

On peut ainsi constater combien de relations (au sens mathématique du terme) sont représentées sur un même dessin, et montrer combien pauvres sont les schémas sagittaux, schémas cartésiens ou autres.

L'étude de ce document se termine par la reconstitution d'un arbre généalogique à partir d'informations données en vrac. Quel outil convient-il le mieux dans ce genre de problème ?

### UN PROBLEME QUI COULE DE SOURCE

*Rendre compte d'une situation par un schéma* (ici cartésien), restituer une situation à partir de sa schématisation sont les deux volets de ce document.

Il conduit à un certain nombre de réflexions soulevées par *l'emploi de représentations*, citons-en quelques-unes :

- rendre compte d'une situation par une représentation, quelle qu'elle soit, appauvrit cette situation ;
- un schéma n'est cependant pas inutile, car il laisse de côté des caractères anecdotiques parfois inutiles, pour ne conserver que les propriétés jugées intéressantes ;
- le décodage est souvent délicat, car il n'y a pas toujours correspondance bi-univoque entre l'ensemble des représentations et l'ensemble des situations.
- .....etc.

### PROSPECTION DE MARCHE

Sur un ensemble d'objets définis par deux caractéristiques (types de voitures, couleurs de voitures), plusieurs *relations d'ordre* sont définies, et les *rangements* correspondants sont analysés : ordre total ou ordre partiel. Il est aussi demandé aux élèves-maîtres de choisir des critères permettant d'aboutir à des ordres totaux.

Les activités de classement et de rangement interviennent à tout moment dans ce document et montrent combien il est artificiel de vouloir les étudier séparément. Un second but assigné à ce document est de montrer le peu d'intérêt des schémas sagittaux de certaines relations : combien plus intéressante est la mise en place de *chaînes hiérarchisantes* !

## CRITERES DE DIVISIBILITE ET ALGORITHME

Justifier des *critères de divisibilité* par 11, 13, 17 ou 19 est le travail proposé dans ce document. Il oblige à revoir certaines propriétés des *congruences*, et à se souvenir de théorèmes d'arithmétique.

Un prolongement immédiat de ce document est l'étude des critères de divisibilité par 2, 3, 5 ou 9, la *notion de preuve*, c'est-à-dire des activités du CE2 et du CM tournant autour des congruences.

Le second aspect de ce document tient à la présentation de ces différents critères: ils utilisent tous des procédés récurrents, ce qui conduit à les représenter à partir d'organigrammes.

Aussi un second prolongement est-il envisagé: étude d'*algorithmes simples* à l'école maternelle et à l'école élémentaire, et retour sur les techniques opératoires et les systèmes de numération.

## DU BILLARD

*Multiple, Diviseur, ppcm, pgcd, naturel premier, naturels étrangers*, sont les notions mathématiques rencontrées dans ce document.

La présentation du document (une seule question posée aux normaliens) est intéressante car elle les oblige à partir de plusieurs exemples qu'ils choisissent d'abord au hasard à émettre des hypothèses que de nouveaux exemples infirment ou confirment.

Justifier ces hypothèses est l'objet de la seconde partie du document, c'est alors qu'interviennent les notions d'arithmétique.

## JOUONS AVEC DES ALLUMETTES

A partir de deux *bijections opérant sur un ensemble fini*, on engendre un *groupe à six éléments*. Reconnaître cette *structure*, utiliser les propriétés, rechercher différentes parties génératrices sont les buts de ce document.

C'est l'occasion de préciser, en Unité 3, les propriétés des différentes opérations de l'école élémentaire et de les utiliser pour justifier certaines techniques opératoires mentales ou écrites.

## DOMINOS

C'est un matériel qui est à l'origine de ce document.

Dénombrer les dominos, *représenter les dominos*, utiliser ces diverses représentations pour résoudre quelques problèmes sont les activités proposées aux élèves-maîtres. Dénombrer les dominos conduit à calculer la somme des  $n$  premiers naturels: d'autres problèmes conduisent à calculer cette somme, et suivant la maquette choisie, les méthodes utilisées varient. Au cours de ces *activités de dénombrement* apparaissent à tout moment les activités de tri et de hiérarchisation. Enfin l'utilisation de *graphes non orientés* permet de résoudre de petits exercices qui peuvent être proposés à l'école élémentaire.



## MESURE ET MESURAGE

Encadrer  $\pi$  à partir de l'évaluation de l'aire d'un quart de cercle, effectuer des mesures en utilisant la *technique du point de rencontre* sont les deux activités importantes de ce document.

Travailler sur l'*encadrement d'une mesure*, affiner cet encadrement par un choix judicieux des unités, est un des objectifs de l'enseignement de la mesure à l'école élémentaire, que nous faisons vivre aux élèves-maîtres.

La technique du point du rencontre qui est proposée comme technique de mesurage conduit à la notion de "fraction". C'est le second débouché pédagogique de ce document.

## POLYMINOS

Après avoir recherché l'ensemble des *pentaminos*, on s'intéresse à des *puzzles* et à la recherche des *patrons du cube*.

L'*activité de dénombrement* qui débute ce document est intéressante, car elle porte sur des objets géométriques et met en échec les outils habituellement utilisés dans ce type de recherche (arbre, tableau, ...). On retrouve les *activités de classement* avec des critères d'ordre géométrique, ou une démarche du type algorithmique: recherche des pentaminos ayant au plus  $n$  carrés alignés d'une part, recherche des dominos, des triminos, des quadriminos pour parvenir aux pentaminos d'autre part.

Les activités de ce document sont directement applicables dans une classe de cours moyen, et fournissent aux élèves-maîtres des exemples dans lesquels la géométrie n'est pas une simple science de contemplation.

## GRAPHES PLANAIRES — FORMULE D'EULER

Plusieurs petites situations proposées en début de document conduisent les élèves-maîtres à utiliser des *graphes (orientés ou non)*. Certains sont *planaires*, d'autres ne le sont pas.

Il ne s'agit pas de construire une théorie des graphes, mais simplement de faire découvrir un outil commode, et trop souvent délaissé à l'école élémentaire.

Le document se termine par une pseudo-démonstration de la *formule d'Euler*, dont les élèves-maîtres doivent découvrir les faiblesses.

## DE PLATON A EULER

Observer des *solides*, et plus particulièrement des polyèdres, les trier suivant leur régularité, c'est le début du document.

On observe que la *relation d'Euler* valable pour les *graphes planaires* est vérifiée sur les solides, ce qui conduit à mettre à plat ces solides.

A partir de cette relation, on fait démontrer que les *solides de Platon* sont au nombre de cinq.

## PROBLEMES RETRO

Extraits pour la plupart de recueil d'énoncés proposés au C.E.P. il y a une cinquantaine d'années, ces problèmes relèvent essentiellement de la *proportionnalité*, ou de la *non-proportionnalité* (le *non*, n'est pas celui de la logique). Ils obligent les normiens à se rappeler des diverses unités de mesures, des liens existant entre elles; ce qui n'est pas inutile.

Enfin, l'obligation de ne pas utiliser de techniques algébriques les contraint à utiliser des tableaux ou des *représentations graphiques* trop souvent négligés à l'école élémentaire.



Annexe 2

GRENOBLE



UNIVERSITE I de GRENOBLE

année 1977-1978

E.N.G. de GRENOBLE

MATHEMATIQUES  
EN FORMATION PROFESSIONNELLE

*Enseignement supérieur en F.P.2 : N. Balacheff  
C. Laborde*

*Enseignement supérieur en F.P.1 : C. Gasquet*

*Enseignement école normale : R. Neyret*

I.R.E.M. de GRENOBLE

## AVERTISSEMENT

Ce qui suit est le compte rendu des activités mathématiques pratiquées à l'E.N.G. au niveau d'une F.P.1 et d'une F.P.2. Il se situe au niveau des principes et des contenus abordés. Il ne rend que peu compte des difficultés rencontrées au niveau de la mise en œuvre de cet enseignement.

Un certain nombre de questions restent posées.

- Comment mieux motiver les normaliens.
- Comment les amener à prendre en charge un certain nombre d'activités et par voie de conséquence les faire participer à leur propre formation.

En particulier au niveau de l'enseignement école normale.

- Comment réaliser une véritable liaison théorie-pratique.
- Comment amener les normaliens à avoir une réelle réflexion sur leur propre pratique que ce soit à l'école normale ou dans les classes primaires.

Il est bien évident que ces problèmes ne peuvent pas en grande partie être résolus à l'intérieur d'une seule discipline mais nécessiteraient la prise en compte globale de ces questions par une équipe de formateurs. Sinon la participation de l'enseignement supérieur qui semble nécessaire risque d'être un élément de plus dans la mosaïque qu'est à l'heure actuelle l'enseignement en formation professionnelle.

## CE QUE NOUS FAISONS EN MATHEMATIQUES EN F.P.

(enseignement école normale et enseignement supérieur)

### I - ORGANISATION DES DEUX ANNEES (année scolaire 1977-1978).

Les contenus abordés en mathématiques dépendent en grande partie de l'organisation pédagogique des deux années de formation professionnelle, aussi il est nécessaire de décrire rapidement celle-ci.

#### 1. Horaire.

Horaire total : 6 heures dont :

2 heures assurées par des enseignants du supérieur,

4 heures assurées par des professeurs d'école normale.

#### 2. Organisation pédagogique de la F.P.I.

L'organisation est la même chaque trimestre, un trimestre étant centré sur un niveau déterminé, selon le schéma suivant :

| cours<br>théorique | stage<br>d'observation | préparation<br>du stage | stage      | exploitation<br>du stage | cours<br>théorique |
|--------------------|------------------------|-------------------------|------------|--------------------------|--------------------|
| 2 semaines         | 1 semaine              | 2 semaines              | 2 semaines | 2 semaines               | 3 semaines         |

organisation type d'un trimestre

Le choix des thèmes abordés (en particulier pendant les quatre heures d'enseignement école normale) dépendent donc largement des contenus vus par les normaliens pendant le stage ; cependant des constantes se retrouvent chaque année ce qui permet de prévoir grosso-modo une progression.

### 3. Organisation pédagogique de la F.P.2.

Après le premier trimestre passé en stage en situation, les deux derniers trimestres sont organisés en alternance de trois semaines selon le schéma suivant :

|                     |                      |                     |                      |                     |                      |
|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|
| cours<br>théoriques | travail<br>de groupe | cours<br>théoriques | travail<br>de groupe | cours<br>théoriques | travail<br>de groupe |
|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|

Pendant les périodes de travail par groupe, les semaines sont banalisées (sauf une journée par semaine pour permettre la poursuite des cours du supérieur — 2 heures de mathématique et de 2 heures de linguistique — et des options (3 heures) ; les normaliens travaillent sur des thèmes choisis en principe par accord mutuel entre ceux-ci et les professeurs concernés.

## II — THEMES RETENUS.

Au cours des réunions communes entre les enseignants du supérieur et les professeurs d'école normale, les thèmes ci-dessous ont été retenus.

|       | enseignement école normale                                                                                                                                                                                                                               | enseignement supérieur                                                                                                                                                                                                    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| F.P.1 | Désignation — Egalité.<br>Classement — Ordre.<br>Le nombre à l'école élémentaire.<br>Numération à l'école élémentaire.<br>Opérations.<br>- Addition.<br>- Soustraction.<br>- Multiplication.<br>- Division.<br>Opérateurs.<br>Divisibilité.<br>Décimaux. | Numération (approfondissement théorique)<br>Lois de composition internes.<br>Groupes.<br>Fonctions applications.<br>Congruences<br>Réflexions sur $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ .<br>Mesures. |
| F.P.2 | Géométrie.<br>Mesures.<br>Reprise de certains points en fonction du stage en situation.                                                                                                                                                                  | Problèmes ponctuels de mathématiques appliqués autour des thèmes :<br>- algorithmes,<br>- calcul approché,<br>- graphes<br>- probabilités et combinatoire.                                                                |



### III - LES MATHÉMATIQUES EN F.P.1.

#### I - ENSEIGNEMENT ÉCOLE NORMALE. (R. NEYRET).

Ligne générale.

- Je m'efforce de trouver des activités au niveau des normaliens qui
- soit permettent d'éclairer le choix d'une présentation du thème à l'école élémentaire ;
  - soit peuvent s'adapter rapidement au niveau primaire en problèmes, exercices, thèmes de réflexion, etc....

On trouvera en annexe 1 la façon dont un thème (la multiplication) a été abordé cette année avec les classes de F.P.1.

Ce qui suit décrit les activités dans une F.P.1, mais compte tenu des réunions que nous avons, il n'y a pas une variation énorme d'une section F.P.1 à une autre.

Description sommaire.

1er trimestre : centré sur le niveau C.P.

Désignation-égalité.

- Cours théorique définissant le statut de l'égalité.
- Visionnement de trois films (Témoignages pédagogiques : description d'objets signes-égalité).
- Travail par groupe sur des situations conduisant à des activités de désignation. Classement-ordre, tableau cartésien.
- Activités à partir du classement et rangement de bandes possédant au plus trois couleurs. (Exemples).



Réflexion sur les classements et rangements possibles — étude de l'ordre du dictionnaire.

- Etude de matériel utilisé à l'école élémentaire (blocs logiques...).
- Activités de classement et de rangement à l'école élémentaire.

Approche du nombre au cours préparatoire.

- Cours théorique : ce qu'il y a derrière le mot «correspondance terme à terme». Classement d'ensembles équipotents.
- Présentation d'une progression sur le nombre = classements et rangements des boîtes nombres — étude des livres niveau C.P. — discussion sur les différentes approches.

### Numération.

La numération étant traitée longuement dans le cadre des cours de l'enseignement supérieur, je me suis limité à quelques aspects pédagogiques, c'est-à-dire :

- la numération au C.P. — C.E. ;
- les objectifs en fin de CM2 permettant de voir quels exercices peuvent être proposés à des enfants du C.M. et permettant de situer le rôle des bases dans l'enseignement élémentaire.

### Bibliographie utilisée pendant le 1er trimestre.

- IN numéro spécial C.P. (IREM — CRDP — Grenoble).
- Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Ermel (Sermap - O.C.D.L.).
- Initiation mathématique. J. et S. Daniau (Cedic).
- Mots I. (A.P.M.E.P.).

### 2ème trimestre : centré sur le niveau C.M.

Multiplication : voir annexe 1. Description de la présentation.

Division.

- Réflexion sur la technique opératoire (premières pages du document division à l'école élémentaire de l'A.P.M.E.P.).
- Présentation de la division.
- Méthode classique (étude de différents livres).
- Méthode par soustractions successives.

Après le stage C.M. quatre thèmes se sont dégagés. L'exploitation utilise le simple compte rendu écrit (E), le compte rendu oral (O) ou un exposé magistral (E.M.). Le code utilisé est ajouté après chacun des thèmes :

opérations : E — O — E.M. une progression a été étudiée dans un C.M.  
divisibilité par 2, 5, 9 (E — O — E.M.) séquences réalisées dans plusieurs classes.

Les décimaux : (O — E) trois façons différentes de présenter les décimaux.

Le problème, au niveau d'un C.M. (E) dans plusieurs classes d'un même groupe scolaire où ce thème avait été retenu.

### Bibliographie utilisée.

- IN numéro 13 et 14 pour la division.
- Multiplication à l'école élémentaire. Division à l'école élémentaire (publication de l'A.P.M.E.P.).

- Mots I, II, III (publications de l'A.P.M.E.P.).
- 6 thèmes pour 6 semaines. A. Myx (Cedic).

3ème trimestre : centré au niveau du C.E.

Addition : étude d'une présentation. Choix d'exercices à proposer (en vue du stage en situation).

Soustraction.

- Différentes approches de la soustraction (exposé magistral).
- Présentation d'une expérimentation faite à l'école d'application.
- Etudes des différentes techniques opératoires.

Bibliographie.

- Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Ermel (Sermap - O.C.D.L.).
- IN numéros 12 et 14.
- Documents élaborés à l'I.R.E.M. de Grenoble.

La fin du trimestre est axée sur la préparation du stage en situation selon les directions suivantes.

Numération : opérations (pour les niveau C.E. — C.M.) : l'objectif étant la recherche d'une progression et d'exercices adéquats.

Problèmes : (niveau C.E. — C.M.) l'objectif étant la rédaction d'un fichier utilisable à différents niveaux.

Mesures des grandeurs : à partir d'un schéma de présentation de la mesure, construction d'un certain nombre de séquences niveau C.E. — C.M. sur les différentes grandeurs.

Choix de quelques activités géométriques (préparation de fiches techniques qui pourront être expérimentées).

## II — ENSEIGNEMENT SUPERIEUR. (C. GASQUET).

La formation est centrée sur l'arithmétique, avec accès à certaines notions simples de géométrie par l'intermédiaire de la mesure

### 1. L'écriture des entiers dans une base (trois séances).

Manipulation, codage, décodage.

Obtention du codage par des divisions successives en base dix.

Ordre, encadrements.

Formule polynomiale pour le passage à la base dix.

Technique et explication des opérations : +, -, X.

Un exemple de passage d'une base à une autre par :

- la technique polynomiale (addition et multiplication),
- les divisions successives (avec usage d'une table de multiplication).

## 2. Etude des restes des divisions (trois séances).

Suite des multiples d'un nombre, sens de la division euclidienne.

— Essai de justification des critères de divisibilité par 2, 5, 10 en base dix. Généralisations aux diviseurs de la base, en base quelconque.

Méthode générale pour trouver un reste. On remplace le nombre donné par un nombre plus petit qui donne le même reste.

Etude de la relation «a même reste que», notée amrp (j'évite surtout de parler de «congruence» ou de «modulo» ce qui déclenche des blocages).

- C'est une relation d'équivalence (sans s'attarder).
- Addition et multiplication des relations.

— Application aux puissances de dix et au critère de divisibilité par 9 ou 3.

\* Preuve par 9 : découverte par travail en petits groupes. Essai d'invention des preuves par 2, 5, 10, 3 et jugement de leur intérêt respectif. (Les plus avancés ont fait la preuve par 6, puis la preuve par  $b-1$  en base  $b$ ). Preuve pour d'autres opérations que la multiplication (exemple : division avec reste).

## 3. Nombres à virgule, mesures (quatre séances).

- Mesures de longueurs, en base deux.
- Mesures de surfaces simples (unions de rectangles) et de secteurs angulaires (base deux).
- Codage des points en base deux sur une demi-droite. Décodage.
- Cas de points n'admettant pas de codage ; suite d'encadrements.
- Addition et soustraction des nombres à virgule.
- Multiplication par une puissance de deux.
- Intercalation (certains ont été très lents à réaliser qu'on pouvait toujours intercaler).

\* —→ Mesure de la surface d'un cercle en base deux, avec des encadrements à 1, 2, 3 ou 4 chiffres après la virgule. Ce travail pratique, (rencontré à l'occasion d'un test !) a été jugé d'une grande difficulté par les élèves (contrairement à ce que je pensais) ; beaucoup n'ont pas pu s'en sortir en plus d'une heure. Il faudra y revenir et exploiter plus à fond les différentes façons de compter les carreaux, d'encadrer, etc...

4. Une séance a eu pour objet la question «*de quoi parle-t-on en mathématiques ?* ».

Le but était d'effectuer une distinction entre les objets mathématiques (nombres, figures, etc...), leurs propriétés (relations unaires), et leurs relations entre eux (essentiellement relations binaires). Classement des objets géométriques en points, lignes, régions du plan, portions d'espace.

5. Pour le troisième trimestre (réduit à peu de séances à cause du stage), on aborde les rationnels on revient sur la mesure.

Les points signalés par —→ sont ceux qui m'ont paru présenter de la difficulté de compréhension pour une majorité d'élèves.

Ceux signalés par \* sont ceux où les élèves ont été très intéressés et ont eu une participation active à la découverte.

#### IV — MATHEMATIQUES EN F.P.2.

##### I — ENSEIGNEMENT ECOLE NORMALE.

###### Au niveau des cours.

L'essentiel du nouveau contenu mathématique porte sur la géométrie. Cette année y ont été consacrées huit séances de deux heures. D'autre part est organisée une reprise de certains thèmes qui sont retenus en fonction des difficultés rencontrées par les stagiaires pendant le premier trimestre. Ceux-ci portent sur :

- la division (2 séances) ;
- la mesure et les décimaux (2 séances) ;
- la proportionnalité (2 séances).

Voci le contenu des séances.

###### Géométrie (8 séances).

1. exposé sur la géométrie avec quelques exemples : les grandes tendances actuelles et analyse de quelques thèmes.

###### 2. Géométrie sur quadrillage.

Etude théorique et pratique de quelques thèmes.

- Distance sur quadrillage. Comparaison avec la distance usuelle.
- Opérateurs agissant sur les coordonnées des points d'une figure, reconnaissance des transformations.
- Rôle des quadrillages : leur importance relative.

###### 3. Géométrie sur quadrillage (suite).

— Compte rendus d'activités pratiquées par les normaliens pendant leur stage en situation au différents niveaux de l'école élémentaire (C.P. - C.E. - C.M.).

###### 4. Cubes et polyèdres.

Les activités proposées aux normaliens sont proches de celles que l'on peut pratiquer dans un C.M.1, c'est-à-dire :

- Classement de solides - critères.
- Construction (papier ou allumettes et pâte à modeler.
- Développements du cube - recherche des différents développements.
- Représentations du cube - cheminement selon les arêtes du cube - recherche de différents chemins.
- Polyèdres réguliers.

### 5. Avec des petits cubes emboîtables.

Recherche d'activités possibles avec des cubes (cf. compte rendu du séminaire A.P.M.E.P. — P.E.N. — I.R.E.M. de l'Alpes d'Huez).

- Description d'un assemblage.
- Recherche des quadricubes.
- Constructions de rectangles, de pavés,... et dénombrements correspondants.
- Suites de nombre trouvées à partir de constructions particulières (escaliers, pyramides, etc...).

### 6. Géométrie et esthétique.

- Avec des carrés bicolores (cf. IN numéro 14).
- Avec des cercles (familles de cercles, réseaux, constructions géométriques).
- Pavages avec des carrés rectangles modifiés (cf. IN numéro 14).
- Coloriages de tableaux.

### 7. Planches à clous (à partir de trois séquences filmées au cours d'un travail de groupe).

- Description d'un assemblage.
- Recherche de triangles (sur une planche à 9 clous).
- Calcul d'aires.

### La division (2 séances).

1. Compte rendu d'un travail de groupe (voir annexe).
2. Problèmes relatifs à la division.
  - Exercices extraits du document A.P.M.E.P. sur la division à l'E.E.
  - Quelques problèmes de niveau C.M. à partir du fichier Freinet, analyse de leur intérêt et recherche des difficultés (tentative de classement à partir d'une grille élaborée par le groupe ayant travaillé sur la division).

### Mesures et décimaux (2 séances).

1. Rappels théoriques sur les décimaux.
  - Situation des décimaux par rapport aux autres nombres (rationnels, réels,...).
  - Mesures de surfaces à l'aide de nombres à virgule (base deux).
  - Codage de points sur une demi-droite (base deux).
  - Ordre sur les nombres à virgule.

## 2. Différentes présentations des décimaux à l'école élémentaire.

### Opérateurs — proportionnalité (2 séances).

1. Opérateurs : rappels théoriques. Cas de fonctionnement des opérateurs lien entre opérateurs et multiples. Propriété de linéarité de certains opérateurs.

2. Les opérateurs à l'école élémentaire. Comparaison entre deux présentations.

Recherche de problèmes où la proportionnalité intervient.

Proportionnalité au niveau géométrique :

- créations de plans à l'E.E. ;
- créations de dispositions à partir de figures homothétiques.

### Au niveau des travaux de groupes.

Les principes qui me semblent devoir régir ce type de travail sont les suivants :

- implication directe du travail avec ce qui se fait en classe (entretiens avec des instituteurs, réalisations de séquences,...) ;
- le travail doit être reprojété au niveau du groupe-section, le compte rendu du travail doit donc avoir une réelle importance.

Les thèmes retenus cette année ont été les suivants :

- la division à l'école élémentaire ;
- planches à clous ;
- mesures à l'école élémentaire.

## II — ENSEIGNEMENT SUPERIEUR. (N. BALACHEFF - C. LABORDE).

Nous intervenons dans la formation des élèves maîtres de l'E.N.G. de Grenoble depuis quatre ans. Nous pensons que l'enseignement supérieur a un rôle à jouer et notre travail a été justement de définir et de mettre sur pied un enseignement particulier en F.P., travail auquel Monsieur Kuntzmann, aujourd'hui retraité a pris une part importante.

Nous l'avons fait en tenant compte

- des élèves à qui nous nous adressions ;
- de leur futur métier, et en particulier du rôle de l'instituteur à l'école élémentaire ;
- des mathématiques enseignés à l'école élémentaire.



### Les normaliens.

Ce sont des jeunes adultes qui se préparent à devenir instituteurs et ont déjà passé leur premier trimestre de l'année scolaire à enseigner. En général, le métier leur plaît et ils ont hâte de l'exercer. Ils se sont heurtés à des problèmes concrets dans leur stage en situation et ne sont pas forcément très motivés pour un enseignement mathématique détaché de leurs préoccupations actuelles.

D'autre part, ils se sont déjà forgé une attitude vis à vis de la mathématique : ou bien ils s'y sentaient à l'aise au cours de leurs études secondaires. Mais c'était une mathématique pour initiés, restreinte à des domaines étroits. Il faut leur montrer que la mathématique, dont ils ont besoin pour l'école élémentaire est tout autre chose. Ou bien ils ont gardé mauvais souvenir de leur passé mathématique. Il faut alors les convaincre, qu'il leur reste quand même quelque chose qui pourra servir à leurs élèves, s'ils savent l'exploiter.

Pour toutes ces raisons, les normaliens ne se sentent en général guère attirés par les séances de mathématique proposés par l'enseignement supérieur. Un de nos buts et donc de les motiver, en rompant avec l'atmosphère du lycée et en proposant un contenu tourné vers leur avenir.

### L'instituteur face à la mathématique.

L'instituteur est polyvalent. Il doit apporter une formation de base dans plusieurs domaines à de jeunes enfants. Il ne doit pas être un mathématicien mais il a besoin d'une culture étendue, qui dépasse largement ce qu'il a à enseigner, sur les thèmes mathématiques de l'école élémentaire.

### Les mathématiques à l'école élémentaire.

Une grande partie est consacrée à la numération : nombres et opérations. Sont abordés également des notions d'ordre de grandeur, des thèmes de géométrie. Mais à l'école élémentaire, les élèves ont à faire de nombreuses manipulations, en particulier sur des files (écritures de nombres, écritures en extension d'ensembles...) ; il serait donc bon que l'instituteur soit sensibilisé aux notions d'algorithme et d'organigramme sous-jacentes à ces manipulations.

### Les séances.

— Leur organisation : un des moyens de motiver les élèves maître est de leur demander une participation effective à des activités variées au cours d'une séance.

Nous découpons chaque séance en trois parties.

— Un problème dont le texte est distribué à chacun des élèves, qui cherchent à le résoudre seul ou en groupe.

Il s'agit de problèmes partant de situations concrètes, il faut chercher des outils adaptés à leur étude et les utiliser, ce qui permet de réfléchir sur eux et de s'apercevoir, qu'on peut y arriver, même si on se croyait « nul » en math. Les sujets des problèmes (voir ci-dessous) sont en prolongement des questions traitées à l'école élémentaire, (mais ils ne pourraient évidemment pas y être résolus) de façon à voir ces questions sous divers angles.

— Un exposé fait par l'enseignant sur des sujets paramétriques (histoire de la numération, des opérations, français et mathématique...) ou correspondant à des sujets non classiques (informatique, graphes), non sans apport pour l'enseignement élémentaire.

— Une discussion, ouverte sur la mathématique, son entourage, ses utilisations, qui permet aux élèves maîtres de partager leurs diverses expériences (en particulier de leur stage en situation), et de réfléchir à leur futur métier, ce qu'ils n'ont pu guère faire auparavant.

#### Leur contenu.

Notre rôle ne consiste pas à apporter des exercices ou des progressions destinés à être appliqués directement à l'école. Nous pensons au contraire, que l'enseignant du supérieur est là pour apporter des ouvertures dépassant le strict cadre de l'école élémentaire.

Ci-dessous la liste des chapitres abordés : chaque chapitre donne lieu en général à des problèmes, des exposés et des discussions.

- I INFORMATION INFORMATIQUE
- II EXEMPLES DE MODELES : CALCUL MODULO  $n$  ...
- III STRUCTURES D'INFORMATION ALGORITHMES
- IV L'INSTITUTEUR FACE A LA MATHEMATIQUE
- V FINALITES DE L'ENSEIGNEMENT
- VI DIDACTIQUE
- VII DESIGNATION - CODAGE - ECRITURE DES NATURELS
- VIII OPERATIONS
- IX OUTILS DE CALCUL - CALCUL MENTAL
- X ENSEMBLES - RELATIONS

|      |                    |
|------|--------------------|
| XI   | ESPACE GEOMETRIQUE |
| XII  | GRAPHES - ARBRES   |
| XIII | LANGAGES           |
| XIV  | ERREUR ET FAUTE    |
| XV   | COMBINATOIRE       |
| XVI  | PROBABILITES       |

(On trouvera en annexe, un exemple de problème et un exemple d'exposé).

Précisons nos motivations sur certains dentre-eux : désignation, codages, écriture des naturels, opérations. L'étude de codages non classiques (écriture sans zéro, écriture avec des poids négatifs, de numérations anciennes (maya, babylonienne, égyptienne permet une réflexion sur l'intérêt du système décimal. De même l'étude des dispositions anciennes d'opérations et leurs justifications conduisent à distinguer la forme (disposition pratique des opérateurs) du fond (utilisation de la base 10, propriétés mathématiques).

Exemples de modèle (mathématisation). Graphes : ils sont fournis dans des problèmes, où une situation concrète (calendrier julien/grégorien, calendrier, musique, temps) est à mathématiser. Par ailleurs, un exposé sur les modèles, permet de préciser le passage du monde réel au modèle, et ce que signifie «mathématisation». Une discussion avec les élèves a pour but de chercher des exemples de modèles à l'école élémentaire.

Les graphes, font partie de ces outils, permettant d'analyser des situations (tournois, classement, rangement) et permettent d'obtenir des résultats non immédiats par des raisonnement à la portée des élèves-maîtres. Il nous paraissent être une ouverture intéressante et féconde, pour leur futur enseignement.

Informatique. Dans le même esprit, l'ouverture sur l'informatique, ne sera pas sans répercussion sur les mathématiques de l'école (cf. paragraphe plus haut).

Erreur - faute - ordre de grandeur.

Nous distinguons erreur de faute et montrons l'importance et même la nécessité d'une théorie des erreurs, de la notion d'ordre de grandeur, et de celle de vérification. Nous retrouvons là les preuves arithmétiques, ce qui permet de rafraîchir les souvenirs de calcul modulo  $n$ .

La liste des chapitres abordés montre, nous semble-t-il, que le contact des normaliens avec les enseignants du supérieur peut être un stimulant pour des élèves maîtres qui remettent de plus en plus en cause leur formation. C'est un contact avec des personnes extérieures à l'école normale, où ils se sentent enfermés ; c'est un contact avec une nouvelle vision de la mathématique, qui ouvre de nouvelles fenêtres, sans créer de nouveaux trous mais en en bouchant peut-être un certain nombre.

## ANNEXE 1

## Présentation de la multiplication en F.P.1.

1ère PARTIE 1 heure 1/4.

## 1. Dénombrement des carreaux d'une surface.

Une surface quadrillée irrégulière est fournie aux normaliens. Il s'agit en faisant compter le nombre de carreaux de remarquer que

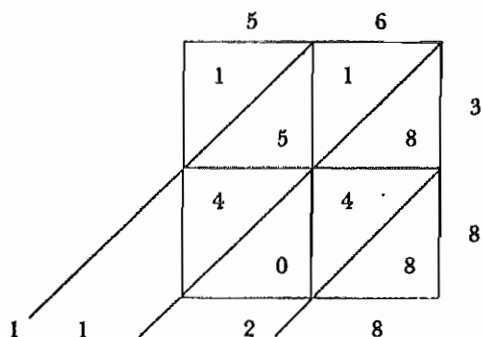
- on partage naturellement la figure en rectangles ;
- on utilise le produit pour trouver le nombre de carreaux d'un rectangle ;
- on emploie facilement la distributivité pour additionner certains résultats. Par exemple  $15 \times 9$  et  $5 \times 9$  remplacé par  $20 \times 9$ .

## 2. Dénombrement des carreaux d'un rectangle.

Un rectangle quadrillé  $56 \times 38$  (avec des carreaux de 5 mm de côté) est fourni. Il s'agit de trouver le nombre de carreaux en se plaçant dans la situation suivant. : on ne connaît pas de produit supérieur à  $10 \times 10$ . Les normaliens utilisent le découpage du type suivant

|     |     |     |     |     |    |
|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 60 |
| 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 60 |
| 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 60 |
| 80  | 80  | 80  | 80  | 80  | 48 |

## 3. Présentation d'une technique opératoire.



Le schéma ci-contre est présenté sans commentaires. Les normaliens découvrent ce que cela représente. Le lien est fait avec le découpage précédent.

Enfin une discussion est organisée portant sur la comparaison entre cette technique opératoire et la technique classique.

## 2ème PARTIE 3/4 heure.

Les grandes lignes d'une progression possible est présentée magistralement aux normaliens (référence : la multiplication à l'E.E. (A.P.M.E.P), article dans Zoom avant numéro 8 , article dans N numéro 7) dont voici les grandes étapes :

1. Classement de tableaux quadrillés. Codage des tableaux. Introduction du produit. Début de répertoire.
2. Recollements et découpages de tableaux. Découverte de nouveaux produits: Répertoire. Multiplication par 10, 20, 30...
3. Dénombrement de carreaux pour des rectangles assez grands.
4. Amorce de la technique opératoire à partir de partages de rectangles.
5. Technique opératoire.

Ensuite une comparaison rapide avec l'enseignement de la multiplication vue à travers les livres est faite.

## 3ème PARTIE 2 heures.

Une série d'activités qui peuvent être adaptées rapidement au niveau de classes élémentaires est proposée aux normaliens. En voici le détail. (Voir pages suivantes).

# ACTIVITES AUTOUR DE LA MULTIPLICATION

## ACTIVITES SUR LA TABLE DE MULTIPLICATION.

1. Observez une table de multiplication  $10 \times 10$ . Faites des remarques.

2. Extraits de la table de multiplication.

Complétez les extraits suivants :

|    |
|----|
| 10 |
|    |
|    |
|    |
| 30 |

|    |
|----|
| 21 |
|    |
|    |
|    |

|   |    |
|---|----|
| 9 |    |
|   | 16 |

|    |    |
|----|----|
| 30 |    |
|    | 42 |

|   |  |    |
|---|--|----|
| 8 |  |    |
|   |  | 18 |

|    |  |    |
|----|--|----|
| 12 |  |    |
|    |  | 24 |

|  |    |  |
|--|----|--|
|  |    |  |
|  | 49 |  |

Placer deux nombres dans la grille suivante, afin qu'elle puisse être complétée de deux façons différentes.

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

Pour la même grille que précédemment, inventer une question qui admette 3 réponses, 4 réponses.





## EN FP2 - UN EXEMPLE DE PROBLEME : MATHEMATISONS LA MUSIQUE

Vous connaissez les notes de la gamme. Nous allons les retrouver. Tracez une circonférence. Partagez-la en 12 parties en mettant un point de division en haut. Numérotez ces points dans le sens des aiguilles d'une montre de 0 à 11 en partant du haut. Marquez aussi ces points avec les 12 notes de l'octave.

0 = do    1 = do  $\sharp$  = ré $\flat$     2 = ré ...

$\sharp$  est le signe dièse ;     $\flat$  est le signe bémol.

Noter les numéros des points qui correspondent aux notes non altérées (ni  $\sharp$ , ni  $\flat$ ).

1) - Montrer qu'on peut les joindre entre eux par une ligne brisée qui saute de 5 en 5 sur la circonférence.

2) - Trouver toutes les lignes brisées régulières qui passent par chacun des 12 points. Peut-on les interpréter dans le domaine musical ?

3) - Montrer qu'on peut obtenir les diverses gammes majeures à partir de la gamme de do par l'une ou l'autre des transformations équivalentes suivantes :

- a) faire tourner la ligne brisée du 1°) autour de son centre
- b) supprimer des côtés à une extrémité et en rajouter un nombre égal à l'autre extrémité.

4) - Retrouver à partir de là :

- la gamme majeure à 2 dièses
- la gamme majeure à 1 bémol

Retrouver le numéro sur la circonférence du  $n^{\text{ième}}$  dièse dans l'ordre naturel des dièses, du  $p^{\text{ième}}$  bémol, la note initiale de la gamme à n dièses à p bémols.

Commentaire : La gamme que nous présentons est la gamme tempérée où chaque dièse coïncide avec le bémol suivant. Cette gamme possède un modèle mathématique simple et inattendu.

Les lignes brisées régulières, sautant de  $n$  en  $n$  sur la circonférence ne passent par chacun des douze points, que si  $n$  est premier avec 12.

Les lignes sont donc :

la ligne de 1 en 1

" " de 5 en 5

" " de 7 en 7

" " de 11 en 11

$$\text{mais } \begin{cases} 7 \equiv -5 \pmod{12} \\ 1 \equiv -11 \pmod{12} \end{cases}$$

La ligne sautant de 7 en 7 (resp de 11 en 11) est donc la même que celle de 5 en 5 (resp de 1 en 1).

La ligne de 5 en 5 fournit l'ordre des dièses dans un sens, (fa, do, sol, ré, la, mi, si) celui des bémols dans l'autre. (si, mi, la, ré, sol, do, fa) celle de 1 en 1 fournit la gamme chromatique, c'est-à-dire la suite des notes.

do, do  $\sharp$ , re etc...

La gamme majeure de do s'obtient à partir de do en ne prenant que les notes non altérées, ce qui fournit les écarts

$$\text{do}^{+2} \quad \text{re}^{+1} \quad \text{mi}^{+1} \quad \text{fa}^{+2} \quad \text{sol}^{+2} \quad \text{la}^{+2} \quad \text{si}^{+1} \quad \text{do}$$

Toute gamme majeure est une suite de notes, respectant ces écarts. On obtiendra donc toutes les gammes majeures, par toutes les rotations de la ligne brisée. On pourra ainsi constater quelle gamme majeure, possède 2 dièses (gamme de ré), quelle est celle à 1 bémol (gamme de fa). Si on fait tourner de +5, la ligne brisée de la gamme de do (ce qui revient à lui rajouter un côté à une extrémité et à l'enlever à l'autre), elle ne possèdera qu'un seul nouveau point (l'image de fa par la notation), donc la gamme do + 5, (c'est-à-dire fa) possèdera une note altérée. On peut constater qu'il s'agit d'un bémol.

De façon générale, la gamme de note  $+5p$  ( $p=1,2,3,4$ , ou 5) contiendra  $p$  bémols  
la gamme de note  $-5p$  "  $p$  dièses.

On voit qu'en introduisant des nombres négatifs, on peut représenter au moyen d'une même formule les gammes ayant des dièses et celles ayant des bémols.

On peut matérialiser les propriétés citées dans ce problème par un "tour-niquet". On trace sur une feuille de carton une circonférence partagée en 12. On écrit à l'extérieur les noms des notes. On trace la ligne brisée sur un disque en papier de même rayon que la circonférence. On fixe par une épingle le centre du disque au centre de la circonférence de manière qu'on puisse le faire tourner. On peut alors montrer les diverses gammes, etc... .

- 4b - Que faire en F.P. pour préparer les futurs instituteurs à une pratique raisonnée de l'enseignement ?

Animateur : - COLMEZ 55 bis, Avenue du Bois de Verrières 92160 ANTONY.



GROUPE 4 b : Que faire en F.P. pour préparer les futurs instituteurs  
à une pratique raisonnable de l'enseignement.

Thème de réflexion choisi : La Géométrie

Animateur : F. COLMEZ

Rapporteur : M. COURRIERE



## INTRODUCTION

A partir des objectifs fixés et du thème choisi (La Géométrie) les discussions, réflexions et exemples fournis par l'ensemble des membres du groupe ont permis de dégager quelques idées forces.

Avant de présenter nos échanges d'une manière structurée, il convient de faire quelques mises au point à propos de la Géométrie.

- La géométrie présente de multiples aspects : si l'une de ses fonctions est de fournir un modèle de notre espace physique, de plus elle est, d'une part le lieu privilégié où se prolongent certaines notions, elle peut, d'autre part nécessiter pour son explicitation l'utilisation d'outils relevant d'autres branches des mathématiques.

Par exemple : - les objets géométriques peuvent être le support d'activités de mesurage, de mise en relation, de dénombrement,....

- l'algébrisation de la géométrie (action d'un groupe de transformation sur un ensemble) a été introduite avec le souci de faire de la géométrie une branche à part entière des mathématiques.

- Or certains de ces moyens ou de ces prolongements sont devenus des buts et ont été développés dans le cadre de la Géométrie comme de véritables finalités.

Ainsi : - dans le cadre du programme de 1945 de l'Enseignement Élémentaire, la séquence sur le cercle présentée par de nombreux manuels, avait surtout comme objectifs de présenter les formules de périmètre et d'aire.

- dans le 2e degré, une algébrisation à priori nécessaire de la géométrie a parfois conduit, en raison d'une certaine systématisation à dénaturer certains êtres géométriques et à vider la géométrie d'une partie de ses contenus. Une rotation, par exemple, est davantage pour bon nombre de bacheliers une matrice, qu'une transformation ponctuelle permettant de résoudre des problèmes sur des figures.

- On peut donc constater que l'Enseignement actuel de la Géométrie ne permet pas toujours, et ce à tous les niveaux, de développer un certain nombre de notions.

Si le groupe n'a pas eu l'ambition de définir une "Géométrie-Géométrie" (par opposition à une Géométrie-Mesure ou une Géométrie-Algèbre), il a cependant cherché à mettre en évidence des notions qu'il serait souhaitable de valoriser.

### Présentation

● Dans une Première Partie nous présenterons une synthèse de nos réflexions par niveau :

1. Enseignement à l'Ecole Élémentaire
2. Enseignement en Formation Professionnelle
3. Formation ou information des P. E. N.

Dans chacun de ces trois paragraphes, nous avons essayé dans la double optique des contenus et de la démarche de mettre en évidence, d'une part, ce que nous constatons, d'autre part, ce qui nous paraîtrait souhaitable de faire.

Le constat fréquent d'un décalage entre ce qui est souhaitable et ce qui est fait, a amené le groupe à débattre d'un certain nombre de questions dont certaines se sont retrouvées aux 3 niveaux de la formation évoquée dans la Première Partie.

● Dans une Deuxième Partie, nous relatons nos réflexions sur deux de ces points :

1. Relations enseignants-enseignés
2. Qu'est-ce qu'un problème sérieux ?

Ces thèmes dépassent largement le cadre de la géométrie et pourraient faire dans d'autres colloques l'aspect d'une réflexion. Notre intention dans ce rapport, a été de poser les problèmes et d'indiquer des éléments propres à une discussion plus large.

Il a été également question :

- du statut des figures et des objets suivant le contexte ou le problème considéré (problème des définitions opératoires, du statut des instruments...)
- des différentes théories géométriques (topologie, projective, affine, métriques), en liaison avec la structuration de l'espace chez l'enfant.

Ces deux points, "au coeur" de notre sujet ont été évoqués à plusieurs reprises ; il conviendrait de réaliser sur ces thèmes une réflexion collective.



On trouvera en Annexes de ce rapport

Annexe 1 : Listes des participants du groupe

Annexe 2 : "Introduction aux transformations"

Ce document sur les conchoïdes a servi de support à une certaine partie de la discussion et d'illustration pour la mise en oeuvre de certains de nos objectifs.

Annexe 3 : Bibliographie - Filmographie

Il ne s'agit aucunement d'une liste exhaustive d'ouvrages ou de films portant sur la géométrie.

Ces documents ont été cités en cours de discussion par des participants comme étant ceux qu'ils utilisent (ou que l'on pouvait utiliser) sur certains points.

## PREMIERE PARTIE

### 1. Enseignement de la Géométrie à l'Ecole Elémentaire

Un tour de table permet d'avoir l'avis des différents participants sur les activités pratiquées, <sup>et</sup> sur ce "qui pourrait paraître plus souhaitable.

#### 1-1 Aspect général

Il est assez net que, dans l'esprit des enseignants de l'Ecole Elémentaire, la Géométrie n'est pas dotée d'un statut équivalent à celui des activités numériques, voire des mesures.

On fait peu de Géométrie ; cet enseignement est souvent "relégué" à une mauvaise période de la journée ou de la semaine, et à la limite "donné à faire" au remplaçant.

Les activités sont souvent ponctuelles et pointillistes, faute d'objectifs ou par manque d'idée sur les activités qui permettraient d'atteindre les objectifs.

Ce problème de la mise en oeuvre d'objectifs, n'est pas, en ce qui concerne la Géométrie propre aux enseignants de l'Ecole Elémentaire : nous le retrouverons au niveau de la formation en F. P. et à celui de l'information des P.E.N. (voir 2e partie 1)

Il est également fait état d'un aspect "statique" des activités, plutôt orientées sur l'observation et la description que sur la construction des objets géométriques.

L'influence importante des manuels, une certaine ignorance ou non compréhension des Programmes en 1970, font que le rôle particulier que peut et doit jouer la géométrie dans la formation des enfants apparaît très peu : il demeure une grande confusion entre Géométrie et Mesures, ces dernières notions étant encore souvent privilégiées dans les séquences de géométries.

#### 1-2 Contenus et objectifs

##### - Constatations

- on trouve peu d'activités sur les solides
- la démarche "des solides aux surfaces" (par exemple du cube au carré) est rarement prise en compte.

- au niveau du CM, le travail sur les bandes ne débouche généralement que sur la construction de parallélogrammes ; on souhaiterait, dans une démarche analogue, voir pratiquer des intersections de secteurs angulaires (quadrilatères, de secteurs angulaires et de bandes (trapèzes)...
- les activités sur quadrillage sont assez pauvres et surtout orientées vers le repérage et des activités numériques ou algébriques.
- on constate que la notion de distance se construit assez mal chez les enfants, peut être en raison d'un manque de prise en compte de cette notion dans des activités d'apprentissage.

Plusieurs exemples sont cités :

Ex 1 : des enfants de C.M. éprouvent de grandes difficultés lorsqu'il s'agit de construire un triangle dont on connaît la longueur des 3 côtés (à l'aide du compas par exemple).

Ex 2 : à propos de l'exercice suivant : "étant donnés deux points A et B, M et N étant les intersections du cercle  $C_1$  de centre A et passant par B, et du cercle  $C_2$  de centre B et passant par A, on trace le cercle de centre M passant par N et celui de centre N passant par M..." il a été constaté que des élèves de 6e se posent davantage de problèmes de régionnement que de distance ou d'alignement des centres.

Ex 3 : Toujours à propos de la distance et de l'apprentissage, on a demandé à des enfants de CM de construire un triangle équilatéral.

- Dans un CM<sub>1</sub> dans lequel les enfants avaient beaucoup travaillé sur le cercle et manipulé le compas, un quart de la classe a construit le triangle demandé en déterminant le 3e sommet par intersection de cercles.

Quelques enfants ont essayé d'obtenir ce sommet par tâtonnement sur la médiatrice du 1er côté.

- Dans un CM<sub>2</sub> dans lequel les enfants n'avaient pas au préalable manipulé, aucun enfant n'a construit le triangle demandé.

#### - Réflexions sur ces constatations

Ces exemples d'échecs sur les distances ont amené un essai d'analyse et d'explication.

- le travail sur quadrillage favorise l'apprentissage de la taxi-distance.

Cette étude serait peut-être intéressante si elle était conduite dans l'optique d'une comparaison avec la distance euclidienne, de manière à mettre en évidence les propriétés de cette dernière.

Mais l'inégalité triangulaire, propriété principale des distances, se présente de façon tellement différente dans ces deux cas, qu'il est douteux que l'étude de la taxi-distance ait une influence quelconque sur la maîtrise de la distance euclidienne. En effet, la taxi-distance est liée à un repère et privilégie ainsi deux directions, tandis que la distance euclidienne ne privilégie aucune direction.

De plus il semble qu'il y ait eu substitution pure et simple de notions et que les activités sur la distance euclidienne proprement dite soient très rares.

- l'exemple 2 pose le problème de la conception de l'espace chez l'enfant : à son propos il a été question de propriétés topologiques, projectives, métriques des figures.

Il est remarqué le souci, dans les programmes de 1970, et plus encore dans celui de 1977 (Cycle Préparatoire) et dans le projet de 1978 (Cycle Élémentaire), de prendre en compte la conception de l'espace qu'ont les enfants d'un âge donné.

Mais il est noté le décalage entre les instructions et la réalité de la classe ; faute d'objectifs très précis et de modèles bien définis, les enseignants risquent de proposer aux élèves des activités d'investigation ne conduisant pas à une véritable formation.

- Il est également question de la conception globale que l'enfant se fait des activités scolaires : des motivations d'ordre esthétique ou manipulateur peuvent permettre à l'enseignant d'aborder à propos de certaines réalisations les notions mathématiques sous-jacentes et ainsi de conduire les enfants à une certaine structuration de l'espace.

Exemple : Des enfants placés devant 16 "carrés bicolores" (voir annexe 3 référence 1) et ayant pour consigne de réaliser de "jolies figures" en plaçant les carrés dans une grille 4 x 4, ont spontanément cherché à réaliser des figures symétriques.

### 1-3 La démarche

#### - constatations

Un premier constat unanime est celui d'un grand manque de manipulation et de tâtonnement expérimental.

On assiste bien souvent à des leçons de vocabulaire, dans lesquelles l'objet géométrique est déterminé par une représentation : il est soit non défini, soit il en est donné une définition qui ne correspond pas à l'activité, c'est-à-dire au statut de l'objet dans le contexte donné et qui n'est pas pris en compte par l'enfant, car elle ne permet pas une construction, et n'est donc pas "opératoire".

Exemple : à propos de deux séquences en CM vues par un des membres du groupe sur le cercle avec comme objectif la définition "ensemble de points à une distance constante d'un point fixe":

Ex 1 : On demande aux enfants de prendre leur compas et de construire un cercle après une information de vocabulaire on leur demande de prendre plusieurs points et de mesurer la distance au centre, afin de les amener à formuler "la" définition du cercle. Des observateurs présents ont constaté un manque d'intérêt de la part des enfants et un échec total au niveau de la formulation, qui en fin de compte a été donnée par le maître.

Ex 2 : Les enfants sont placés devant une feuille comportant des points A,B,C,D,E... on leur demande de classer ces points en mettant ensemble tous ceux qui sont à une même distance de C. Les enfants constituent ainsi après manipulation différentes classes de points caractérisés par une même distance à C. Placés devant le problème de déterminer pour une classe donnée d'autres points, ils seront amenés à prendre conscience du nombre "infini" de points sur le cercle et à chercher un instrument adéquat pour figurer tous les points du cercle. Des activités de ce type sont d'autant plus importantes que les élèves voient surtout dans les cercles, d'une part des figures à courbure constante et d'autre part des figures ayant même "largeur" dans toutes les directions (les enfants utilisent cette dernière propriété pour justifier la reconnaissance des cercles dans un lot de figures rondes par exemple). Dans ces deux points de vue, le centre ne joue pas de rôle important.

Un autre exemple d'absence de tâtonnement expérimental et de recherche systématique d'un modèle numérique est donné à partir de l'énoncé et du corrigé d'un problème de certificat d'étude : "Dans un rectangle de 42 cm sur 28 cm, on veut découper le maximum de disques de 2,8 cm de diamètre. Combien peut-on en découper ?

La solution proposée à la correction est :  $\frac{42}{2,8} \times \frac{28}{2,8} = 150$ ,

ce qui donne le nombre de disques qu'on peut obtenir en plaçant leur centre sur les noeuds d'un quadrillage. Le lecteur pourra vérifier qu'en plaçant les centres des disques sur les noeuds d'un réseau de triangles équilatéraux, on peut en découper 152. Quant au maximum possible le problème reste ouvert.

- analyse

A partir de ces différents constats, plusieurs points sont abordés :

- le problème du tâtonnement expérimental déborde vite le cadre de l'enseignement élémentaire pour être étudié de manière générale au niveau des relations enseignant-enseigné (voir 2e partie d).
- à propos des exemples sur le cercle, il est question de "définition opératoire", c'est-à-dire de définition liée à l'activité et permettant une construction.

Si dans l'Ex 2 le cercle est bien appréhendé comme un "ensemble de points à distance fixe d'un point fixe" dans l'Ex 1, il se définit pour l'enfant comme "ce que l'on fait avec un compas"

- Le rôle des instruments et leur éventuel réinvestissement dans d'autres activités se pose également. Dans l'Ex 2 sur le cercle, le compas est introduit comme un instrument de comparaison de longueur, et pourra (peut-être) être réutilisé en tant que tel pour construire des triangles par exemple. Ceci ne paraît pas être le cas dans l'Ex 1 dans lequel le compas "fait des ronds" n'est pas lié dans l'esprit de l'enfant à un problème de longueur.

## 2. Enseignement de la géométrie en Formation Professionnelle

### 2-1 Ce qui serait souhaitable de faire

Il ressort d'un long tour de table que les problèmes de contenus et de démarche sont étroitement liés. Les connaissances proposées devraient répondre soit au désir de résoudre un problème, soit à la nécessité ressentie par les F.P. de dominer leur enseignement. Ces connaissances doivent alors pouvoir être réinvesties dans l'enseignement élémentaire, et si possible utilisées pour une meilleure compréhension de phénomènes ou de techniques du monde contemporain.

Nous avons assisté à une tentative collective de recherche de définition d'une Pédagogie spéciale de la Géométrie.

### 2-1.1 Quelques généralités sur nos objectifs

Il serait souhaitable, au niveau de la démarche, d'enseigner aux F.P. comme on voudrait qu'ils enseignent aux enfants de l'Ecole Élémentaire.

Il conviendrait de leur faire découvrir des catégories de processus de pensée qu'il serait possible d'analyser et de mettre en relation avec les démarches des enfants.

Mais quels contenus pour cette démarche ?

- on peut faire travailler les normaliens sur les objets géométriques de l'enseignement élémentaire.

Cela semble en partie nécessaire, mais non suffisant : en effet, sur un même sujet il est difficile d'amener des adultes à faire le même cheminement que les enfants.

Le rôle du P.E.N. est moins d'informer que d'aider à poser des problèmes, à dégager des questions à propos d'une situation, questions qui ne sont pas nécessairement les mêmes que celles que se posent les enfants.

Quelques exemples :

- sur les figures simples du programme (carré, rectangle, cercle...) amener les F.P. à se poser le problème des définitions possibles, des définitions opératoires pour l'enfant, de la définition minimale dans un certain langage mathématique, du lien entre différentes définitions - différentes techniques de construction,...
- à partir de remarques concernant des figures réalisées sur des grilles 4 x 4 avec 16 carrés bicolores, on peut mener une étude systématique des figures symétriques ou invariantes par rotation "d'un quart de tour" ou d'un "demi-tour". Ceci peut-être le point de départ d'une réflexion sur les notions géométriques auxquelles la manipulation d'un tel matériel par les enfants de C.E. ou C.M. permet d'accéder ("carré bicolores" : voir Annexe 3 référence 1).
- Le plus simple pour favoriser une démarche de recherche, de tâtonnement expérimental, d'analyse et de synthèse est de proposer un contenu neuf de manière à amener les F.P. à avoir la même attitude que des enfants qui cherchent à construire un losange par exemple.

On cite à titre d'exemple un travail sur les conchoïdes (voir annexe 2 "Introduction aux transformations") : ce document n'est pas présenté comme un modèle de contenu, mais sert de support à une recherche par le groupe d'explicitation des objectifs.

L'objectif de ces activités est d'aborder un concept (ici transformations géométriques) à travers un exemple un peu surprenant et qui "marche mal" (les propriétés conservées par la transformation sont peut commodes pour faire des constructions rapides). L'intérêt n'est pas l'exemple en soi (qui fait plutôt figure de gadget) que la réflexion qu'il peut susciter sur la démarche conduisant à chercher les invariants d'une transformation.

Il a semblé important de proposer aux normaliens des activités qui les obligent à préciser leurs difficultés et à réfléchir sur leur démarche en la replaçant dans un contexte mathématique plus large.

## 2-1.2 Les problèmes de la mise en oeuvre

A propos de ce qui précède un certain nombre de points sont soulevés :

- En premier lieu le support de l'investigation proposée aux normaliens.

N'y a-t-il pas risque de gadgetisation, d'atomisation ? Le réinvestissement dans des activités de l'Ecole Élémentaire sera-t-il possible ?

Sont évoqués ici des activités comme le Tam-Gram, les pentaminos, la formule d'Euler....

Qu'appelle-t-on faire de la mathématique en Géométrie pour des F.P. ?

Plusieurs éléments de réponse sont proposés :

- l'important est le développement d'une démarche mathématisante dont fait partie à un certain moment de la recherche une demande d'information théorique.

- en effet il importe qu'à ce niveau les mathématiques ne constituent pas un but mais se présentent comme un outil au niveau de l'investigation, de la résolution, ou encore de l'explicitation.

- "Faire des mathématiques c'est résoudre des problèmes sérieux"  
Cette phrase prononcée par un des membres du groupe va amener de nombreuses questions et discussions. Cette recherche de "définition" d'un problème sérieux sera développée dans la 2e partie.

- Une autre partie de la discussion porte sur la manière d'introduire en FP le type de travail que nous souhaiterions



- un thème de recherche peut être moins l'objet de leurs préoccupation qu'un travail au niveau de l'Ecole Elémentaire. On leur demande un véritable "acte de foi", c-à-d de croire, à priori au réinvestissement possible à moyen terme de la démarche entreprise.
- Raison de plus pour être prudent au niveau du choix et se méfier des "gadgets pédagogiques".
- doit-on imposer une étude théorique après en avoir expliqué l'intérêt ou doit-on "travestir" les situations théoriques (avec le risque possible de "gadgetisation") ?
- Toutes les solutions sont possibles.

En fait le problème posé est celui des relations enseignant-enseigné, du contrat de travail avec des F.P. et de l'analyse de leur besoin, avec en remarque la non-formation des P.E.N. pour ce travail d'investigation. (voir 2e partie 1)

### 2-1.3 Quelques thèmes proposés

Nous avons essayé de proposer quelques thèmes répondant aux critères de formation, d'information et de réinvestissement possible (voir 2-1.1) en essayant d'éviter les difficultés abordées en 2-1.2.

#### - Les transformations

- Elles permettent de structurer l'espace et correspondent à un manque (du moins sous une forme non algébrique) dans la formation que les élèves ont eu dans le 2e degré.

Au niveau du réinvestissement à l'Ecole Elémentaire, cette connaissance permettrait d'une part une ouverture sur certaines activités (axe de symétrie de figures et utilisation dans des constructions) d'autre part une analyse pédagogique de certains comportements d'enfants vis-à-vis de ces transformations (par ex : la translation et la rotation sont liées à des mouvements, la symétrie reste davantage attachée à un résultat.)

On pourrait de plus déboucher à l'aide de ces outils, au niveau de la culture générale, sur une réflexion sur des problèmes courants (étude du reflet dans un plan d'eau, illusions d'optiques...)

- . Comment motiver l'étude de ces transformations ? Il convient avant tout d'éviter de présenter cette étude comme un rattrapage scolaire ayant pour but de compléter un bagage de connaissance jugé insuffisant.

Il semble sur cet exemple comme pour d'autres, que l'obligation de communiquer puisse être satisfaisant : il s'agirait de travailler sur une situation, de passer des informations, avec pour ce faire la création d'un langage qui pourrait alors prendre un statut mathématique.

Sont donnés à titre d'exemples :

- le travail sur les conçoïdes (v. annexe 2)
- la recherche d'un organigramme ou d'un ordinogramme de construction d'une cocotte en papier.
- une recherche sur le fonctionnement des pantographes<sup>\*1</sup> et des diverses transformations qu'il permet avec travail possible sur les points doubles, les invariants,....

(\*)<sup>1</sup> voir annexe 3 (référence 2)

Il est également question de projection de films existants au C.N.D.P. sur les transformations (\*)<sup>2</sup> avec à nouveau au sein du groupe une réflexion sur l'éventuel côté fermé ou modèle qui peut être perçues par le spectateur.

(\*)<sup>2</sup> voir annexe 3 (Référence 3)

- Les différentes géométries (topologie, projective, affine, métrique)
  - les motivations peuvent être de plusieurs ordres : explicitation du mot topologie employé à l'Ecole maternelle, analyse des programmes, théories psychologiques concernant les conservations et l'évolution de l'appréhension de l'espace chez l'enfant, les invariants dans les transformations, transformations de figures utilisées en art plastique ou en T.M.E.
  - le réinvestissement est possible
    - . d'une part au niveau de l'Ecole Elémentaire : analyse de production d'enfant ou de difficultés rencontrées, mise en place d'un certain nombre d'activités négligées ou considérées comme non mathématiques (relation d'incidence, voisinage, régionnement et coloriage des cartes par exemple...
    - . d'autre part au niveau de certaines techniques : problèmes de la vision et de la photo (prises de vue, agrandissement, perspective...) techniques de cartographie.

- . reste le contenu de l'information et la difficulté de vulgariser ces théories, parfois très difficiles. (voir quelques "sources" possibles en annexe 3 . Référence 4)
- D'autres thèmes sont également passés en revue
  - . études perspectives, diverses représentations d'un même solide
  - . travail sur les coniques (à partir du thème de l'Ecole Elémentaire section des/solides)
  - . travail sur la triangulation des figures
  - . Le calendrier (ou les calendriers) en liaison avec la numération : l'explication des données historiques demande un minimum d'investissement en Cosmographie (et donc en géométrie)
  - . communication directe de critères techniques (construction de pentagone ou d'hexagone régulier)

## 2.2 Ce qui est actuellement fait

Un nouveau tour de table permet à chacun d'exposer son enseignement en Géométrie : quelques différences, mais un certain nombre de lignes de force se dégagent.

- au niveau de notre enseignement la géométrie demeure un parent pauvre (avec en contre exemple une E.N. dans laquelle sont enseignés en F.P.<sub>1</sub> et F.P.<sub>2</sub> 2H de Géométrie et 2 H de numérique par semaine toute l'année).
- chacun a du mal à définir en Géométrie ce que pourrait être un cours de Pédagogie spéciale (alors que c'est plus clair dans le numérique, voire en mesures).
- Certains collègues n'abordent pas la Géométrie en FP<sub>1</sub>. Quand elle y est abordée, c'est surtout dans l'optique du stage en responsabilité : présentation et analyse du programme, présentation d'organigrammes et d'exemples d'activités.

Sont utilisés à ce propos

- . le rapport du 2e colloque PEN (Alpes d'Huez 1975) consacré à la géométrie
  - . des films des ateliers pédagogiques du C.N.D.P.
- (voir pour ces documents : annexes 3, référence 5)

De manière générale, il y a pratiquement dans tous les cas une information donnée par le P.E.N. directement au niveau de l'Ecole Elémentaire.

- C'est en FP<sub>2</sub> que sont proposés aux normaliens une information théorique un travail personnel de recherche, d'analyse et de production au niveau de l'Ecole Elémentaire.

. au niveau "théorique" nous avons parlé : de compositions, d'isométries déclintes sur le tan-gram, sur la formule d'Euler, de réflexion sur les espaces géométriques.

Ceci est introduit par des exposés du P.E.N. ou des stagiaires, par des travaux en groupe (parfois en option)

. au niveau de l'Ecole Elémentaire la méthode généralement adoptée est celle de travaux de groupes sur des thèmes de l'école élémentaire, avec recherche d'élaboration d'une séquence ou de progression sur un thème avec parfois retour dans les classes pour expérimentation.

Quelques thèmes : assemblage du polygones, aire du triangle, activités sur les carrés bicolores, travail sur la planche à clou, travail sur le cercle, sur les droites remarquables dans les triangles, sur les solides...

A ce propos il est question des problèmes posés par les travaux de groupe : rôle du PEN ; documents ou informations à donner ou à ne pas donner ; multiplicité des sujets choisis donc du nombre des groupes et des difficultés pour exposer les travaux faute de temps (ici aussi danger de pointillerie et d'atomisation des connaissances).

### 2. 3 Analyse d'un décalage

Force est de constater que parmi les enseignants (PEN et Enseignement supérieur) présents, peu d'entre eux, sont satisfaits de ce qu'ils font en Géométrie en F.P.

Quelques raisons sont évoquées :

- la structure de formation : temps de formation trop court, multiplication des stages et morcellement de la formation (peu de continuité dans le travail), motivation des F.P. liée directement au stage en situation (avec parfois désintéressement pour le primaire dans des E.N.F où de nombreuses F.P. effectuent leur stage de FP<sub>2</sub> en maternelle), nécessité d'un travail prioritaire à faire sur le numérique,...
- Il est également question de tout ce que l'on demande aux F.P., de toutes les capacités que l'on voudrait développer en un temps si court.

. aptitude à regarder autour de soi pour dégager tout ce qui peut relever d'une appréhension géométrique (meilleure connaissance de l'espace,...)

. possibilité d'exploiter un certain nombre de grandes idées mathématiques en géométrie (structures, groupes opérant,...)

. connaissance des difficultés rencontrées réellement par les enfants au niveau de la Géométrie.

. reconnaissance des insuffisances ou des erreurs pédagogiques souvent présentes dans les manuels (méconnaissance des possibilités des enfants, activités induisant des méthodes périmées, activités liées à des modes passagères,...)

- s'il apparaît à chacun que dans la structure actuelle de formation les travaux de groupe constituent une solution pour aborder la Géométrie, un certain nombre de problèmes techniques sont évoqués, en particulier la disponibilité du formateur et son rôle dans l'animation.

- une réflexion en profondeur amène à la conclusion suivante : les P.E.N. sont moins à l'aise en Géométrie que, par exemple dans le domaine numérique.

D'une part, on constate certaines lacunes dans les connaissances théoriques (rares en effet sont les cours de Géométrie à l'Université), d'autre part nous avons peu été placé sur cet enseignement dans des conditions de tâtonnement expérimental.

Ces dernières constatations nous conduisent au paragraphe suivant, conclusion de notre investigation.

### 3. Formation ou Information des P.E.N.

Un voeu unanime est de demander que le prochain colloque soit consacré à la formation des P.E.N.

En ce qui concerne la géométrie nous avons (mais de manière peu développée faute de temps) essayé de dégager des contenus et une démarche.

La relation d'un échec par un des membres du groupe nous servira de contre-exemple :

"un groupe P.E.N. I.R.E.M. s'intéressant à la géométrie a demandé à la fac la plus proche un exposé de topologie : 3 heures de "cours" sur la topologie générale se sont avérés inabsorbables".

### 3.1. la démarche

Toujours la relation enseignant-enseignés (V - 2° partie)

Il faut d'une part amener l'informateur (par exemple un membre de l'enseignement supérieur à prendre en compte nos préoccupations, d'autre part arriver nous-même à un certain stade dans la formulation de nos demandes.

Un participant, membre de l'enseignement supérieur, affirme ne pas avoir d'information toute faite à donner, mais se reconnaît la possibilité d'aider à poser des problèmes.

Ce rôle de l'enseignant à quelque niveau que ce soit nous apparaît comme fondamental.

### 3.2. Les contenus

A partir de problèmes posés par l'enseignement en F.P., on pourrait, de l'avis des membres du groupe aborder un certain nombre de sujets (liste évidemment non exhaustive).

- travail en profondeur sur les transformations
- réflexion générale sur les différents espaces géométriques
- aperçu historique de l'évolution de la géométrie
- problèmes de la vision de l'espace (régionnement par un cube, différentes représentations d'un cube,...).

### 3.3. Synthèse et exemples

De même que nous proposons aux enfants la recherche d'une définition "opératoire" d'une figure, que nous pouvons poser aux F.P. le problème des définitions minimales et du statut des objets suivant le monde dans lequel ils sont plongés, il nous paraît possible de nous auto-proposer à propos du thème les "Géométries", le type de démarche suivant.

"Résoudre une situation problème, puis chercher à analyser d'une part le domaine du problème, d'autre part le domaine auquel appartiennent les outils utilisés pour le résoudre.

Ex<sub>1</sub> : "Recherche de la droite qui passe par A, et  
par B, intersection de (D) et (D')"  
le point B étant en dehors des limites de  
l'épure.

Ce problème projectif peut avoir une solu-  
tion utilisant des outils de l'espace pro-  
jectif, mais également être résolu en uti-  
lisant des symétries (c'est-à-dire en se  
plaçant dans un espace métrique).

Ex<sub>2</sub> : Le problème de la triangulation des polygones est un problème  
topologique.

On peut le résoudre en utilisant les groupes d'isométries des  
polygones réguliers, c'est-à-dire des "outils" du domaine métrique.

DEUXIEME PARTIE1. Relations enseignants-enseignés

Comme nous l'avons vu dans les échanges du groupe, l'enseignement de la géométrie en F.P. pose, peut-être plus que dans les autres domaines, le problème du rôle de l'enseignant et de la relation enseignant-enseigné.

Nous dépassons ici le cadre de la géométrie, et de plus, cette relation intervient non seulement dans l'enseignement en F.P. mais aussi dans la pratique de la classe à l'Ecole Élémentaire et également dans le cadre de la formation (ou de l'information) des P.E.N.

Nous n'avons aucunement "réglé" cette question, mais lancé, à ce sujet un certain nombre d'idées qui pourront éventuellement servir de point de départ pour une discussion plus approfondie.

Dans les Ecoles Normales, et dans les recherches psychologique ou pédagogique, on préconise une pédagogie de la découverte en ce qui concerne la mathématique à l'Ecole Élémentaire (cette orientation est également sensible dans les textes officiels), le maître n'a pas pour rôle de transmettre des connaissances mais de poser des problèmes, de susciter réflexion et analyse, et de faire éprouver un besoin d'information.

Les membres du groupe pensent qu'il conviendrait de pratiquer une démarche analogue au niveau de l'enseignement en F.P.

Le P.E.N. aurait donc pour rôle d'aider à poser les problèmes, de faire sortir des directions de recherche, de proposer ou de faire découvrir des thèmes permettant la réflexion, l'analyse et la synthèse (avec réinvestissement au niveau de l'enseignement élémentaire).

Le besoin de communiquer pourrait servir de motivation à la recherche d'un langage qui pourrait, une fois attiré, prendre un statut mathématique.

Dans cette optique, les informations mathématiques ne seraient donc pas transmises à priori, mais réclamées comme un outil permettant l'exploration ou l'explicitation de la situation.

Ces quelques lignes de force se sont retrouvées au niveau de notre discussion sur la formation et l'information des P.E.N. (voir 10, partie 3) pour laquelle une démarche analogue semble devoir être mise en oeuvre.



Par ailleurs, si l'accent a été mis sur cette relation "binaire" enseignant - enseigné, le problème se pose également en terme "triangulaire" : enseignant - enseigné - savoir.

En effet, si nous avons mis l'accent sur la démarche, ce n'est pas pour sacrifier à une mode, mais c'est parce que nos objectifs sont la transmission de modèles pédagogiques et le désir de modifier les modes d'accès au savoir et l'image que l'on se fait couramment des mathématiques.

Mais il faut éviter de tomber dans une certaine caricature qui consisterait, à la limite, à faire des mathématiques sans contenu ou sans contenu "sérieux".

Donc parallèlement à l'analyse des procédures, il convient de pratiquer une investigation sur les supports à choisir comme point de départ de la réflexion.

## 2 . Qu'est ce qu'un problème sérieux ?

A partir des préoccupations précédentes et dans le cadre de la discussion à propos de ce qu'on entendait par "faire des mathématiques en F.P.", il est proposé par un des membres : "faire des mathématiques, c'est résoudre un problème sérieux".

Cette idée du problème sérieux sera utilisée à plusieurs moments du colloque.

Il n'est pas possible de donner une définition ni une liste exhaustive de problèmes sérieux.

En effet, un problème n'est pas "sérieux" de manière absolue ; cela dépend essentiellement des élèves qui ont à la résoudre.

A la limite on ne peut déterminer qu'à postériori et de manière statistique le "sérieux" d'une situation.

Nous avons néanmoins cherché à dégager quelques critères. Il faut que la situation puisse :

- être un problème, c'est-à-dire susciter la recherche et modifier l'état de connaissance des élèves.
- prendre en compte, pour un objectif donné ou dans un domaine donné du savoir, le modèle initial des élèves et le faire évoluer, le transformer ou le rejeter. Les activités qui n'ont pas d'influence sur le modèle initial des élèves et conduisent à des savoirs juxtaposés et sans organisation cohérente à l'intérieur d'un même domaine de connaissances, ne sont pas sérieuses.

Exemple : dans le domaine de la structuration de l'espace la substitution des activités sur la taxi-distance à des activités sur la distance euclidienne.

. Cela n'est pas sérieux, car c'est proposer un modèle qui n'est pas directement une mathématisation du monde environnant (homogène et isotrope au sens de la physique) en laissant subsister à son côté un modèle archaïque de la distance euclidienne gravement défectueux (par exemple des enfants de CM affirment que dans un triangle rectangle, tantôt l'hypothénuse est égale à l'un des côtés de l'angle droit, tantôt elle est égale à la somme de ses côtés).

. Dans ce domaine, plus sérieuses seraient des activités qui permettraient aux élèves de prendre conscience qualitativement de relations métriques dans les triangles et les polygones (telle grandeur est fonction croissante ou décroissante de telle autre - maximum, minimum -).

- porter sur des items (savoir ou démarche) fréquemment utilisés par la suite et tels que l'absence de cette démarche ou de cette évolution du savoir seraient un handicap pour l'élève. Ce critère est à la fois statistique et social ; il dépend des objectifs fixés et des besoins des individus.

Exemple : La vérification expérimentale de la formule d'EULER sur quelques polyèdres est un gadget au niveau de l'enseignement élémentaire aussi bien sur le plan de la démarche que des connaissances.

Au niveau de la formation des P.E.N. une démarche consistant à chercher des relations dans les polyèdres à constater puis démontrer le fait qu'il n'y en a pas entre la surface latérale et le volume, mais qu'il y en a entre le nombre de faces, arêtes et sommets et essayer d'expliquer ce fait, est une démarche sérieuse.

- trouver une raisonnance chez les élèves, c'est-à-dire

. porter sur un domaine des connaissances pour lequel l'élève a déjà un modèle.

. entrer dans les préoccupations de l'élève, c'est-à-dire viser une partie du modèle que l'élève est prêt à remettre en question ou à compléter.

. apporter à l'élève un champ adapté à ses possibilités d'investigations (ni trop étroit : marche à suivre entièrement fixée ; ni trop large : aucune idée directrice).

Exemple : en F.P. la brouette à roue carrée ("Quelle est la trajectoire d'un sommet du carré ?).

Les élèves peuvent se faire une représentation opératoire du problème : ils ont une vague idée de cycloïde (cas d'une roue ronde) ; plusieurs voies d'investigation leur sont ouvertes : dessin, réalisations en carton,...

De plus, cette activité peut déboucher sur les rotations, la longueur des polygones et du cercle, des considérations dynamiques et leur utilisation dans la description des efforts auxquels sont soumis les pneus,...

Il n'est bien sûr pas question d'exiger que toutes les activités géométriques répondent à ces critères ; d'autant moins que nous disposons pas pour le moment d'un tel arsenal.

Il serait important de constituer un stock de problèmes présumés sérieux de géométrie (lesquels de plus s'enchaîneraient sérieusement) comme on a déjà commencé à le faire dans le domaine numérique.

## ANNEXE 1

## LISTE DES PARTICIPANTS

|             |           |                          |                    |
|-------------|-----------|--------------------------|--------------------|
| BONNEC      | Rémi      | P.E.N. VANNES            | I.R.E.M. RENNES    |
| CHAPUIS     | Monique   | P.E.N. RENNES            | I.R.E.M. RENNES    |
| COLMEZ      | François  | Sup. PARIS               | I.R.E.M. PARIS Sud |
| COURRIERE   | Michel    | P.E.N. NICE              | I.R.E.M. NICE      |
| DELIN       | Danielle  | P.E.N. NANTES            | I.R.E.M. NANTES    |
| EBERHARD    | Madeleine | Sup GRENOBLE             | I.R.E.M. GRENOBLE  |
| GOIX        |           | P.E.N. ORLEANS           | I.R.E.M. ORLEANS   |
| GUILLERAULT | Michel    | Sup GRENOBLE             | I.R.E.M. GRENOBLE  |
| HANSEL      | Natacha   | P.E.N. BAR LE DUC        | I.R.E.M. NANCY     |
| LAMBERT     | Jean      | P.E.N. NANCY             | I.R.E.M. NANCY     |
| MEUNIER     | Claudette | Collège BORDEAUX         | I.R.E.M. BORDEAUX  |
| PORCEL      | Nicole    | P.E.N. LONS le SAULNIER  | I.R.E.M. BESANCON  |
| PROUTEAU    | Christian | P.E.N. BORDEAUX          | I.R.E.M. BORDEAUX  |
| TEULE       | Pierre    | P.E.N. MONT DE MARSAN    | I.R.E.M. BORDEAUX  |
| TREHARD     | Françoise | P.E.N. PARIS Batignolles | I.R.E.M. PARIS     |
| VARIN       | Bernard   | P.E.N. METZ              | I.R.E.M. NANCY     |

## GROUPE PEN

## GEOMETRIE : Introduction aux transformations

C'est un travail sur les transformations ponctuelles. Il s'agit dans cette première partie de donner une initiation à la notion de transformation de tout le plan sur tout le plan, et d'étudier une transformation ponctuelle non classique, réalisable à l'aide de constructions simples. On aura ainsi un point de comparaison pour mettre en relief les particularités des transformations classiques et une vision plus riche du sujet.

1) Construction matérielle de conchoïdes

Dans la cour, on met un piquet, les élèves se répartissent dans un domaine  $D_0$ , et disposent de baguettes de même longueur  $\ell$ , et de jetons de différentes couleurs. Chaque élève pose à la place qu'il occupe 1 jeton bleu, puis avance dans la direction du piquet de  $\ell$ . Il pose un jeton rouge à la nouvelle place, etc..... On peut observer la disposition des différents ensembles de jetons d'une même couleur, le cas de jetons occupant le même emplacement; étant donné un emplacement, où fallait-il se placer pour y arriver? que se passe-t-il si on poursuit "très longtemps" cette activité? (la transformation restreinte au disque de rayon  $\ell$  est involutive).

2) De retour en classe, on cherche à représenter l'activité précédente sur une feuille de papier. La construction par point est facile. Elle se fait à la règle et au compas ou avec une règle sur laquelle on a choisi des points de repère. Pour avoir une meilleure idée de la courbe image, il faut multiplier le nombre de points dont on construit les transformés

a) Par groupes de 2 ou 3, on construit les courbes transformées successives d'une courbe donnée  $C_0$ , ou d'un domaine  $D_0$ , en variant  $C_0$  ou  $D_0$  suivant les groupes, par exemple : 1) une droite, 2) un cercle, 3) des cercles centrés en  $O$ , dont 1 de rayon  $\ell/2$ , 4) une couronne [plusieurs cas de figures: limitées par des cercles  $(O, 3\ell)$  et  $(O, 3\ell + \xi)$ , ou  $(O, 3\ell + \xi)$ ,  $(O, 3\ell - \xi)$ , ou  $(O, 2\ell + \xi_0)$ ,  $(O, 3\ell - \xi_1)$  ]

- 5) Un domaine limité par un triangle isocèle,  $O$  appartenant à l'axe de symétrie
- 6) Un domaine limité par un triangle isocèle,  $O$  n'appartenant pas à l'axe de symétrie.
- 7) Autres figures ou domaines possédant ou non un axe de symétrie, sans que  $O$  appartienne à cet axe quand il existe.

On observe les différents travaux, on remarque s'il y a un axe de symétrie pour la figure formée par  $C_0, O$  (resp.  $D_0, O$ ), il est aussi axe de symétrie pour  $C_1, C_2$  etc... (resp.  $D_1, D_2$ , etc...).

Dans certains cas, le nombre de figures possibles est fini. Cela peut amener des remarques sur les statuts différents des régions du plan pour la transformation, sur le rôle des cercles centrés en  $O$ , de rayon  $\ell/2$  et  $\ell$ . On observera qu'une courbe continue ne se transforme pas toujours en courbe continue et qu'une courbe simple ne se transforme pas toujours en courbe simple.

- b) On recherche maintenant, étant donnée une courbe  $\phi$ , de quelle courbe  $C_1$  est-elle l'image?
- 3) On envisage en particulier le cas d'une droite passant par  $O$  du cercle de centre  $O$ , rayon  $\ell/2$ .

Au cours de la discussion, un nouvel examen des travaux précédents s'imposera. On pourra aussi s'intéresser à l'ordre des points sur la droite passant par  $O$ .

---

Matériel du commerce utilisant cette transformation

- patrons de robes

Lutterloh System  
7, rue du Mal Mirel  
76150 - Maromme

Se vend aux Galeries  
Lafayette

ANNEXE 3 - Bibliographie - Filmographie

Référence 1 : "Les carrés bicolores"

voir l'article "avec des carrés bicolores" de grand N n° 14  
(février 78).

Référence 2 : A propos des pantographes et des transformations

- Documents d'informations à usage des P.E.N.
    - . Lebesgue : leçons sur les constructions géométriques proposées  
au collège de France (1940 - 1941)
    - Gauthier - Villars
    - . L'enseignement des mathématiques. Tome II
    - Delachaux et Niestlé -
  - Documents relatant des activités sur les transformations avec utilisation d'appareils.
    - . "Activités géométriques au CM<sub>1</sub>"
      - C.R.D.P. - I.R.E.M. Nancy -
      - en vente (15 F) au C.R.D.P. de Nancy
    - . Fascicules des éditions de l'Ecole moderne française à la C E L  
de Cannes, en particulier
      - "Des machines qui transforment. Transformation I"
    - . Des films de l'I.R.E.M. de Rennes (R. Gras)
      - (utilisation des appareils de technologie éducative en 4e 3e)
- Référence 3. Films sur les transformations

Le Centre National de Documentation Pédagogique  
vous propose

5 FILMS COURTS DE GEOMETRIE  
(cycle élémentaire et 1er cycle)

en 16 mm couleur sonore

(42,50 F la minute, Tarif TTC applicable aux  
établissements et organismes publics jus-  
qu'au 30.6.1978)

Films de 5 mn (212,50 F l'un)

1664 : D'un point à la ligne... (homothétie  
symétrie point)

1667 : A propos de translations et de ro-  
tations...

1668 : "Impressions diverses" (composition  
d'isométries)

Films de 4 mn (170 F l'un)

1665 : Effet miroir, I (symétrie orthogonale)

1666 : Effet miroir, II (symétrie orthogonale)

Bon de commande à renvoyer à :

CNDP/Promotion et Ventes  
29, rue d'Ulm-75230 PARIS Cédex 05  
(Tél. : 329.21.64 postes 560-561)

M. Mme. Mlle.....Prénom.....

Adresse complète.....

.....  
.....

désire recevoir les films de mathé-  
matiques suivants (16 mm sonore)

N°1664 ☐ 1665 ☐ 1666 ☐ 1667 ☐ 1668 ☐

Réglement à réception de notre facture.

Date..... Cachet de l'éta-  
Signature blissement

Référence 4 : Théories et espaces géométriques

- Documents d'information

- . "La géométrie contemporaine" Delachet
  - Que sais-je n° 401 PUF
- . "Les géométries" L. Godeaux - A. Colin -

- Document à usage des instituteurs

- ERMEL C.E. Tome 1
- Partie objectifs (chapitre Géométrie) - O.C.D.L. -

Référence 5 : Documents utilisés en F.P.

- Rapports du 2° colloque P.E.N. I.R.E.M. (Alpe d'Huez 75)
  - . Compte rendu général (Géométrie)
  - . Groupe F : Géométrie et Travail Manuel
    - I.R.E.M. de Grenoble -
- Film de la série "ateliers de pédagogie".
  - . "autour du carré à partir du cube" E.N.F. Nice 75
  - . "Du passé muraille aux projections" E.N. Le Bourget 75
    - C.N.D.P. ex OFRATOME -



- 4c - Que faire en F.P. pour préparer les futurs instituteurs à une utilisation critique des programmes et instructions ?

Animateur : - Régine DOUADY 22, rue J. Masclé 92330 SCEAUX

THEME DE REFLEXION CHOISI : LES DECIMAUX



QUE FAIRE EN F.P. POUR PREPARER LES FUTURS INSTITUTEURS  
A UNE UTILISATION CRITIQUE DES PROGRAMMES ET INSTRUCTIONS

Animatrice : R. DOUADY

Rapporteur : J. DIDRY

On constate que très peu d'instituteurs lisent le programme officiel et que ceux qui le lisent, le perçoivent en fait comme une liste de contenus à enseigner.

Sans une formation adaptée, les commentaires ne sont d'aucune aide, les choix didactiques qui y sont faits ne sont pas compris, ni même perçus comme tels.

Pour "faire sa classe", l'instituteur se tourne alors vers un manuel, se livrant ainsi à une interprétation du programme faite par un auteur, sans avoir les moyens d'y porter une réflexion critique.

Le groupe a essayé de dégager quelques idées susceptibles d'orienter une action de formation :

- il est souhaitable de placer les enseignants en formation dans des conditions didactiques comparables à celles qu'on voudrait leur voir mettre en oeuvre avec leurs élèves.
- ces conditions ne sont évidemment pas indépendants d'un choix fait sur un modèle d'apprentissage. Implicitement tout au moins il y avait dans le groupe un consensus général pour un modèle dans lequel la notion de situation joue un rôle privilégié par le type de dialectique qu'elle est susceptible de mettre en place.
- les situations plus particulièrement intéressantes sont celles qui, se situant dans leur formulation initiale au niveau de la classe primaire, sont susceptibles d'une réflexion plus poussée au niveau de l'enseignant.
- le choix des situations visant à l'apprentissage d'une notion est fonction des réponses à la question suivante : quels problèmes la nouvelle notion va-t-elle permettre de résoudre ?

Pour tester en quelque sorte les possibilités de mise en oeuvre de ces idées, le groupe s'est alors centré sur un sujet bien précis : les décimaux.

## 1. Les décimaux, en réponse à quel problème ?

Essentiellement, un problème d'approximation, dans lequel les nombres qu'on veut approcher sont les réels.

On reconnaît le véritable utilisateur des décimaux au fait que c'est lui qui va décider du degré de l'approximation.

Ainsi, si dans ses calculs, le physicien se réfère aux réels, il ne peut, dans la réalité, les manipuler qu'avec une certaine approximation qu'il fixe en fonction de certaines conditions matérielles (précision des instruments de mesure, contraintes technologiques, etc...) A priori, tout sous ensemble de deux dont les éléments sont commodes à désigner, permet de répondre au problème posé. Si on retient les décimaux, c'est pour des raisons de commodité de calcul qui proviennent du choix décimal fait dans notre numération sur les entiers.

Ce qui précède montre qu'il est important, au niveau de l'apprentissage, que les situations retenues permettent le choix de la précision, la décision venant de celui qui fait le calcul (ce qui n'est pas le cas, par exemple, pour les situations d'argent où le centime devient une unité permettant de régler tous les problèmes dans les entiers).

## 2. Situations d'apprentissage des décimaux

On trouvera dans le rapport de l'an dernier un résumé des travaux de l'IREM de Bordeaux à ce sujet.

Rappelons que dans cette recherche les décimaux sont construits en réponse à un problème d'approximation dans  $\mathbb{Q}^+$  (le jeu de l'explorateur amène les enfants à localiser un rationnel dans des intervalles de plus en plus petits).

Le point de vue développé à l'IREM de Paris Sud est un peu différent : il se fonde sur la constatation que les notions topologiques sont bien perçues par les enfants et que, sans doute, seule la difficulté qu'il y a à les formuler rigoureusement les a éloignées de l'enseignement au profit des notions algébriques.

Pour introduire un nouvel ensemble de nombres, notons qu'il y a en fait deux démarches possibles : l'extension algébrique ( $\mathbb{Q}$  à partir de  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}$  à partir des suites de Cauchy) ou la démarche axiomatique ( $\mathbb{R}$  corps totalement ordonné, archimédien, vérifiant l'axiome des segments emboîtés).

D'un point de vue didactique il est clair que la démarche axiomatique ne se justifie que si l'acte de foi qui lui est associé (problème d'existence) est minimisé.

Or, on constate précisément chez les enfants que le théorème des valeurs intermédiaires (qui n'est qu'une autre formulation de l'axiome des intervalles emboîtés) fait partie de leurs intuitions topologiques (voir la situation  $x + y = a$ , ou la situation de coloriage attachée à  $x y = a$ ). C'est donc pour répondre à un problème d'approche d'un nombre algébrique (recherche d'un  $x$  tel que  $x^2 = a$  avec  $a$  entier) dont ils ne mettent pas en doute l'existence que les enfants sont conduits suivant les valeurs de  $a$ , soit à trouver un  $x$  entier solution, soit d'abord à utiliser des fractions décimales, puis à leur trouver une écriture facilitant encore plus les calculs (écriture à virgule).

On trouvera dans l'annexe 1 une description des différentes situations amenant les enfants à la construction de quelques rationnels, à la mise en place de structures algébriques et ordonnées sur ce nouvel ensemble de nombres, puis à la résolution du problème décrit ci-dessus ; le tout étant finalement fondé sur l'idée d'un enrichissement spiralaire du champ des nombres et de leur structure.

A côté des situations plus propices à la construction de notions nouvelles et sans que la frontière soit toujours très nettement définie entre les deux (à force d'utiliser des objets, on renforce aussi leur connaissance), il y a toute la collection des situations d'utilisation et il convient de ne pas les négliger.

Signalons enfin un domaine susceptible de fournir des pistes de travail intéressantes, celui de la statistique (voir annexe 2 pour quelques idées de travail statistique sur le corps humain).

Au regard de toutes ces situations, on dégage les contenus mathématiques suivants qui entrent en jeu :

- . désignation - substitution
- . variable-fonction, concept de dépendance, représentation graphique sur quadrillage repéré, fonctions variées : linéaire, affine, affine par morceaux, polynomiale,
- . homothéties

- . nombres entiers, multiples, division euclidienne, numération
- . mesure de grandeurs physiques (longueurs, masses, durée, capacité, aires). Approximation
- . quelques rationnels, quelques réels,  $\mathbb{D}$  (avec leur structure algébrique et ordonnée).

Il paraît important de proposer de la même manière des situations permettant de préparer ces notions, de construire ces outils, d'en développer une certaine maîtrise.

Annexe 1

I Mesure des longueurs, approche de la notion de fraction

Addition de lon-  
gueurs

Addition répétée

Multiplication

d'une longueur

par un nombre entier

- A partir d'un stock d'étiquettes auto-collantes, de même longueur  $u$ , on fabrique par juxtaposition d'étiquettes des bandes de longueur prévue.
- Chaque enfant compte le nombre d'étiquettes qu'il a au départ et doit justifier sa consommation.
- Construction, par juxtaposition, de nouvelles bandes à partir de bandes déjà construites.
- Ecritures diverses des longueurs des bandes obtenues.
- Fabrication d'une échelle pour mesurer des objets assez longs.

Mesure des longueurs

Les entiers sont  
insuffisants, intro-  
duction de fractions  
de  $u$

- Chaque enfant dessine un segment.
- Puis tous reçoivent une bande de papier de même longueur  $u$  (5 cm environ).
- Consigne : rédiger un message téléphonique pour que le récepteur reproduise un segment de même longueur.
- Discussion collective sur les difficultés rencontrées dans la rédaction du message selon le segment dessiné ; comparaison des différents messages.

Il est très important que les enfants prennent conscience que les nombres opèrent sur les longueurs. Les activités de prévision, de construction puis de vérification des prévisions ont pour but de permettre une prise de conscience justifiée et explicitée du fait que les nombres opèrent sur les longueurs et de la façon dont ils opèrent. Dans un premier temps, il s'agit de nombres entiers. Pour des valeurs numériques de  $p$ ,  $q$  on attend des écritures de la forme

$$p u + q u = (p + q) u$$

$$p (q u) = (p q) u$$

Plus tard interviendront des nombres fractionnaires.

Les enfants sont amenés, dans cette activité, à affiner leur unité  $u$  pour rendre compte le mieux possible de leur segment. On attend de la nécessité de rédiger un message que les enfants se rendent compte que certaines longueurs, une unité de longueur étant choisie, sont caractérisées par des nombres connus, d'autres non.



Quelques nouveaux  
nombres :  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots$   
 $\frac{1}{3}, \frac{1}{6} \dots$

Quelques relations  
numériques entre eux.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

équivalence de

$$a + x = b \text{ et}$$

$$x = b - a$$

Écritures diverses des longueurs des segments dessinés  
Mesure des longueurs en fonction de u. Vérification  
à l'aide d'une échelle graduée en u et subdivisée.

- Distance de 2 points d'un axe gradué, proches ou  
éloignés. Difficultés rencontrées.

- Distance d'un point de l'axe à l'origine de la  
graduation. (Eventuellement, orientation de l'axe)  
Abscisse d'un point (sans le vocabulaire)

- Distance de 2 points de l'axe dont on connaît les  
abscisses : écritures diverses de cette distance.

Recherche éventuelle de la partie entière.

Cependant elles d'intercalent entre des longueurs  
du premier type. Les enfants sont ainsi amenés à  
partager l'unité de diverses manières suivant les  
besoins, à décrire les partages et pour cela à  
trouver une façon de désigner les "nouvelles  
unités" :  $\frac{1}{2} u, \frac{1}{4} u \dots \frac{1}{3} u, \frac{1}{6} u \dots$  et par suite  
à créer de nouveaux nombres, ceux caractérisant les  
nouvelles unités en fonction de l'ancienne unité u,  
ainsi que les nouvelles longueurs mesurables en u.  
Ils sont amenés à distinguer les unités qu'ils  
peuvent effectivement obtenir compte tenu des dif-  
ficultés de pliage, des unités qu'ils pourraient  
obtenir. Ils améliorent leur stock en affinant la  
graduation d'une échelle en u après avoir choisi  
astucieusement la longueur en cm : 3 cm s'ils  
veulent partager en 3, 5 cm s'ils veulent partager  
en 5. En 2 ou 4, ils peuvent toujours. Mais ils  
s'aperçoivent à l'usage qu'une échelle graduée en  
 $\frac{1}{3}$  ne permet pas de lire facilement les  $\frac{1}{5}$ .  
On attend des calculs de distance que les enfants  
se dégagent des longueurs et ne retiennent que  
les nombres tout en leur laissant la possibilité de  
se reporter à la situation géométrique qui donne  
sa signification au calcul.  
On constate d'ailleurs un dégagement progressif  
de longueurs qui se manifeste par des écritures  
transitoires où interviennent des nombres entiers,  
quelquefois des  $\frac{1}{2}$ , et des fractions de telles que

Différentes écritures  
d'une même fraction

$\frac{3}{4} u$  ou  $\frac{1}{4} u + \frac{1}{8} u$ . Au fur et à mesure de leur familiarisation avec les nouvelles fractions, ils ont de moins en moins recours au dessin ; ils calculent sur des nombres et écrivent des relations entre nombres.

## II Relations temps - distance - vitesse

Plus vite,  
moins de temps

Echelle

- Course sur un parcours fixé (100 m par ex.)  
1) Consigne : courir le plus vite possible.  
On note le temps de chaque coureur tous les 20 m
  - Interprétation des informations recueillies
  - Représentation du parcours sur une feuille blanche.
- Discussion sur les informations à retenir dans cette représentation.

L'observation des listes de temps notés suscite des tas de questions, des tas de remarques qualitatives, certaines peuvent être précisées de façon quantitative :

ex : Pierre a couru plus vite sur le 2ème tronçon que sur le 1er. Il a mis tant de secondes de moins.

D'autres non : ex problème de dépassement  
Si on compare 2 courses.

On espère que les enfants feront une représentation du parcours à l'échelle même si celle-ci n'est pas formulée.

Représentation  
cartésienne des  
couples (temps,  
distance)

Proportionnalité,  
recherche d'un  
invariant

Fonction linéaire  
 $x \longmapsto y = a x$

Pente d'une droite

Représentations de la course  
Interprétation de ces représentations.  
Adéquation avec la situation.

Représentation cartésienne des couples (temps,  
distance) en reliant par des traits les points  
obtenus expérimentalement.

Etude de la régularité de la course.

Représentation sur un même graphique de plusieurs  
courses ; interprétation des points d'intersection  
des traits.

2) Consigne : courir régulièrement.

Après la course,

- Comment savoir si on a couru régulièrement

- Peut-on savoir le temps que met un coureur "régulier"  
pour parcourir 10 m, 5 m, 25 m, 50 m, ... x  
mètres.

Représentation graphique d'une course régulière.

Exploitation des tableaux de correspondance temps-  
distance fournis par l'expérience, en relation avec  
une lecture graphique.

Conscients du risque de confusion entre les  
2 types de représentation :

tracé du parcours à l'échelle

représentation graphique de la course

on a eu le souci de distinguer les 2 activités  
en proposant d'abord la reproduction du parcours,  
ce qui ne faisait intervenir que des distances  
et en s'intéressant ensuite aux 2 variables  
durée - distance et aux relations entre elles  
au cours de la course.

Mise en évidence de la correspondance

moment - position

durée - distance

Représentation cartésienne

Dans un premier temps, les traits reliant 2 points  
n'ont d'autre but que de visualiser les résultats  
numériques recueillis (comme dans diverses situa-  
tions du type : prix de n tours de manèges à 3 F,  
4 F, ... le tour).

On attend une interprétation du changement de pente  
des traits en terme de "plus vite, moins vite".

On attend des intersections de traits, que ceux-ci  
deviennent progressivement des ensembles de points  
représentatifs de moments de la course.

Fonction linéaire

$t \longrightarrow v \times t$

relation entre a et v

- A partir des résultats expérimentaux, recherche de la distance parcourue en un temps donné.

- Recherche des fonctions représentant la course (si ce n'est déjà fait).

3) Course de relais par équipe de 5 (sur le même parcours de 100 m)

- recueil des informations numériques fournies par la course

- chaque enfant représente graphiquement sa course sur un quadrillage

- représentation graphique de la course de l'équipe

Echelle

A la fin de l'étude de la course précédente, les enfants ont donné un sens au mot "régulier". On attend là que les enfants forment le projet de mettre le même temps pour parcourir tous les tronçons de 20 m

On ne peut répondre à ces questions que par le calcul en se servant des résultats expérimentaux. Il s'agit ici d'élaborer une méthode de calcul qui rende compte de la situation physique.

A partir de l'information 20 m 8 s

on attend 10 m 4 s

5 m 2 s

2 m 50 1s

que se passe-t-il si l'information est 20 m 7 s

On attend de la familiarité avec les inconnues et les variables, que les enfants nomment la distance parcourue en 1 s par exemple d et écrivent

$7 \times d = 20$  et recherchent ainsi d.

On attend une formulation de la réciprocity multiplication - division.

On attend que les enfants réfléchissent sur la notion d'échelle et ressentent la nécessité d'une même échelle pour les différents membres d'une même équipe s'ils veulent pouvoir interpréter correctement le graphique.

Vitesse moyenne

par collage des représentations de chacun : recherche des conditions d'un "bon recollement".

- quelle aurait été la course d'un coureur régulier démarrant en même temps que le 1er coureur et terminant sa course en même temps que le dernier

Nouvelle occasion d'exprimer un mouvement à vitesse constante par rapport à un mouvement à vitesse variable.

### III Division euclidienne, fonction linéaire, fonction affine

#### Travail en équipe

##### I Manèges sommaires installés dans le préau

Fonctions  $y = a x$   
avec  $a$  et  $x$  entiers

Etant donné  $n$  et  $a$   
entiers, trouver  
 $x$  et  $r$  tels que  
 $n = (a \times x) + r$

Notion de multiples,  
quotient, reste

Pratique du calcul

Fonction linéaire

Introduction de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

$$2 \times \frac{1}{2} = 1$$

1) un tour de manège coûte 2 F, 3 F, 5 F (prix différent par manège). Pour chaque manège un caissier, un contrôleur, des joueurs. Chaque candidat au manège dispose d'une somme d'argent donnée par un caissier principal. Il va acheter des tickets chez le caissier du manège, lequel doit rendre des comptes au caissier principal qui lui a fourni les tickets. Chaque joueur doit aussi rendre des comptes au caissier principal. Les comptes sont rendus par écrit, l'argent éventuellement restant dans une enveloppe. Le caissier principal doit aussi tenir ses comptes et retrouver à la fin tous ses tickets et tout son argent.

2) tours imaginés, coûts de ces tours selon le manège

que peut-on faire avec 10 F, 15 F, 25 F, ...

- si on monte dans plusieurs manèges

- si on monte sur un seul manège

3) Pour 5 tours, 1 tour gratuit

4) Autre manège : 2 tours pour 1 F (combien coûtent 3 tours, 4 tours, ...)

Il nous a paru important dans cette situation que les enfants manipulent du vrai argent pour qu'ils éprouvent le besoin de tenir convenablement leurs comptes d'une part, et pour donner une certaine réalité à la situation d'autre part car certains enfants n'avaient jamais manipulé d'argent ; l'un d'entre eux n'était jamais monté sur un manège.

On attend que les enfants manipulent de plus grands nombres et formalisent la situation.

Fonction affine

$$y = ax - b$$

$$f(0) = -b$$

Fonctions linéaires,  
affines, en palier.

Représentation gra-  
phique pente d'une  
droite  
valeur approchée

5) Le forain fait payer une location pour son manège

Recherche des gains du forain.  
gains négatifs

II 1) Factures de téléphone

- avec ou sans abonndement

2) coût d'un taxi

- avec ou sans prise en charge  
- forfait pour 20 km

Comparaison des coûts de taxis, par ex :

3 F pour 1 km    4,50 F prise en charge  
3,50 F pour 1 km    pas de prise en charge  
50 F pour 20 km : toute tranche entamée est dûe  
55 F pour 20 km, 3 F par km supplémentaire  
en fonction de la distance parcourue.

Pour une distance donnée quel est le taxi le moins  
cher

3) location à l'heure : toute heure entamée est  
dûe.

Vélo, bateau, parking...

Représentation graphique  
contrôle des calculs.

On attend de toutes ces situations que les en-  
fants se familiarisent avec les notions de varia-  
ble, fonction, qu'ils prennent conscience de ma-  
nière justifiée et explicitée des différences  
entre différents types de fonctions. On attend  
une utilisation à bon escient des propriétés de  
la linéarité  $f(a + b) = f(a) + f(b)$

$$f(na) = n f(a)$$

$$f(0) = 0$$

On attend des résolutions graphiques quand le  
calcul se révèle trop difficile ; puis des con-  
trôles par calcul, ce qui obligera à réfléchir  
sur la précision de la lecture graphique, à s'in-  
terroger sur ce qu'est un résultat approché.

### III 1) Recettes de cuisine

- Pour une galette simple
  - sucre, farine, beurre en grammes
  - $\frac{1}{4}$  litre d'eau
  - $\frac{1}{4}$  oeuf pour dorer 1, 2 ou 3 galettes
  - 1 bâton de vanille pour 10 galettes
- galette fourrée : frangipane avec  $\frac{1}{10}$  litre de rhum par galette
- crêpes....

Ingrédients nécessaires pour 2, 3, 5, 10, 23...  
1491, ... x galettes.

#### 2) Consommation d'essence

10 litres pour 100 km

#### Test sur les taxis

On donne le prix payé pour 3 km et 5 km de trois taxis différents.

Trouver le coût de 6 km, 10 km, 15 km, 28 km...  
et d'autres au choix des enfants.

Correction sous forme de discussion collective

- information nécessaire et information superflue

Proportionnalité  
à coefficient entier  
ou fractionnaire

Recherche du quotient  
entier par excès

- fonction linéaire
- fonction en paliers

Une fonction linéaire  
dépend d'un paramètre,  
une fonction affine  
de 2 paramètres.

On attend des groupements par 3 et par 10 puis de la recherche de parties entières pour l'eau et le rhum que les enfants prennent conscience de l'économie de calcul quand on groupe par 10 ou qu'on divise par 10.

Pour formuler la quantité d'eau nécessaire pour n galettes, on a envie d'écrire  $n \times \frac{1}{4}$  pour calculer cette quantité, on divise n par  $\frac{4}{4}$ . De même pour le rhum.

$$\text{D'où } n \times \frac{1}{4} = n : 4$$

$$n \times \frac{1}{10} = n : 10$$

On a choisi 2 taxis sans prise en charge et 1 avec prise en charge.

Il se peut que les enfants appliquent le modèle linéaire aux 3 taxis. On attend un regard critique sur les incohérences numériques auxquelles on arrive alors.

On espère que les enfants chercheront les équations caractérisant le coût du taxi en fonction de la distance parcourue.



#### IV Activité algébrique

Chaque enfant dispose d'une feuille quadrillée

Consigne : - graduer le quadrillage  $Q$

- choisir un point sur  $Q$ . Soit  $a$  ce point

- réunir  $O$  et  $A$  par un trait

- écrire un message pour que le récepteur

trouve des points alignés avec  $O$  et  $A$ .

On attend de la discussion que se dégage l'idée qu'un seul couple suffit à caractériser une fonction linéaire, alors que 2 sont nécessaires pour une fonction affine.

Bien qu'il y ait un support géométrique l'activité est surtout algébrique. La donnée des coordonnées de  $A$  suffit à trouver tous les points alignés avec  $O$  et  $A$ . En fait, les enfants ont le souci de trouver l'équation de la droite.

"Comme ça il pourra trouver tous les points"

Ce qui posera des problèmes dans les cas où le coefficient est fractionnaire.

#### IV Construction de quadrillages

Approche de plan, représentation de  $R^2$

##### I Construction libre

###### 1) Travail individuel

- Dessiner un quadrillage sur une feuille blanche.

Au cours d'une séance collective, compte rendu de quelques manières de faire, description des difficultés rencontrées.

2) Envoyer un message pour que le récepteur reproduise le même quadrillage. Possibilité, pour ceux qui le veulent, d'utiliser le double décimètre.

Compte-rendu collectif et comparaison des messages.

Recherche de ceux qu'on peut transmettre par téléphone.

3) Dessiner un quadrillage qu'on puisse décrire par téléphone. Envoyer un message téléphonique pour que le récepteur reproduise le même quadrillage.

Au moment où on propose cette activité les enfants ont eu de nombreuses occasions de manipuler un quadrillage à maille carré.

On peut s'attendre à ce qu'ils dessinent un quadrillage de ce type. Cependant, la maladresse à se servir d'une règle, la difficulté matérielle à tracer des parallèles équidistantes ou le manque de conscience de ces 2 caractères : parallélisme - équidistance a abouti à des quadrillages à maille trapézoïdale ou rectangle chez certains enfants. D'autres, pour qui un quadrillage était un pavage de la feuille, ont découpé un patron et l'ont reporté.

On attend de ces activités

- une amélioration de l'adresse manuelle
- l'idée que le carré n'est pas la seule forme à paver la feuille.

On attend de la rédaction du message que les enfants prennent conscience de la quantité d'informations nécessaires à la construction d'un quadrillage, de la réduction à la connaissance de la

Le quadrillage :  
représentation  
géométrique de

$\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  ou  
 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

Equivalence de  
 $a + x = b$  et  
 $x = b - a$

Affinité,  
homothétie

4) Calcul de la distance de 2 points sur une même ligne d'un quadrillage à maille rectangulaire ou carrée. C'est-à-dire, reprise dans les 2 directions : verticale et horizontale, du travail fait sur un axe. (Pour le moment, on ne s'intéresse pas à la distance de 2 points quelconques du plan).

Distance de 2 points qui sortent des limites de la feuille quadrillée.

5) Faire un dessin sur son quadrillage et envoyer un message téléphonique pour que le récepteur reproduise le même dessin.

maille et de son mode d'emploi dans le cas d'un quadrillage régulier, de la réduction à des données numériques dans certains cas :

2 pour une maille rectangulaire (non carrée)  
1 pour une maille carrée

après avoir choisi une unité de longueur.

Dans le cas régulier, élaboration d'une technique commode de construction du quadrillage.

Si les points sont proches, les enfants comptent les carreaux ; s'ils sont loin de l'autre, ils auront avantage à graduer le quadrillage avec des nombres. Il est commode de graduer avec un 0 pour que les coordonnées d'un point désignent les distances aux axes (ceci dans le cas où un seul quadrant est gradué ; si le quadrillage est repéré par  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , on peut envisager l'étude des valeurs absolues des coordonnées, des mesures algébriques).

Peut-être l'émetteur se souciera-t-il du quadrillage de son récepteur.

On attend, de la comparaison du dessin reproduit au dessin original des remarques qualitatives au moins sur les relations entre la taille du dessin, sa forme d'une part, le type de quadrillage et le choix de l'unité (ou des unités) ayant servi à sa

Affinement du  
quadrillage

Désignations

$\frac{1}{2} u$  ,  $\frac{1}{4} u$  ,  $\frac{1}{8} u$  , ...

## II Construction à partir d'une unité de longueur u donnée.

1) Tous les enfants reçoivent une bande de papier de même longueur u (8 cm environ).

Travail par équipe de 3 ou 4.

Consigne : Chacun construit un quadrillage, en se servant de u (quadrillages différents au sein d'une même équipe), puis envoie un message téléphonique pour que l'équipe réceptrice reproduise les mêmes quadrillages.

- Compte rendu collectif : chaque équipe délègue un rapporteur.

- Comparaison des reproductions aux originaux.

- Comparaison des messages

recherche du meilleur message : court et complet.

Justification du choix.

2) M. dessine sur papier calque une collection de quadrillages :

unité 1 u                      en noir

construction d'autre part.

On envisagera plus tard des activités au cours desquelles ces remarques qualitatives se préciseront de manière quantitative.

Le choix d'une unité assez grande est fait pour que les enfants aient plutôt envie de la partager s'ils veulent avoir beaucoup de points. En leur demandant des quadrillages différents, on espère obtenir plusieurs subdivisions de l'unité. En exigeant la constitution d'un message téléphonique on espère obtenir des subdivisions régulières, les seules faciles à décrire.

Validation

On attend de cette activité qu'elle valide le message précédent si ce n'est déjà fait.

Le choix du papier calque est fait pour favoriser

|                 |          |
|-----------------|----------|
| $\frac{1}{2} u$ | en rouge |
| $\frac{1}{4} u$ | en vert  |
| $\frac{1}{8} u$ | en bleu  |

Une feuille différente par quadrillage.

Chaque enfant essaie de reconnaître son quadrillage parmi ceux-là.

Certains n'y parviennent pas.

3) Reprise de l'activité I 4) sur chacun des quadrillages

- a)-distance de 2 points sur une même ligne de  $Q_u$   
- graduation de  $Q_u$  avec des nombres entiers.
- b) un point origine O étant choisi sur  $Q \frac{1}{2} u$ , trouver des points de ce quadrillage à la distance  $\frac{1}{2} u$  de O, puis à la distance 1 u d'un point trouvé... puis à la distance n u de O ou d'un point déjà marqué, pour n petit ou grand.

- vérification par comparaison à  $Q_u$
- distance de 2 points de  $Q \frac{1}{2} u$  sur une même ligne, diverses écritures.
- graduation du quadrillage en  $\frac{1}{2} u$

Désignations  $\frac{1}{3} u, \frac{1}{5} u$

$Q_u$  support de  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  ou  
 $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

- Addition de fractions de u
- Addition répétée
- Multiplication par un entier

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{N} \cdot \frac{1}{2}$$

Extension de

avec - addition  
- multiplication  
par un entier  
- ordre

Solutions de  $a + x = b$   
pour a, b, x entiers  
ou multiples de  $\frac{1}{2}$

l'écriture de relations numériques entre

$$1 u, \frac{1}{2} u, \frac{1}{4} u, \dots \frac{1}{3} u, \frac{1}{5} u \dots$$

Pour en parler, les enfants auront besoin de nommer les quadrillages, sans doute par la couleur.

Pour la commodité, nommons les par l'unité :

$$Q_u, Q \frac{1}{2} u, \dots$$

On attend non seulement une reconnaissance (ou une non reconnaissance) affirmée mais aussi justifiée.

Les enfants ont déjà éprouvé le besoin de graduer numériquement un quadrillage pour calculer la distance de 2 points. On attend qu'ils le fassent une fois de plus.

On ne repose pas la question 3 a) pour  $Q \frac{1}{2} u$ , pour éviter que les enfants ne donnent un nom à la nouvelle unité et graduent en entiers ce quadrillage. On espère au contraire que les questions posées les inciteront à graduer le quadrillage en  $\frac{1}{2} u$ .

La superposition de  $Q \frac{1}{2} u$  à  $Q_u$ , possible grâce au papier calque, doit faciliter le contrôle des calculs et écritures diverses telles que

$$\frac{1}{2} u + \frac{1}{2} u = 1 u$$

$$2 \times \frac{1}{2} u = \frac{2}{2} u = 1 u$$

$$\frac{1}{2} u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{2} u + \frac{1}{2} u = 4 \times \frac{1}{2} u = \frac{4}{2} u = 2 u$$

division de  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \dots$

par 2, 4, ...

$N \subset N \frac{1}{2} \subset N \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} \subset N \frac{1}{8} \dots$

extensions successives

avec - addition

- multiplication

par un entier

- ordre

recherche de partie

entière

Calculs,

comparaison,

comptabilité

de l'ordre et

de l'addition

c) Pour les autres quadrillages,  $Q \frac{1}{4} u, Q \frac{1}{8} u$ , reprise des activités 3 b)

- diverses écritures d'une même distance,

- choix de points hors des limites de la feuille quadrillée.

- graduation des divers quadrillages

plusieurs écritures des nombres qui repèrent certains

points. Exemple :  $\frac{2}{4}$  ou  $\frac{1}{2}$

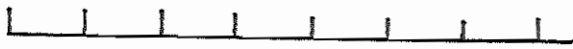
$\frac{4}{4}$  ou  $\frac{2}{2}$  ou 1...

$\frac{3}{4}$  ou  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ...

Contrôle des calculs, vraisemblance d'un résultat en le comparant à d'autres déjà vérifiés.

On s'attend à ce que les enfants fassent intervenir l'aire des carreaux. Par exemple, en comparant  $Q \frac{1}{2} u$  à  $Q u$  : 4 petits carreaux pour 1 grand. On choisit dans cette étape de ne pas développer les remarques éventuelles des enfants à ce sujet, pour les reprendre plus tard, et de limiter l'étude, pour l'instant, à celle des longueurs.

On peut se servir de la couleur qui a servi au dessin du quadrillage pour mettre en relief certaines relations numériques

|          |                                                                                     |               |               |               |               |               |               |               |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| exemple  |  |               |               |               |               |               |               |               |
| en vert  | 0                                                                                   | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{6}{4}$ | $\frac{7}{4}$ |
| en rouge | 0                                                                                   |               | $\frac{1}{2}$ |               | $\frac{2}{2}$ |               | $\frac{3}{2}$ |               |
| en noir  | 0                                                                                   |               |               |               | 1             |               |               |               |

On attend de la multiplicité des écritures, des subdivisions successives de u, de la recherche de distance entre points hors des limites de la feuille que les enfants, pour leurs calculs, se détachent des longueurs et calculent sur des nombres. En effet, les enfants ont eu l'occasion de s'apercevoir qu'une unité de longueur étant choisie pour référence, on décrivait une longueur l par le "nombre de fois u" qu'il y avait dans l, ce nombre pouvait

être "entier, fractionnaire ou la somme d'un entier et d'une fraction". Cependant, les enfants ont toujours la possibilité de se reporter - effectivement ou par la pensée - à la situation géométrique qui donne sa signification au calcul.

## V Classement de rectangles

Ordonner un ensemble  
non ordonné de façon  
naturelle

Transport d'ordre

Divers ordres possibles

Calculs sur les lon-  
gueurs

1) Travail par équipes 4 ou 5.

Au sein de l'équipe, chacun découpe 4 à 5 rectangles  
de son choix dans une feuille de couleur unie. D'où  
un stock d'une vingtaine de rectangles par équipe.

- classer les rectangles
- écrire le classement

(on peut utiliser le double décimètre)

2) Compte rendu collectif

Chaque équipe délègue un rapporteur :

Enoncé des difficultés rencontrées

des critères de classement retenus en disant  
si possible pourquoi.

3) Remarques, propositions d'enfants

Prendre conscience de l'existence des 2 variables

- les dimensions  $a$ ,  $b$  d'un rectangle - de la  
possibilité d'ordonner les rectangles en ordonnant  
les couples  $(a, b)$  - de la difficulté à mettre  
un ordre si on veut tenir compte des 2 dimensions -  
de la possibilité de ramener l'étude de 2 variables  
à l'étude d'une variable au prix d'une perte d'in-  
formation

- les critères qu'on peut attendre :

(+) retenir 1 mesure sur les 2 et ordonner les rec-  
tangles selon la mesure retenue

(+) ne choisir que des carrés et ordonner selon le  
côté

(+) calculer la somme  $a + b$  et ordonner selon la  
somme

(+) calculer le périmètre et ordonner selon le péri-  
mètre

(+) petits, moyens, grands.



### Chronique commentée

Ordre partiel,  
chaînes totale-  
ment ordonnées.

- des enfants nomment les longueurs des côtés, les mesurent en cm et mm et écrivent beaucoup de relations telles que  $(2 \times I) + P = B$

$$M \dots (2 \times P) = 0 \dots$$

Dans cette phase, les enfants travaillent sur les entiers et n'ont pas idée d'en sortir.

- une enfant essaie de mettre un ordre total sur l'ensemble des couples  $(a, b)$  de longueurs en posant

$$(a, b) < (a', b') \text{ si } a < a' \text{ et } b < b'$$

Elle n'y arrive pas. Elle commence à faire une partition en sous ensembles totalement ordonnés. La classe, en séance collective, l'aide à terminer cette partition.

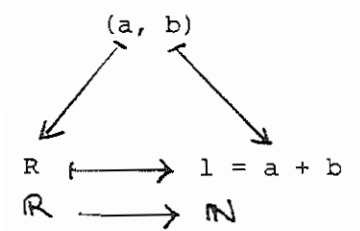
Plus que la référence à un seul côté ou au périmètre (la seule mesure qu'ils savaient calculer et qui faisait intervenir les 2 côtés), ce critère semble répondre aux attentes des enfants. Il sera abandonné à regret parce que trop difficile à manipuler.

- un enfant superpose 2 rectangles qui ne s'emboîtent pas et veut "découper ce qui dépasse d'un côté et reboucher le trou de l'autre" et voit "le plus grand" de cette façon.

Le besoin de mesurer des aires était de plus en plus pressant.

Nous décidons de consacrer encore 2 séances aux questions de périmètre puis 1 séance à des questions numériques en relation avec le périmètre avant d'aborder les aires.

Notons  $\mathcal{R}$  un ensemble de rectangles



Partition de  $\mathcal{R}$  en sous ensembles formés de rectangles ayant même  $l$ .  
 Ordre sur les classes provenant de l'ordre sur  $\mathbb{N}$ .

L'application numérique  $x \mapsto 2 \times x$  est croissante

Etude d'une classe calcul sur les nombres

Extension de  $\mathbb{N}$  vers  $\mathbb{Z}$  et les fractions avec ordre et addition

4) - Chaque équipe classe et ordonne selon  $l = a + b$  un stock de rectangles composé des siens et de ceux d'une équipe voisine. Ce travail se fait d'après les listes de mesures.

Les résultats existent en 2 exemplaires, confrontation des résultats.

- Pour chaque rectangle, calcul du périmètre (classement et ordre selon le périmètre).
- Comparaison avec les résultats précédents

5) Recherche de rectangles à périmètre donné  $P = 16\text{cm}$

6) Recherche de couples  $(a, b)$  tels que  $a + b = 8$   
 Représentation graphique  
 On relie les points marqués par un trait.

Bien que les enfants aient déjà calculé avec des nombres fractionnaires, peu d'enfants choisissent des valeurs non entières de  $a$  et  $b$ , du moins pour les premiers rectangles découpés.

Cependant, les échanges de listes de mesures sont l'occasion d'en faire apparaître dans des équipes qui ne les avaient pas encore envisagés.

En associant à chaque rectangle, un nombre on peut obtenir des informations sur  $\mathcal{R}$  à partir d'une étude de nombres, et utiliser ce qu'on sait sur les nombres. La correspondance  $R \mapsto l(R)$  n'est pas injective. On constituera des classes, elle deviendra injective sur les classes.

On attend que les enfants réduisent la recherche des rectangles à celle des couples  $(a, b)$  tels que  $a + b = 8$ , avec éventuellement une justification. On a choisi un nombre assez petit - 8 - pour que les solutions entières étant vite épuisées les enfants aient envie de chercher des solutions non entières. On espère étendre le domaine des nombres maîtrisés par l'enfant en même temps que l'addition et l'ordre sur ces nombres (extension vers les fractions et vers les négatifs).

équivalence

$$a + b = 8 \text{ et}$$

$$b = 8 - a$$

$a \longmapsto b$  est une  
fonction décroissante

Pente d'une droite  
parallèles

$$a + b = k$$



$$b = k - a$$



$$a = k - b$$

- a étant choisi, peut-on trouver b tel que  $a + b = 8$

- interprétation du graphique  
quand a augmente, que devient b

- justification si possible de l'alignement des points  
en référence aux rectangles.

#### 7) Travail par équipes de 4 ou 5

Recherche des couples (a, b) tels que  $a + b = k$

A chaque équipe est attribuée une valeur différente  
de k (petits nombres, par exemple 2, ou fraction  
simple)

Représentation graphique : 1 par équipe

- récapitulation collective sur une grande feuille  
quadrillée de toutes les représentations  $a + b = k$

On attend de la représentation graphique qu'elle  
souligne l'aspect fonctionnel de la relation  $a + b = 8$   
ce qui incitera les enfants à donner à l'une des  
variables "a" par exemple beaucoup de valeurs en-  
tières ou fractionnaires pas nécessairement fa-  
ciles à réaliser concrètement, comme  $\frac{2}{9}$  ou  $\frac{11}{13}$   
 $a < 8$  ou  $a > 8$  et chercher b. Le rôle symétrique  
des 2 variables donnera l'idée de donner à "a" des  
valeurs négatives.

- à l'observation, on constate que les valeurs  
négatives choisies sont entières, comme si la  
conjugaison de 2 difficultés était insupportable.

- on constate aussi que les enfants ne sont pas  
gênés par des couples tels que (11, - 3). Il ne  
représente pas un rectangle mais il répond à la  
règle  $a + b = 8$  et il lui correspond un point sur  
le quadrillage, et "la ligne ne s'arrête pas".

A ceux qui avaient encore des réticences à l'égard  
des fractions, on a donné  $k = 2$  ou k fractionnaire.  
Les droites représentatives des fonctions  $a + b = k$   
sont parallèles.

## VI Aire d'un rectangle

### A. Sur papier quadrillé

1. Dessiner des rectangles et les comparer en reprenant l'idée "petits, moyens, grands".
2. Pour chaque rectangle, recherche de l'aire en prenant le carreau du quadrillage pour unité d'aire.
3. Travail par équipe :  
Dans chaque équipe chacun découpe 4 ou 5 rectangles dans du papier quadrillé, en colle 2 pour faire un nouveau rectangle.
  - conditions sur les rectangles pour qu'on puisse réaliser un nouveau rectangle
  - Si les conditions ne sont pas réalisées, compléter la forme obtenue pour obtenir un rectangle. Dimensions et aire du ou des compléments.

B. 1. On reprend les quadrillages  $Q_u$ ,  $Q_{\frac{1}{2}u}$ ,  $Q_{\frac{1}{4}u}$ .  
Chaque enfant dispose de tels quadrillages.

- Dessiner un rectangle sur  $Q_u$ , envoyer un message à un camarade pour qu'il dessine un rectangle de même aire, l'unité d'aire étant celle de la maille de  $Q_u$ .

Pour comparer, les enfants sont amenés à compter le nombre de carreaux à l'intérieur de chaque rectangle et à comparer ces nombres.

Méthode économique pour calculer ce nombre, s'il y a un nombre entier de carreaux sur chaque bord du rectangle  $a$  bandes,  $b$  carreaux par bandes, le nombre est  $a \times b$ .

Le schéma de travail va suivre à peu près celui des longueurs.

A partir d'aires connues, on construit de nouvelles aires qu'on évalue en fonction des anciennes ou directement.

On attend une familiarisation avec le calcul des aires, une pratique de l'additivité des aires.

Lors de la construction des quadrillages, beaucoup d'enfants avaient remarqué qu'il y avait  $2 \frac{1}{2}u$  pour  $1u$  mais 4 petits carreaux pour un grand et  $\frac{1}{2}$  que 1 petit carreau c'était  $\frac{1}{4}$  du grand.

Extension de la multiplication à des fractions.

Pour  $a = n + \frac{p}{q}$

$b = n' + \frac{p'}{q'}$

$a \times b = ?$

- Dessiner un rectangle sur  $Q \frac{1}{2}$  ou  $Q \frac{1}{4}$ , envoyer un message à un camarade pour qu'il dessine un rectangle de même aire, l'unité d'aire étant la même que précédemment ou bien la maille de  $Q \frac{1}{2}$  ou la maille de  $Q \frac{1}{4}$ .

## 2. Compte-rendu collectif

Recherche éventuelle de rectangles de même aire.

Diverses expressions d'une même aire.

Aire d'un rectangle de dimensions a, b.

3. Se donner des valeurs numériques pour a et b et calculer l'aire.
4. Chacun reçoit un carré de même taille. C'est le carré unité. Le côté mesure 1u et l'aire 1A.
  - en se servant de ce carré, construire sur une feuille blanche un quadrillage à maille rectangulaire ou carrée.
  - Envoyer à un camarade un message téléphonique pour qu'il reproduise le même quadrillage.
  - Emetteur et récepteur calculent l'aire de la maille.

On voudrait reprendre ces idées et développer la notion d'aire. On attend de l'activité proposée qu'elle permette aux enfants de prendre conscience que 2 surfaces superposables ont même aire mais que 2 surfaces qui ont même aire ne sont pas forcément superposables, qu'une unité d'aire étant choisie, l'aire d'un rectangle est caractérisée par un nombre

On attend l'écriture de relations numériques entre des entiers, des  $\frac{1}{2}$  et des  $\frac{1}{4}$ .

On espère que les enfants joueront avec les nombres en proposant des valeurs fractionnaires différentes de  $\frac{k}{2}$  ou  $\frac{k'}{4}$

Si a et b > 1 on a  $a = n + \frac{p}{q}$   $b = n' + \frac{p'}{q'}$

Les enfants vont utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour calculer a x b et ramener la difficulté au calcul de

$\frac{p}{q} \times \frac{p'}{q'}$  pour lequel ils vont revenir aux rectangles

$\frac{p}{q} = p \times \frac{1}{q}$

$\frac{p'}{q'} = p' \times \frac{1}{q'}$

-  $\frac{1}{q} \times \frac{1}{q'} = A$  et  $(q \times q')A = 1$

$A = \frac{1}{q \times q'}$

-  $\frac{1}{q} \times \frac{1}{q'} = \frac{1/q'}{q} = \frac{1 \times 1}{q \times q'}$  (division d'une longueur  $\frac{1}{q'}$ )

Puis on compte les carreaux : p x p'

linéarité de la fonction

$\longrightarrow$  a x x

es différentes façons

'étendre aux fractions la

multiplication des entiers

ènent à la même multi-

plication.

extension de la multipli-

cation en relation avec

une représentation gra-

phique,

variables liées

prolongement d'une fonc-

tion d'origine géométrique

C. Aire de rectangles dont un côté a une mesure fixe "a" et l'autre une mesure variable.

Travail par équipe

Une valeur de a différente par équipe

1. Représentation graphique de l'aire en fonction de la mesure variable.

- Interprétation du graphique

- Equation de la courbe

2. Récapitulation collective

- Report graphique de toutes les fonctions sur un même quadrillage

- comparaison des graphiques

D. Reprise des rectangles à périmètre P constant.

Calcul de l'aire.

- Report graphique

- équation

- Autres solutions

- étude géométrique de la courbe

- Prolongement de la courbe à des valeurs de la variable non interprétables en termes de rectangles -  $x > \frac{P}{2}$  par exemple -

Il est entendu qu'on a choisi une unité de longueur et que l'unité d'aire est l'aire du carré unité.

On donne à a des valeurs entières ou fractionnaires, par exemple 3 valeurs entières et 3 fractionnaires dont 1 fraction décimale ( $\frac{7}{10}$  par exemple). Les enfants choisiront l'autre mesure en fonction de leur habileté technique ou de leur goût pour la difficulté.

Le report graphique obligera à situer les nombres choisis ou calculés entre 2 entiers. Ce sera très facile pour les fractions à dénominateur 10 ou 100. On attend de cette activité que les enfants utilisent formulent en justifient que :

- multiplier par  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \dots$   
c'est "prendre"

le  $\frac{1}{2}$ , le  $\frac{1}{4}$ ...  
c'est "diviser"

par 2, par 4....

- Les enfants ont une occasion de plus de repenser le problème de l'extension de la multiplication. On peut s'attendre à ce qu'ils mettent en pratique une fois de plus la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour calculer le produit  $(p + x) \times (q + B)$  où  $x, B < 1$  et réduire la difficulté au calcul de  $x \times B$

- A première vue, 3 quantités varient les dimensions a, b du rectangle et son aire  $A = a \times b$ . La représentation graphique ne peut prendre en compte que 2 variables. Comment faire ?

Approche du plan d'un point de vue topologique

Connexité du graphe  
 $\Gamma = \{(a,b), a \times b = n\}$

Compatibilité de l'ordre et de la multiplication

Les rationnels vont-ils fournir toutes les solutions

Intérêt syntaxique des fractions décimales compte tenu de notre numération en base 10

E. A tout rectangle de dimensions (a,b) on fait correspondre sur un quadrillage gradué le point de coordonnées (a,b). On choisit d'autre part un nombre n.

Pour tout rectangle on sait calculer son aire A.

1. Consigne : Si  $A > n$  on marque un point rouge  
Si  $A < n$  point bleu  
Si  $A = n$  point noir

2. Séance collective : remarques

- Y a-t-il une zone rouge et une zone bleue séparée par une ligne noire ?
- Va-t-il y avoir des rouges parmi les bleus
- symétrie de la courbe

3. Reprise de ce travail en équipe en attribuant à chaque équipe une valeur différente pour n.

Les enfants sont confrontés au problème des variables liées. Ils peuvent toujours choisir de reporter a, A ou b, A. L'observation et la comparaison des 2 courbes obtenues peut débloquent la situation.

Après quelques calculs et quelques points marqués 1 par 1, les enfants sont amenés à chercher une méthode rapide et sûre de coloriage.

La quantité de points à marquer est telle qu'il n'est pas possible de tous les marquer 1 par 1. Ils sont ainsi amenés à utiliser la comptabilité entre l'ordre et la multiplication et même à la formuler pour se justifier. Ils le feront, peut-être, soit en faisant varier a b, soit en fixant l'une des variables et en faisant varier l'autre. Nous privilégierons pour un temps (au début du travail) cette 2e méthode pour éviter la confusion entre le rectangle hachuré

colorié en bleu parce que  $a \times b < n$  ou bien parce qu'il représente un ensemble de couples (a',b') avec  $a' \leq a$  et  $b' \leq b$ .

Certains n sont des carrés parfaits et d'autres non. Certaines équipes ont trouvé sur leur courbe un point représentant un carré. Le problème de l'existence d'un carré s'est posé pour les autres.

## VII Approche de $\sqrt{n}$

Recherche d'un carré d'aire donnée  $n$ .

Travail par équipe : chaque équipe a choisi une valeur différente de  $n$ .

La recherche du carré s'est traduite par la recherche de la mesure du côté c'est-à-dire par la recherche d'un  $x$  tel que  $x \times x = n$

Le problème de l'existence d'un tel  $x$  s'est posé pour quelques uns. Les enfants se sont convaincus de cette existence par 2 types d'argument :

- l'aire d'un carré de côté 5 c'est 25  
l'aire d'un carré de côté 6 c'est 36

entre 5 et 6 c'est pas le vide, il y aura bien un carré d'aire 27.

ils admettent la connexité des courbes représentatives des fonctions  $x y = 27$  et  $y = x$  et décident que le point d'intersection correspond au carré d'aire 27. La recherche d'une écriture numérique de  $x$  se fait par approximation en l'encadrant par des fractions, puis pour des raisons de commodités de calculs auxquelles ils étaient sensibilisés grâce à des pratiques antérieures par des fractions décimales à partir du  $\frac{1}{100}$  ou du  $\frac{1}{1000}$ .

Les enfants recherchent alors une écriture de  $x$  et de  $x^2$  mieux adaptée aux nombreux calculs qu'ils ont à faire.

D'où l'écriture à virgule.

Les enfants, à ce stade, manipulent les nombres décimaux sous leur écriture standard avec opérations et ordre.



Annexe 2

Annexe 2

## Anthropométrie (suite)

## I.- Les résultats du sondage de janvier

Un certain nombre d'entre vous (environ 50 % !) ont rempli et m'ont retourné le questionnaire que je leur avais adressé concernant des mensurations corporelles. Certains m'ayant envoyé des réponses pour eux mêmes et des personnes de leur entourage j'ai disposé de 25 séries de chiffres (25 "vecteurs") qui permettent une analyse statistique assez intéressante.

L'ensemble des données recueillies figure dans les tableaux ci-joints (où ceux qui ont répondu pourront sans doute s'identifier). Ces données concernent quinze femmes et dix hommes. Le reclassement a été fait en distinguant les deux groupes.

Je n'ai pas fait figurer les données relatives au "double pas" car plusieurs d'entre vous n'ont pas compris exactement la question correspondante (mauvaise formulation de ma part, lecture insuffisamment attentive de la vôtre ? de toute façon il y a là un sujet de réflexion pour les rédacteurs d'énoncés de problèmes ou de libellés de questionnaires).

Ne figurent pas non plus les réponses aux questions sur la façon d'entrelacer les mains. En fait, à une unité près, les "index en-dessus" équilibrent les "index en-dessous". Ce premier résultat "moitié/moitié" incite à poursuivre la recherche ...

Sur les tableaux figurent, outre les données, quatre rapports (dernières colonnes) qu'il est intéressant d'examiner de près.

1.- Le rapport R1 permet de comparer taille et envergure. On sait que Léonard de Vinci avait déjà remarqué que le corps humain, bras écartés, pouvait s'inscrire dans un carré. On le vérifie ici, tant pour les femmes que pour les hommes, surtout quand on prend en compte les moyennes. Quand on reporte les points sur un graphique, en portant la taille en abscisse et l'envergure en ordonnée, on obtient un "nuage de points" qui jalonnent à très peu près la première diagonale. C'est un bon exemple d'une quasi-fonction ou corrélation unissant deux variables.

L'examen de la liste numérique ou du graphique permet de repérer certains "déviant" qui s'écartent quelque peu de la "norme".

.../

Ainsi, parmi les femmes, le sujet n° 11 a une petite taille pour son envergure ( $R1 = 96,4$ ), inversement le sujet 6 a une taille supérieure à ce à quoi on s'attendrait en prenant connaissance de son envergure ( $R2 = 102,5$ ).

Pour le sujet homme n° 2 ( $R = 109,4$ ) on peut se demander s'il n'y a pas eu une erreur de mesure.

2.- Le rapport  $R2$  permet de voir comment se situe le nombril sur la hauteur du corps. On sait que, conformément aux normes de l'esthétique grecque, le nombril doit partager la taille suivant la "section d'or", c'est-à-dire de telle façon que le rapport de la longueur du petit côté (du nombril au sommet du crâne) à la longueur du grand côté (hauteur du nombril au-dessus du sol) soit égal au rapport du grand côté sur la taille tout entière. C'est bien ce que l'on trouve ici à très peu près puisque la moyenne est dans les deux groupes de 0,604. Ici encore il peut être intéressant d'examiner la dispersion des résultats, c'est-à-dire de s'intéresser aux écarts à la moyenne et de voir la façon dont ces écarts se distribuent (recherche de l'écart-type ou de la variance).

3.- Le rapport  $R3$  permet de comparer longueur du pied et empan (longueur de la main ouverte). Chez les femmes, en moyenne, la longueur du pied dépasse de 21 %, celle de la main ; chez les hommes l'écart n'est que de 5,6 %. On remarquera que pour certains hommes le pied est plus petit que la main, ce qui ne se produit jamais chez les femmes !

4.- Le rapport  $R4$  permet de voir s'il y a une corrélation entre taille de la tête et taille du corps tout entier. On connaît la "norme" des dessinateurs suivant laquelle "le corps contient huit têtes". C'est bien ce qu'on vérifie ici pour la moyenne des femmes ( $R4 = 8,06$ ), alors que les hommes, en moyenne, ont, toutes choses égales, de plus petites têtes.

5.- On peut également faire des comparaisons entre le groupe des hommes et le groupe des femmes en passant les divers critères en revue. Par exemple les hommes sont, pour les populations considérées, en moyenne plus grandes de  $174,8 - 163,1 = 11,7$  cm que les femmes, alors que le pied de l'homme moyen ne dépasse que de 1,2 cm celui de sa compagne !

.../

## II.- Perspectives pédagogiques

Ce premier sondage expérimental a l'intérêt de montrer qu'avec quelque vingt-cinq résultats de mesures on peut déjà faire apparaître des régularités et entreprendre un travail statistique et de calcul numérique valable.

Dès lors on peut concevoir de proposer à une classe depuis le Cours Moyen jusqu'à la Terminale ce thème de recherche, le recueil des données se faisant sur les élèves eux-mêmes ou sur les personnes (de bonne volonté) de leur entourage.

J'y vois un double intérêt. Il s'agit d'un travail collectif qui fait appel à la participation de tous et qui a la chance de susciter l'intérêt de beaucoup. D'autre part il s'agit d'une recherche intégrée que les élèves peuvent mener par leur propre moyen de A à Z et qui fait appel aussi bien à des activités pratiques (mesures, mise en forme de données statistiques) qu'à un travail de réflexion générale et d'exploitation mathématique offrant de nombreuses possibilités.

Si un jour vous vous lancez dans l'aventure, je vous serais reconnaissant de m'écrire ce qui en est résulté de façon à ce que je puisse en faire bénéficier vos collègues.

J. SAUVY

## Anthropométrie (suite 2)

### Nouveaux échantillons hommes/femmes, échantillon d'enfants de 4 à 6 ans

Grâce aux envois de membres du groupe, qui parfois ont recueilli des données\*, j'ai disposé de deux nouveaux ensembles homogènes de données pour un échantillon de 14 femmes (échantillon F 2) et pour un échantillon de 17 hommes (échantillon H 2).

D'autre part une maîtresse de Maternelle a fait les mensurations sur les enfants de sa classe ce qui a donné une nouvelle série de 24 "vecteurs" concernant des enfants de 4 à 6 ans (échantillon E 1).

Comme pour les précédents échantillons, j'ai demandé à l'ordinateur de calculer quatre rapports

R 1 : rapport entre la taille et l'envergure x 100

R 2 : rapport entre la hauteur du nombril et la taille

R 3 : rapport entre la longueur du pied et l'empan x 100

R 4 : rapport entre la taille et la dimension de la tête

et de calculer les moyennes pour chacune des caractéristiques retenues.

Vous trouverez ci-joint les tableaux correspondants.

Je vous laisse le soin de faire, pour les adultes, la comparaison entre les échantillons 1 et 2.

Pour les enfants, on peut faire un certain nombre de remarques.  
Par exemple :

#### 1 - Rapport R 4 (tête/taille)

Pour les enfants il est égal à 6,1 alors que pour les adultes il s'établit comme suit

|   | Echantillon |      |
|---|-------------|------|
|   | 1           | 2    |
| F | 7,84        | 7,86 |
| H | 8,06        | 7,52 |

\* autour d'eux

Autrement dit ce rapport est nettement plus faible dans le groupe des enfants : en gros la hauteur (taille) d'un enfant de 4-6 ans contient six têtes, alors que la hauteur d'un adulte en contient de sept et demi à huit.

C'est la confirmation du fait que l'enfant a proportionnellement une plus grosse tête que l'adulte. Ne nous étonnons pas s'il est plus intelligent que nous !

## 2 - Rapport R 2 (position du nombril)

Les valeurs trouvées sont les suivantes

|                 |         |             |             |
|-----------------|---------|-------------|-------------|
| enfants : 0,579 | adultes | F 1 : 0,604 | H 1 : 0,604 |
|                 |         | F 2 : 0,611 | H 2 : 0,604 |

Il apparaît donc que le nombril des enfants de 4 à 6 ans est proportionnellement situé plus bas sur le corps que chez les adultes.

Ce résultat "cadre" avec le précédent lequel indiquait pour les enfants une plus grande tête.

## 3 - Rapport R 1 (taille/envergure)

Ici encore on constate l'effet de la grandeur "excédentaire" de la tête (par rapport à la norme adulte) : la taille l'emporte assez nettement (+ 2 %) sur l'envergure, alors que c'est plutôt l'inverse chez l'adulte.

MEP/ARP/CRAD

corps-Espace-Mouvement"

### ANTHROPOMETRIE (suite 3)

Echantillon d'enfants âgés de 10/12 ans

=====

Gisèle DRONNE est institutrice à l'Ecole DECROLY de St Mandé, où elle assure une classe dite de 7/8<sup>ème</sup> qui regroupe des élèves n'ayant pas fait leur scolarité antérieure à l'Ecole DECROLY et qui passent deux ans consécutifs dans cette "classe d'adaptation".

Elle a proposé à ses élèves le thème des mesures du corps humain.

Elle m'envoie une brève note en style télégraphique que je retranscris ci-dessous.

"Retour à l'idée decrolyenne des mesures naturelles mais dans une autre perspective de départ.

Intérêt : . prise de conscience de soi,

. occasion de s'intéresser un peu aux autres en même temps qu'à soi.

Il est frappant de constater qu'actuellement des enfants de 9/10 ans restent dans le flou quant à leur âge (certains ne connaissent pas leur date de naissance), leur taille (ne sont intéressés ni par leur croissance ni par leur place dans la file par ordre de taille).

Confusion encore entre "plus grand" et "plus âgé".

Il n'est pas facile pour chaque enfant d'être conscient qu'il se tient droit ou non (toise), qu'il tend ses bras à l'horizontale (envergure), que sa main est tendue au maximum (empan).

.../

Pour toutes les mesures, les enfants étaient livrés aux enfants, chacun trouvant le partenaire qui "déciderait" de ses mesures. Puis chacun d'eux inscrivait ce qui le concernait sur un panneau mural. Il y avait des contestations, évidemment, et des appels à l'adulte pour contrôle.

En "pédagogue chevronnée" (sic!), j'ai ensuite utilisé ces mesures.

- . mesures (d'arbres, etc) exprimées en envergures et empan et prise de conscience de la relativité du chiffre exprimant la mesure,
- . évaluations : tel objet mesure-t-il plus ou moins de x centimètres?
- . évaluations de distance sur des plans et cartes à diverses échelles,
- . représentation de sa main puis de sa silhouette à l'échelle 1/10<sup>ème</sup> (réflexions : "que c'est petit!"),
- . calcul (de diverses manières) de la taille moyenne.

Les enfants ont été intéressés par cette série d'activités".

Je reproduis également ci-dessous le tableau que m'a fait parvenir ma correspondante. Je l'ai complété en faisant apparaître nos rapports habituels R1, R3, R4.

Les âges sont donnés approximativement, le tableau mentionnait seulement l'année de naissance.

L'examen de ce tableau suggère un certain nombre de remarques. En voici quelques-unes .

Dans l'échantillon (11 filles, 14 garçons), la taille moyenne des filles (1,40m) est légèrement supérieure à celle des garçons (1,38m).

L'éventail des tailles est assez ouvert : deux enfants mesurent 1,27m, une fille mesure 1,53m(20% de plus).

.../



L'histogramme des tailles établi par tranches de 4cm donne la répartition suivante qui

| Taille en cm | Nombre de représentants par tranche |
|--------------|-------------------------------------|
| 123-127      | I I                                 |
| 128-132      | I I I                               |
| 133-137      | I I I I I I                         |
| 138-142      | I I I I I I                         |
| 143-147      | I I I I                             |
| 148-152      | I I I                               |
| 153-157      | I                                   |

apparaît d'allure sensiblement "gaussienne" (les enfants qui s'écartent le plus de la moyenne sont les moins nombreux, "courbe en cloche").

Le rapport R1 entre taille et envergure est pour l'ensemble très voisin de 1(1,007). Cette constatation s'intègre tout à fait avec ce qui est constaté par ailleurs pour les enfants plus jeunes et pour les adultes.

Pour les enfants de 4/6 ans de notre échantillon, la taille dépasse de 2% l'envergure, pour les adultes, c'est l'inverse, l'envergure dépasse la taille d'environ 2%.

Il semble donc qu'au cours de la croissance le passage au point d'équilibre (taille=envergure) se situe au voisinage de 10 ans (dans nos populations).

De même le rapport R4 (nombre de hauteurs de tête dans la hauteur totale), à 7,3 pour l'échantillon des enfants de 9-11 ans, se situe entre le chiffre des adultes 7,5/7,9 et le chiffre des très jeunes enfants 6,1.

\*

\*

\*

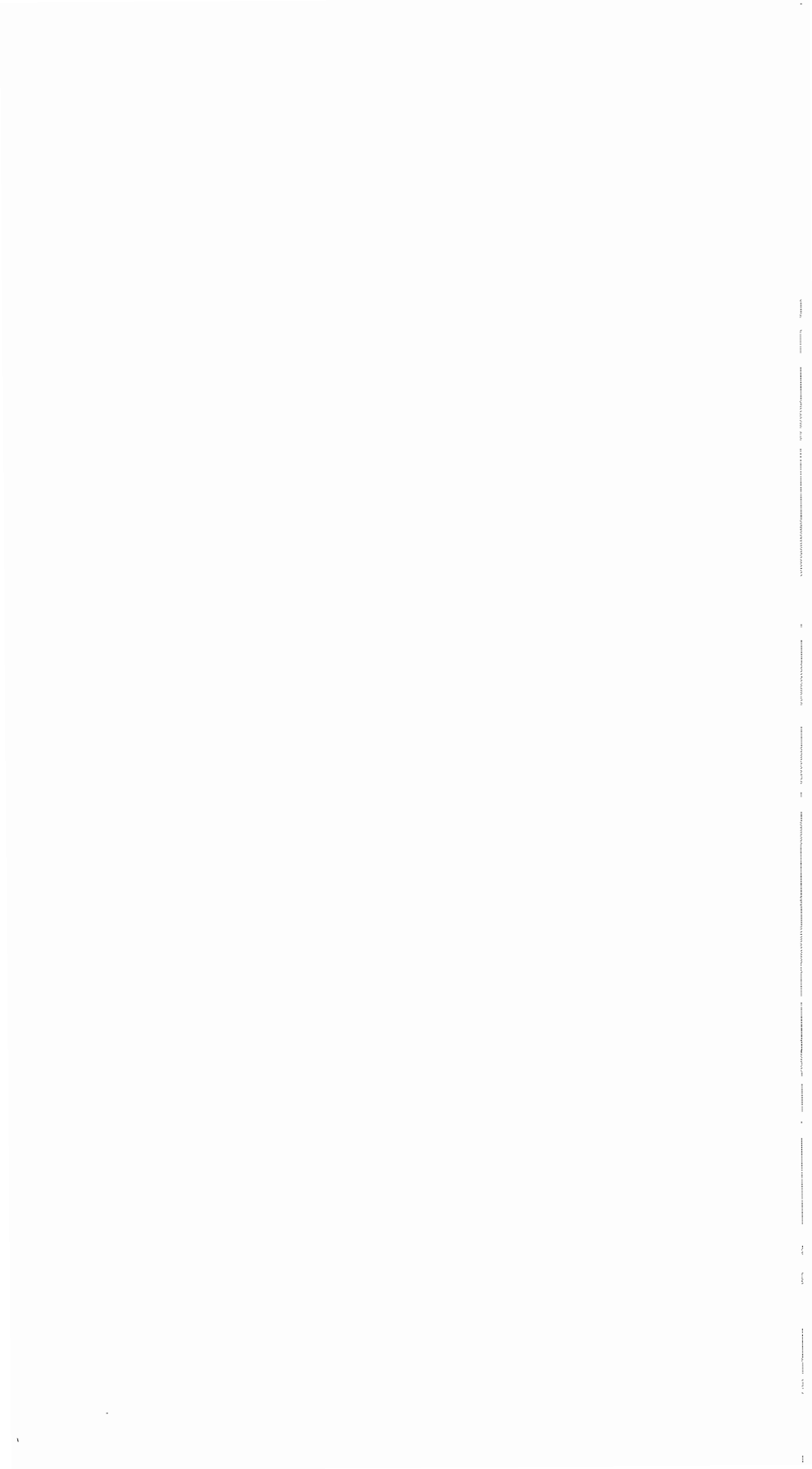
CARACTERISTIQUES ANTHROPOMETRIQUES D'ENFANTS AGES DE 10-12 ANS

(11 filles, 14 garçons)

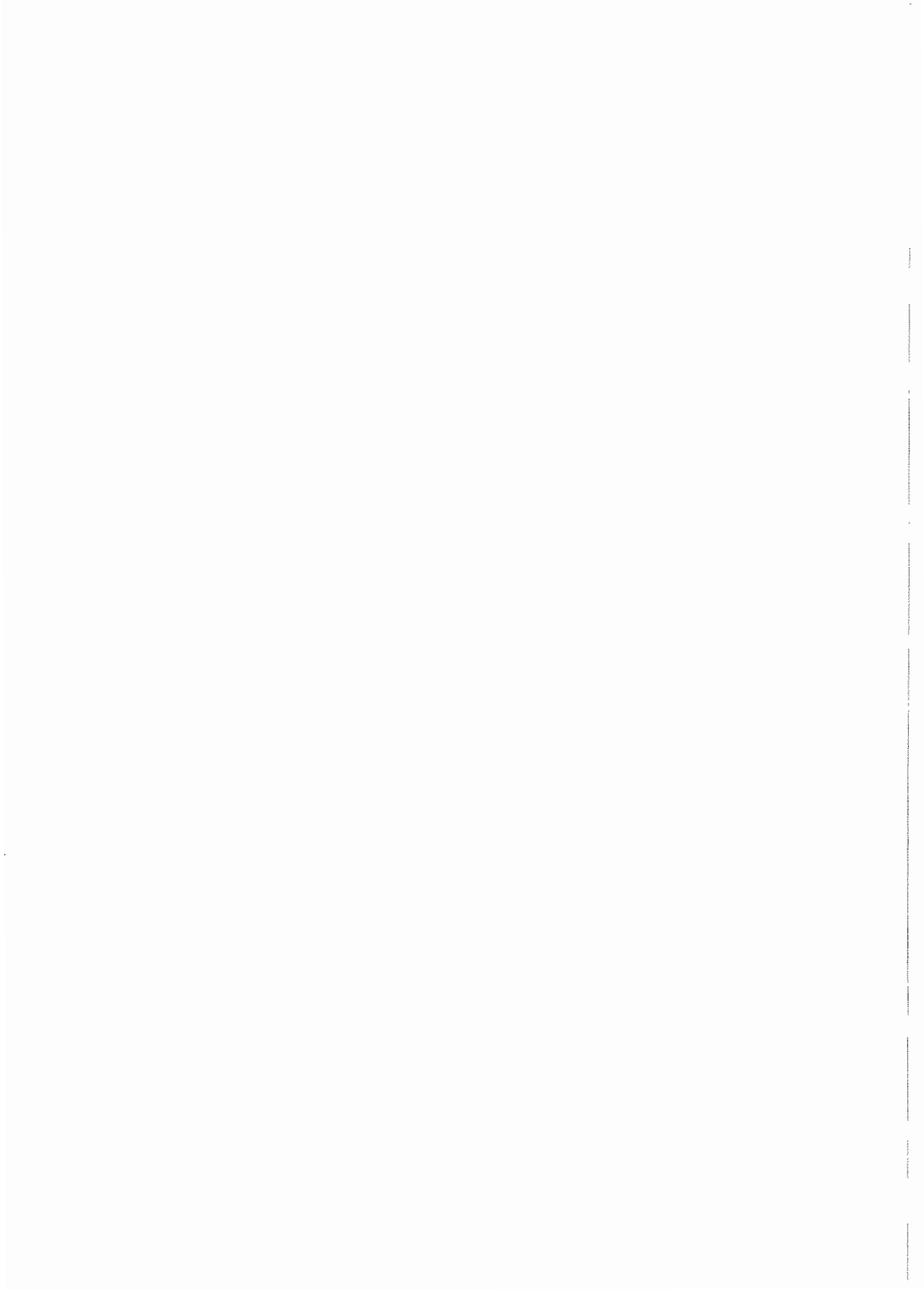
| N° d'ordre | Sexe | Age<br>(an) | Taille<br>(Ta) | Envergure<br>(En) | Tête<br>(Te) | Espan<br>(Em) | Pied<br>(Pi) | R1<br>$100 \times \frac{Ta}{En}$ | R3<br>$100 \times \frac{Pi}{Em}$ | R4<br>$Ta/Te$ |
|------------|------|-------------|----------------|-------------------|--------------|---------------|--------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------|
| 1          | F    | 11/12       | 151            | 149               | 21           | 17,5          | 21           | 101,3                            | 120                              | 7,2           |
| 2          | G    | 11/12       | 151            | 151               | 20           | 16,7          | 23           | 100,0                            | 137,7                            | 7,6           |
| MOYENNE    |      | 11/12       | 151            | 150               | 20,5         | 17,1          | 22           | 100,7                            | 128,7                            | 7,4           |
| 3          | F    | 10/11       | 137            | 137               | 20           | 16,5          | 20,5         | 100,0                            | 124,2                            | 6,85          |
| 4          | F    | 10/11       | 140,5          | 145               | 18,5         | 18,5          | 21           | 99,0                             | 113,5                            | 7,75          |
| 5          | F    | 10/11       | 141,5          | 138               | 20           | 17            | 21,5         | 102,5                            | 126,5                            | 7,1           |
| 6          | F    | 10/11       | 147            | 147,5             | 19,5         | 16,5          | 23,5         | 99,7                             | 142,4                            | 7,5           |
| 7          | F    | 10/11       | 136,5          | 136,5             | 18,5         | 18            | 21           | 100,0                            | 116,7                            | 7,4           |
| MOYENNE F  | F    | 10/11       | 141,1          | 140,8             | 19,3         | 17,3          | 21,5         | 100,2                            | 124,3                            | 7,3           |
| 8          | G    | 10/11       | 150            | 149               | 19           | 19            | 23           | 100,7                            | 121,1                            | 7,9           |
| 9          | G    | 10/11       | 129            | 127               | 19,5         | 16,5          | 22           | 101,6                            | 133,3                            | 6,6           |
| 10         | G    | 10/11       | 147            | 146               | 20           | 19            | 24           | 100,7                            | 126,3                            | 7,35          |
| 11         | G    | 10/11       | 145            | 145               | 22           | 17            | 24,5         | 100,0                            | 144,1                            | 6,6           |
| 12         | G    | 10/11       | 128            | 123               | 20           | 17            | 17           | 104,1                            | 100,0                            | 6,4           |
| 13         | G    | 10/11       | 127            | 123               | 18           | 13,5          | 19           | 103,2                            | 140,7                            | 7,1           |
| MOYENNE G  | G    | 10/11       | 137,7          | 135,5             | 19,7         | 17,0          | 21,6         | 101,6                            | 127,0                            | 7,0           |

.../

| N° d'ordre                  | Sexe | Age<br>(an) | Taille<br>(Ta) | Envergure<br>(En) | Tête<br>(Te) | Empan<br>(Em) | Pied<br>(Pi) | R1<br>$100 \times \frac{Ta}{En}$ | R3<br>$100 \times \frac{Pi}{Em}$ | R4<br>$Ta/Te$ |
|-----------------------------|------|-------------|----------------|-------------------|--------------|---------------|--------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------|
| 14                          | F    | 9/10        | 153            | 155               | 19,5         | 20,5          | 23,5         | 98,7                             | 114,6                            | 7,8           |
| 15                          | F    | 9/10        | 130            | 128               | 16           | 16,5          | 20,6         | 101,6                            | 124,8                            | 8,1           |
| 16                          | F    | 9/10        | 127            | 125               | 16,5         | 15,5          | 19           | 101,6                            | 122,6                            | 7,7           |
| 17                          | F    | 9/10        | 135            | 131               | 17           | 16,5          | 21           | 103,1                            | 127,3                            | 7,9           |
| 18                          | F    | 9/10        | 140            | 139               | 20,5         | 17            | 20,5         | 100,7                            | 120,6                            | 6,8           |
| MOYENNE F                   | F    | 9/10        | 137            | 135,6             | 17,9         | 17,2          | 20,9         | 101,0                            | 121,5                            | 7,65          |
| 19                          | G    | 9/10        | 133            | 134,5             | 18           | 16,5          | 20,5         | 98,9                             | 124,2                            | 7,4           |
| 20                          | G    | 9/10        | 140            | 140               | 19           | 19,4          | 23           | 100,0                            | 118,6                            | 7,4           |
| 21                          | G    | 9/10        | 138            | 137,5             | 19,5         | 16,5          | 21           | 100,4                            | 127,3                            | 7,1           |
| 22                          | G    | 9/10        | 139            | 137               | 18           | 16,5          | 20           | 101,4                            | 121,2                            | 7,7           |
| 23                          | G    | 9/10        | 133,5          | 134               | 18           | 18            | 21           | 99,6                             | 116,7                            | 7,4           |
| 24                          | G    | 9/10        | 141            | 139               | 22           | 16            | 22           | 101,4                            | 137,5                            | 6,4           |
| 25                          | G    | 9/10        | 135            | 134               | 18,5         | 18,5          | 22           | 100,7                            | 118,9                            | 7,3           |
| MOYENNE G                   | G    | 9/10        | 137,1          | 136,6             | 19,0         | 17,3          | 21,3         | 100,4                            | 123,1                            | 7,2           |
| MOYENNE TO-<br>TALE FILLES  | F    | 9/12        | 140,1          | 139,2             | 18,8         | 17,3          | 21,2         | 100,6                            | 122,5                            | 7,45          |
| MOYENNE TO-<br>TALE GARCONS | G    | 9/12        | 138,3          | 137,1             | 19,4         | 17,15         | 21,6         | 100,8                            | 125,9                            | 7,1           |
| MOYENNE<br>GENERALE         | FG   | 9/12        | 139,1          | 138,0             | 19,1         | 17,2          | 21,4         | 100,7                            | 124,4                            | 7,3           |



Groupe 4 d



I - Réflexion du groupe à la question : Faut-il envisager une formation spéciale pour la maternelle et créer ainsi un corps d'instituteurs spécialisés ?

La première demi-journée n'a pas permis de conclure, car le groupe s'est égaré dans des généralités (les "surdoués"...)

Par contre, l'analyse des films et la discussion qui a suivi semblent confirmer que l'examen de problèmes pédagogiques concernant un niveau particulier d'enseignement a des retombées et des incidences fondamentales sur les niveaux voisins (peut-être même sur tous les niveaux).

Il s'en suit qu'une formation spécialisée par niveau est beaucoup moins riche qu'une formation plus large, et peu susceptible de provoquer des attitudes pédagogiques ouvertes.

Lors de la discussion, le groupe a pu se rendre compte sur pièce que l'utilisation des films présentés en formation initiale et continuée, dépassait très largement le niveau particulier pour lequel ils avaient été conçus.

II - Film "Perception du temps"

La séquence présentée ici - de laquelle a été volontairement exclu tout ce qui concerne la démarche pédagogique - ne peut être prise comme modèle de stratégie pédagogique pour atteindre un objectif très précis concernant la perception du temps.

Notre groupe s'est intéressé à une technique d'utilisation de ce film en formation initiale et continuée. Il a dégagé quelques une des questions pour lesquelles ce document peut servir de révélateur.

Les questions trouvent bien souvent une réponse, une explication, dans le déroulement effectif des activités sur trois mois (et qui nous est présenté sur trente minutes). Nous ne donnerons pas ici ces réponses : une justification à la démarche pédagogique suivie, ou au comportement des enfants en fonction du vécu de cette classe, n'a pas d'intérêt pour l'utilisation que nous voulons faire de ce film.

Nous ne retiendrons ici que les questions qu'il peut soulever, et qu'il permet donc d'aborder.

Voici ce qui ressort de notre réflexion :

- On peut attendre des spectateurs des questions relatives à l'ordre sur les codages d'événements représentés sur bande de papier.

Ces questions sont fondamentales. Si, dans le film, l'attitude des enfants semble avoir été dictée par l'utilisation de "bandes horizontales" qui induisaient une démarche très précise, il faut noter que la constitution de l'album de photos amène les enfants à organiser eux-même l'espace disponible, et à opérer des sériations préalables par empilement des photos, avant de passer à la bande dessinée.

Notons qu'au cours des activités présentées, le "temps" semble complètement évacué : on constate le risque de tomber dans un apprentissage de manipulation sur des images (qui ne seraient même plus considérées comme des points de repère dans le temps).

- Les enfants sont-ils capables de décoder les représentations photographiques (ou dessinées) et d'exprimer verbalement les instants qu'elles évoquent pour eux ? Il est nécessaire de s'en assurer.

A ce sujet se posent deux types de questions :

1) au niveau des représentations :

L'enfant se sent-il impliqué et représenté par sa photographie, et cette implication va-t-elle faciliter une perception du temps ? Y a-t-il même perception du temps, et de quel temps ? Le codage donné par l'enfant ne nous donne aucune information la dessus et peut même cacher une absence complète de perception en ce sens : il s'agit bien ici d'un temps repéré et non perçu.

2) au niveau verbal :

Quel usage savent faire les enfants de cet âge des mots "clé" se rapportant au temps - qui, dans le film, sont le plus souvent prononcés par la maîtresse - et surtout qu'évoquent-ils pour eux ? Nous l'ignorons et n'avons à l'heure actuelle aucun élément de réponse.

Les termes de "avant" et "après" sont prononcés par les enfants tout en feuilletant l'album, et concernent le repérage dans le temps (explicitation d'un ordre chronologique sur les événements). Des termes tels que "pendant" et qui concernent la durée, n'apparaissent pas. Cela traduit-il le fait qu'un enfant de cet âge n'est en général pas capable de percevoir une durée ?

Notons qu'une telle perception nécessite un survol de l'évènement, et donc une perception de l'emboîtement des durées.



La comparaison de durées disjointes n'est pas à envisager ici puisqu'elle nécessiterait l'introduction d'une "durée témoin" (liant en fait temps de mouvement), et donc l'utilisation de la transitivité.

Une intuition de la durée chez un enfant de cet âge reste une question ouverte. Nous n'avons à l'heure actuelle aucune information en ce domaine, et ne pouvons qu'inciter les uns et les autres à expérimenter.

G. BUISSON

E.N.F. ROUEN

QUELQUES APERCUS CONCERNANT LA FORMATION INITIALE ET CONTINUEE  
S'APPUYANT SUR UN DOCUMENT AUDIOVISUEL

---

Au cours des trois journées le groupe a eu l'occasion de visionner trois films CNDP des ateliers de pédagogie et une bande vidéo du CRDP de LILLE (cf bibliographie).

(+) Quel rôle peut-on donner à ce document ?

- Tout lecteur du document audiovisuel doit le considérer comme prétexte à discussion dans le cadre de la formation et non comme une "leçon modèle", une "classe modèle". Il est bon de savoir que pour les films, les conditions d'enregistrement ne sont pas des conditions normales de vie d'une classe (projecteurs nombreux, 10 personnes supplémentaires dans la classe, horaires,...) et de plus, on enregistre pendant 5 ou 6 heures, pour ne conserver au montage que 27 minutes de film.

- Les démarches pédagogiques relèvent du groupe qui visionne le document. L'animateur du groupe selon ses propres tendances et les besoins de son groupe orientera l'étude des démarches. La richesse du document (cf Perception du temps) peut favoriser la formation.

(+) Quelles sont les hypothèses sous-jacentes ? Sans en faire une liste exhaustive, on peut donner quelques aperçus pour quelques documents.

- "Perception du temps par des enfants de cinq ans". Le film a peut-être le tort de présenter un produit fini, et le document d'accompagnement ne donne pas suffisamment d'informations sur la richesse des activités d'éveil qui ont précédé l'enregistrement. Comment les enfants ont-ils élaboré l'album (quête des photographies, classement, rangement, dessins d'accompagnement,...) ?

Comment sont-ils parvenus à cet ordre logique de la droite numérique ?

Cependant le film permet de se poser de nombreuses questions dont voici quelques unes.

. Est-ce une bonne solution que de donner le rôle central au sujet ? (il ne s'intéresse peut-être qu'à ses photos...). L'implication de l'enfant lui-même favorise-t-elle la construction de l'outil de pensée ?

. Le repérage du temps favorise-t-il la perception du temps ?

Parmi les trois notions : chronologie, durée, vitesse, quelles sont celles qui sont premières ? Quelles sont celles qui sont relationnelles.

. Quelle est la relation : distance spatiale - temps perçu ?

Dans le cadre de l'IkEM de Rennes, pour une audition lors d'une réunion du groupe des P.E.N., de nombreux enregistrements avaient été réalisés en divers lieux: cour de récréation, cirque, marché, aéroport, .... Le groupe des P.E.N. a recherché l'utilisation que l'on pouvait faire de telles bandes, notamment pour faire une approche des notions de succession, de durées plus ou moins longues, de simultanéité d'événements....

Le film peut provoquer des discussions et analyses très intéressantes.

- "Cordes à jouer" tournée dans une classe de moyenne section et une classe de grande section. Un échange de vue s'est orienté vers la relation réciproque qui existe entre ACTION      REPRÉSENTATION DE L'ACTION ; cet échange fait apparaître que les difficultés rencontrées par les enfants provenaient plus souvent de problèmes d'organisation et de représentation que de problèmes d'ordre mathématique. Il semble bien que le vocabulaire spatial associé à une situation de repérage appauvrit tout ce qui peut être vécu par l'enfant pour se repérer dans l'espace. Il ne faut pas associer trop rapidement un vocabulaire spécifique figé. Le film a suscité un grand intérêt, de nombreuses exploitations paraissent possibles.

- "Symétrie au village". Tourné dans une école rurale à trois classes : classe enfantine, cours préparatoire et élémentaire, cours moyen. A propos d'un thème mathématique "la symétrie" on constate les niveaux de compréhension chez les enfants de trois à onze ans. La formation initiale et continuée prendra appui sur ce document pour :

. montrer la continuité de l'enseignement (passage de la maternelle au C.P. en particulier)

. le rôle formateur de l'interdisciplinarité (E.P.S., T.M.E., activités artistiques, mathématiques)

. la compréhension de la symétrie sans le recours à l'enseignement dogmatique.

- "Mathématique et matériel pédagogique" bande vidéo (cf bibliographie pour le document commentaire). L'enfant motivé par une activité personnelle est pris en charge, pour mieux forger son outil de pensée par un "accompagnement actif du maître".

Toutes les discussions permettront aux membres du groupe et peut-être aux lecteurs des comptes-rendus, l'utilisation des circuits fermés

de T.V. pour la formation initiale et continuée.

N.B. : Il est possible d'acheter au CNDP, des bandes vidéo correspondant aux émissions "atelier de pédagogie" en écrivant à :

CNDP Promotion et Ventes 'à l'attention de Bernard BAILLEUL)  
29, rue d'Ulm - 72230 PARIS Cédex 05

Les documents accompagnant les émissions existent dans les CRDP, CDDP ou peuvent être demandés à la même adresse.

R. CREPIN

ACTIVITES MATHEMATIQUES ET  
ACTIVITES DE REPRESENTATION A L'ECOLE MATERNELLE

---

La présentation aux institutrices ou futures institutrices d'école maternelle de certaines activités de représentation est prise en charge par les professeurs de mathématique. La pratique de ces activités dans la classe se fait pendant le temps des activités dites mathématiques. C'est le cas par exemple, de certains exercices de symbolisation, de premières approches des plans, de ce qui concerne les localisations spatiales dans les figurations, de la représentation des relations spatiales etc...

Cette prise en charge généralement est justifiée par le fait :

- 1) que la pratique de la mathématique requiert l'usage de représentation (ne serait-ce que l'écriture mathématique elle-même) et que, par conséquent, en retour, la pratique des activités de représentation relève de son domaine.
- 2) que tout passage à la représentation implique un travail d'abstraction, travail qui est, à nouveau, considéré comme relevant ou comme proche du domaine mathématique.
- 3) que la production ou l'interprétation de toute représentation graphique, même la plus arbitraire, suppose de la part du sujet un minimum de capacités d'organisation et de repérage dans l'espace, en particulier dans l'espace de la représentation. Là encore il est convenu que les pratiques scolaires destinées à accompagner la mise en place de ces capacités relèvent du domaine mathématique. Sans doute du fait qu'on considère qu'il s'agit d'une étape vers la pratique de la géométrie ou de la topologie. Il s'agit d'aider à, comme l'on dit, structurer l'espace (pour les données d'un certain ordre de grandeur).
- 4) d'habitudes et de traditions scolaires.
- 5) etc...

Cette prise en charge a, certes, permis d'introduire ces activités dans les classes mais elle a eu souvent pour conséquence, de ne s'intéresser aux représentations qu'en tant que moyens, qu'en tant qu'outils rendant possibles d'autres activités. Par exemple, on symbolise pour représenter ou désigner des "ensembles", pour introduire la notion d'égalité, sans trop

se soucier de l'activité de symbolisation en tant qu'activité de représentation. On se préoccupe davantage des activités sur les représentations que de l'activité de représentation elle-même.

En fait, les activités de représentation sont des activités spécifiques qui ne sont pas des activités mathématiques même si, parfois, leur pratique suppose la mise en oeuvre d'opérations intellectuelles identiques. Les procédés de symbolisation utilisés dans l'écriture mathématique permettent de représenter bien autre chose que des objets mathématiques, figurer un objet ou une relation entre objet n'est pas faire de la géométrie même si l'on peut parler de géométrie de la figuration, etc...

Chaque système de représentation (bande dessinée, symbolisation, schéma, diagramme, etc...) est caractérisé par des règles de procédés et de conventions, qui n'ont rien de évident ni de naturel et qui demandent à être acquis et pratiqués comme tels avant d'être maîtrisés. A ce titre ils sont source de nombreuses difficultés pour les jeunes enfants, difficultés qui réclament une approche spécifique pour être levées.

L'examen de toute une littérature mathématique destinée à l'école maternelle montre que la spécificité des activités et des difficultés de représentation est trop souvent perdue de vue. Ceci est, pour le moins, regrettable car on prive ainsi les enfants d'une confrontation consciente et active avec les problèmes de représentation, problèmes qui à cet âge peuvent présenter un intérêt égal à ceux d'ordre mathématique. Et, aussi, car on laisse persister des difficultés non mathématiques qui gênent ou bloquent les activités mathématiques.

Disons qu'en règle générale il faut s'efforcer de faire la part entre ce qui est difficulté relative aux objets (à leur connaissance), difficulté relative aux activités sur les objets (activités mathématiques) et difficulté de représentation des objets ou des activités sur l'objet ou de leur résultat.

Les activités de représentation n'ont pas seulement à être reconnues comme des activités spécifiques, indépendamment de l'utilisation mathématique que l'on peut en faire. Il importe, également, que leur pratique dans les classes réponde à leur véritable fonction : conserver ou permettre de communiquer graphiquement des informations ou des ordres relativement à ce qu'elles désignent.

Autrement dit, il importe que d'abord les activités de représentation s'insèrent de manière fonctionnelle dans le champ des activités quotidiennes du sujet, qu'elles se situent dans le prolongement des activités bien maîtrisées et que les représentations lui servent effectivement à quelque chose. C'est-à-dire qu'elles aient un sens, une raison d'être. Et, ceci, même si l'intérêt mathématique paraît d'abord mince, même si le spécialiste ne se fait guère plaisir.

Sans quoi l'on risque d'introduire dans les classes des exercices gratuits pour les enfants, source de difficulté pour tous ceux qui n'ont pas encore compris qu'à l'école le seul fait d'être scolaires suffit parfois pour estimer que les activités scolaires ont un sens.

Ces quelques propos n'avaient pour ambition que de signaler qu'il peut être intéressant de mettre à certains moments en suspens les préoccupations mathématiques pour réfléchir à ce que pourrait être une pédagogie des systèmes de représentation. Une utilisation effective de ces systèmes ne présente pas moins d'intérêt pour ce qui concerne le fonctionnement de la pensée et de l'intelligence des enfants d'âge préscolaire que les exercices durant lesquels on leur demande de singer des activités mathématiques ou de se livrer à des simulacres de topologie. Les préoccupations mathématiques pouvant être retrouvées après ce détour avec plus d'efficacité.

Jean-Pierre RUFFIER

AUBERIVE - avril 1978

I.D.E.N.

10, avenue FORGEOT  
52000 CHAUMONT

## B I B L I O G R A P H I E

- J. PIAGET : Six études de psychologie (Ed. Gonthier/Médiations N° 27)  
 Problèmes de Psychologie Génétique (Ed. Gonthier/ Médiations N° 95)
- J. PIAGET - B. INHELDER : La Représentation de l'Espace chez l'enfant (PUF, 1948)
- J. PIAGET : La construction du réel chez l'enfant (Delachaux 1937)
- J. PIAGET : La Formation du symbole chez l'enfant (Delachaux 1946)
- Z.P. DIENES : Les Six étapes du processus d'apprentissage (OCDL)
- J et S SAUVY : L'enfant à la découverte de l'Espace (Casterman E3 Poche N°22)  
 L'enfant et les Géométries (Casterman E3)
- WHEELER : Mathématique dans l'enseignement élémentaire (OCDL 1970)
- BANWELL, SAUNDERS, TAHTA : Points de Départ (CEDIC 1974)
- BOULE : Mathématique et Jeux (CEDIC 1976)
- LAPIERRE ET AUCOUTURIER : Les contrastes (DOIN 8 Place de l'Odéon PARIS)  
 Les nuances
- I.N.R.D.P. Recherches Pédagogiques N° 78 (1976) : Intuitions et Construction  
 de l'Espace.
- I.N.R.P. Recherches Pédagogiques N° 89 (1978) Points de départ mathématiques  
 en maternelle.
- BOULE : Propos d'un mathématicien in : Ecole Maternelle Française N° 5 et 7 (1978)
- SEGUIN : Aspects psychopédagogiques du vécu temporel à l'école maternelle  
 in : l'Education Enfantine n° 8 (1978)
- CRESAS : n° 13 16 A et 16 B
- Films C.N.D.P. : Cordes à jouer ( , 1977)  
 Perception du temps ( , 1976)  
 Symétries au village ( , 1977)
- C.R.D.P. de LILLE : Jeux et rééducation mathématique (1976)  
 Mathématique et matériel pédagogique, choix et utilisation(1978)



EVITER DE CONTREFAIRE LES  
MATHEMATIQUES A L'ECOLE MATERNELLE.

-----

Les Objectifs et Instructions les plus récentes concernant l'Ecole Maternelle n'évoquent nulle part explicitement les mathématiques. Cette heureuse absence n'est pas une omission. Pourtant nombreuses sont les publications, et leur succès n'est pas mince, qui proposent des activités mathématiques pour l'Ecole Maternelle. Il importe donc de lever plusieurs ambiguïtés, les unes concernant les mathématiques, les autres l'activité des enfants de moins de six ans.

I - Les mathématiques procèdent d'opérations conscientes sur des représentations. On ne saurait donc faire des mathématiques comme Jourdain de la prose, sans le savoir. Et surtout cela suppose l'acquisition de représentations. Sur ce point, les instructions citées plus haut ne s'attardent probablement pas assez : il est largement question de représentations en tant que dessins, ou bien en ce qu'elles concernent le langage. Mais l'espace représentatif et les représentations symboliques ne sont pas réductibles aux seuls dessins et aux relations verbales. Les signes de l'écriture, non plus que ceux des mathématiques ne sont pas des dessins, ni en parfaite correspondance avec les signes de la langue parlée.

C'est donc à la construction de cet espace des représentations qu'il convient de s'attacher à l'Ecole Maternelle sans le réduire à quelques aspects fréquemment stéréotypés et trop hâtivement confondus avec l'exercice des mathématiques.

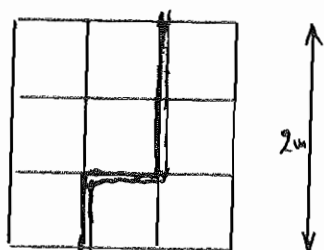
Une représentation intervient chaque fois qu'une situation est enregistrée par l'enfant et qu'il est conduit à agir sans référence directe à la situation de départ (imitation différée, détour, reproduction, reconnaissance de forme, codage...). J. PIAGET fait remonter l'élaboration des représentations à l'apparition de la fonction symbolique. C'est donc une construction progressive et rien n'assure que l'enfant jusqu'à six ans (et peut-être au-delà) dispose des représentations que l'adulte veut bien lui supposer.

2 - On sait que les concepts fondamentaux que l'on a pu croire intuitifs ou a priori ont malgré tout une histoire. Ainsi le Nombre ne peut devenir

opératoire que s'il est fondé sur des constructions plus fondamentales : conservations, correspondances, sériations. Il semble donc plus opportun d'être attentif au déroulement de ces étapes plutôt que de précipiter des apprentissages qui seraient fondés sur des notions au statut indé- cis. Il est tentant d'espérer que la répétition de certains types d'exer- cices puisse entraîner une consolidation plus précoce des apprentissages. La question s'est bien entendu posée de savoir si l'on pouvait hâter la construction des préalables, par exemple ceux qui conduisent au stade des Opérations Concrètes. La question ne manque pas d'intérêt mais elle présente plus de dangers que lorsqu'il s'agit de la culture des primeurs ou de l'élevage des poulets. L'un des dangers serait celui-ci : que le comportement apparent de l'enfant puisse faire croire à une précession effective, alors qu'il ne recouvrirait qu'un conditionnement. Il n'est pas rare de voir un enfant de 4 ou 5 ans manier de petits nombres, jouer avec des représentations fléchées ou des "différences" entre blocs lo- giques, mais que signifient pour lui ces activités ?

Il est souhaitable, il est important que la préoccupation péda- gogique soit instruite par une interrogation psychologique : les concepts de maturation, de seuils, sont encore chargés d'imprécision ; l'évolution présentée par la psychologie génétique est compliquée de variations in- dividuelles et de "décalages". Tout un champ de recherches s'ouvre ici auquel la psychologie moderne offre des instruments nouveaux. Il ne faut pas se hâter de le refermer prématurément, dans un souci d'utilitarisme immédiat, ou d'un dirigisme dicté par le pouvoir (comme en témoigne l'en- gouement pour les "objectifs").

3 - Tant que les représentations ne sont pas installées dans le stade des opérations formelles, chacune possède un champ d'utilisation privi- légié et limité. Une expérience illustrera cette idée :



Un quadrillage est dessiné au sol. Les en- fants vont effectuer des trajets en suivant les lignes.

- a) un chemin est indiqué par un fil de couleur.
- b) au lieu d'indiquer le chemin au sol, on guide l'enfant une première fois sur ce trajet.
- c) l'enfant doit réaliser le trajet indiqué selon l'une ou l'autre modalité, en se dépla- çant lui-même.
- d) il doit, au lieu de cela, le dessiner sur un plan.

Il y a donc 4 expériences possibles : a - c, b - c, a - d, b - d. Chacune fait appel à une représentation puisqu'il s'agit d'une reproduction différée. Mais la représentation en a) est suscitée par une image visuelle ; en b) par un mouvement. On pourrait même envisager une description verbale (e) et une reproduction verbale (f).

On est en droit d'attendre le meilleur taux de réussite lorsque le signal et la réponse sont de même nature (a - d, b - c, e - f). Les autres cas d'expérience font appel à des "traductions" dont il est facile de voir que la fidélité n'est que tardivement acquise. En face d'une situation donnée (ici : un trajet) certains modes de représentation sont plus efficaces que d'autres, certaines "traductions" plus difficiles. L'objet de l'apprentissage est :

- de faire trouver la représentation la plus efficace
- d'élargir les champs de chaque représentation
- de faciliter les traductions.

C'est ici le fondement de l'activité logique du sujet que l'on caricature trop souvent en recherche de blocs "petits ou jaunes", confection d'ensembles, ou gerbes de flèches. Les articulations logiques du langage ont ici une importance particulière mais non exclusive, les "traductions" verbales n'étant pas encore parfaitement efficaces, ni fidèles.

4 - On comprend que le support proposé à l'activité de l'enfant a une importance prépondérante : à la fois au regard de l'intérêt que lui porte l'enfant et de la nature de l'activité qu'il va exercer. A cet égard on peut classer le matériel en : divergent et convergent. Un matériel "converge" lorsque son usage est prescrit par sa forme même : ainsi des labyrinthes ou des puzzles ; toute consigne orale est quasi-superflue. Leur usage ne peut être souvent répété, ni reporté hors de leur champ initial. Plus un jeu est par lui-même divergent plus son champ d'utilisation peut être étendu et varié. C'est typiquement le cas des "cordes à jouer" du film du C.N.D.P. Les enfants les perçoivent bien comme objets de jeu. Des jeux de construction, des ficelles des découpages en carton, des gommettes permettent cette souplesse d'utilisation, donc d'initiative pour l'enfant et l'enseignant.

Car il importe également que l'activité de l'enfant prenne sa source dans sa propre initiative, et non dans ce qu'il pense qu'on attend de lui. Il arrive que l'on entende tel dialogue :

(on a posé sur une table tout ce qui peut servir à déboucher une bouteille)

Le maître : - que peut-on faire avec ces instruments ?

Les enfants : - des ensembles : l'ensemble des décapsuleurs et l'ensemble des tire-bouchons.

Mais cette initiative doit trouver sa place dans le projet du maître et non dans l'idolâtrie de la spontanéité. Cet accompagnement actif suppose non seulement que soit admise la place de "l'intelligence divergente" en mathématique, mais aussi que l'adulte soit particulièrement attentif à l'évolution de la pensée enfantine.

François BOULE

LILLE - mai 78

2, Avenue Soubise  
59130 LAMBERSART

atelier de  
pédagogie

préélémentaire et c.e. - information des maîtres  
mercredi 17 mars 1976 : 9 h 30 - 10 h  
jeudi 18 mars 1976 : 17 h 15 - 17 h 45 (2ème diffusion)

---

activités mathématiques

LA PERCEPTION DU TEMPS  
PAR DES ENFANTS DE CINQ ANS

---

Cette émission a été enregistrée au mois de novembre 1975 dans une section de grands de l'école maternelle d'application de l'école normale d'institutrices de Limoges.

THEME DE L'ACTIVITE

Chaque enfant dispose d'un album constitué de ses photographies, de sa naissance à la date de l'émission. L'album est un cahier où les photographies ont été collées. Chaque page représente une étape importante de la vie de l'enfant : sur la page de gauche, la photographie caractéristique, et sur la page de droite, des dessins, des schémas, des signes pour fixer cette date.

Cet album que l'on va observer et analyser constitue pour chaque enfant un calendrier de sa vie.

BUTS DE L'ACTIVITE

1 - Recherche de repères du temps. Les premiers repères choisis par l'enfant sont liés à son affectivité. La recherche s'organisera à partir de la photographie de l'enfant autour de graphismes complexes d'abord (dessin de l'enfant par lui-même), puis de schémas fixant une qualité qui lui semble importante (marcher, aller à l'école...), enfin par un signe simple issu du schéma (le sac d'écolier repèrera l'âge où l'on va à l'école). Ces repères du temps sont déjà ordonnés intuitivement ; le sac d'écolier, par exemple, ne sera pas associé au bébé.

2 - Comparaison de divers repères en vue de choisir un repère commun (âge par exemple) qui permettra la communication entre les enfants, et aussi, entre les enfants et les adultes.

. La comparaison des repères débouche aussi sur l'ordre de ces repères. En particulier utilisation des mots ; avant, après, et de locutions tel-

les que : plus vieux que, j'avais..., je n'ai pas encore...

. L'ensemble ordonné des repères peut être amélioré par l'intercalation.  
Exemple : on a quatre ans, on a cinq ans, certains ont cinq ans et demi.

. Cet ensemble ordonné des repères est illimité : exemple : j'aurai dix ans, j'aurai sept ans...

3 - Mathématiques ultérieures : le temps se repère par un ensemble de nombres ordonné totalement. L'écoulement du temps peut être jalonné par des nombres. Tout ce qui précède est lié au repérage des instants, et ne fait pas appel à la notion de durée.

Ces instants sont repérés par des nombres naturels.

Exemples :

un an, deux ans, trois ans...

les jours du mois de novembre,

les heures de classe.

Mais les nombres naturels sont insuffisants : que signifie quatre ans et demi ? La société a créé pour le temps des nombres dits complexes. On parle : "au troisième top, il sera seize heures trente minutes...".

Entre deux naturels consécutifs, il s'intercale d'autres repères du temps. Il faut construire un ensemble de nombres qui contiendra les naturels et les "intercalaires".

De proche en proche, nous allons à l'instant mis en relation avec un nombre rationnel, enfin avec un nombre réel. L'ensemble  $R$  des nombres réels permet de repérer tous les instants. A ce moment là, nous pourrons parler de durée qui sépare deux instants. Entre les instants 15 h et 19 h, la durée est quatre heures.

#### DESCRIPTION DE L'ACTIVITE

##### 1 - Méthode de travail

La démarche pédagogique tient compte de divers paramètres : enfant, groupe d'enfants, groupe-classe, adultes, environnement.

Les divers éléments seront analysés sur trois plans : plan de l'action, plan de la verbalisation, plan de la représentation graphique. Les analyses permettront de juger de la connaissance ou de la reconnaissance d'une notion par l'enfant. Ce jugement porté par la maîtresse permet de relancer

des observations qui ramènent de nouvelles analyses sur les trois plans précédents.

La pensée enfantine progresse en gros selon trois étapes qui se renouvellent sans cesse tout en s'élargissant. Précisons :

1er étape : L'enfant observe toutes les photos que ses parents lui ont remis.

2ème étape : Il réfléchit, ordonne sa pensée, la compare à celle de ses camarades, pose des questions à la maitresse. Cette réflexion va se manifester par plusieurs modes d'expression : verbalisation ou graphismes. La pédagogie est constituée d'aller et retour nombreux qui conduisent à l'expression des premières généralisations.

3ème étape : Le pédagogue fait un choix parmi ces conclusions. Ce choix entraîne de nouvelles observations pour un nouveau cycle de trois étapes.

## 2 - Ce qui s'est passé avant l'émission

a) Activité individuelle : par un dialogue avec chaque enfant, la maitresse a constitué l'album de photographies. Le rangement des photographies a été fait selon deux critères :

- être plus grand que (plus petit que)
- tenir compte des informations des parents.

b) Activités collectives : observations libres, expressions libres au milieu des situations multiples représentées par toutes ces photographies. Ces activités collectives ont été amenées sous forme d'activités d'éveil. Les enfants se communiquaient toutes les observations qu'ils pouvaient faire sur leurs photographies et sur les comparaisons de photographies. Ils se déplaçaient librement afin de vérifier les allégations du camarade. Ces activités ont décelé un certain nombre d'étapes communes dans la vie des enfants ; ce qui fut une excellente motivation au dessin.

c) Activité individuelle : par des dessins, chaque enfant a voulu fixer un élément caractéristique de chaque étape. On remarque que ces éléments caractéristiques ne sont pas toujours les mêmes pour tous les enfants. En particulier, pour les étapes deux ans et trois ans, les enfants ont des dessins très divers.

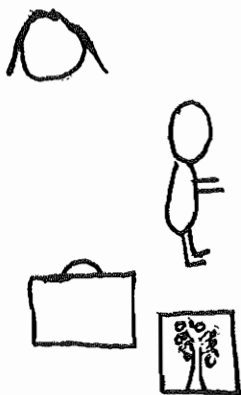
Certains enfants n'avaient pas apporté de photographies, ils les ont remplacées par des dessins d'imagination suscités par les discussions précédentes.

Pour les comparaisons, la pédagogie avait été facilitée par des photographies célébrant les anniversaires et par des photographies de famille, sans les parents, avec des frères plus âgés ou plus jeunes. Dans les dessins, on a retrouvé cet intérêt pour la comparaison.

d) Activité collective avec le pédagogue : chaque étape est reprise avec le souci d'une représentation plus schématique, (convenant à tous), plus rapide.

La comparaison des photographies (ou des dessins) correspondant aux divers âges a conduit à délaisser certains schémas, caractéristiques d'un âge (biberon par exemple) et à choisir des signes pouvant convenir à toutes les étapes (tête ou attitude de l'enfant ou taille).

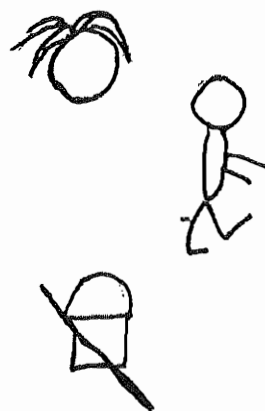
(Dessin I)



L'entrée à l'école est une étape importante pour les enfants. Ils ont voulu conserver le dessin du sac d'écolier pour repérer cette étape. Mais, à un an, on ne va pas à l'école ; comment va-t-on résoudre ce problème ?

Réponse à un an

(Dessin II)





Réponse à 3 ans, 4 ans, 5 ans :

Dans la classe des petits, je barbouille

Dans la classe des moyens, je dessine

Dans la classe des grands, j'écris

(Dessin III)



### 3 - Ce qui s'est passé pendant l'enregistrement de l'émission

L'environnement pendant l'enregistrement est inhabituel pour les enfants, la vie dans la classe est modifiée par la présence du matériel de tournage, des techniciens, et d'une épidémie de grippe imprévue.

La classe de 32 élèves a été divisée en demi-classes de 16 élèves, organisées par groupes de quatre. Sur le plan pédagogique, chaque demi-classe a participé alternativement à l'émission. Entre les séances d'enregistrement le travail se poursuivait avec la classe entière.

L'émission dure 27 minutes qui correspondent à un travail en classe d'une semaine. Dans l'émission, on remarquera que la vie de classe est presque entièrement conservée en début et fin d'émission, alors que les étapes intermédiaires ne sont qu'évoquées.

Au cours de l'enregistrement, les trois étapes décrites dans la méthode de travail se retrouvent plusieurs fois, à chaque fois un pas vers l'abstraction est fait.

a) Au début, une activité d'éveil est lancée pour rappeler le travail antérieur conduit depuis un mois : observation de photos classées, recherche de critères pertinents, réflexions sur ces recherches qui débouchent sur des représentations de plus en plus simplifiées. A chaque page de l'album on trouve des schémas : tête et cheveux, attitudes (couché, assis, debout), fréquentation de l'école.

b) On feuillette l'album, on observe l'évolution des représentations, on décide de les mettre en bande. Les dessins de la bande-taille sont vus dans l'émission, puis ceux de la bande-école et ceux de la bande-anniversaire.

(Dessin IV)



c) Que va-t-on faire de ces bandes ? Observons, comparons, réfléchissons. Les enfants découvrent que la bande-anniversaire est un repérage social commun à tous. On décide de mettre les bandes les unes au-dessous des autres. Le premier dessin de la bande-anniversaire sera mis en correspondance avec les attitudes de l'enfant de 1 an. Vous remarquerez dans l'émission, le décalage des bandes.

d) L'observation des bandes superposées fait apparaître l'existence de cases blanches : exemple, l'enfant de un an ne va pas à l'école. La réflexion des enfants a conduit, soit à laisser la case en blanc, soit à suivre l'idée des enfants de dessiner le sac de toute manière, en le bar-rant si l'on ne va pas à l'école.

Ainsi, à chaque âge, quel que soit le critère choisi, l'enfant tient à associer un système de repérage.

Remarques mathématiques : La pédagogie a décelé que le critère qui frappe le plus l'activité des enfants de cinq ans est la concrétisation par les bougies d'anniversaire, ce qui revient à coder le temps par des nombres naturels munis de leur ordre total.

Dans nos écoles on écrit toujours de gauche à droite, on fait des bandes dessinées en utilisant le même sens de parcours. Les dessins des bandes sur le temps se sont inspirés de ces habitudes d'enseignement.

Au cours de l'émission, les enfants ont montré qu'ils n'avaient aucune notion de durée, aussi chaque case de chaque bande n'est qu'un repère d'un instant donné.

e) La fin de l'émission montre, sous la conduite de la maîtresse, une réflexion enfantine très organisée qui permet de faire sentir et même de faire énoncer que la liste 1, 2, 3, 4, 5... a un autre début : le zéro. Pendant cette discussion, les enfants énoncent d'autres mots et donnent des listes liées aux mois, aux jours, le zéro étant toujours perçu comme le début de la liste.

Les enfants attirent l'attention sur 4 ans et demi, 2 ans et demi, 5 ans et demi. C'est là un affinement du repère par l'intercalation des repères "demi".

L'émission se termine sur la liste des âges, plus exactement la liste des nombres qui est illimitée :... 2 ans et demi, 3 ans, 3 ans et demi, 4 ans, 4 ans et demi, 5 ans, 5 ans et demi, 6 ans, 6 ans et demi,... 10 ans.

Remarque générale : Les mots "avant", "après" sont souvent employés dans l'émission. Les enfants sont plus à l'aise avec "après" qu'avec "avant". L'approche mathématique demande à la pédagogie de faire ressortir l'aspect réciproque des deux relations.

#### 4 - Ce qui va se passer après l'émission

Intentions mathématiques : Le temps ne se mesure pas, il se repère. Comment ? Rechercher tous les repères sociaux : calendriers, pendules, montres. Sur tous ces repères on lit des nombres. Le temps se repère donc avec des nombres. Que le critère soit an, mois, jour ou heure, tous les débuts des listes contiennent le début de la liste des nombres naturels. Les mois, jours et heures permettent d'intercaler des instants entre deux instants donnés, et de faire apparaître peu à peu un repère qui est lié au déroulement continu du temps. Toutes les activités sur le temps utilisent la relation d'ordre total dans les repères. La connaissance du temps ne sera valable que lorsque les enfants sauront coder passé et avenir. Ce qui se perçoit par l'usage du futur et de l'imparfait.

Suites pédagogiques à la maternelle : La recherche dans l'émission s'appuie beaucoup sur l'affectivité de l'enfant. Le travail se poursuivra par la constitution d'autres bandes dessinées, liées au déroulement de la journée, par la constitution d'un calendrier par jours, semaines, mois, années. Le calendrier est un pas qui permet de quitter l'affectivité. Toute l'année on retrouvera les anniversaires, on comparera les âges, on utilisera la fratrie. Ce qui pourra être une ouverture discrète vers la notion de durée.

LISTE DES PARTICIPANTS AU GROUPE 4 C

|              |             |                       |
|--------------|-------------|-----------------------|
| BEIGBEDER    | Augusta     | E.N. SAINT ETIENNE    |
| AUBEPART     | Colette     | C.P.E.N. CHAUMONT     |
| BOULE        | François    | E.N. LILLE            |
| BUISSON      | Geneviève   | E.N. ROUEN            |
| VAUTRIN      | Georgette   | E.N. CHAUMONT         |
| LE GREVELLEC | Lucien      | E.N. QUIMPER          |
| GUILLOSSOT   | Denise      | E.N. RENNES           |
| GOLIOT       | Gérard      | I.D.E.N. CHAUMONT     |
| HABERT       | Danielle    | E.N. SAINTE SAVINE    |
| TARDIVEL     | Jeanine     | E.N. SAINT BRIEUC     |
| SIMONIN      | Bernadette  | C.P.E.N. CHAUMONT     |
| PAINCHAULT   | Jacques     | Lycée d'AIX LES BAINS |
| RUFFIER      | Jean-Pierre | I.D.E.N. CHAUMONT     |

|        |       |                                     |
|--------|-------|-------------------------------------|
| CREPIN | Roger | 94, avenue de Locarno 87000 LIMOGES |
|--------|-------|-------------------------------------|

**5** - Interdisciplinarité en classe de formation professionnelle : Travail des normaliens autour d'un thème dans différentes disciplines.

Animateurs : - MATHIEU 18, rue de Tambour 08000 CHARLEVILLE-MEZIERES

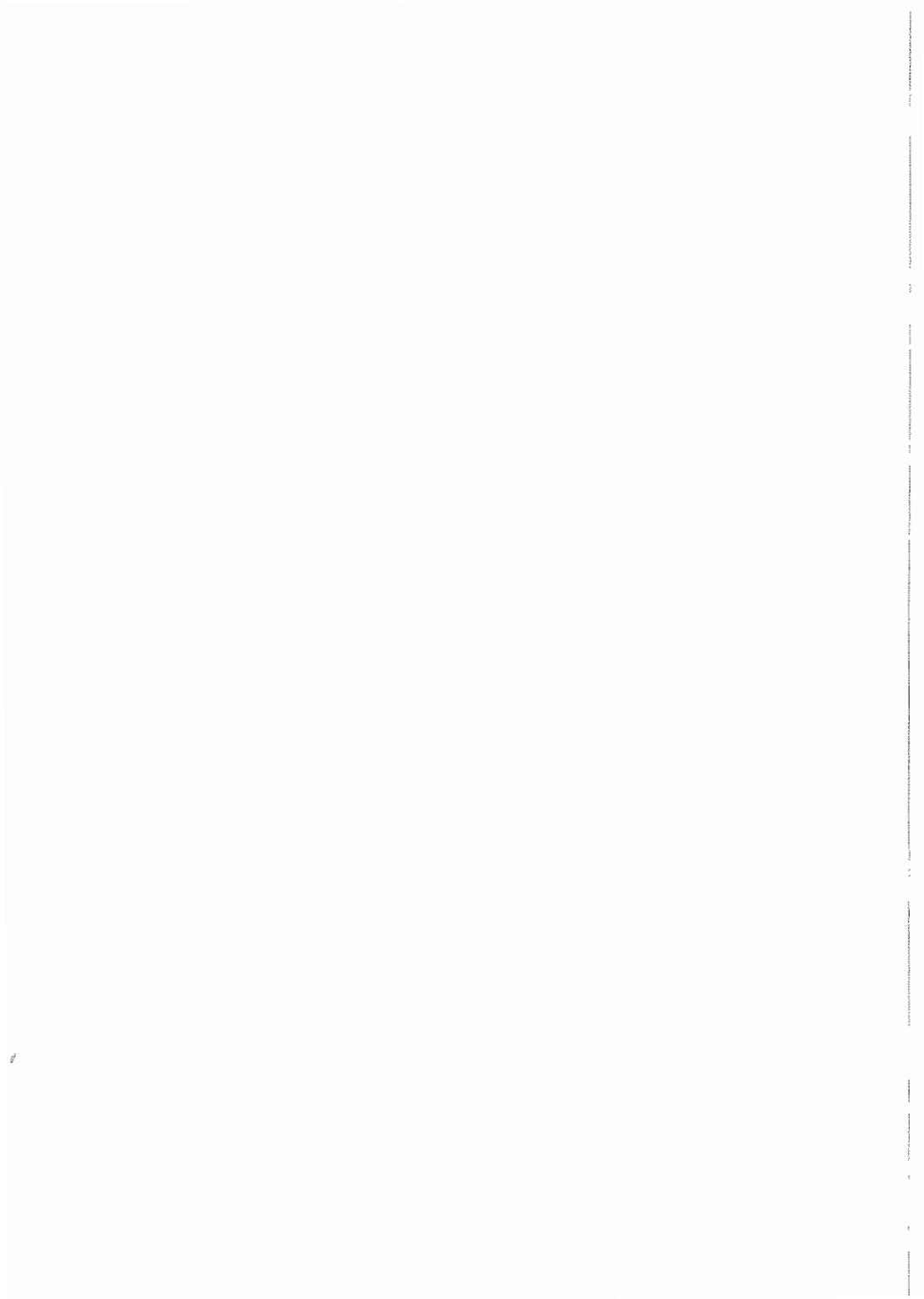
- MUNIER Rozian Sud 10 Chamarandes 52000 CHAUMONT

- SIRCOGLOU - E.N.M. - Avenue du 14 Juillet 52012 CHAUMONT

- Annexe 1 : BLOIS

- Annexe 2 : LE BOURGET

- Annexe 3 : CHARLEVILLE



RAPPORT DU GROUPE : INTERDISCIPLINARITE

AUBERIVE 1978

ANIMATEUR : MATHIEU C

Dans un premier temps, chaque membre du groupe a fait un compte-rendu de ses expériences personnelles :

Dans une première EN, une unité consacrée à l'interdisciplinarité a permis au professeur de Mathématiques de travailler notamment avec le professeur de Français et ainsi :

1. d'étudier les mots utilisés dans les énoncés mathématiques.
2. de produire des énoncés autour d'un thème. Ex : l'orage.
3. de clarifier le langage au niveau des démonstrations.

Il s'est dégagé, en comparant le langage français utilisé en mathématiques à celui d'un texte littéraire, certaines divergences : au niveau de la syntaxe, de la façon de poser les questions et du vocabulaire - les phénomènes de redondance sont moins nets dans le langage mathématique que dans le texte littéraire.

Une semaine interdisciplinaire a, de plus, été organisée en Janvier l'objectif était : l'étude d'un thème vu au travers de toutes les disciplines, ex. cité : LES SONDAGES. Ceci a permis au professeur de Mathématiques d'aborder les techniques d'enquête et de classement.

Dans une seconde E.N., c'est surtout au niveau de l'option que le professeur de Mathématiques a été amené à travailler en interdisciplinarité : unissant Mathématiques et Dessin.

Plusieurs démarches ont alors été pratiquées :

1. Partir d'une oeuvre et, à la demande du professeur de Dessin, déterminer les notions mathématiques permettant de l'analyser et dans certains cas de la reconstruire :  
Ex :-oeuvre de Vasarely
  - mise en évidence du nombre d'or
  - étude de la perspective
  - étude des déformations : anamorphoses.

2. Partir d'une activité mathématique débouchant sur une activité esthétique :

- Traçages géométriques sur les notions de cercles, droites parallèles, médiatrices, cônes...
- Structures algébriques et figurations colorées

Le professeur de dessin peut ne pas intervenir, il est néanmoins souhaitable qu'il intervienne en ce qui concerne la recherche de graphismes et de couleurs.

3. Activités esthétiques débouchant sur un modèle mathématique :

- recherches de pavages à l'aide d'un module de départ
- recherche de dégradés et de mélanges de couleurs (cube des couleurs)

Dans une troisième EN en liaison avec l'enseignement en Maternelle l'interdisciplinarité est naturellement apparue.

L'exploitation avec les normaliens a porté sur les thèmes suivants :

- Espace - Temps
- Formes géométriques
- En éveil : l'espace et la ville
- Mesure, repérage

Le choix de certains thèmes a été laissé aux normaliens ; par exemple, ils ont décidé, en collaboration avec le professeur de Travail Manuel et le professeur de Mathématiques d'étudier les formes géométriques. Il ressort de cette étude que la mathématisation s'avère difficile, les élèves ayant pour but la réalisation, se contentant de recettes de construction, ils en sont restés au travail manuel.

D'autres thèmes plus orientés vers les mathématiques ont été abordés :

- la recherche de pentaminos
- le cube des couleurs

Ces études débouchent sur des jeux de combinatoire intéressants en eux-mêmes ; mais, les élèves ayant résolu leurs difficultés par la manipulation, n'éprouvent pas la nécessité de mathématiser et se désintéressent souvent du modèle mathématique ; néanmoins il s'avère que l'interdisciplinarité a permis de renouveler l'intérêt pour le cours.



RAPPORT DU GROUPE : INTERDISCIPLINARITE

AUBERIVE 1978

ANIMATEUR : MATHIEU C

Dans un premier temps, chaque membre du groupe a fait un compte-rendu de ses expériences personnelles :

Dans une première EN, une unité consacrée à l'interdisciplinarité a permis au professeur de Mathématiques de travailler notamment avec le professeur de Français et ainsi :

1. d'étudier les mots utilisés dans les énoncés mathématiques.
2. de produire des énoncés autour d'un thème. Ex : l'orage.
3. de clarifier le langage au niveau des démonstrations.

Il s'est dégagé, en comparant le langage français utilisé en mathématiques à celui d'un texte littéraire, certaines divergences : au niveau de la syntaxe, de la façon de poser les questions et du vocabulaire - les phénomènes de redondance sont moins nets dans le langage mathématique que dans le texte littéraire.

Une semaine interdisciplinaire a, de plus, été organisée en Janvier l'objectif était : l'étude d'un thème vu au travers de toutes les disciplines, ex. cité : LES SONDAGES. Ceci a permis au professeur de Mathématiques d'aborder les techniques d'enquête et de classement.

Dans une seconde E.N., c'est surtout au niveau de l'option que le professeur de Mathématiques a été amené à travailler en interdisciplinarité : unissant Mathématiques et Dessin.

Plusieurs démarches ont alors été pratiquées :

1. Partir d'une oeuvre et, à la demande du professeur de Dessin, déterminer les notions mathématiques permettant de l'analyser et dans certains cas de la reconstruire :  
Ex : -oeuvre de Vasarely
  - mise en évidence du nombre d'or
  - étude de la perspective
  - étude des déformations : anamorphoses.

2. Partir d'une activité mathématique débouchant sur une activité esthétique :

- Traçages géométriques sur les notions de cercles, droites parallèles, médiatrices, cônes...
- Structures algébriques et figurations colorées

Le professeur de dessin peut ne pas intervenir, il est néanmoins souhaitable qu'il intervienne en ce qui concerne la recherche de graphismes et de couleurs.

3. Activités esthétiques débouchant sur un modèle mathématique :

- recherches de pavages à l'aide d'un module de départ
- recherche de dégradés et de mélanges de couleurs (cube des couleurs)

Dans une troisième EN en liaison avec l'enseignement en Maternelle l'interdisciplinarité est naturellement apparue.

L'exploitation avec les normaliens a porté sur les thèmes suivants :

- Espace - Temps
- Formes géométriques
- En éveil : l'espace et la ville
- Mesure, repérage

Le choix de certains thèmes a été laissé aux normaliens ; par exemple, ils ont décidé, en collaboration avec le professeur de Travail Manuel et le professeur de Mathématiques d'étudier les formes géométriques. Il ressort de cette étude que la mathématisation s'avère difficile, les élèves ayant pour but la réalisation, se contentant de recettes de construction, ils en sont restés au travail manuel.

D'autres thèmes plus orientés vers les mathématiques ont été abordés :

- la recherche de pentaminos
- le cube des couleurs

Ces études débouchent sur des jeux de combinatoire intéressants en eux-mêmes ; mais, les élèves ayant résolu leurs difficultés par la manipulation, n'éprouvent pas la nécessité de mathématiser et se désintéressent souvent du modèle mathématique ; néanmoins il s'avère que l'interdisciplinarité a permis de renouveler l'intérêt pour le cours.

Dans une quatrième EN il a été procédé à une cointervention des professeurs de Mathématiques et d'Histoire : utilisation d'un document historique exploité en mathématiques :

- document ; chiffres donnant la taille des conscrits volontaires pendant la révolution.
- exploitation : comparaison de mesures (système base douze) comparaison des tailles des conscrits actuels avec ceux de la Révolution.

Ce problème a permis au professeur de Mathématiques de donner une véritable information de statistique théorique qui a trouvé immédiatement son application pratique sur le document.

Une initiation pratique à la méthode statistique a complété la formation théorique.

- application à d'autres exemples de cette méthode : Ex : recensement des vieilles maisons d'une agglomération
- prolongement de cette étude par la rencontre entre les Mathématiques et les sciences sociales au Cours Moyen. Des situations d'éveil et des exemples de documents les illustrant ont été systématiquement explorés et mis en relation avec un modèle mathématique.

Dans une cinquième EN a eu lieu une cointervention des professeurs de psychopédagogie et de Mathématiques à propos de l'étude de textes de Piaget sur la genèse du nombre chez l'enfant ; ceci a été suivi par une exploitation en groupes et par des expériences au Cours Préparatoire. Cointervention également entre professeurs de Français et de Mathématiques à propos de l'étude de Jeux.

Le caractère gratuit des jeux proposés et les recherches de stratégies furent très profitables, s'opposant aux jeux actuellement présentés par les éditions mathématiques qui ont souvent un objectif précis.

Dans une sixième EN le professeur de Mathématiques s'est intéressé aux travaux portant sur l'éveil scientifique et en particulier aux problèmes posés par le contact avec la matière lors de séances de travaux manuels :

- par exemple : l'étude du fonctionnement d'une grue permet entre autre de définir les coordonnées polaires et le repérage.
- les études de chantier permettent d'aborder les notions de triangulation et de structures indéformables.

- la détection des analogies de structures est des plus profitables :  
par exemple : trouver la liaison de type Cardan dans une bétonnière,  
la roue d'une voiture, le support d'une caméra.

D'autres orientations ont été prises :

- en statistique : au cours Moyen : prévoir le temps, étudier la longévité  
ou la mortalité dans une population ou encore le nombre d'enfants par  
famille.
- en électricité : la fabrication de moteurs électriques amène des problèmes  
en géométrie.
- en optique : les enfants peuvent découvrir eux-mêmes, certains systèmes  
optiques permettant de redresser une image donnée par une lentille, en  
utilisant des propriétés géométriques.

En liaison avec les classes de mer ont été montées des activités  
de mesure :

- comment mesurer la vitesse en noeuds des bateaux.
- fonctionnement des appareils de sondages.
- utilisation du repérage par triangulation lors de la recherche d'objets  
enfouis dans le sable et recouverts par la mer
- études de cartes marines.

Après cette mise en commun de l'expérience de chacun, le groupe s'est posé plusieurs questions :

### I Pourquoi travailler en interdisciplinarité ?

Plusieurs réponses ont été proposées :

1. Réaction des élèves-maîtres contre un enseignement morcelé et centré sur des contenus de disciplines, liée au souhait d'une pédagogie plus ouverte en fonction de la polyvalence du maître.
2. Evolution normale du Professeur d'Ecole Normale face à la pédagogie qui nécessite le travail en équipe ; de plus, le contact avec l'école primaire a posé des problèmes nécessitant souvent une approche multidisciplinaire.
3. Essais d'extention des Mathématiques aux autres disciplines ; chaque matière essayant d'en récupérer le prestige, le professeur de Mathématiques en profitant pour augmenter le pouvoir de sa matière.
4. Démystification des Mathématiques aux yeux des normaliens ; elles deviennent un outil au service de problèmes divers que le futur maître rencontrera inévitablement.
5. Les autres matières fournissant des situations à étudier et à mathématiser, les discours sur la pédagogie sans supports concrets sont limités.

### II Objectifs de l'interdisciplinarité

1. Rechercher des situations dans d'autres disciplines permettant de montrer aux Normaliens la nécessité de l'outil Mathématique - celui-ci faisant déjà parti de leur acquis - et ensuite de leur faire reconnaître les différentes parties des Mathématiques utilisées : ex : combinatoires, arithmétique...
2. Aborder de nouvelles notions de Mathématiques : Ex : cours de statistique complet suivant l'étude d'un document historique.
3. Réinvestir les études multidisciplinaires
  - soit au niveau du Normalien :
    - a. dans la discipline
    - b. dans d'autres matières que les Mathématiques.
  - soit au niveau de la classe primaire

### 1. Mise en situation d'interdisciplinarité :

Dans la classe primaire, mais aussi à l'École Normale à propos de l'étude d'autres disciplines.

Cette mise en situation peut :

- avoir un caractère occasionnel : ex. à propos d'un thème trouvé dans la presse et faisant intervenir un grand nombre de notions dépassant le cadre de quelques disciplines ou dépendant de disciplines non enseignées à l'École Normale (ex. : les élections).
- dépendre d'une équipe pédagogique et s'intéresser à un type de démarche, chaque discipline ayant une approche particulière, mais la méthode scientifique ayant un caractère unifiant.

Au niveau du normalien, cette mise en situation ne montre sa nécessité, souvent, en ce qui concerne les  $FP_1$ , qu'après une certaine pratique de la classe, donc au second trimestre, après le stage d'observation, de plus, il faut souvent provoquer la demande et ensuite l'élargir. Par contre, les  $FP_2$ , eux, sont plus sensibilisés, en particulier au retour du stage en situation. Il est intéressant de temps en temps de participer directement au travail des élèves : ceux-ci ayant choisi un sujet de recherche sur un thème, le professeur de Mathématiques peut s'intégrer au groupe sans avoir d'idée préalable sur les notions à étudier, ce qui permet, par la suite, de dégager en commun l'outil mathématique utile - outil déjà possédé par les élèves mais non appliqué auparavant à ce cas précis. Le professeur de Mathématiques doit mettre en évidence devant les normaliens sa démarche de recherche, ainsi les élèves pourront la comparer à celle utilisée par d'autres disciplines. Donc, on s'efforcera de développer le sens de la recherche et les méthodes propres aux sciences expérimentales ; ce qui amènera le normalien à respecter les moyens utilisés par ses élèves lors de la recherche de problèmes.

### 2. Un objectif important de l'interdisciplinarité est aussi de faire des Mathématiques

- On pourra contrôler les acquisitions antérieures des normaliens lorsqu'ils seront amenés à les réinvestir.
- En liaison avec l'unité I on dépassera le stade de la recherche sur une situation donnée pour introduire de nouvelles notions mathématiques ex. : statistiques.

- Ces méthodes permettront de différencier les élèves suivant leurs connaissances, et aussi, de choisir des thèmes d'études favorisant une mise en commun de ces connaissances au bénéfice de tous.

3. Réinvestissement des Mathématiques les liant à toute étude et les rendant indispensables à ces études, ainsi les Mathématiques seront au service :

- d'elles-mêmes, en ce qui concerne l'unité I
- d'autres disciplines
- de toute situation, même ne relevant pas d'une discipline enseignée.
- des activités de l'école primaire.

### III Formes d'interventions interdisciplinaires

1. Le thème d'étude peut-être commun à plusieurs disciplines, chaque professeur intervenant sur le même thème dans sa plage horaire - une concertation préparatoire et ensuite une synthèse commune étant nécessaires.

Ces thèmes pourront :

- porter sur le contenu : Ex : étude de l'espace, du temps, du symbolisme...
- être centrés sur les méthodes : Ex : travail de groupes, manières de donner des consignes suivant les disciplines.

Il serait souhaitable que les normaliens trouvent eux-mêmes la liaison interdisciplinaire.

2. Présence simultanée dans la classe de plusieurs professeurs afin d'étudier par exemple :

- en partant d'un texte de Piaget sur la genèse du nombre chez l'enfant, la méthodologie pédagogique de cette notion - présence du professeur de psychopédagogie indispensable.
- une exploitation en commun de situations. Ex : étude des polyèdres avec le professeur de Travaux Manuels.
- les motivations employées par les autres disciplines dans un but pédagogique.

#### IV Limites de l'interdisciplinarité

- Elles dépendent beaucoup de l'entente du corps professoral
- La structure de l'emploi du temps à l'EN est dans certains cas aussi une limite à une intervention multidisciplinaire, en effet il est assez difficile d'imposer des thèmes de réflexion car ceux-ci demandent souvent un travail annexe très important et des concertations nombreuses.

Malgré cela, l'effort fourni pour surmonter certaines difficultés, est largement récompensé par le regain d'intérêt que l'interdisciplinarité suscite chez le normalien.



Annexe 1 :

BLois (L. Autebert)

# RENCONTRES MATHÉMATIQUES - ÉVEIL SCIENCES SOCIALES

(principalement au cours moyen)

| MATHÉMATIQUES                                                                                                                             | MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES            | SITUATIONS d' ÉVEIL                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | EXEMPLES DOCUMENTAIRES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1- <u>NUMÉRATION</u></p> <p>Nombres naturels</p> <p>Nombres décimaux</p> <p>Nombres relatifs</p> <p>Nombres rationnels (fractions)</p> |                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>- notation numérique ancienne :<br/>Ex. romaine</li> <li>- systèmes numériques non décimaux</li> <li>- notion de moyenne</li> <li>- bilan numérique d'une population</li> <li>- relevé de températures</li> <li>- emploi dans le langage des expressions : un demi ; et demi ; un tiers, un quart ...</li> </ul>                                                                                               | <p>Documents chiffrés antérieurs au 18<sup>e</sup> S. (rôles de taille, inventaires après décès ...)</p> <p>antérieurs à 1789 : duodécimal (mesures de longueur), vigésimal, à base 8 ou 16 . (voir partie séries statistiques)</p> <p>Comptage des baptêmes et des sépultures sur un registre paroissial.</p>                         |
| <p>2- <u>PROPORTIONNALITÉ</u></p>                                                                                                         | <p>Pourcentages</p> <p>Echelles</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analyse d'une structure (en particulier pour nécessité de comparaison)</li> <li>- Taux</li> <li>- Représentations figurées <ul style="list-style-type: none"> <li>. plans, cartes, photos aériennes...</li> <li>. du temps</li> <li>. graphique d'évolution</li> <li>. graphique de structure (linéaire, surface carrée ou circulaire, pyramide)</li> <li>. représentations d'un flux</li> </ul> </li> </ul> | <p>Une population, des professions, des âges, un territoire ...</p> <p>Natalité, mortalité, mortalité infantile autrefois ...</p> <p>Cadastre, documents IGN, Michelin ...</p> <p>Frise chronologique</p> <p>Population, hauteur d'eau, durée du jour ...</p> <p>Population, territoire ...</p> <p>Circulation routière, frets ...</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>3- <u>MESURES</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Longueur</li> <li>- Aire</li> <li>- Volume</li> <li>- Mesure du temps</li> <li>- Mesure des angles</li> </ul>                                                                                                               | <p>Densité</p> <p>Capacité</p> <p>Vitesse et mouvement uniforme</p>                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Distances indiquées sur un carte</li> <li>- Travail sur le terrain, arpentage</li> <li>- Anciennes mesures de longueur</li> <li>- Analyse d'un territoire</li> <li>- Anciennes mesures</li> <li>- D'un habitat, d'une population, d'un peuplement forestier.</li> <li>- Anciennes mesures liquides, grains</li> <li>- Evolution des moyens de transport</li> <li>- Orientation</li> <li>- Levée d'un plan</li> </ul> | <p>Registres de milice, engagements volontaires, conscription ...</p> <p>Exploitation, commune, forêt ...</p> <p>Terriers, baux, inventaires après décès..</p> <p>. calendrier républicain -</p> <p>Inventaires</p> <p>Transports routiers, chemin de fer</p> <p>Utilisation de la boussole (Mesure en vue d'un report)</p> |
| <p>4- <u>STATISTIQUES</u><br/><u>PROBABILITES</u></p>                                                                                                                                                                                                                                         | <p>Moyenne arithmétique</p> <p>Médiane</p> <p>Mode</p>                                                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilisation d'une série statistique</li> <li>- Sondage, formation d'un échantillon</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relevés de prix (formation du consommateur)</li> <li>- Relevés d'âges (âge au décès, âge d'engagement ...)</li> <li>- Montant d'impôts (rôle de taille)</li> <li>- Taille des individus (registre de milice, listes d'enrolement volontaire ...) etc ...</li> </ul>                |
| <p>5- <u>GEOMETRIE</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sphère</li> <li>- Repérage</li> <li>- Coordonnées cartésiennes, polaires</li> <li>- Transformations <ul style="list-style-type: none"> <li>. Rotation</li> <li>. Homothétie</li> <li>. Projections</li> </ul> </li> </ul> | <p>Quadrillage, tableau à double entrées</p> <p>Représentations graphiques</p> <p>Cylindriques</p> <p>Coniques</p> <p>Représentation des volumes</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le globe terrestre</li> <li>- Tableau de renseignements concernant une série d'individus</li> <li>- Graphique d'évolution</li> <li>- Graphique de structure circulaire</li> <li>- Rotation du globe terrestre</li> <li>- Reproduction d'une carte au carreau</li> <li>- Ombres au soleil</li> <li>- Ombres au projecteur</li> <li>- La perspective dans la photo</li> <li>- Courbes de niveau.</li> </ul>            | <p>Analyse des maisons</p> <p>Population, hauteurs d'eau, montant d'un impôt ...</p> <p>Territoire, cultures ...</p>                                                                                                                                                                                                        |



Annexe 2 :

LE BOURGET

Jeanne MEIFFREN



Bibliographie : Traité de Psychologie de Fraisse - Piaget T VII pp. 143-145  
La Genèse du nombre - Chapitre IV - Piaget

I - Matériel : une vingtaine de jetons bleus et de jetons rouges

II - Passation : individuelle

III - Moment : début C.P. et avant le "test du clown"

IV - Passation

Situation : correspondance entre 2 séries de 5 jetons.

### CONSIGNES

"Que peux-tu faire pour que tu  
en aies autant que moi ?"  
*autant, par plus, pas  
moins.*

"Explique-moi comment tu as  
fait "

### NOTATION

. Cocher case

K pour manipulation correcte

I pour manipulation incorrecte

O pour absence de manipulation

. Dans la colonne T, utiliser le code suivant, en fonction de l'explication  
donnée par l'enfant :

O : Absence d'explication ou fabulation

A+ : explication qui se réfère correctement à la correspon-  
dance terme à terme

A- : explication fautive, mais se référant à la correspondance  
terme à terme

.../...

### CONDITIONS TECHNIQUES

L'enfant est placé face à l'expérimentateur et  
dispose de l'ensemble des jetons rouges.  
Aligner 5 jetons bleus (diamètre 2,5 cm environ),  
séparés par des intervalles d'environ 5 cm

Demander :

Ne pas reprendre ni modifier la question, ~~ni trop~~  
~~insister sur le mot "autant"~~.

L'enfant peut réussir l'épreuve soit en correspondance  
terme à terme, soit en dénombrant.

Afin de connaître le mode opératoire qui sous-  
tend la manipulation,

Poser la question :

Noter mot à mot la réponse de l'enfant dans la  
colonne "explication"

B+ : l'explication se réfère correctement au procédé de dénombrement

B- : Explication fausse, mais se référant au procédé de dénombrement.

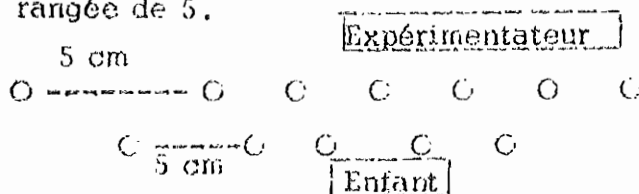
Situation : Egalisation d'une série de 7 et 5 jetons.

### CONSIGNES

### CONDITIONS TECHNIQUES

L'enfant et l'expérimentateur n'utilisent que les jetons bleus.

Placer une rangée de 7 jetons devant lui (même intervalle que pour la correspondance), puis une autre rangée de 5.



Placer les jetons hors de la vue de l'enfant. Montrer ensuite la situation à l'enfant.

Poser la question : (mêmes conditions d'interrogation que ci-dessus)

"Que peux-tu faire pour que tu aies autant de jetons que moi ?"

*"autant pas plus, pas moins"*

Il y a trois types de résolution possibles :

- I- L'enfant ajoute 2 jetons
- II- L'enfant enlève 2 jetons
- III- L'enfant change 1 jeton de ligne.

Selon que l'enfant répond par I, II, ou III, les consignes à lui donner sont différentes.

Pour cela, il faut lire le tableau qui suit.

Remarque importante : A la fin de la dernière consigne (donc à droite du tableau), poser la question I et noter la réponse.

### NOTATION

Elle se fait comme pour la correspondance.

Situation : Conservation

Epreuve

.../...



# Test d'équipotence - Feuille individuelle de dépouillement

263

Nom :

Prénom :

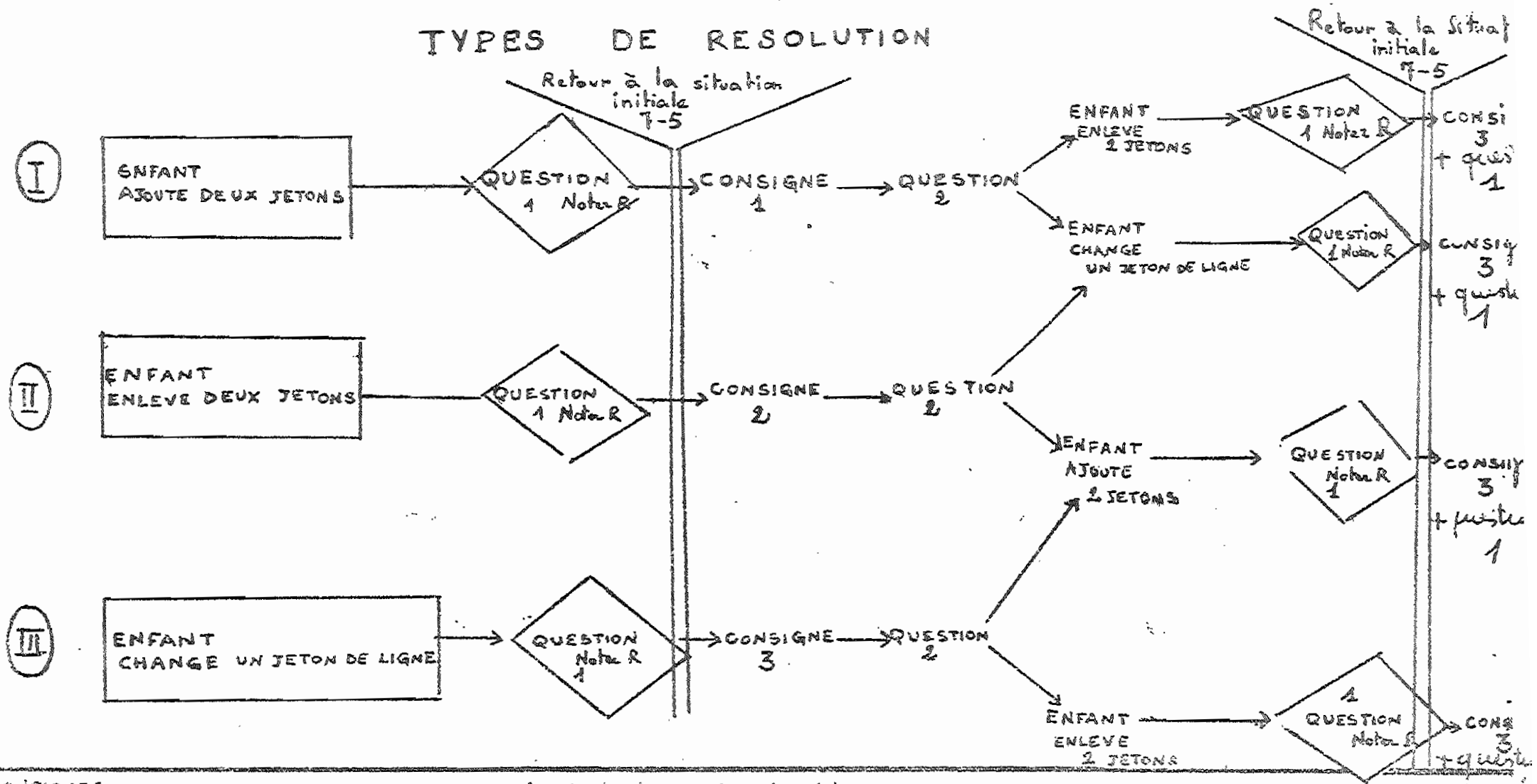
date de naissance

âge (années - mois)

classe

| critères<br>situation | Réponse |   |   |   | Pourquoi    | observations |
|-----------------------|---------|---|---|---|-------------|--------------|
|                       | O       | K | I | T | explication |              |
| correspondance        |         |   |   |   |             |              |
| égalité               | 7/7     |   |   |   |             |              |
|                       | 5/5     |   |   |   |             |              |
|                       | 6/6     |   |   |   |             |              |
| conservation          |         |   |   |   |             |              |
| conclusions           |         |   |   |   |             |              |

# TYPES DE RESOLUTION



## CONSIGNES

- 1 Maintenant, tu n'as plus le droit de prendre des jetons.
- 2 Maintenant tu n'as plus le droit d'enlever des jetons.
- 3 Comment peux-tu faire autrement pour que tu aies autant de jetons que moi

## QUESTIONS

- 1 Explique-moi comment tu as fait?
- 2 Que peux-tu faire pour que tu aies autant de jetons que moi

Annexe 3

CHARLEVILLE-MEZIERES

Claude MATHIEU



ANNEXE DU RAPPORT SUR L'INTERDISCIPLINARITE

Ecole Normale de CHARLEVILLE

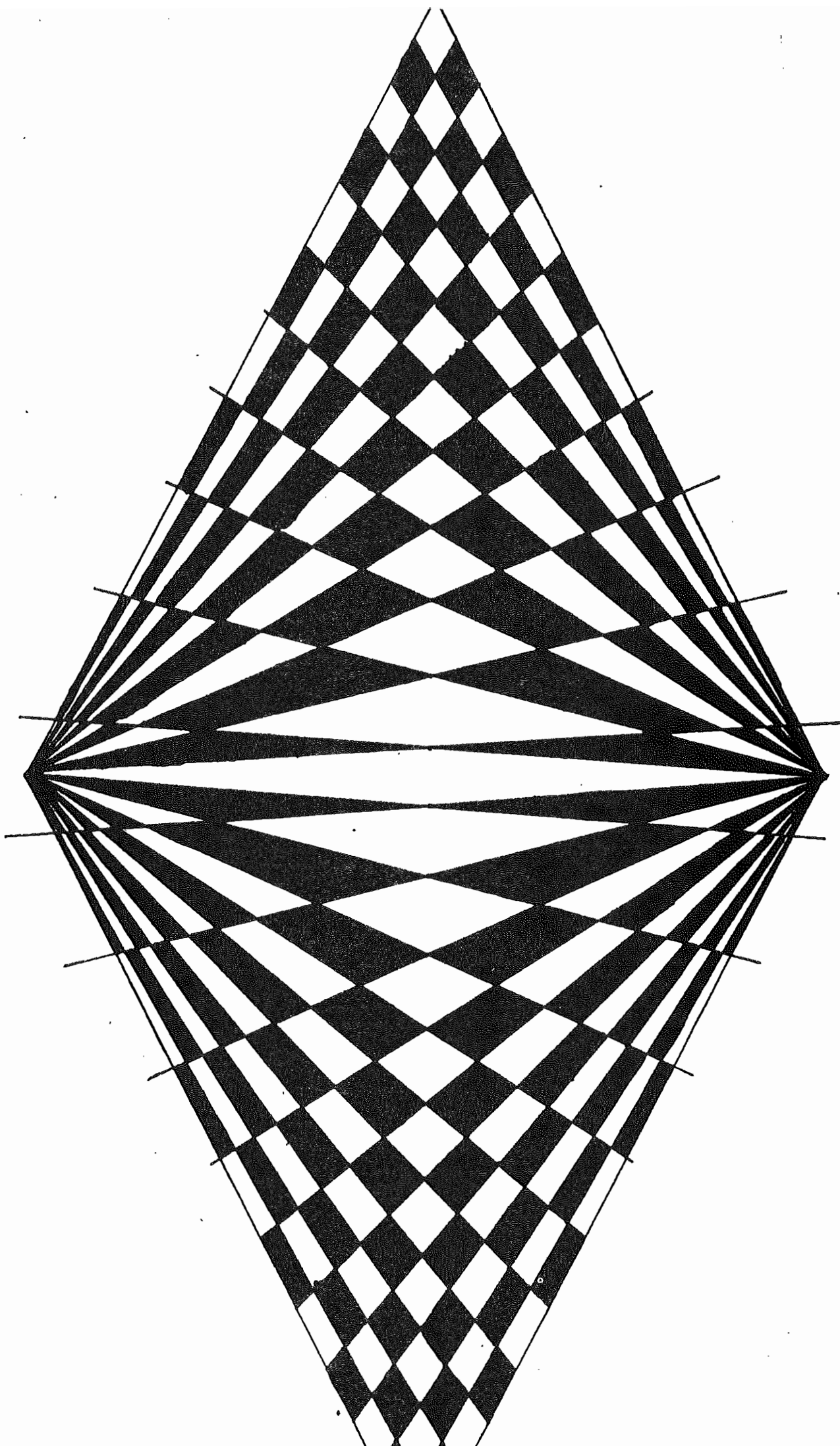
Ci-joint quelques exemples de dessins géométriques qui ont été proposés aux Normaliens.

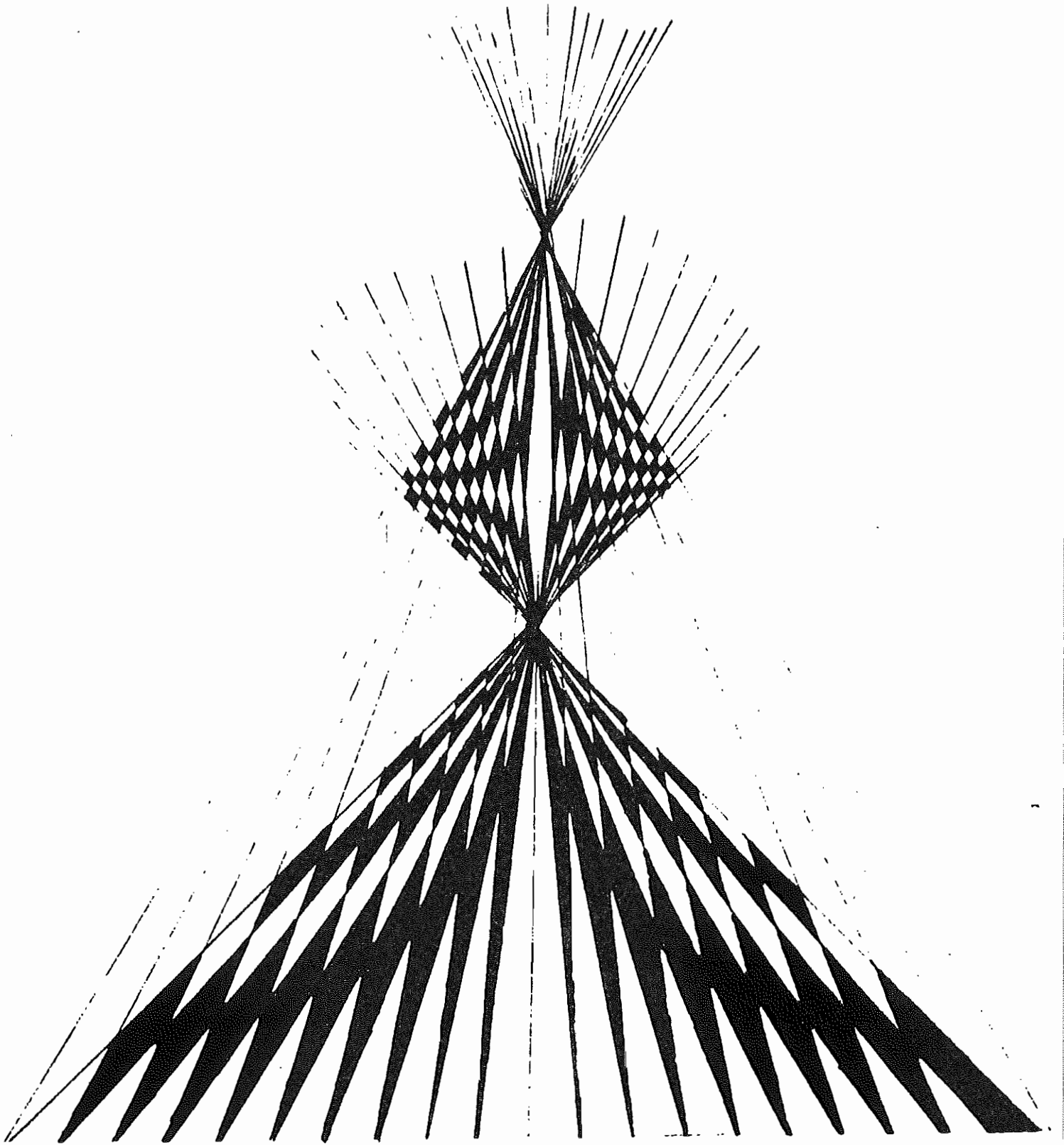
- Le motif 1 est composé en utilisant la médiatrice d'un segment partagée en parties isométriques. On utilise deux faisceaux de droites issus des extrémités du segment. Une famille d'hyperboles apparaît.
- Le motif 2 porte toujours sur la notion de médiatrice ; c'est ici le segment qui est partagé en parties isométriques. Les familles de droites partent de deux points sur la médiatrice. Des hyperboles apparaissent également.
- Le motif 3 : intersections de cercles concentriques dont les rayons augmentent en progression arithmétique, avec des droites parallèles équidistantes dont la distance est égale à la raison de la progression. Ce dessin fait apparaître des familles de paraboles ce qui a permis de revoir les propriétés géométriques de la parabole ainsi que la notion de directrice.
- Le motif 4 : intersection de deux familles de cercles concentriques dont les rayons augmentent en progression arithmétique. Les élèves ont déterminé deux familles d'ellipses et d'hyperboles orthogonales et de mêmes foyers; ce qui les a amenés à préciser les définitions de ces coniques.
- Le motif 5 : un segment AB est partagé en parties isométriques, en nombre pair, on trace la médiatrice et, à l'aide d'un compas, on reporte un segment dont la mesure est supérieure à la moitié de celle du segment AB, une des extrémités du segment reporté étant donné par les divisions de AB et l'autre extrémité se trouvant sur la médiatrice. L'enveloppe de cette famille de droites est une astroïde.

- Le motif 6 : construction d'un ensemble de carrés dont les sommets de chacun sont sur les côtés du carré précédent, le rapport des dimensions de deux carrés consécutifs étant constant. Le problème étant posé, une méthode de construction a été déterminée utilisant l'axiome de Thalès, les dimensions des différents carrés étant portées alternativement sur deux droites sécantes. Au niveau du dessin, ce motif permet de disposer des couleurs afin de faire apparaître la troisième dimension.

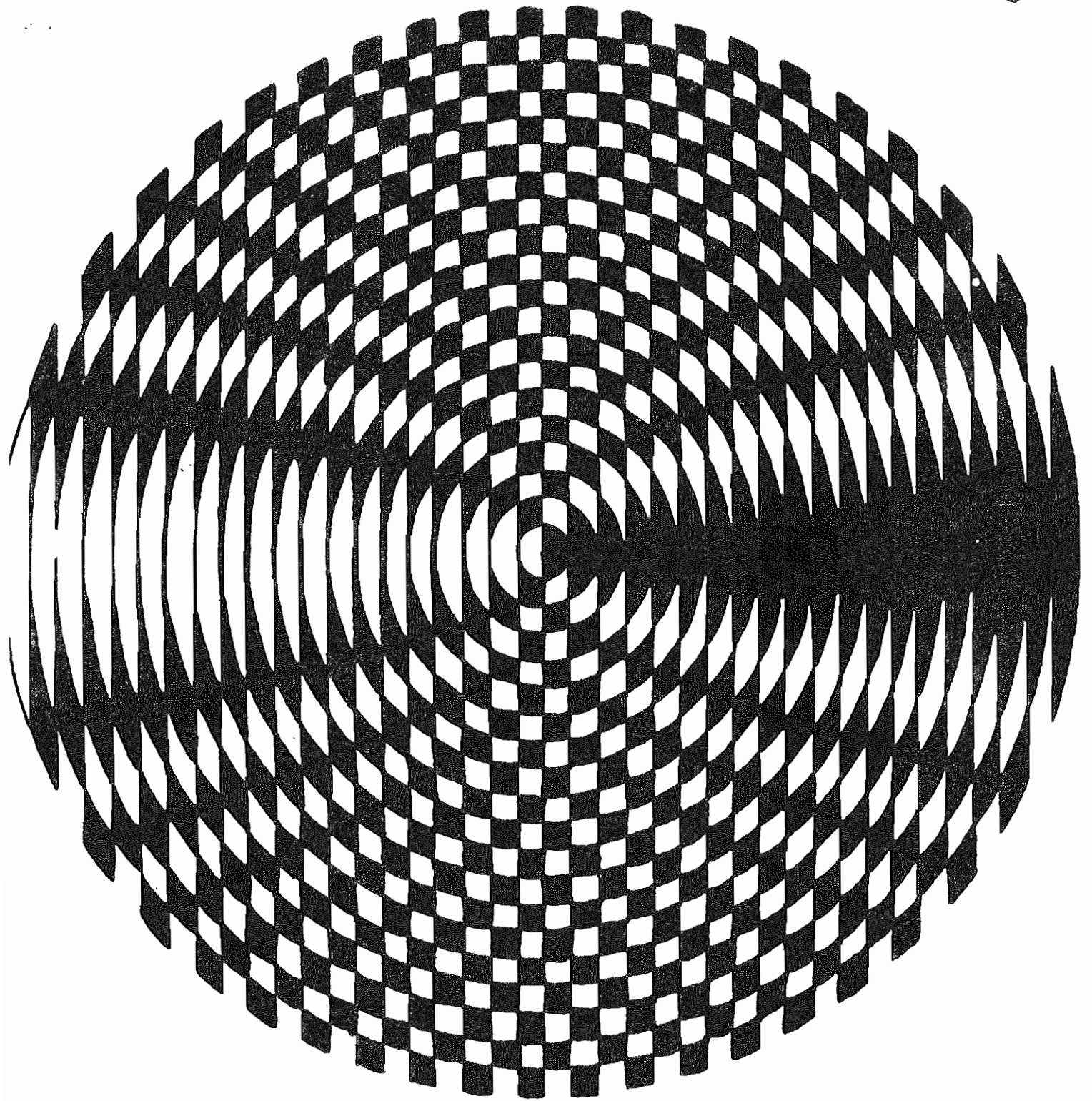
- Le motif 7 : cardioïde comme enveloppe de cercles : la famille de cercles passe par un point fixe situé sur un autre cercle fixe, les centres des cercles de la famille étant sur le cercle donné et équidistants. Une impression de volume peut être donnée en coloriant en damier le réseau obtenu.

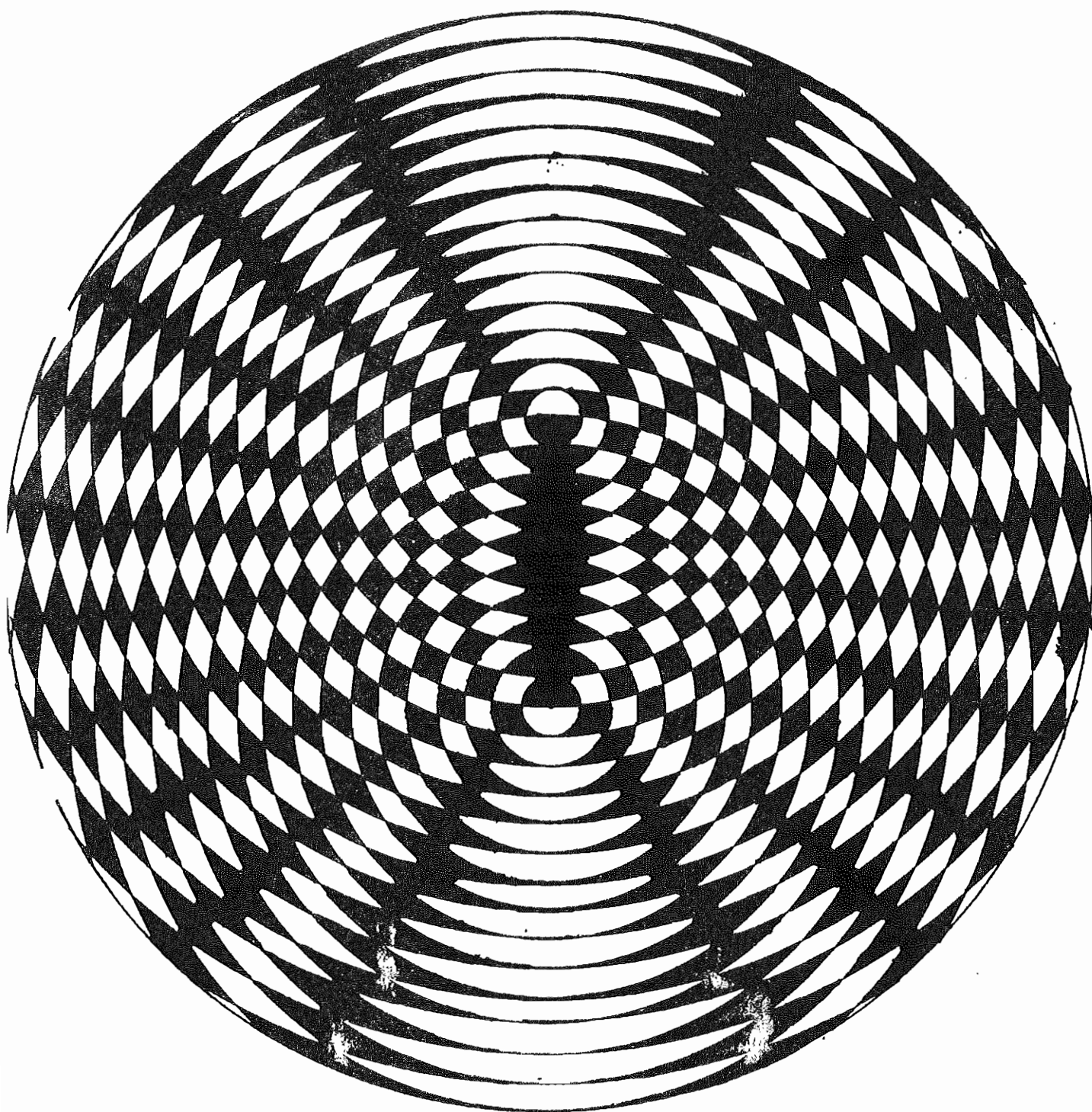
Cette suite d'exemples est loin d'être exhaustive ; elle n'a nécessité aucune intervention du professeur de dessin dans la mise en place des consignes de départ ; celui-ci est intervenu lors de la répartition des couleurs et de l'étude des dégradés dans les motifs géométriques. Cette dernière recherche fut poussée assez loin et la créativité de chacun a pu s'exprimer.

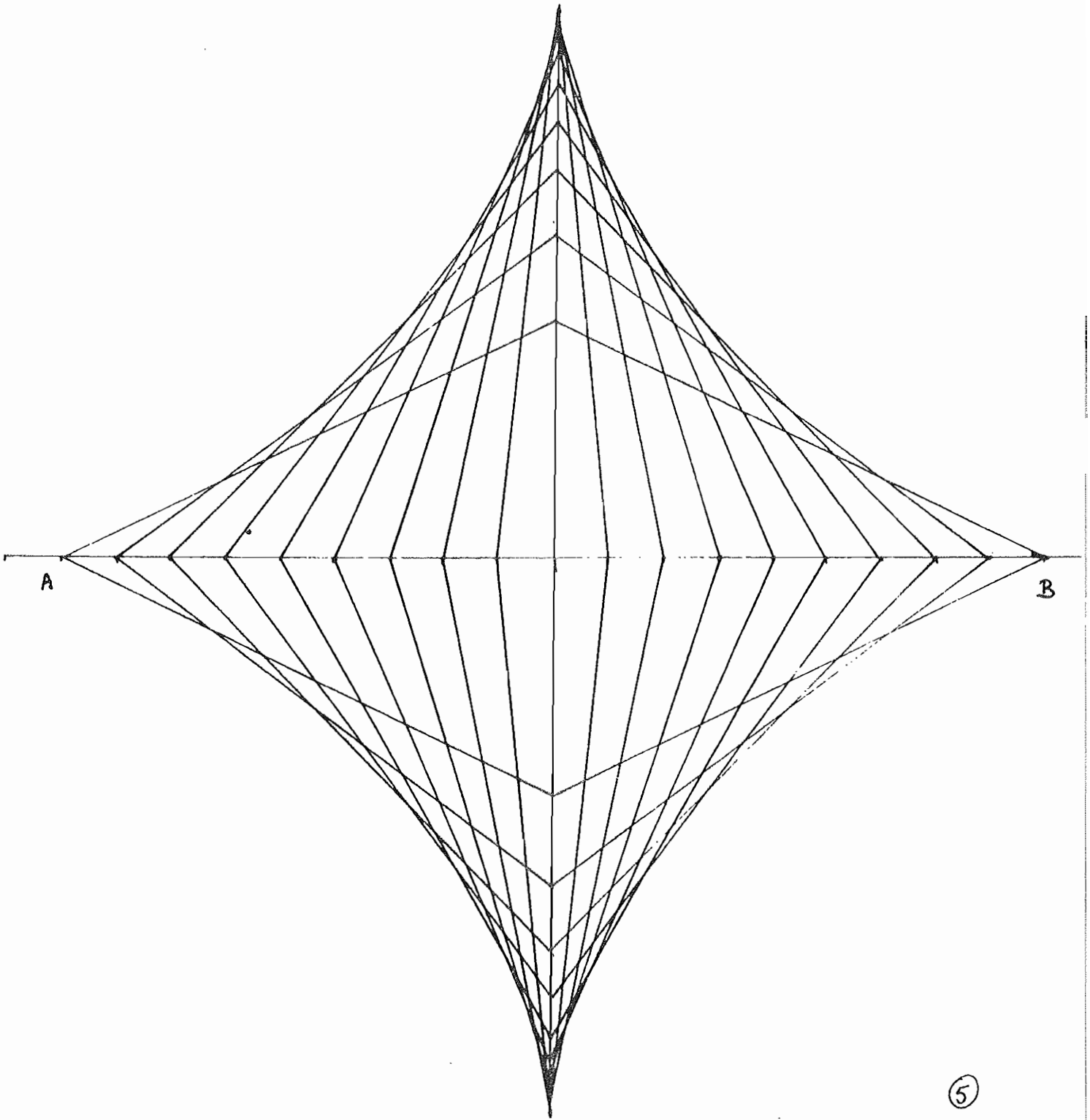


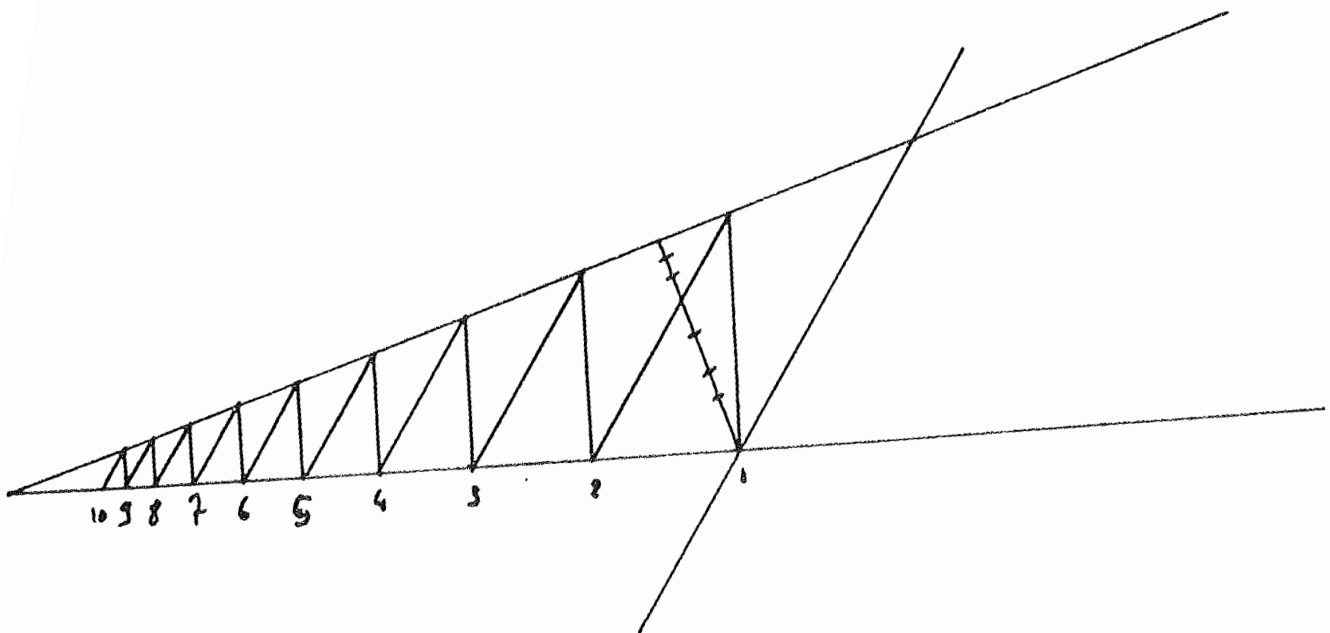
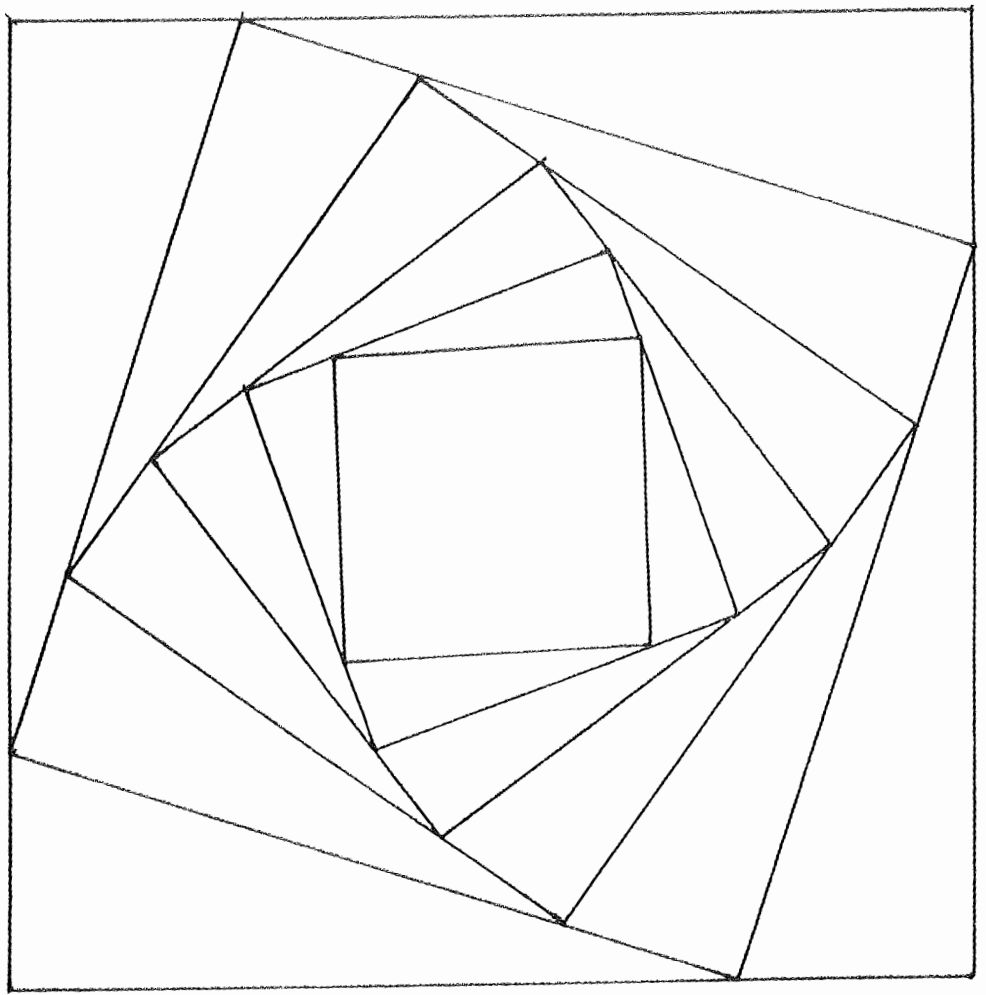


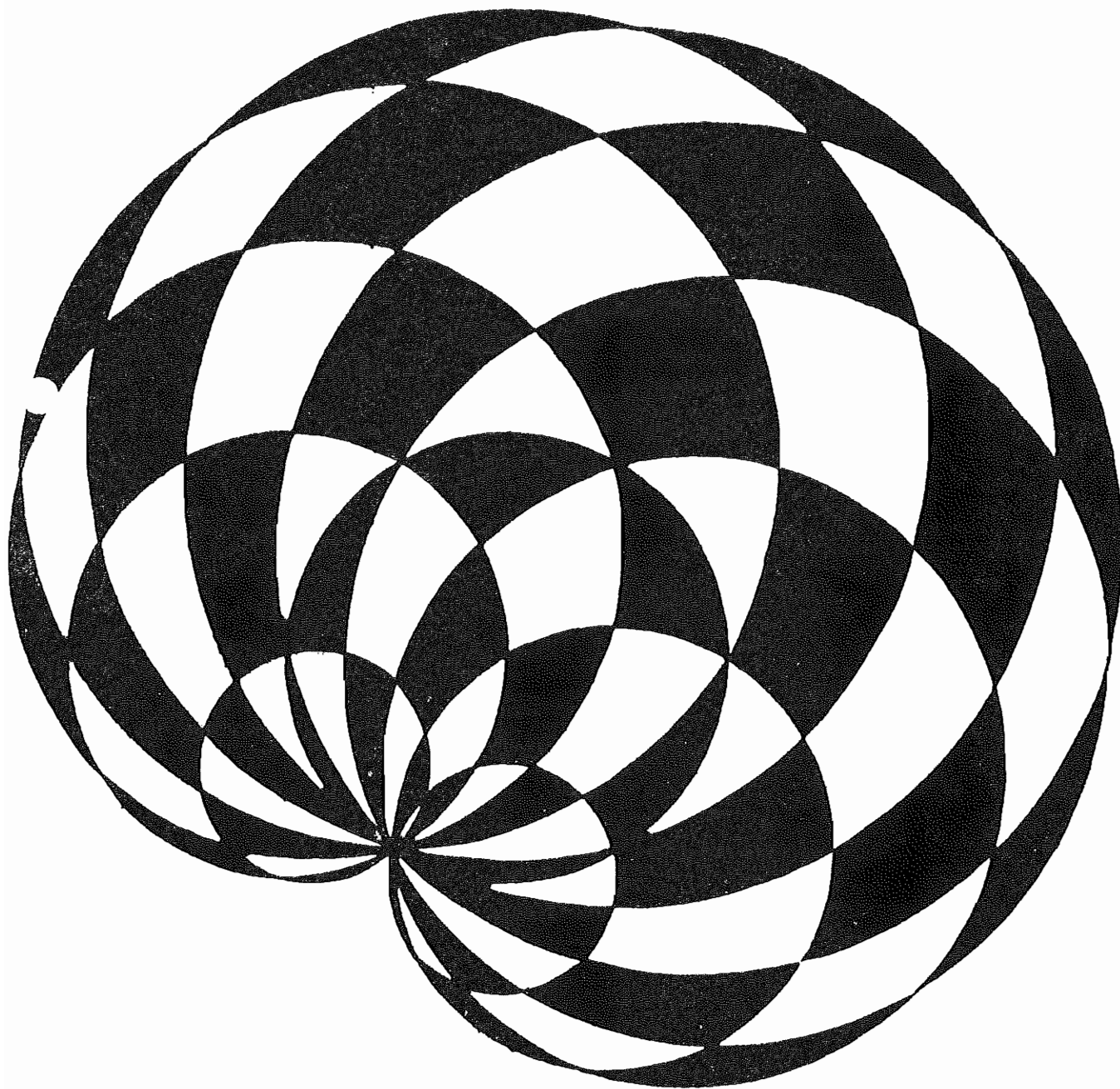












6

- Collaboration P.E.N. - C.P.E.N. (Maîtres d'application)  
Comment interpréter les nouvelles circulaires ?

Animateurs : - MAURIN 25, Route d'Allègre 43350 SAINT PAULIEN  
- LEYROLLE 23, Cité Jules Ferry 15130 ARPAJON/CERE



Groupe n° 6 : LIAISON P.E.N. - C.P.E.N.

- Le sujet (cf Roger Maurin)

- Les participants

Etaient inscrits, animateurs compris 6 C.P.E.N.

1 D.E.N.

1 P.E.N.

La première réaction du groupe fut de regretter l'insuffisance de la représentation des P.E.N. Dès le samedi (3ème séance) 3 P.E.N. vinrent compléter l'équipe, soit après avoir été sollicité, soit spontanément.

- Le travail du groupe

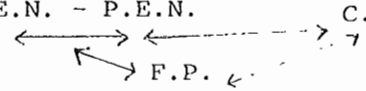
- Les 5 séances de travail furent très suivies. Chaque participant eut l'occasion d'apporter de nombreuses informations et prit une part active à la discussion (questions, demandes de précision, expression d'un avis personnel, etc...).

Il est bien certain que les interventions débordent parfois du sujet, mais il est évident qu'on ne peut dégager le problème traité de son contexte et que ce qui paraît hors sujet est parfois fort utile pour saisir la nature des relations C.P.E.N. - P.E.N.

Ce tour de table qui couvrit 4 séances de 3 heures permit de dégager un certain nombre d'idées et de préparer la synthèse qui fit l'objet de la 5ème séance du dimanche matin.

- Le rapport de synthèse

Il contient l'analyse sommaire de certaines "réalisations" et des réflexions.

1 - Principe. Le groupe unanime conclut à la nécessité d'une collaboration P.E.N., C.P.E.N., F.P., D.E.N. selon le schéma D.E.N. - P.E.N. C.P.E.N.  


```

graph LR
    DEN[D.E.N.] --> PEN[P.E.N.]
    PEN --> CPE[C.P.E.N.]
    CPE --> FP[F.P.]
    FP --> DEN
    
```

2 - Réalisation. Cette liaison ne pourra avoir lieu que si certaines contraintes sont levées. Ces contraintes pouvant être d'ordre relationnel ou d'ordre administratif.

Ordre relationnel : il est clair que certaines peuvent travailler ensemble, d'autres non.

Ordre administratif : il est clair également que si certaines structures n'étaient pas mises en place cette collaboration ne pourrait avoir réellement lieu.



Mais historiquement, il faut bien voir que si déjà une collaboration existe entre les gens elle peut faire pression pour obtenir des structures adéquates alors que inversement des structures de collaboration existantes ne suffisent pas pour une réelle collaboration.

- Rôle du D.E.N.

Il apparaît dans cette affaire que le rôle du D.E.N. est prépondérant. Le D.E.N. peut être : - favorisateur , essayant alors de faire coller les propositions faites avec les textes

- ou paralysateur, empêchant toute rencontre ou toute élaboration.

Exemple de Moulins

Des personnes travaillaient déjà ensemble depuis de nombreuses années (P.E.N. - C.P.E.N.). Un stage maîtres d'application est programmé dans les stages de formation continuée. Au cours de ce stage se sont trouvés réunis P.E.N. - C.P.E.N. - F.P. ce qui a provoqué la mise sur pied d'un plan de formation . Celui-ci élaboré soigneusement fut présenté aux instances administratives qui l'ont approuvé. Ce plan de formation instaurait un travail d'équipe prenant en charge totalement une promo de  $FP_1$  avec mission de les suivre en  $FP_2$ . Toute action étant préparée en réunion d'équipe.

Ce qui est important de dire à ce niveau c'est que c'est sous la pression des P.E.N. - M.A que s'est mise en forme cette action.

Le rôle du D.E.N. ayant été favorisateur.

Contre-exemples

Dans telle autre école normale par contre l'administration n'impulse aucune collaboration P.E.N. - C.P.E.N.

A Caen, collaborent uniquement les P.E.N. et C.P.E.N. qui travaillent dans des équipes de recherches (I.R.E.M - I.N.R.P.).

Au Puy, le directeur a purement et simplement déclaré aux C.P.E.N. qu'ils avaient 9 heures de décharge par semaine !!

Conception de cette collaboration

Cela peut-être le D.E.N. qui décide d'une certaine organisation et informe le personnel de la mise en place de cette organisation, les C.P.E.N.

étant ou non concernés, mais dans la pratique les C.P.E.N. sont amenés à participer.

Par exemple, à Chaumont pas de concertation P.E.N. - C.P.E.N. au plan institutionnel mais l'organisation en unités de valeurs dont des u.v pédagogiques par exemple ne peut se concevoir sans au moins la participation des C.P.E.N.

#### Les formes de liaison.

On note des formes de collaboration P.E.N. - C.P.E.N. bien diverses suivant les E.N.

1 - Prenons l'expérience de l'E.N. de Bonneville (Haute-Savoie).

Pour intégrer la formation pratique à la formation théorique les P.E.N. et les C.P.E.N. essaient de faire un travail complémentaire.

Pendant la période des cours à l'E.N. :

A - Le travail avec les C.P.E.N. est une source de motivation pour les élèves maîtres. Les Normaliens viennent par groupe de 5 ou 6 travailler dans les classes. Le travail est préparé en commun entre P.E.N., C.P.E.N. et E.M. au cours des 6 h de décharge du C.P.E.N. Par exemple, un E.M. dit un conte à des enfants de C.P., les 4 ou 5 autres sont chargés d'observer leur camarade, les enfants (réactions, temps forts du conte) et les relations maître-enfants, et enfants-maître. Les observations notées serviront ultérieurement, avec le P.E.N. de psycho à préparer une grille d'observation en vue d'une meilleure connaissance des enfants et des problèmes d'une classe (travail en amont).

B - Le travail avec les C.P.E.N. est un champ d'application.

1° Interventions ponctuelles - au cours des 6 heures de décharge du C.P.E.N. à l'E.N. Après une série de cours du P.E.N., le C.P.E.N. qui fait travailler ses élèves dans le même esprit apporte les travaux des élèves au P.E.N. et aux EM. On discute ensemble les résultats. Exemples : interventions en math. (travail au CP sur les symbolisations - l'appréhension de l'espace - etc...), en Français (comment apprend-on pratiquement à lire dans une classe de CP).

2° Après des cours à l'E.N. faits par le P.E.N. mais bien connus du C.P.E.N., les normaliens viennent par groupes de 4 ou 5 essayer des leçons dans un CP. Exemple : série de leçons sur la notion de nombre (conservation du nombre - correspondance terme à terme - classement d'ensembles suivant le nombre d'éléments).

3° Au cours des stages, les EM appliquent en classe, avec le C.P.E.N. et le P.E.N. ce qu'ils ont appris lors des cours théoriques.

Travail en aval qui permet de rendre le cours crédible pour les E.M.

2 - Une autre structure de liaison C.P.E.N. - P.E.N. a été mise en place à Nantes, les groupes mixtes de travail.

Un groupe mixte de travail comprend, pour un P.E.N. de un à six C.P.E.N., chacun de ces derniers associé à deux élèves maîtres de FP<sub>1</sub> (début de l'expérience).

Le travail est défini par thèmes pour une période de 6 semaines. Ces thèmes sont proposés par le P.E.N.

. 1ère semaine. 1ère demi-journée (participation des C.P.E.N.)  
réunion plénière au niveau du groupe mixte de travail : définition de la forme du travail.

2ème demi-journée : concertation au niveau de l'équipe (C.P.E.N. + 2 EM)

. 2ème semaine. deux demi-journées. Concertation poursuivie au niveau de l'équipe, le P.E.N. étant amené à préciser un certain nombre de choses.

. 3ème et 4ème semaine : stages de mise en oeuvre dans les classes des C.P.E.N. concernés pendant les deux demi-journées de décharge de ceux-ci.

. 5ème et 6ème semaine : Retour à l'E.N. ou parfois travail dans autre classe du même groupe mixte de travail.

Bilan pendant les dernières 6 h.

- Echanges à propos des différents groupes mixtes de travail au début de la période suivante.

3 - A Limoges tous les quinze jours, rencontre P.E.N. - C.P.E.N..

On notera donc

. que les travaux préparés en collaboration et mis en oeuvre dans les classes primaires et maternelles peuvent être source de motivation à certains cours.

. que les classes des C.P.E.N. peuvent être des champs d'application

pour le contenu théorique apporté à l'E.N. ; le maître d'oeuvre étant alors le P.E.N. De telles actions rendraient crédibles le discours et ceci paraît très important pour qu'il y ait cohérence de la formation initiale, le manque de cohérence pouvant être source de conflit et étant toujours nettement perçu par les normaliens.

. Au niveau des stages la concertation pourra être poursuivie, le maître d'oeuvre étant alors le C.P.E.N. sans enlever au P.E.N. la possibilité d'intervenir même au niveau de la conception.

. Concertation au niveau de l'évaluation.

A Bonneville, les EM ont un cahier de stage où ils notent leurs observations, leurs préparations, le déroulement de la classe, les exercices faits par les enfants. A la fin de chaque stage, ces cahiers de stages sont vus par le C.P.E.N. qui, en accord et après discussion avec l'EM, inscrit les remarques qu'il a pu faire. Les P.E.N. qui rendent visite à l'EM annotent le cahier de stage. Le D.E.N. ramasse les cahiers de stage à chaque fin de stage et en prend connaissance.

En fin de  $FP_1$ , les C.P.E.N. ayant reçu les mêmes EM se concertent, revoient le cahier de stage, et établissent un bilan général de l'année, élément de la note unité 3.

En  $FP_2$ , le même cahier de stage reçoit les remarques de tous ceux qui voient le normalien en stage de responsabilité (D.E.N., P.E.N., C.P.E.N.).

. En ce qui concerne l'animation en circonscription, elle peut se faire au cours de la demi-journée de conférence pédagogique ou dans le cadre des 6 h de décharge des C.P.E.N.

#### Les moyens de cette liaison

Cela suppose entre autres que le C.P.E.N. soit libre pour ces actions. On notera l'organisation particulière de Caen.

Au niveau primaire sont constituées des équipes de 3 C.P.E.N. et 1 remplaçant (e). Ce (cette) dernier(e) prenant la classe en main une semaine sur 3, chacun des 3 C.P.E.N. organise son emploi du temps de la façon suivante :

|                                                       |          |
|-------------------------------------------------------|----------|
| 2 semaines à temps plein dans la classe               | 27 h x 2 |
| 1 semaine d'animation pure à l'E.N. ou dans sa classe | 18 h     |

Au niveau maternelle, chaque C.P.E.N. consacre 18 h au travail en classe et 6 h à l'animation en changeant de jour chaque trimestre pour travailler avec différents P.E.N.

Il semble quand même nécessaire qu'un travail continu C.P.E.N.-P.E.N. à propos d'une classe ou d'une école soit mis en place que ce soit par des structures hors E.N. (I.R.E.M. - D.G.R.S.T.) ou bien par l'E.N. elle-même (les profs pouvant avoir dans leur VS un temps d'animation pédagogique).

Il apparaît aussi que la collaboration est peut-être encore plus facile s'il s'agit de démarrer ensemble une activité de recherche puisque là tout le monde est sur un pied d'égalité : nouveauté de la tâche pour tout le monde.

#### Questions restant posées

- le problème de l'élève-maître : évaluation  
va-t-on évaluer toujours un groupe,  
jamais un individu ?
- comment utiliser au mieux la compétence de chacun ?
- n'est-il pas significatif que dans le groupe, au départ, il n'y ait eu qu'un P.E.N. , d'ailleurs coanimateur du groupe ?
- cette collaboration est-elle souhaitée ?  
ne remet-elle pas souvent les personnes en cause ?  
n'oblige-t-elle pas à plus de travail ?

7 - Utilisation de l'audiovisuel en formation initiale et continuée

Animateurs : - BRUN      rue du Bois Joli    08100 MONCY NOTRE DAME

- RENAUD    - E.N.F. - rue Joseph Tissot 21000 DIJON



COMPTE-RENDU DES ACTIVITES DU GROUPE 7UTILISATION DE L'AUDIOVISUEL EN FORMATIONINITIALE ET CONTINUEEAnimateurs : BRUN et RENAUTRapporteurs : MATIS et RENAUT1. Objectifs et fonctionnement du groupe :1.1. Objectifs et préparation des travaux :

Quoique regroupant essentiellement d'autres participants, ce groupe se situait dans le prolongement du groupe audiovisuel qu'avait travaillé à Nice et dont on trouvera le compte-rendu d'activités dans le fascicule rouge intitulé :

Notre objectif à Aubérive, pour respecter le thème des journées fut d'étudier notamment l'utilisation de l'audiovisuel comme moyen de formation des normaliens à la pratique pédagogique (et plus spécialement bien sûr à celle des maths dans la mesure d'une éventuelle spécificité de celle-ci).

Pour préparer les travaux, un petit dossier fut envoyé aux participants du groupe décrivant les grandes lignes de la procédure de "vidéo-formation" pratiqué à l'E.N.F. de DIJON.

Il fut en même temps proposé au groupe un "vécu" permettant de mieux comprendre cette procédure de vidéo-formation ; voici les éléments de ce vécu :

- une classe primaire est ouverte aux participants
- l'un d'entre eux fait la classe devant des caméras
- on effectue ensuite l'analyse autoscopique et hétéroscopique des documents enregistrés,

tout ceci pendant les plages normales de travail du groupe.

Ceci nous a conduits à l'emploi du temps suivant :

1.2. Emploi du temps :

Vendredi 10h    - Prise de contact entre les membres du groupe  
                  - Installation de deux unités portatives vidéo dans la classe de CM<sub>2</sub> d'Aubérive.



11 h - Enregistrement de la leçon effectuée par un des participants.

16h30 - Exposé par MATIS (professeur de psycho-pédagogie à l'E.N.F. de Dijon) des grandes lignes de la vidéo-formation pratiquée à Dijon.

- Echanges et explications diverses concernant notamment la grille relationnelle.

Samedi 8 h 15 - Autoscopie partielle de la leçon faite la veille (ceci ne concerne évidemment que l'auteur de la leçon).

9 h - Table ronde, échanges de vue, hétéroscopie à propos de cette leçon.

16 h 30 - Suite et fin de l'exposé de MATIS, en particulier, explicitation d'une "Epure d'Apprentissage".

- Echange de vue concernant les autres utilisations de l'Audio-visuel dans l'enseignement des maths en F.P. et les difficultés rencontrées à étendre l'emploi de l'Audio-visuel.

Dimanche 9 h - Suite et fin de cet échange de vue.

10 h - Rédaction du compte-rendu (début).

## 2. Le "vécu" proposé au groupe :

### 2.1. Pourquoi un tel vécu :

De même que, 2 ans plus tôt à Nice, le groupe Audio-visuel avait fait une mini-production (une vidéo-animation sur le thème polymino, voir explications techniques dans le compte-rendu de Nice), de même il nous a semblé utile de nous mettre en situation réelle de vidéo-formation pour en parler et ce, malgré toutes les imperfections qui peuvent résulter des conditions particulières à un colloque.

Du reste on vérifia, après coup, la nécessité d'un enregistrement vidéo effectif (voir § 3.2.).

### 2.2. Les diverses phases de ce vécu :

2.2.1. Avant le colloque : préparation de la leçon par celui qui devait la faire ; notamment, mise au point d'un projet relationnel pour chaque phase de cette leçon (en utilisant la "grille-Matis", voir ci-dessous).

2.2.2. Installation dans la classe de 2 caméras légères

- l'une pour enregistrer une Bande-Maitre (localisée sur le maitre)
- l'autre pour enregistrer une Bande-Classe (plutôt consacrée à la classe).

2.2.3. Enregistrements de la séquence de classe.

2.2.4. Rédaction par l'auteur de la séquence de ses impressions (Autoscopie 0)

2.2.5. Autoscopie par l'auteur de la séquence et nouvelle rédaction d'impressions (autoscopie 1) assortie d'une évaluation du comportement relationnel (autoscopie 2).

2.2.6. Table ronde de tous les participants (échanges d'idées, d'observations, critiques) suivie d'une hétéroscopie (visionnement de la séquence par tout le groupe).

### 2.3. Observations et remarques :

Les différentes phases sont quelques-unes des étapes de la procédure de vidéo-formation pratiquée à l'E.N.F. de Dijon et dont on trouvera plus de détails au § 3.

S'il est une observation à retenir de ce vécu c'est celle-ci :

Pendant la leçon, tous ceux qui n'avaient pas de charges techniques étaient donc observateurs "libres". L'évolution de l'activité se faisant au sein de groupes d'élèves, les observateurs n'en percevaient que des bribes et notamment les interventions de celui qui tenait le rôle du maître.

Leurs observations, formulées au cours de la table ronde avant le visionnement de l'enregistrement (hétéroscopie), montrèrent qu'ils avaient mal ou pas perçu les causes de l'évolution de cette activité ; en particulier, les suggestions faites par les élèves et reprises par le maître étaient observées du fond de la classe comme étant des suggestions du maître. Il a fallu le document vidéo et particulièrement la bande son restituant les échanges au sein des groupes pour que les observateurs réalisent ce qui s'était effectivement passé.

Ce fait montre, s'il en est besoin, l'insuffisance d'une observation faite en direct et du fond de la classe, et la nécessité d'un enregistrement avec une bonne prise de son (une solution très valable réside dans un micro tenu à la main par le maître).

### 3. Un exemple de vidéo-formation : celle pratiquée à l'E.N.F. de Dijon :

#### 3.1. Quelques caractères essentiels de cette vidéo-formation :

##### 3.1.1. Conditions de fonctionnement :

Le matériel utilisé est le plus souvent :

|                                                             |               |
|-------------------------------------------------------------|---------------|
| 2 caméras lourdes + régie + magnétoscope                    | Bande classe  |
| 1 caméra portative + magnétoscope portatif (+ magnétophone) | Bande maître. |

#### Les locaux :

3 salles réservées dont une aménageable en salle de classe.

#### Les structures :

Les sessions de vidéo-formation sont mises en place pendant des semaines dites "semaines de travail par thèmes" au cours desquelles emploi du temps et cloisonnement par sections disparaissent au profit d'une répartition des normaliennes selon leur choix dans des groupes fonctionnant chacun sur un thème déterminé (les thèmes sont proposés soit par les profs, soit par les normaliennes).

La vidéo-formation constitue donc l'un des thèmes proposé et ce thème est ouvert à 8 ou 10 participants maximum.

La session dure donc une semaine soit environ 32 h.

Le responsable en est F. MATIS professeur de psycho-pédagogie ; O. RENAUT, professeur de maths,, s'y associe le plus souvent, d'autant que les sujets choisis sont souvent empruntés aux mathématiques.

#### 3.1.2. Le caractère "Total" de cette vidéo-formation :

La vidéo-formation pratiquée à Dijon comporte deux aspects :

- aspect relationnel
- aspect apprentissage

qui sont tous deux "travaillés" par les participants :

(+) construction d'un "menu d'activités" pour les élèves à partir d'une "épure d'apprentissage" (voir § 3.2.)

(+) élaboration d'un "projet relationnel" (voir § 3.2.) adapté au menu d'activités et aux objectifs recherchés.

Ceci implique donc après coup :

- une évaluation de l'apprentissage
- une évaluation du mode relationnel effectivement adopté.

On cherche ainsi à atteindre la globalité de l'acte pédagogique et pas seulement à améliorer le comportement en classe (dans un sens de plus ou moins grande "directivité" par exemple...)

#### 3.2. Comment la session se déroule-t-elle ?

##### 3.2.1. Déroulement proprement dit :

Tout le groupe participe, tout le groupe profite mais il peut n'y avoir que 2 ou 3 leçons réalisées effectivement.

### Principales étapes (pour chaque séquence)

- choix d'un sujet
- mise au point d'un "menu d'activités" (voir plus loin, épure d'apprentissage)
- pour chaque phase du "menu", élaboration par celle qui exécutera ce menu d'un projet relationnel (voir grille relationnelle)
- préparation du pré-test et du post-test d'apprentissage
- réalisation du pré-testing
- exécution et enregistrement de la séquence (Bande-Maître et Bande-Classe)
- autoscopie 0 : rédaction par l'exécutant de ses impressions "à chaud"
- hétéroscopie 0 : rédaction par les observateurs de leurs impressions "à chaud"
- réalisation du post-testing
- analyse des tests
- autoscopie 1 : l'exécutant observe la bande-maître
- hétéroscopie 1 : les observateurs observent la bande-classe
- rédaction d'observations
- table ronde et échanges de vue
- autoscopie 2 et/ou hétéroscopie 2 : observation et analyse de la bande-maître et en particulier analyse relationnelle
- table ronde finale.

En pratique, pour un sujet donné, il y a au moins 2 séquences donc au moins 2 "menus d'activités" en général élaborés en groupe.

Ce sont les mêmes tests qui sont utilisés.

Pour le reste, les étapes décrites précédemment s'imbriquent les unes les autres pour les diverses épreuves.

#### 3.2.2. Epreuve d'apprentissage

Les sujets choisis sont en général des activités dont l'objectif est l'accès à un concept ou son utilisation.

exemples : a) utilisation de la représentation cartésienne pour décrire un phénomène à deux variables

b) approche de la notion de simultanéité

c) notion d'aire.

On propose donc une Epure tout-à-fait générale d'apprentissage, pour tout apprentissage "conceptuel".

1. les enfants auront à partir toujours d'actions précises co-ordonnées ; l'ordre de cette activité initiale est seulement enveloppé.

2. le développement, l'explicitation de cet ordre se fera toujours grâce à la mémoire OPERATIVE, évocation de "soi ayant agi selon un ordre déterminé". Cette évocation est si difficile qu'elle a souvent besoin d'être amorcée par la re-connaissance, nécessairement visuelle, des figures et/ou couleurs des objets engagés dans l'activité initiale.

3. L'explicitation de l'ordre s'investira nécessairement toujours dans des LANGAGES, naturel (doublement articulé) d'abord, artificiels (tableaux, graphiques etc...) mais appropriés ensuite.

Cette Epure d'Apprentissage se différencie en menus d'activités, de plus en plus déterminés et opérants (les évaluations en font foi) par une imprégnation non servile de la substance des études de psychologie génétique concernées par exemple :

pour le sujet a) (représentation cartésienne) de l'ouvrage

Epistémologie et Psychologie de la Fonction de PIAGET, GRIZE, SZEMINSKA et VINH BANG.

pour le sujet b) (simultanéité) du ch. IV du

Développement de la notion de temps chez l'Enfant de PIAGET.

### 3.2.3. Grille-relationnelle :

MATIS propose une grille qui discerne 4 degrés de "resserrement" (depuis le degré "0" de NON-resserrement jusqu'au degré "3" de négation de toute initiative des élèves allant même jusqu'au rejet de leurs personnes) pour chacune des huit fonctions pédagogiques :

1. préparation - évaluation
2. relations AFFECTIVES en début de séquence
3. DECision (comportement magistral par rapport aux preneurs de décision).
4. INFormation
5. HEURistique (comportement magistral pendant la recherche-élèves)
6. CORrection
7. relations AFFECTIVES en fin de séquence
8. mini-évaluation.

Exemple de modulation de la fonction 3 (décision) : si le projet d'activité prochaine vient des élèves, le maître a le choix entre :

degré 0 - laisser-faire (codé i)

- entériner

- autoriser

- ironiser ("vous voulez y aller, allez-y donc !" s.e : c'est une impasse)

degré 3 - refuser

Si le projet vient de lui, il peut demande d'accomplir cette activité de manière  $d_1$  (motivée ou naturelle, notamment comme suite de l'activité précédente)

ou de manière  $d_2$  impérative.

Enfin si le maître cherche seulement à comprendre, sans juger l'état présent de l'activité enfantine ou en interdire la poursuite, il lance un pont entre son propre monde et celui des élèves :  $d_0$ .

Cette grille relationnelle, dont on peut demander des exemplaires complets à l'E.N.F. de Dijon, permet lors d'une Auto ou Hétéroscopie de niveau 2 d'évaluer le comportement de l'exécutant. On parvient ainsi à chiffrer les comportements adoptés ce qui permet de déterminer des "zones" de la grille qui seront représentatives du comportement adopté :

Exemple :

|                                                  |   | AFF     | DEC         | INF       | HEUR     | COR                          |
|--------------------------------------------------|---|---------|-------------|-----------|----------|------------------------------|
| présentation<br>de consignes<br>d'activité       | 0 |         |             |           | $q_0(+)$ |                              |
|                                                  | 1 | enc     | $d_1$       | $inf_1$   | $q_1(+)$ |                              |
|                                                  | 2 | prom(+) | autor $d_2$ | $inf_2$   |          |                              |
|                                                  | 3 |         |             |           |          |                              |
| attitude<br>possible en<br>début de<br>recherche | 0 | emp     | i $d_0$     | rép       | $q_0(+)$ | décalage<br>vers le niveau 0 |
|                                                  | 1 |         | enter       | reform(+) | $q_1(+)$ |                              |
|                                                  | 2 |         |             |           |          |                              |
|                                                  | 3 |         |             |           |          |                              |

(+) prom : promettre

reform : reformulation

$q_1$  : question fermée

$q_0$  : question large

#### 4. Les autres sujets évoqués dans le groupe :

##### 4.1. Types de tournage de séquences de classe :

Un échange de vue a permis d'apporter quelques précisions sur les conditions de tournage de documents vidéo en classe.

Une idée générale qui se dégage de la discussion qui a eu lieu est qu'il est de toute façon difficile voire impossible de faire un tournage sans influencer sur la vie de la classe.

Par conséquent, il est illusoire de prétendre qu'un tel document reflète une activité telle qu'elle se déroulerait normalement.

Mieux vaut donc définir clairement les objectifs que l'on assigne à l'enregistrement que l'on effectue :-didactique d'une discipline

-observation d'élèves

-observation de la relation maître-élève.

-fonctionnement du travail de groupe

- etc...

et également savoir à quel public le document est destiné.

Les conditions de réalisation du document seraient alors adaptées à sa définition.

Ainsi par exemple un tournage à but didactique pourra fort bien être réalisé en studio et faire l'objet d'un montage, alors qu'un tournage montrant le comportement d'élèves sera plus pertinent s'il est effectué dans la classe où vivent habituellement les élèves.

Soulignons ainsi le fait que le document non monté c'est-à-dire reflétant le "temps réel" n'est pas toujours justifié, disons même que souvent un document nécessite un montage pour ne pas être fastidieux. Il convient bien sûr de le signaler.

Dans un tournage où interviennent plusieurs caméras, la sélection des images en direct avec une régie présente bien sûr l'intérêt d'un gain de temps mais l'inconvénient d'être assez acrobatique aboutissant souvent à une perte sensible d'informations significatives. On peut lui préférer, pour un travail soigné, l'utilisation d'un magnétoscope pour chaque caméra (le son étant au besoin pris avec une table de mixage que l'on dérive sur chaque magnétoscope) cela permet une sélection d'images a posteriori, la sélection pouvant fort bien s'effectuer par un visionnement simultané des différentes bandes.

##### 4.2. Comment développer l'utilisation de l'Audio-visuel ?

A la fin des journées, les participants se sont interrogés sur les causes de la réticence que l'on observe encore à l'égard de l'Audio-visuel et de son utilisation (particulièrement en math).

Donnons ici une liste non limitative des causes qui furent évoquées :

- audio-visuel implique travail d'équipe (pas encore passé dans les moeurs)
- manque de formation
- tripolarisation de la classe
- peur de l'inconnu
- audio-visuel implique technique, c'est-à-dire à l'opposé de l'abstraction qui est le caractère même des maths
- les structures et le temps
- peu d'individus aiment qu'on fixe leur image et leurs propos pour "l'éternité" (que va-t-on en faire ?).

Il va de soi que c'est souvent l'ensemble de ces raisons réunies que l'on doit affronter lorsque l'on veut combattre la réticence évoquée. Et il est certain que l'on ne détruira pas cette argumentation en bloc !

Il est relativement facile en E.N. de rendre caduques les raisons matérielles qui fait que l'audio-visuel n'est pas utilisé :

- organisation à l'intention des collègues de mini-stages de formation
- aménagements ponctuels ou momentanés de l'emploi du temps.

Plus résistantes sont les raisons psychologiques qu'il faut vaincre progressivement. Dans ce domaine, de bons exemples sont souvent plus convaincants que de larges plaidoyers...



