

DESCRIPTION D'UN DISPOSITIF DIDACTIQUE EN CRÉATION ET RÉOLUTION DE PROBLÈMES AU CE1

Florence DOUARIN

Professeure des écoles, EEP Guillevic, Rennes

LéA-Ifé ARMED

Florence.douarin@ac-rennes.fr

Résumé

Notre contribution interroge un dispositif en création-résolution de problème (CRdP) élaboré selon les principes de la recherche Arithmétique et Compréhension à l'École, ACE Arithmécole, au sein d'un collectif composé de professeur·e·s et de chercheur·e·s agissant dans le Lieu d'Éducation Associé (LéA) à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ) Armorique-Méditerranée (Armed). Ce dispositif est mis en œuvre dans la perspective du projet ANR « Détermination d'efficacité des expérimentations contrôlées en enseignement-apprentissage » (DEEC) dans une classe de cycle 2. Nous décrivons la façon dont ce dispositif structure l'enseignement en CRdP pour une acculturation progressive des élèves à la catégorisation dynamique des problèmes (Vicente et al, 2022) en appui sur des systèmes de représentation de situations mathématisées, problématisées ou non. Puis nous montrerons comment ce dispositif fait de la traduction des représentations un outil majeur pour conduire les élèves à penser par analogie (Sander, 2014) ; quels sont les comportements concrets qu'il va façonner et de quelle manière ils seront façonnés, c'est à dire comment ce dispositif va agir sur les élèves, en particulier les moins avancés d'entre eux, pour qu'ils se comportent de manière adéquate en création de problèmes (Caï, 2022) et en résolution. Enfin nous préciserons en quoi ce dispositif peut contribuer à la *reconstruction de la forme scolaire* en s'efforçant d'offrir aux élèves un *milieu* d'enquête émancipateur. (Sensevy, 2011, 2019, CdpE, 2024)

I - LES CONDITIONS D'ÉLABORATION DE CE DISPOSITIF

Notre contribution consiste à décrire une pratique d'enseignement-apprentissage en création et résolution de problèmes au cycle 2, à décrire le dispositif didactique conçu et mis en œuvre par une professeure dans un contexte de recherche. Ce travail se situe dans le cadre du développement de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique, TACD (Sensevy, 2011). Le dispositif est adossé à la recherche ANR-DEEC¹ coordonnée par Gérard Sensevy² et financé par L'Agence Nationale de Recherche. Cette recherche a pour objectif de déterminer ce qui est efficace dans une séquence d'enseignement et de le documenter. L'équipe de recherche, composée de professeur·e·s et de chercheur·e·s, analyse de manière conjointe les films de la mise en œuvre de pratiques professorales et détermine les raisons de l'efficacité de ces pratiques. Cette recherche est en lien étroit avec la recherche coopérative ACE³ (Arithmétique et Compréhension à l'École élémentaire) soutenue par la DGESCO (Direction Générale des Enseignements Scolaires). Elle réunit une trentaine d'enseignant·e·s chercheur·e·s, de professeur·e·s d'écoles et autres membres de la communauté académique, notamment au sein du Lieu d'Éducation Associé (LéA) à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ), le LéA-Ifé Réseau Écoles Armorique-Méditerranée (Armed)⁴. La

¹ Blog de la recherche DEEC-ANR-22-CE41-0020 : ANR-DEEC-ACE – Determining the Effectiveness of Controlled Trials in Teaching and Learning (espe-bretagne.fr)

² Page personnelle de Gérard Sensevy pour le Créad : <https://www.cread-bretagne.fr/author/gerard-sensevy/>

³ Site de la recherche ACE : Recherche ACE – Arithmétique et Compréhension à l'Ecole élémentaire (espe-bretagne.fr)

⁴ Réseau Écoles Armorique Méditerranée — LéA (ens-lyon.fr).

conception du dispositif, des principaux éléments qui le structurent et que nous nommerons principes, s'ancre dans le travail coopératif mené avec ce LéA selon des hypothèses de travail qu'il se donne et que le dispositif met à l'épreuve. Il s'agit de travailler pour une acculturation progressive des élèves à la catégorisation de problèmes (Vicente et al, 2022) en appui sur des systèmes de représentation de situations mathématisées, problématisées ou non. Il s'agit aussi de faire de la traduction de représentations, c'est à dire du « travail sur des systèmes de représentations mis en correspondance » (Sensevy, 2019, p.170), un outil majeur pour conduire les élèves à penser par analogie (Sander, 2014). Nous prenons également appui sur les apports des recherches de Cai, (2022) selon lesquels l'activité de création de problèmes contribuerait à l'amélioration des compétences des élèves en résolution de problème. Enfin, ce dispositif tente de contribuer à la *reconstruction de la forme scolaire* (Sensevy, 2019) en s'efforçant d'offrir aux élèves un *milieu* d'enquête émancipateur. Il est mis en œuvre par une professeure membre de l'équipe de recherche dans une classe de CE1 dédoublée d'une école située en Réseau d'éducation prioritaire renforcée, Rep+ (Réseau d'éducation Prioritaire Renforcée).

II - QUELQUES PRINCIPES DU DISPOSITIF, GUIDES DE L'ACTION DE LA PROFESSEURE ET DES ÉLÈVES

La description du dispositif s'appuie sur la présentation des éléments qui le structurent, des principes qui guident l'action de la professeure et des élèves. Ces principes d'action sont sous-tendus par les hypothèses de travail développées au sein du collectif de recherche ou par les apports de la recherche que nous énonçons ci-dessous :

- a) Prendre appui sur des situations de la vie quotidienne des écoliers, des situations qui leur sont familières, des situations sur lesquelles ils auront pu effectuer des mesures, devrait permettre aux élèves d'entrer plus aisément dans l'étude de ces situations d'un point de vue mathématique ;
- b) s'appuyer sur le récit de ces situations et sur leurs différentes représentations pour les problématiser c'est-à-dire les transformer en un énoncé de problème, devrait également leur permettre une meilleure compréhension de la structure profonde d'un énoncé de problème ;
- c) représenter ces situations à l'aide de différents systèmes de représentations, montrer ce que chacun de ces systèmes dit de la situation, comment ils sont liés, devrait leur permettre de mieux comprendre les relations entre les quantités, les nombres en jeu dans la situation ;
- d) répertorier ces situations et les énoncés de problèmes qui s'y rattachent selon leurs catégories devrait faciliter l'entrée dans des activités de création et de résolution de problèmes ;
- e) ritualiser le travail en création et résolution de problèmes devrait leur permettre de s'entraîner à repérer et énoncer les similitudes et différences entre divers types de problèmes, à raisonner par analogie.

Ces hypothèses de travail qui s'actualisent sous forme de principes d'action sont mises à l'épreuve au sein de notre dispositif de création et résolution de problèmes.

1 Repérer des situations familières aux élèves

Un premier principe consiste pour la professeure, à repérer des situations familières aux élèves et au potentiel mathématisable, comme celles liées à leur expérience d'écolier. Par exemple identifier puis quantifier parmi les élèves d'une classe, des filles ou des garçons, (c'est l'exemple retenu ci-après), des présents ou des absents, des élèves mangeant ou non à la cantine. Ces situations pour lesquelles le lexique, les formes syntaxiques et structures textuelles qui permettent de décrire la situation et de la comprendre sont déjà là. D'autres situations, mises à l'étude par la professeure (la température de l'air, la masse d'objets, leur taille, etc), ont vocation à répondre au même principe. Selon notre hypothèse a) présentée ci-dessus, ces situations vécues, observées, décrites, propices à des relevés de mesures, vont

devenir suffisamment familières aux élèves, pour qu'ils puissent les comprendre et ainsi mieux saisir les relations entre les données numériques que chaque situation contient.

2 Représenter la situation avec des systèmes de représentation analogiques et la modéliser avec des écritures symboliques

Un deuxième principe consiste à représenter (CdpE, 2024) la situation avec des schémas puis à la modéliser avec des écritures symboliques liées entre elles par le signe de l'équivalence logique. Nous utilisons comme systèmes de représentation le schéma-ligne, c'est-à-dire une droite numérique sur laquelle les nombres sont représentés par une longueur ; le schéma-boîte qui donne à voir la réunion de deux nombres ou plus ; le schéma de transformation que je présenterai plus loin. La figure 1 montre la représentation avec un schéma-ligne, un schéma-boîte et des écritures symboliques de la situation énoncée ainsi : « Dans notre classe, il y a 14 élèves. Il y a 6 filles et 8 garçons. ». Nous appelons cette situation *situation non-problématisée*, dans la mesure où il n'y a rien à chercher, il n'y a pas de problème au sens mathématique du terme.

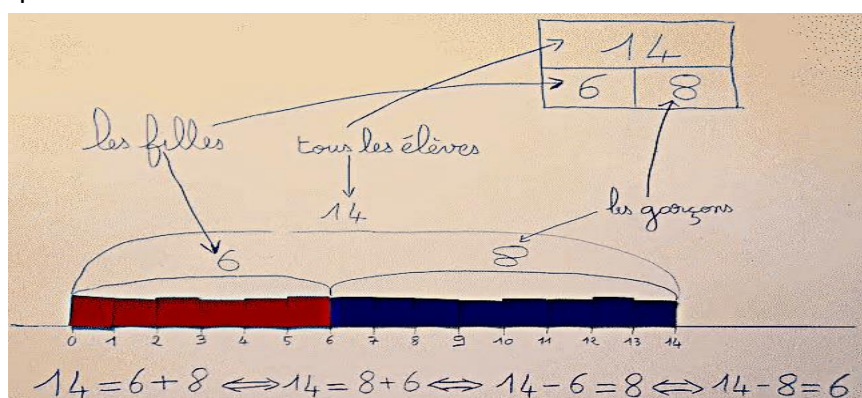


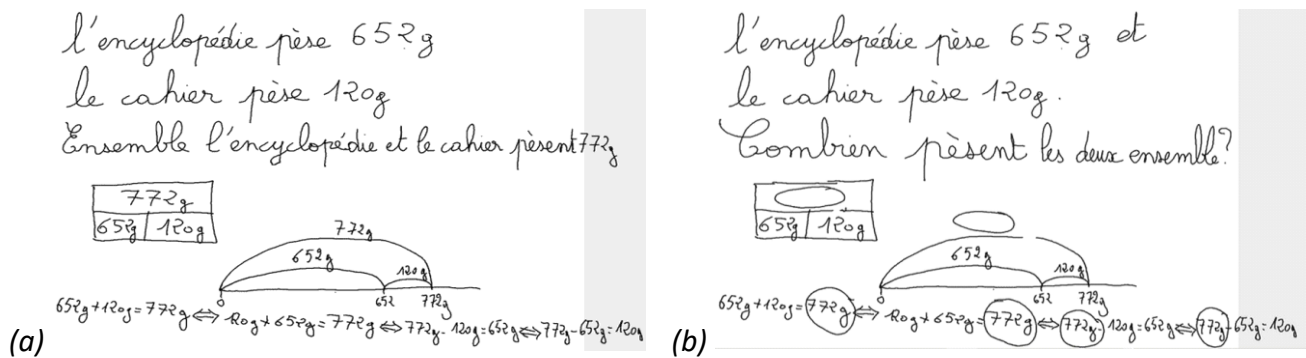
Figure 1. Représentation analogique et symbolique d'une situation non-problématisée

3 Traduire les représentations de la situation

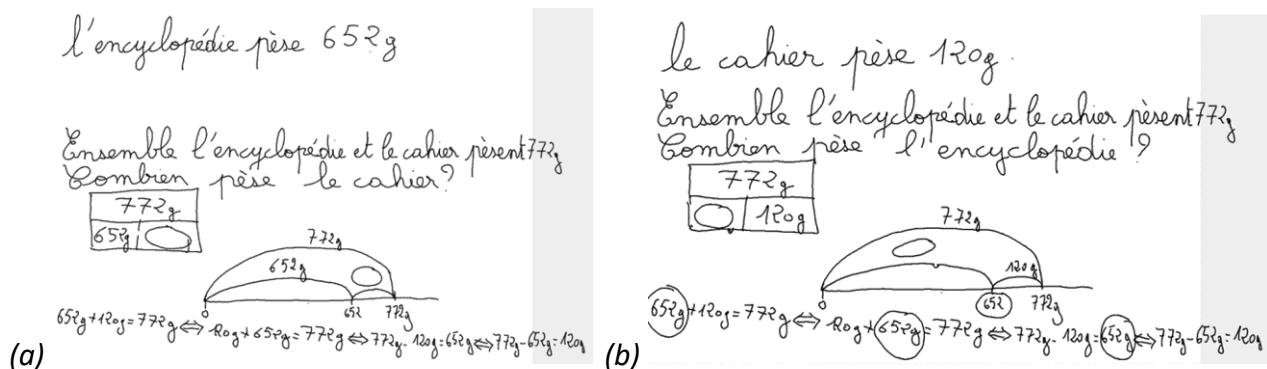
Un troisième principe consiste en une traduction des représentations (Duval, 2006 ; CdpE, 2024), c'est-à-dire à spécifier ce à quoi réfère chaque nombre. Dans l'exemple donné (figure 1), la phrase du texte de la situation « il y a 6 filles » est représentée sur le schéma-ligne par le nombre 6 écrit au-dessus d'un pont inclus dans un plus grand, cette même phrase est représentée par ce même nombre, 6 dans l'une des cases inférieures du schéma-boîte, et dans les écritures algébriques. Ces différentes occurrences d'une même donnée numérique dans les différents systèmes sémiotiques, sont reliées entre elles autant que possible soit par le tracé de flèches comme dans l'exemple de la figure 1, soit par leur surlignage au moyen d'une même couleur. Il est ainsi mis en évidence qu'ils dénotent la même chose ; dans cet exemple, une partie d'un tout.

4 Problématiser la situation

Un quatrième principe consiste à problématiser la situation et donc à passer d'une situation que l'on a appelé situation non-problématisée parce que tout est dit, il n'y a rien à chercher, (figure 2a) à un énoncé de problème (figure 2b). Il s'agit, selon notre hypothèse de travail, d'amener les élèves à comprendre, par contraste, la structure profonde d'un énoncé de problème. Pour réaliser cette action, collectivement dans l'exemple de la figure 2, la professeure supprime l'une des données numériques désignée par les élèves et la remplace sur les schémas dans un premier temps, par un signe qui symbolise l'inconnue ; il peut s'agir d'un cercle vide, d'un point d'interrogation, de la lettre x progressivement. L'inconnue étant identifiée sur les schémas, la professeure demande alors aux élèves de modifier (collectivement dans notre exemple), le texte de la situation non-problématisée, d'identifier les phrases à conserver et à transformer la phrase affirmative correspondant à l'inconnue en une phrase interrogative.

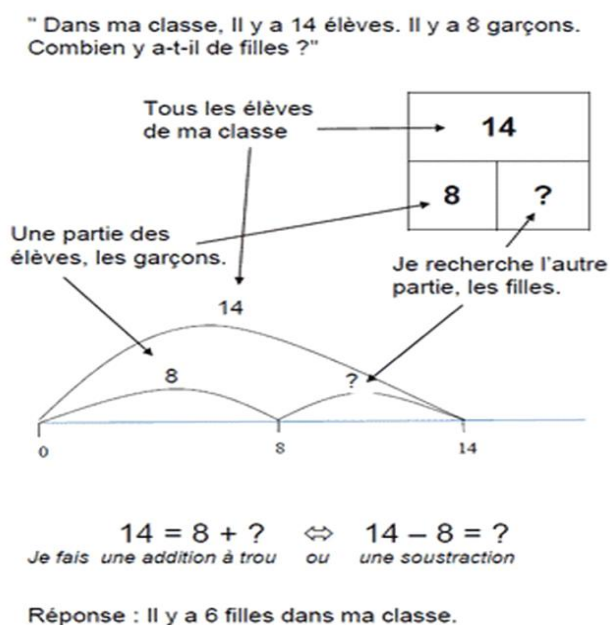


Lorsqu'un premier énoncé de problème a été créé de la sorte, un deuxième puis un troisième sont ensuite créés selon les mêmes modalités (figures 3a et 3b). La catégorie de problème à laquelle la situation et les énoncés de problèmes produits renvoient est identifiée et nommée.



5 Construire un répertoire-instrument de problèmes

Un cinquième principe consiste à conserver la mémoire des situations travaillées, des problèmes qui s'y rattachent dans un répertoire que l'on nommera répertoire-instrument de problèmes. Il est construit progressivement selon la variété des catégories de problèmes étudiées (Vergnaud, 1994 ; Vicente et al, 2022). Il participe à conduire le raisonnement par analogie des élèves de telle sorte qu'ils puissent aborder une nouvelle situation en se référant à une situation similaire déjà rencontrée, à aborder un nouveau problème mathématique à résoudre en se référant à un ancien problème similaire résolu correctement. Le terme *instrument* renvoie plus spécifiquement à son utilisation par l'élève lors des activités de création de problèmes. La figure 4 présente 2 feuillets du répertoire instrument associés à la situation non-problématisée des filles-garçons de la classe et rattachés à la catégorie des problèmes nommés « Problèmes de partie-tout », l'un correspondant à un problème de recherche d'une partie, l'autre d'un tout. Les catégories, d'abord introduites en substance par la professeure et de manière relativement générale, prennent forme dans le travail des problèmes, sur une certaine longue durée, jusqu'à être appropriées par les élèves.



« Dans ma classe, il y a 8 garçons et 6 filles. Combien y a-t-il d'élèves dans ma classe ? »

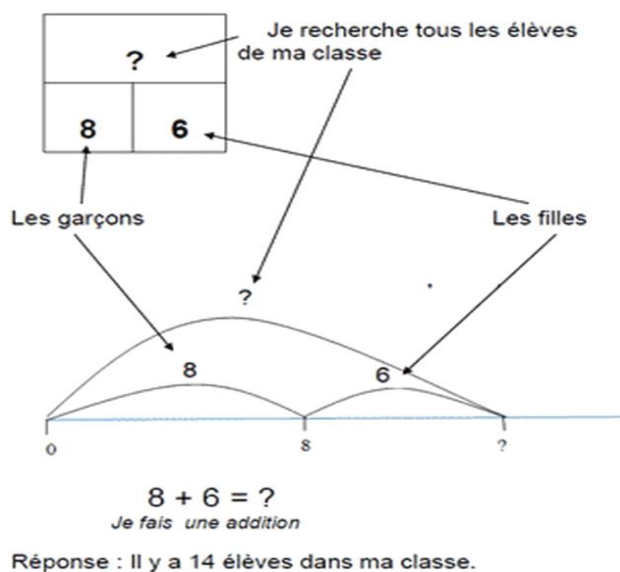


Figure 4. Deux pages du répertoire instrument dans la catégorie de problèmes de type partie-tout

6 Élaborer des relevés de mesures

Un sixième principe consiste à collecter des données correspondant à des relevés de mesures de différentes grandeurs. Ces données sont conservées dans des documents dont les intitulés et les formes peuvent varier. La figure 5 présente un relevé des effectifs des classes de l'école sous forme d'un tableau en lien avec la situation garçons-filles de la classe.

Classes	Elèves	Filles	Garçons
CP 1 – Mathieu Cantin	11	5	6
CP 2 – Carole Elleouet	11	5	6
CP 3 – Marie Lamperin	11	5	6
CP 4 – Marie-Pierre Pecourt	11	5	6
CP 5 – Estelle Roger	11	4	7
CE1 A – Ingrid Demeure	13	8	5
CE1 B – Florence Douarin	14	6	8
CE1 C – Flora Huez	14	9	5
CE1 D – Evelyne Lacroix	14	9	5
CE2 A – Justine Coconnier	19	8	11
CE2 B – Maelen Leroux	21	9	12
CE2 C – Iwan Mevel	20	13	7
CM1 A – Valérie Couapel	24	11	13
CM1 B – Fabienne Goupil	24	10	14
CM1 - CM2 C Catherine Coulon	6 CM1 14 CM2 20 élèves	3 Filles CM1 6 filles CM2 9 filles	3 Garçons CM1 8 garçons CM2 11 garçons
CM2 B Sébastien Aubry	24	10	14

Figure 5. Le relevé des effectifs de l'école

Pour exemple, la mesure de la température relevée quotidiennement sera conservée dans un tableau intitulé « Relevé des températures du mois ». Les mesures de masses d'objets de la classe seront conservées dans un document intitulé « Relevé de mesures de masses », etc

7 Créer des énoncés de problèmes dans le Journal du nombre⁵

Un septième principe consiste à organiser les activités de création de problèmes (Caï, 2022) en appui sur un relevé de mesures et le répertoire-instrument. Outillés de ces documents, les élèves vont créer des énoncés de problèmes originaux dans un cahier que l'on appelle le *Journal du Nombre*. Produit au sein de la recherche ACE, le texte suivant introduit le *Journal du Nombre*, et peut constituer sa raison d'être. « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ». La figure 6 montre deux productions d'un élève répondant à la consigne suivante de la professeure : « Utilise le relevé des effectifs de l'école pour créer un énoncé de problème de recherche d'un tout et un énoncé de problème de recherche d'une partie. Tu peux t'aider de ton répertoire-instrument. ». Il a écrit l'énoncé d'un problème de recherche d'un tout (figure 6a) : « Dans la classe de Justine, il y a 8 filles et 11 garçons. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de Justine ? » et l'énoncé d'un problème de recherche d'une partie (figure 6b) « Dans la classe de Fabienne Goupil il y a 24 élèves. Il y a 14 garçons. Combien y a-t-il de filles ? ». On remarque dans les deux productions que pour entrer dans l'activité l'élève commence par tracer les schémas boîte et ligne puis qu'il les fait « parler » pour produire le texte de l'énoncé d'un problème.

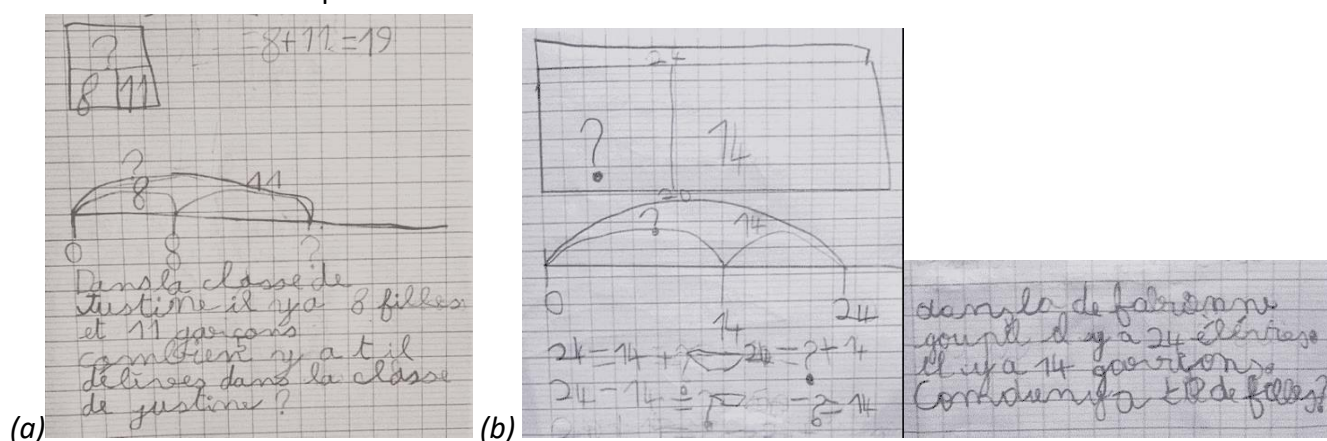


Figure 6. (a) Problème de recherche d'un tout ; (b) Problème de recherche d'une partie

8 Résoudre des problèmes créés par des pairs

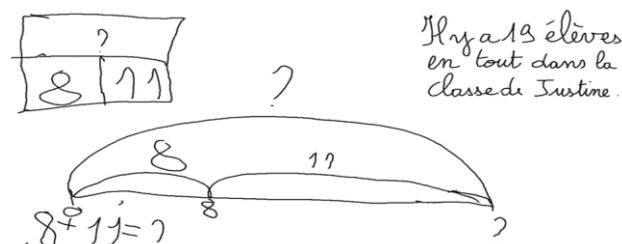
Un huitième principe consiste à résoudre des problèmes ainsi créés par d'autres élèves de la classe de telle sorte que le travail en résolution de problème s'effectue dans le sens « résolution sur création ». Ce travail de résolution peut être collectif comme nous allons le voir ci-après, ou individuel, comme on le verra plus loin. La Figure 7 montre deux pages du tableau interactif après un travail de résolution en groupe classe. L'énoncé du problème est affiché au tableau. L'élève auteur énonce son problème à la classe. La professeure précise les étapes à suivre pour résoudre un problème : « À quel problème déjà résolu celui-ci me fait-il penser ? Comment le représenter schématiquement ? Quelle écriture mathématique correspond à cette représentation ? » Après un temps de recherche individuel sur ardoise, un élève propose sa résolution au tableau. Au fur et à mesure de l'activité de l'élève au tableau, les tracés progressifs de ses schémas sont « parlés », « traduits » soit par l'élève lui-même, soit par un autre élève de la classe. La professeure peut également prendre cette lecture en charge pour laisser l'élève se concentrer sur son geste graphique en le soulageant de cette autre activité cognitive qui consiste à oraliser son geste. Cela permet également de montrer aux autres élèves que ce qu'un élève écrit schématiquement peut être lu et parlé et de les initier à passer du texte d'un énoncé à un schéma et d'un

⁵ Texte de présentation du dispositif *Journal du nombre* issu de module M@gistère qui lui a été consacré : <http://blog.espe-bretagne.fr/ace/wp-content/uploads/Pre%cc%81sentation-du-Journal-du-Nombre.pdf>.

schéma à une verbalisation. La production d'une phrase-réponse orale peut être écrite soit par l'élève lui-même, comme sur la page de droite, soit par la professeure, comme sur la page de gauche. Le problème résolu est comparé à un ou des problèmes analogues précédemment travaillés. Ces problèmes analogues sont identifiés comme appartenant à un même ensemble, une même catégorie dont la dénomination est partagée par la classe. Ajoutons pour préciser l'hypothèse de travail d) présentée au début de cet article que la possibilité de parler les situations avec un « langage catégorial » approprié sur le temps long par les élèves va leur permettre de faire des liens avec des problèmes précédemment résolus avec encore plus de force.

Problème de Djamil :

Dans la classe de Justine il y a 8 filles et 11 garçons.
Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de Justine ?



Problème d'Ayassim :

Dans la classe de Fabienne Goupil, il y a 24 élèves. Il y a 14 garçons.
Combien y a-t-il de filles ?

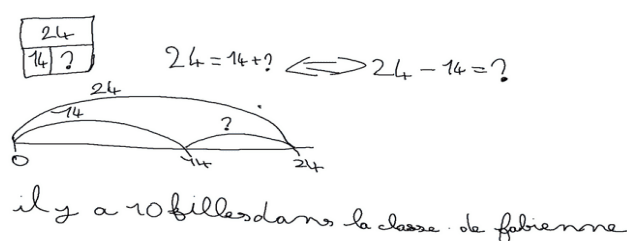


Figure 7. Résolution collective de problèmes créés par des pairs

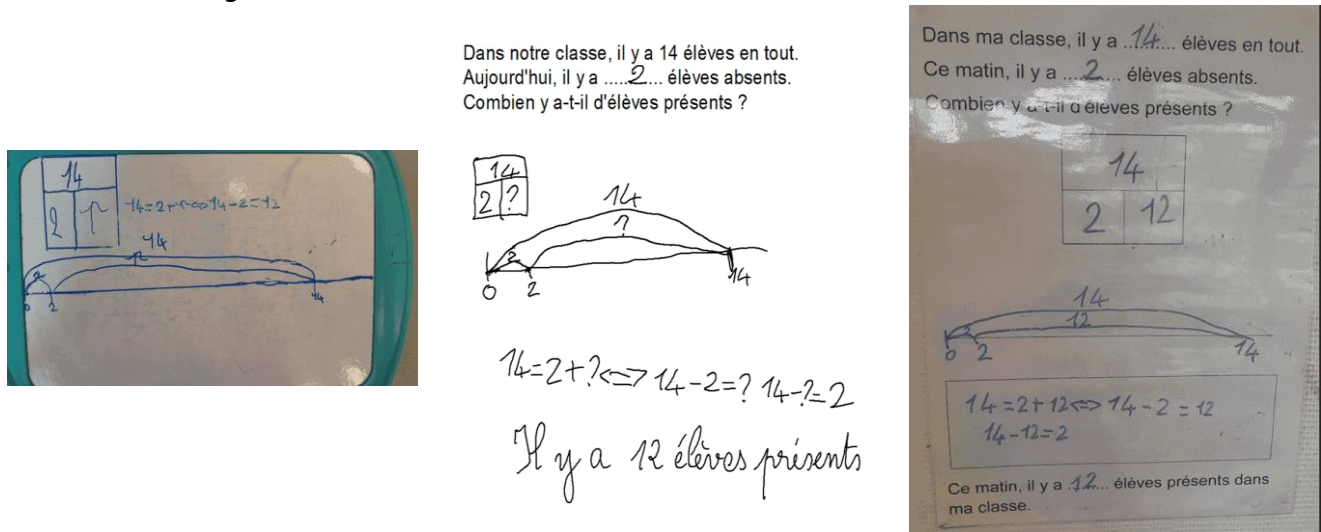
9 Ritualiser la création-résolution de problèmes

9.1 Le rituel des Présents/Absents

L'un des rituels concerne la situation des élèves de la classe, selon qu'ils soient présents ou absents. Chaque matin, les élèves signalent leur présence en déplaçant leur étiquette prénom sur une affiche à trois cases selon le modèle de la boîte : « Tous les élèves de la classe », « Présents » et « Absents ». Un rituel consiste en la résolution d'un problème sous-tendu par l'affiche : « Dans notre classe, il y a 14 élèves en tout. Aujourd'hui, il y a X élèves absents. Combien y a-t-il d'élèves présents ? » L'énoncé du problème est lu et complété par la professeure, puis par un élève au fil des jours. Après un temps de recherche individuel sur ardoise, un élève vient proposer sa résolution. Cette résolution instaure une démarche qui se ritualise. Elle passe par la représentation du problème à l'aide des schémas boîte et ligne, des écritures algébriques utiles puis de la formulation d'une phrase réponse. Lorsque ce rituel est bien installé, la professeure énonce de nouveaux problèmes relevant toujours de la situation des présents/absents mais concernant des élèves d'autres classes de l'école, alternant problèmes de recherche du tout et problèmes de recherche d'une partie. Ainsi se construit un *voir* tel problème *comme* un problème de recherche du tout et tel autre problème *comme* un problème de recherche d'une partie. Dans un cas la solution du problème sera le résultat d'une addition, dans l'autre celui d'une soustraction. Selon l'hypothèse e) présentée plus haut, entraîner systématiquement les élèves à repérer et énoncer les similitudes et différences entre divers types de problèmes devrait favoriser chez les élèves, les possibilités d'analogie entre différents types de problèmes.

Progressivement, un élève de la classe devient responsable de ce rituel avant qu'un autre le remplace. Il résout le problème sur une affiche A3 plastifiée, où figurent le texte lacunaire du problème, un schéma-boîte, un schéma-ligne, un encart destiné aux écritures mathématiques, une phrase réponse lacunaire. L'affiche est visible de tous pour la journée. La Figure 8 présente trois moments de la mise en place de ce rituel. Selon le même déroulé et dans le même temps se met en place un rituel concernant la situation des élèves mangeant ou non à la cantine, un autre concernant ceux allant ou non à l'étude du soir. Ces situations deviennent emblématiques des situations de type partie-tout. Il est possible de s'y référer à tout moment. Les problèmes étudiés, emblématiques de la situation, complètent le répertoire-instrument, et sous-tendent la création de problèmes selon un processus auquel les élèves se familiarisent progressivement.

Figure 8. Trois moments de la mise en œuvre du rituel Présents-Absents



9.2 Le rituel température

Après avoir travaillé sur la température, sur l'utilisation du thermomètre comme outil de mesure de la température de l'air, les élèves et leur professeure conviennent de relever chaque matin et chaque après-midi, la température extérieure, de notifier sa mesure dans un tableau intitulé « Le relevé des températures du mois de..... ». La température intérieure, celle de la classe, sera aussi lue quotidiennement mais non reportée dans un tableau de relevé de mesures dédié. Cette *pratique culturelle* d'observation d'un élément météorologique, réalisée quotidiennement, sera représentée puis modélisée, donnant à voir soit la variation de la température dans le temps, soit l'écart de température entre deux lieux (l'extérieur et l'intérieur, la classe). Un nouveau rituel se met en place dans la classe : Il s'agit ici de comparer la température du jour relevée à l'extérieur avec celle relevée au même moment dans la classe, à l'intérieur donc, les termes synonymes dehors/à l'extérieur, dans la classe/à l'intérieur, étant utilisés. Un problème de comparaison, avec recherche de la comparaison, s'énonce ainsi quotidiennement : « Dans la classe, il fait X degrés. Dehors, il fait X degrés. Où fait-il le plus chaud ? Combien de plus ? » tel qu'on peut le voir sur la Figure 9.

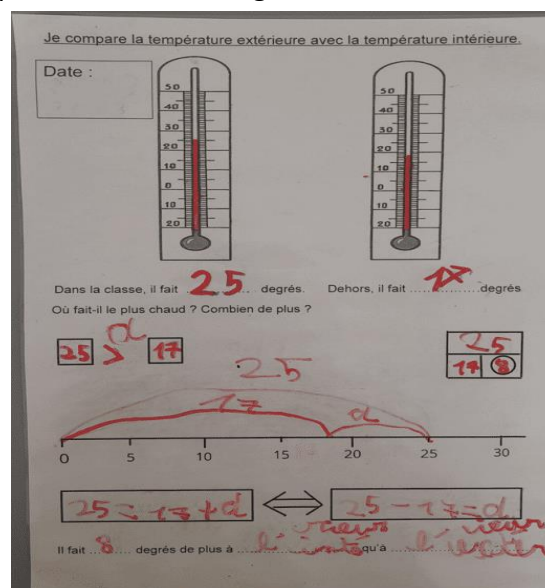


Figure 9. Rituel comparaison des températures intérieure et extérieure

La résolution du problème passe par l'utilisation des signes de la comparaison entre les deux températures relevées, en référence à la question « Où fait-il le plus chaud/le plus froid ? », par la représentation dans les schémas boîte et ligne, l'écriture d'une addition à trou et celle d'une soustraction, deux écritures reliées entre elles par le signe de l'équivalence logique, puis par une phrase réponse à compléter : « Il fait y degrés de..... à..... qu'à » Des formulations synonymes sont utilisées telles que « Il fait X degrés de plus à l'intérieur qu'à l'extérieur. » ou bien « Il fait X degrés de moins à l'extérieur qu'à l'intérieur. » Comme dans la mise en œuvre des rituels précédents, celui-ci est d'abord traité collectivement au tableau sur une période donnée avant d'être placé sous la responsabilité d'un élève puis d'un autre et ainsi de suite. Il deviendra possible de se référer à ce rituel emblématique des situations de comparaison lors de la résolution collective ou individuelle d'autres problèmes pour de possibles analogies. Par exemple, dans une situation de comparaison de masses, de tailles, d'âges, etc., la professeure dans un premier temps, puis les élèves progressivement pourront dire « c'est comme quand on compare la température de la classe et celle de dehors ».

Un autre rituel qui consiste à rendre compte de la variation de température entre deux moments est engagé. Pour représenter la temporalité de cette situation la classe utilise un schéma nommé schéma de transformation. Ce schéma, tel qu'on peut le voir sur la figure 10, permet de suivre l'ordre chronologique du temps qui passe. Pour introduire ce schéma, la professeure s'exprime ainsi : « Je trace une case, cette case nous dit ce qu'il y avait au début, avant, c'est-à-dire l'état initial, la température d'hier. Puis je trace une deuxième case qui nous dit ce qu'il y a maintenant, à la fin, c'est-à-dire l'état final, la température d'aujourd'hui. Entre les deux cases, je trace une flèche qui montre que du temps a passé entre le début et la fin, entre l'état initial et l'état final, entre hier et aujourd'hui. Dans les cases, on écrit la mesure de la température et au-dessus de la flèche, on écrit ce qu'il s'est passé, la transformation, l'augmentation ou la diminution de la température entre ces deux moments. »

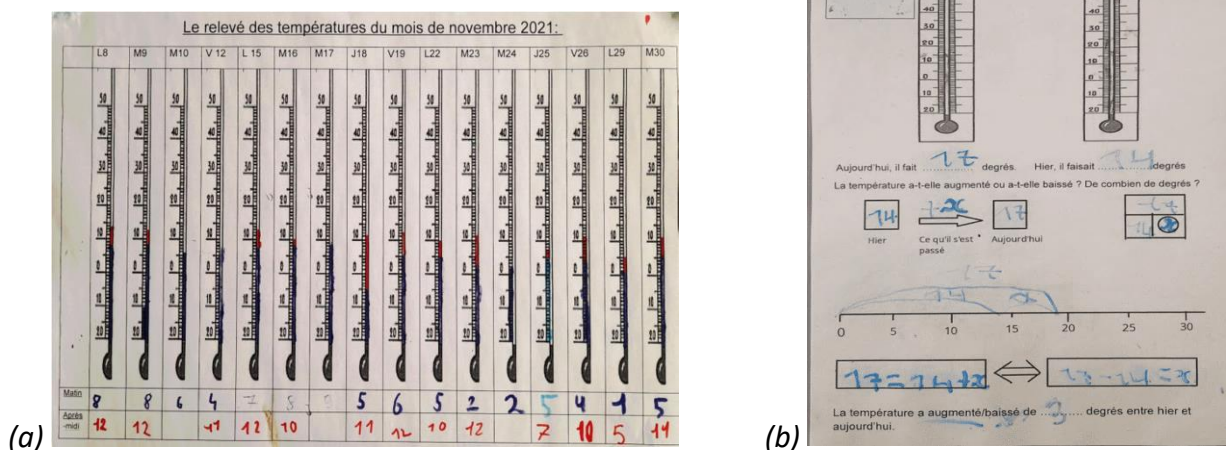


Figure 10. (a) Relevé de températures ; (b) Rituel changement de température entre deux moments

La lecture d'un tableau de relevés des températures tel que celui présenté sur la figure 10, permet la production d'énoncés de problèmes qui peuvent se représenter avec ce schéma. Le rituel consiste le matin, à résoudre un problème de transformation/changement de température entre la veille et le jour même. L'après-midi, il consiste à calculer le changement de température entre le matin et l'après-midi. Toujours sur la figure 10 on peut lire : « Hier, il faisait 14 degrés, aujourd'hui, il fait 17 degrés. La température a-t-elle augmenté ou a-t-elle baissé ? De combien de degrés ? ». La résolution de ce problème passe par sa représentation à l'aide du schéma de transformation tel que présenté ci-dessus, du schéma boîte et du schéma-ligne, des écritures algébriques liées entre elles par le signe de l'équivalence logique, puis par une phrase réponse à compléter « La température a augmenté/baissé de degrés entre hier et aujourd'hui. » Il deviendra possible de se référer à ce rituel emblématique des

situations de transformation lors de la résolution collective ou individuelle d'autres problèmes pour de possibles analogies. Par exemple, dans une situation de transformation de masse, de taille, d'âge, etc., la professeure ou les élèves pourront dire par exemple : « c'est comme quand on regarde la température d'hier et celle d'aujourd'hui, ou celle de ce matin et celle de cet après-midi ».

Dans ces rituels, il s'agit toujours dans un premier temps, de résoudre le même type de problème. Soit un problème de variation de la température entre deux moments avec recherche de la variation, de la transformation. Soit un problème de comparaison de températures avec recherche de la comparaison. À partir de ces problèmes résolus, la professeure demande à chaque élève responsable d'un rituel de composer sur ardoise un nouvel énoncé de problème à soumettre à la classe. Il s'agira, pour l'un des élèves, de faire rechercher soit la température de la veille c'est à dire l'état initial, soit la température du jour, c'est à dire l'état final. Pour l'autre, il s'agira de créer un problème dont la question porte sur la recherche de l'une des deux températures comparées.

La figure 11a présente un problème créé par l'élève responsable du rituel « changement de température entre la veille et le jour même ». À la suite de la résolution du problème en rituel, il a créé un problème de transformation avec recherche de l'état initial. « Aujourd'hui il fait 15° et hier il faisait 4° de moins qu'aujourd'hui. Combien faisait-il hier ? ». Après un temps de recherche sur ardoise, le problème ainsi soumis à la classe est résolu par un autre élève au tableau. En résolution, l'élève mobilise les schémas qui lui permettent de représenter le type de problème qu'il a identifié. Sur la figure 11b, on peut lire un problème créé sur son ardoise par l'élève responsable du rituel « Comparaison de température entre l'intérieur et l'extérieur ». À la suite de la résolution du problème en rituel, l'élève créé un problème de comparaison avec recherche d'un comparé. « Dans la classe, il fait 22° et dehors il fait 8° de moins que dans la classe. Combien fait-il dehors ? ». L'élève qui vient résoudre le problème au tableau l'identifie comme un problème de comparaison, utilise les schémas pour représenter le problème et « localiser » l'inconnue, puis il utilise le schéma-ligne pour calculer à l'aide d'une addition à trou en s'appuyant sur la ligne numérique, pour aller de 8 à 22.

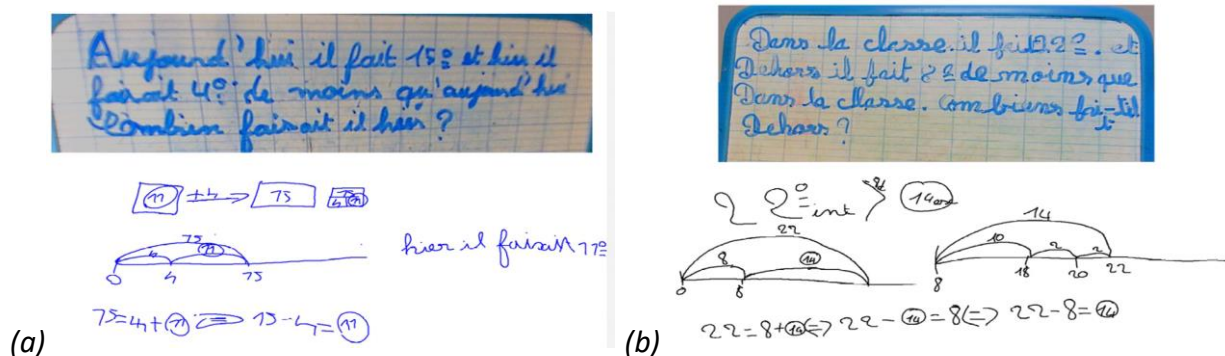
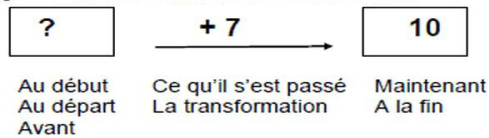


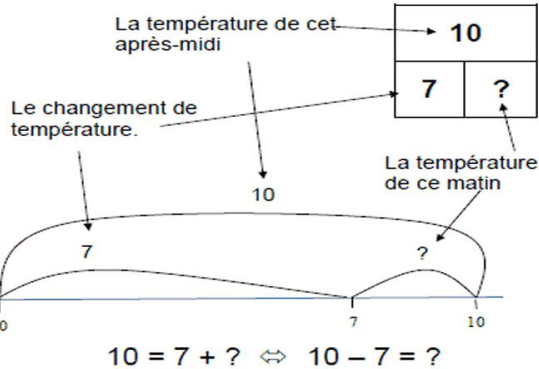
Figure 11. Deux problèmes individuels créés à partir du rituel température, proposés à la résolution collective

Les rituels présentés sont travaillés selon l'ensemble des principes qui guident l'action de la professeure et des élèves dans le dispositif didactique, tels qu'ils ont été présentés jusqu'alors. À chacun d'entre eux est donc associé un relevé de mesures, des problèmes de référence, c'est-à-dire des exemples exemplaires (Kuhn, 1990) qui seront répertoriés dans le répertoire-instrument, comme sur la figure 12 pour la grandeur température.

« Cet après-midi, il fait 10 degrés. Ce matin, il faisait 7 degrés de moins. Combien faisait-il ce matin ? »



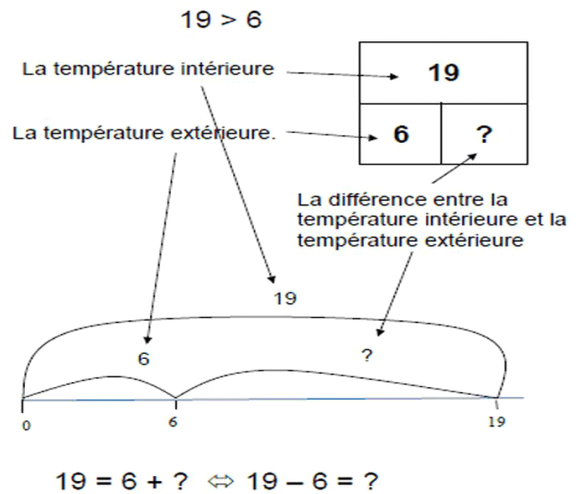
$$? + 7 = 10 \Leftrightarrow ? = 10 - 7$$



Réponse : Ce matin, il faisait 3 degrés.

(a)

« A l'extérieur, il fait 6 degrés. A l'intérieur, il fait 19 degrés. Où fait-il le plus chaud ? Combien de plus ? »

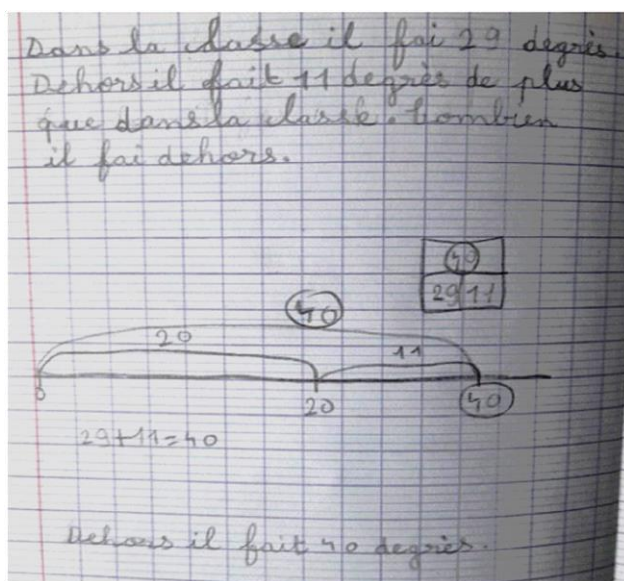


Réponse : Il fait 13 degrés de plus à l'intérieur qu'à l'extérieur.

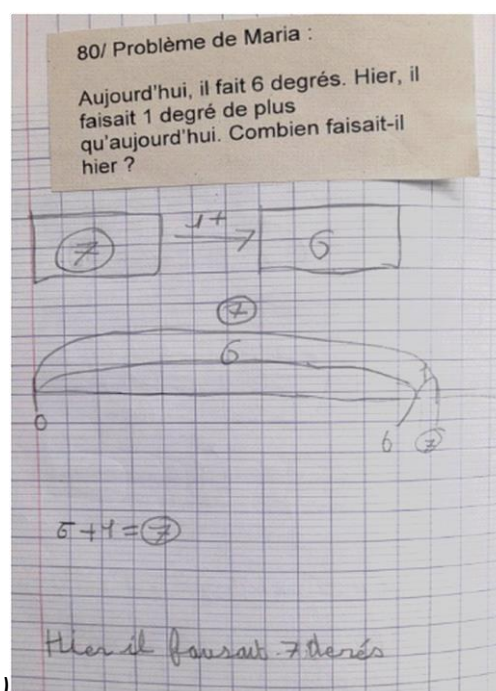
(b)

Figure 12. Deux feuillets du répertoire-instrument présentant deux problèmes exemplaires dans la situation des températures (a) Transformation avec recherche de l'état initial ; (b) comparaison avec recherche de la comparaison

Ces situations permettent la création de problèmes originaux dans le journal du nombre (figure 13a) : « Dans la classe, il fait 29 degrés, dehors il fait 11 degrés de plus que dans la classe. Combien il fait (fait-il) dehors ? ». Puis l'élève résout son problème en utilisant ici, le schéma-ligne, la boîte et une addition. Il conclut par une phrase : « Dehors il fait 40 degrés. ». La figure 13b présente la résolution d'un élève, dans son journal du nombre, d'un problème créé par un autre. L'élève reconnaît un problème de transformation, il trace le schéma de transformation, le fait fonctionner pour repérer la place de l'inconnue qu'il symbolise d'un rond. Il représente également le problème sur le schéma-ligne et produit l'écriture additive qui convient. Il termine par une phrase en réponse à la question : « Hier il faisait 7 degrés. » Remarquons le "1 +" placé au-dessus de la flèche qui va de 7 vers 6 telle une courte paraphrase, trouvée par l'élève, de l'énoncé du problème (1 degré de plus).



(a)



(b)

Figure 13. Création (a) puis résolution de problèmes (b) dans le Journal du nombre

10 Recourir à l'analogie avec des problèmes emblématiques pour créer et résoudre des problèmes impliquant différentes grandeurs

L'étude de différentes situations impliquant un « nombre d'entités » a permis d'étudier différentes catégories de problèmes relevant de structures additives, étude que les élèves continuent d'éprouver dans les rituels présentés. Dans de nouvelles situations qui pourront impliquer les grandeurs de température, de masse, de longueur, de durée, de monnaie, ils peuvent donc, avec leur professeure, s'appuyer sur les problèmes emblématiques, les exemples exemplaires de la classe (ceux conservés notamment dans le répertoire-instrument), pour travailler en *analogie* et continuer ainsi l'enquête menée dans l'action conjointe de la professeure et des élèves sur la catégorisation de problème. Ils peuvent ainsi voir une situation de composition de masses *comme* la situation des élèves de la classe présents/absents ; voir une situation de comparaison de masses *comme* la situation de comparaison de températures ; voir une situation de transformation de masses *comme* la situation de variation de température. Mais ils peuvent aussi, au sein de cette catégorisation, et grâce aux systèmes de représentation, voir des problèmes de transformation *comme* des problèmes de partie-tout ou *comme* des problèmes de comparaison. Prenons par exemple le problème de composition de masses tel qu'on peut le lire figure 14a : « Ensemble, l'encyclopédie et le cahier pèsent 772g. Le cahier pèse 120g. Combien pèse l'encyclopédie ? » Ce problème peut être vu comme un problème de type partie-tout dans lequel on recherche une partie par analogie au problème de recherche d'une partie des élèves de la classe. Mais il peut également être vu comme un problème de comparaison de masses dont on recherche la comparaison, (comparaison de la masse totale avec la masse d'un seul objet) par analogie au problème de comparaison de températures, comme dans le problème énoncé figure 14b : « La palette de peinture pèse 119g et la trousse pèse 65g. La trousse est le plus léger. Combien la palette pèse de plus que la trousse ? » ou comme un problème de transformation négative de masse dans lequel on recherche la transformation, par analogie au problème de variation de température, comme dans le problème de la figure 14c : « La trousse pleine pèse 213g. Je prends les crayons. Maintenant, la trousse pèse 155g. Combien pèsent les crayons ? ». Dans ces trois problèmes, l'inconnue est représentée de différentes manières : dans l'une des cases de la partie inférieure de la boîte, dans un pont inclus dans un plus grand sur le schéma-ligne, dans une écriture symbolique.

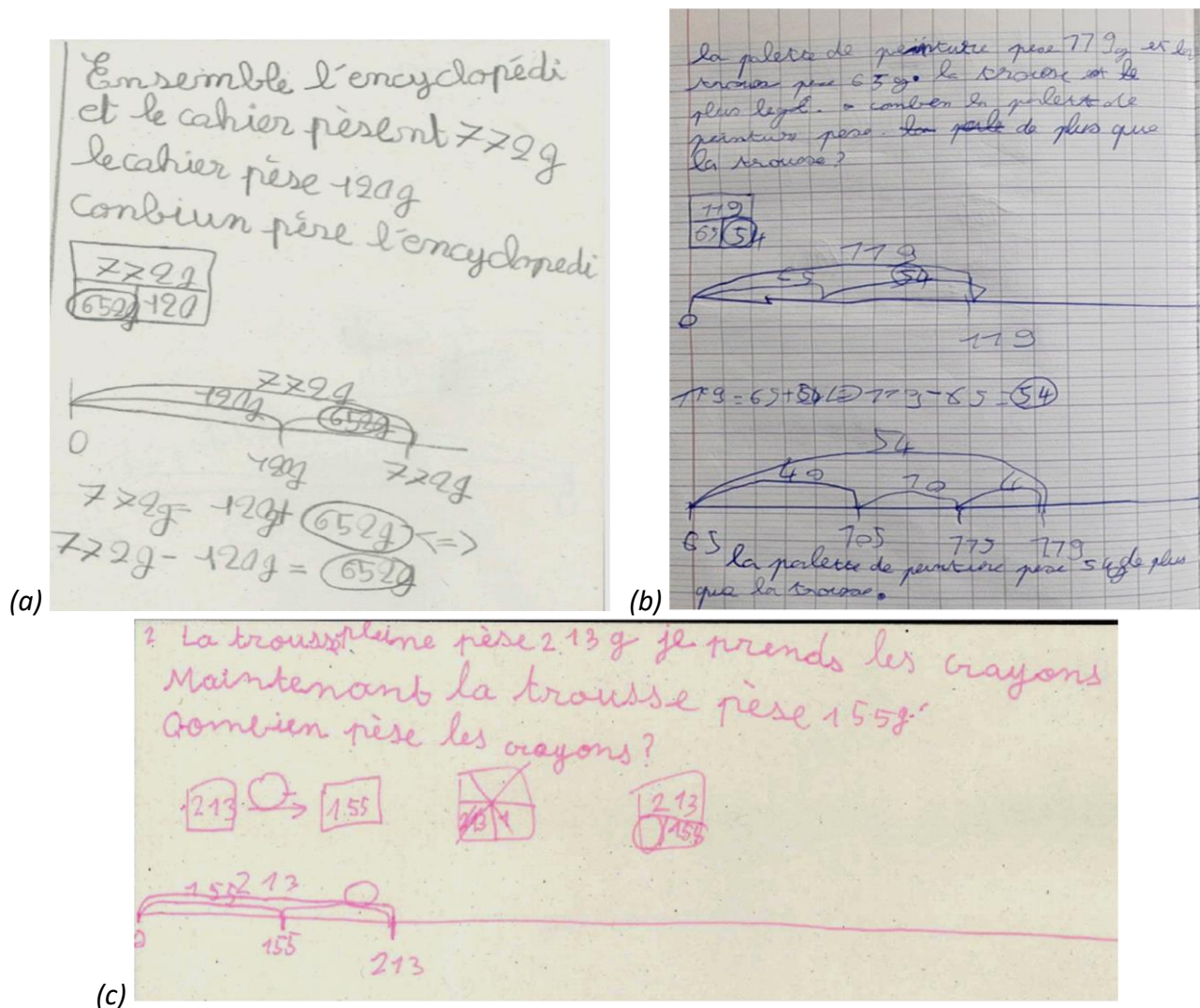


Figure 14. Création d'un problème de composition (a), de comparaison de masses (b), de transformation de masses (a)

Cette mise en évidence des analogies et de possibles changements de *voir-comme* est sous-tendue par le jeu de traduction des différents systèmes de représentation. Prenons, par exemple, cette situation de transformation de taille à partir de laquelle un élève crée trois énoncés de problèmes (figure 15). L'état initial énoncé dans la première phrase de l'énoncé du premier problème (« à ma naissance je mesurais 47 cm »), est représenté 1/par le nombre correspondant à la valeur de cet état initial dans la première case du schéma de transformation 2/dans l'une des cases inférieures de la boîte 3/par un pont inclus dans un plus grand sur le schéma-ligne, 4/dans les écritures algébriques, par une addition à trou ou une soustraction. L'état final énoncé dans la deuxième partie de l'énoncé du problème (« maintenant je mesure 116 cm »), est représenté 1/par le nombre correspondant à la valeur de cet état final dans la dernière case du schéma de transformation 2/ dans la case supérieure de la boîte 3/par un pont incluant deux autres ponts sur le schéma-ligne, 4/dans les écritures algébriques, par la somme d'une addition à trou ou le premier terme d'une soustraction. L'inconnue est représentée selon le même principe.

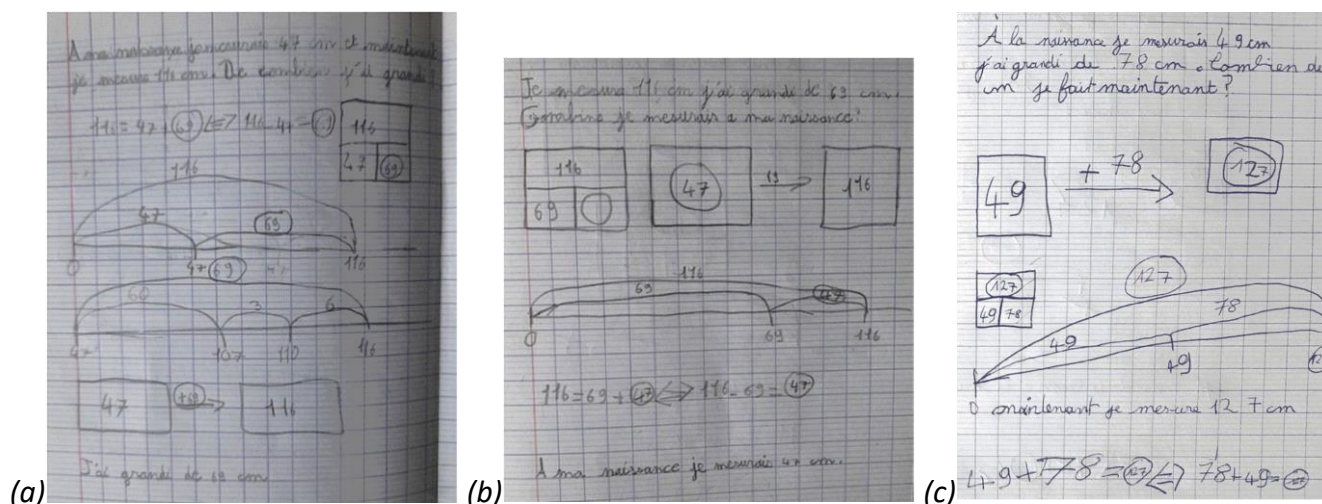


Figure 15. Création de trois problèmes de transformation dans la grandeur taille

III - QUELQUES ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

Le dispositif didactique décrit dans cette communication organise, au moyen des principes qui le structurent, l'expérience mathématique des élèves. Il leur propose de considérer des situations de la vie courante pour enquêter, collectivement et personnellement, en mathématiques. Il les conduit ainsi à construire un rapport culturellement dense aux mathématiques, à entrer dans une culture mathématique. Nous citons Sensevy (2021) pour préciser la notion de culture mathématique : « Dans une perspective générale, au CP (première primaire) comme au CE1 (deuxième primaire), il s'agit de mettre en place des situations évolutives, sur la longue durée, qui doivent agir non seulement sur les capacités mathématiques des élèves mais encore sur leur rapport aux mathématiques. Ces deux notions (« capacités » et « rapport à ») sont en étroite consonance avec les deux finalités principales que nous fixons à l'étude du savoir dans les ingénieries coopératives. En effet, les capacités renvoient aux manières de faire adéquates à une situation, donc aux puissances d'agir efficaces que le savoir autorise et qui concrétisent ce savoir. La notion de « rapport à », elle, réfère, dans notre conceptualisation, à la culture dont l'élève se rend familier lorsqu'il étudie. » (Sensevy, 2021, p.199). Le travail sur les situations inclut la réalisation de relevés de mesures et donne lieu à une représentation de relations possibles entre des données chiffrées. Cette représentation s'effectue à l'aide de différents systèmes de représentations au moyen desquels une situation concrète est représentée. Ces systèmes de représentations d'une situation peuvent prendre une forme textuelle, schématique ou symbolique. Progressivement, les élèves de la classe se familiarisent avec ces différents systèmes, les lisent ou les produisent avec de plus en plus d'habileté. Ces représentations sont un moyen de continuer l'enquête à travers le principe de traduction. Ce jeu de traduction de représentations qui consiste à mettre en relation différentes représentations d'une même situation à les comparer, conduit progressivement les élèves à reconnaître les différences et les similitudes entre ces représentations, à raisonner par analogie.

En orientant l'enquête vers la création et la résolution de problèmes, les élèves deviennent capables de créer et de résoudre des problèmes dans des contextes spécifiques qui leur sont familiers. Les systèmes de représentation qui font partie de la culture mathématique de la classe sont mobilisés pour représenter des énoncés de problèmes verbaux en vue de leur résolution. D'une certaine manière, les représentations concrétisent des énoncés abstraits. Elles permettent aux élèves d'enquêter sur la catégorisation de problèmes, et de s'acculturer progressivement à une catégorisation non pas figée mais dynamique des problèmes. Représentations et catégorisation permettent un travail en analogie : considérer un nouveau problème sur la base d'un plus ancien similaire, mais aussi repérer des analogies entre catégories de problèmes. En proposant un milieu favorable à l'enquête en création et résolution de problèmes, ce

dispositif ambitionne de contribuer à une nouvelle forme scolaire (Sensevy, 2019) telle qu' « elle n'aliène pas les enfants devenus élèves à l'emprise du défilé des objets de savoir mais se soucie de leur expérience d'enfance. » (CDpE, 2024, p.395).

IV - BIBLIOGRAPHIE

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Presses Universitaires de Rennes.

Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation & didactique*, 16, 31-50. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.10642>

Douarin, F. (2023) *Créer une culture de la création de problèmes. Enquête et rituels mathématiques au CE1*. Mémoire de master 2. Rennes : Université de Bretagne Occidentale

Duval, R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. In *Actes du XXXI^e colloque COPIRELEM* (p. 67-89). IREM de Strasbourg.

Kuhn, T. (1990). En repensant aux paradigmes. In T. Kuhn, *La tension essentielle : Tradition et changement dans les sciences* (p. 391-423). Gallimard.

Sander, E. (2014). Penser par analogie. Dans : Jean-François Dortier éd., *Le cerveau et la pensée: Le nouvel âge des sciences cognitives* (p. 345-353). Auxerre: Éditions Sciences Humaines.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir: Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck Supérieur. <https://doi.org/10.3917/dbu.sense.2011.01>

Sensevy, G. (2019). Forme scolaire et temps didactique. *Le Télémaque*, 55, 93-112.

Sensevy, G. (2021). Des sciences interventionnelles ancrées sur des alliances entre recherche et terrain ? Le cas des ingénieries coopératives. *Raisons éducatives*, 25, 163–194. <https://doi.org/10.3917/raised.025.0163>

Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité : Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. P. Lang.

Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 375-397.