

L'APPRENTISSAGE DES LEÇONS HORS CLASSE EN CYCLE 3

Laure GUÉRIN

Formatrice, IREM Clermont Ferrand
laure-catherine.guerin@ac-clermont.fr

Résumé

À l'école primaire, aucun devoir écrit n'est supposé être demandé hors la classe. Cependant, les enseignants donnent des leçons à relire et à apprendre à la maison. Cette mémorisation peut amener à des résultats bien différents en termes d'apprentissages. L'aide apportée par la famille, souvent par les parents, peut être bénéfique pour l'élève ou l'éloigner des rapports institutionnellement attendus. Pour analyser ce qui se joue dans le travail hors classe, nous avons choisi de modéliser l'étude grâce au *milieu du schéma herbartien* et aux *noyaux cognitifs* (Chevallard, 2020) issus de la Théorie Anthropologique du Didactique. Cette contribution, qui s'appuie sur la thèse, *Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors classe : une étude didactique* (Guérin, 2020), propose, dans un premier temps, d'exposer des résultats saillants relatifs à l'apprentissage des leçons hors la classe, en classe de sixième (cycle 3). En particulier, nous développons les spécificités liées aux territoires selon trois types d'établissements : REP (réseau d'éducation prioritaire), urbain et rural non REP. Dans un deuxième temps, nous expliquons comment notre travail peut être transposé dans le premier degré à travers l'impact des organisations mathématiques et didactiques mises en place par l'enseignant dans la classe. Plusieurs cas sur le thème des aires et périmètres sont détaillés.

À l'école primaire est encore en vigueur la circulaire du 28 janvier 1971, réaffirmée récemment, qui stipule qu'« il reste interdit dans l'enseignement élémentaire, de donner des travaux écrits à exécuter à la maison ou en étude. » On peut lire actuellement sur le site du ministère : « Peuvent être donnés à la maison un travail oral (lecture ou recherche par exemple), des leçons à apprendre ». Le travail à la maison à l'école est donc possible, tant qu'il est oral ou dans la mesure où il consiste à apprendre une leçon. Comme le montrent les extraits de cahiers de textes et agendas issus de cours moyens suivants, les enseignants donnent des leçons à lire ou à apprendre : « lire la leçon M5 » ; « apprendre la leçon sur les multiples » ; « relire les nombres décimaux » ; « leçon n°12 ». Il est ainsi légitime de se poser la question du comment apprendre efficacement. Cette ligne de conduite semble pourtant être de plus en plus nuancée depuis l'apparition du dispositif « devoirs faits » en 2017, qui a suscité des interrogations sur les inégalités scolaires. En particulier en CM2, il est aussi autorisé dans le cadre de la préparation à la classe de sixième de donner des exercices comme « introduction du travail écrit ». Notre texte a pour objet d'étude l'apprentissage des leçons hors la classe en cycle 3. Les exemples et les résultats présentés ici sont issus de ma thèse, qui concerne plus largement des élèves de collège, s'intitulant « Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors la classe. Une étude didactique ». Dans une première partie, nous présenterons quelques résultats saillants et quelques spécificités de l'apprentissage en fonction des différents territoires. Dans une deuxième partie, nous développerons le travail personnel des élèves de sixième. Plus particulièrement, on s'intéressera à la façon dont les élèves apprennent leurs leçons de mathématiques à la maison en fonction du travail proposé en classe par les professeurs de sixième ainsi qu'en fonction de leur niveau en mathématique : plus ou moins avancé. De nombreux points présentés sur ce niveau de classe peuvent s'appliquer à l'école primaire, notamment en CM2. Nous concluons ce texte par une possible transposition de ce travail à l'école primaire.

I - LA PROBLÉMATIQUE

1 Le point de vue des enseignants

Une brève enquête auprès de quelques professeurs du secondaire m'a permis d'appréhender la façon dont les enseignants s'emparent de la problématique du travail personnel. À la question « que conseillez-vous à vos élèves pour travailler les mathématiques à la maison ? », on assiste à des non-réponses, à des enseignants qui soufflent ou encore à des réponses du type « Ah ben là je sèche un peu ! », « Euh franchement je n'en sais rien ! ». Ces résultats ne sont pas vraiment étonnants et s'expliquent de par la position des enseignants au sein de l'institution scolaire. En effet, les professeurs ont accès au produit de l'apprentissage des leçons de leurs élèves mais sont privés du regard des gestes de ces mêmes élèves pour réaliser ce travail. Si certains ne savent pas quoi répondre, d'autres se font le relais des conseils émanant du ministère de l'éducation nationale, dans lesquels les représentations sociales ont un poids important.

2 Le point de vue institutionnel

Les dispositifs mis en place par le ministère de l'éducation nationale (MEN) pour réduire les inégalités en termes de travail scolaire à l'école primaire s'appuient en grande partie sur le rapport n°86 de l'inspection générale de l'éducation nationale, paru en 2008. Ce texte met en avant la nécessité du travail à la maison comme un complément au temps scolaire de la classe et la possibilité d'apporter une aide aux écoliers grâce à certaines « bonnes pratiques » pour apprendre les leçons. Ces pratiques sont identifiées dans ce rapport. On peut lire par exemple dans le guide : « Recopier plusieurs fois certains passages ou simplement les informations importantes » ; « Mémoriser lignes par lignes ou paragraphes par paragraphes » ; « Fermer les yeux et revoir la leçon ». Filip, qui est un élève de début de collège considéré comme faible par ses professeurs, répond en tout point aux critères de ces pratiques dites efficaces. Il s'isole face au mur et répète inlassablement « petit bout par petit bout » pendant une heure la définition de la médiatrice d'un segment qu'il doit apprendre pour le lendemain et sur laquelle il sera interrogé. Il ne ménage pas ses efforts. Pourtant, il ne parviendra pas à obtenir plus de 1 sur 10 et déclare « ne plus rien se souvenir le jour du contrôle ». Alors, comment a-t-il appris ? Filip lit les phrases écrites en rouge dans son cahier et fixe un point au mur. On voit ses lèvres bouger et on l'entend murmurer. Il a par exemple découpé la première définition à apprendre, non pas en unités de sens, mais de la façon suivante : « La médiatrice » « d'un segment est » « la droite perpendiculaire » « au segment passant » « par son milieu ». À travers les gestes d'étude de cet élève, on peut entrevoir que le discours très général diffusé par le ministère et relayé par certains enseignants ne permet pas d'armer solidement les élèves face à l'apprentissage des leçons. Au fil de notre recherche nous avons rencontré d'autres élèves, qui, comme Filip, passent plusieurs heures à apprendre, pour une efficacité bien faible.

3 Les questions de recherche

C'est à partir de ces constats que les questions de recherche ont émergé. En premier lieu, quelles sont les techniques d'étude des élèves pour apprendre une leçon en mathématiques développées hors du temps scolaire ? Cette problématique est étudiée dans notre texte en classe de sixième ainsi qu'au regard de trois paramètres, dont on pense qu'ils ont une influence. Tout d'abord, le niveau de l'élève en mathématiques, ce qui nous amène à considérer cette nouvelle question : quelles différences existe-t-il dans la constitution du milieu d'étude de la leçon entre les élèves avancés en mathématiques et ceux moins avancés ? Ensuite on considère le type d'établissement fréquenté par l'élève : réseau d'éducation prioritaire, rural ou urbain. Enfin, on prend en compte le travail réalisé en classe, à travers les organisations mathématique et didactique initiées par le professeur de la classe. Dans la partie suivante, nous vous présentons quelques résultats relatifs à ce questionnement ainsi que les éléments méthodologiques et théoriques qui ont guidé notre analyse.

II - QUELQUES RÉSULTATS SAILLANTS

Pour répondre aux questions de recherche, une approche statistique par questionnaires a été réalisée sur un panel de 786 élèves, représentatif au seuil des 95 % de la région Auvergne en termes de répartition dans les différents types d'établissements : réseau d'éducation prioritaire (REP), rural et urbain. Elle nous a permis d'obtenir une première esquisse du milieu d'étude des collégiens auvergnats.

1 Spécificités en fonction des territoires : zones rurales, urbaines non REP et zones REP

Pour apprendre leurs leçons, les élèves ne se retrouvent pas toujours en autonomie, et certainement encore moins à l'école primaire par rapport aux collégiens. Les parents, les frères et sœurs, les voisins, ou encore des intervenants des dispositifs d'aide aux devoirs, de la garderie du soir, peuvent faire réciter l'enfant, lui expliquer des points non compris, ou encore lui poser des questions. Ils constituent des aides à l'étude. Il existe un fort investissement du milieu familial en classe de sixième, et qui diminue jusqu'en troisième, quel que soit le niveau en mathématiques de l'élève. Dans les zones rurales, cette aide est encore plus importante que dans les autres types d'établissement.

Par exemple, la mère de Bastien explique à son fils comment se souvenir de la formule de calcul de l'aire du parallélogramme plus facilement : il faut déplacer l'aire du triangle vert ci-dessous, comme indiqué par la flèche, afin de recréer un rectangle. On trouve alors la formule " $\text{côté} \times \text{hauteur}$ ".

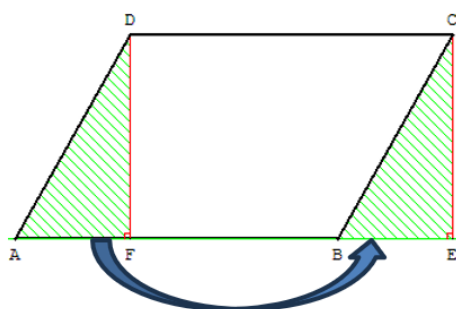


Figure 1. Aire du parallélogramme par découpage

La sœur de Jade, quant à elle, aide Jade à apprendre ses leçons en inventant des histoires pour l'aider à mémoriser : « Elle me raconte des histoires pour apprendre. Le périmètre tu imagines une limace qui veut manger la salade et qui fait le tour de la figure. Et l'aire c'est le hamburger, tu manges ce qu'il y a dedans ».

On entrevoit ici à travers ces deux exemples que les aides à l'étude peuvent s'avérer être plus ou moins pertinentes. On peut rapprocher cette idée des recherches développées par le groupe ESCOL, qui mentionnent de nombreux *brouillages* (Kakpo et Rayou, 2010) créés par le milieu familial. Certains parents pensés comme étant démissionnaires et qui sont, en fait, plutôt missionnaires, perturbent paradoxalement le système didactique (Kakpo et Rayou, 2010). Dans notre étude statistique, l'aide apportée par les familles en classe de sixième reste élevée dans les établissements REP. Il existe cependant une forte disparité entre les aides apportées en zone rurale et celles en zone REP. Lors de notre recherche, nous avons rencontré Anaëlle, issue d'un collège REP, qui nous a expliqué, avec beaucoup de retenue, comme s'il s'agissait d'un interdit, qu'elle partageait ses cours avec une amie appartenant à une autre classe. Elle nous demande alors de donner notre aval quant à cette pratique hautement illicite ! Cette anecdote vient confirmer les pourcentages trouvés : l'entraide entre élèves concerne 58 % en zone rurale contre 34 % en REP. De plus, notons que 51 % des élèves des zones rurales déclarent demander de l'aide aux adultes (hors professeurs) de l'établissement (surveillants, documentaliste) alors que 12 % le font en REP.

Une deuxième approche qualitative de type clinique nous a permis d'affiner et de compléter les résultats issus des questionnaires. Plus précisément deux entretiens ante-contrôle et post-contrôle ont été organisés dans des classes de sixième. Nous avons questionné les élèves sur leur façon de réviser un

contrôle sur les aires et périmètres et nous avons croisé leurs déclarations avec leurs copies. Dans la mesure du possible, nous avons recueilli les supports qu'ils ont utilisés pour travailler. Nous détaillons dans la suite quelques cas d'élèves de sixième issus de cette recherche.

2 Le milieu d'étude en fonction du niveau en mathématiques

Pour apprendre leurs leçons de mathématiques à la maison, que font les élèves ? Déborah écrit sur un brouillon les formules à apprendre. Elle les récite par écrit. Quant à Sarah, elle se pose des questions et son frère lui invente des exercices qu'elle résout. Mathilde imagine en lisant la leçon les exemples qui correspondent aux différentes formules. Elle les récite à voix haute. Calypso lit cinq fois de suite, et Bohren, lui, les lit trois fois. Alizée refait mentalement le début des exemples corrigés qu'elle rencontre dans la leçon et vérifie si elle est capable de les faire. Quant à Coline, elle va chercher sur internet des éléments de compréhension de la leçon. Comme le montrent les exemples ci-dessus, il existe une grande diversité de pratiques des élèves pour apprendre une leçon. Certains élèves récitent les formules à apprendre, refont des exemples, à l'écrit ou à l'oral. D'autres synthétisent ce qu'il faut savoir et savoir faire ou encore cherchent des indications sur internet. On peut conclure, dans chacun de ces cas, que l'élève se crée ou se voit créer par une aide à l'étude, un *milieu d'étude* (Chevallard, 2011). Le terme de *milieu* est à comprendre, non pas comme le *milieu antagoniste* (Brousseau, 1998) mais plutôt au sens de celui qui est donné en Théorie Anthropologique du Didactique, le *milieu du schéma herbartien* (Chevallard, 2011), notamment à partir de la *dialectique des médias et des milieux* (Chevallard, 2007). Dans ce milieu, on peut trouver pour chacun des élèves interrogés :

- des *œuvres matérielles*, numériques ou non, comme les cahiers, les classeurs, les fichiers (manuels), des sites internet ;
- des *réponses « toutes faites »*, comme les formules des aires et périmètres ;
- des *questions* qu'ils se posent ou qu'on leur pose ;
- des *discussions* (informelles ou non) avec un professeur, un camarade, un frère, une sœur, ou encore un parent.

Pour comprendre ce qui se joue dans l'apprentissage des leçons, nous allons détailler deux cas d'élèves prototypiques, pour Sarah des élèves d'un bon niveau en mathématiques et pour Déborah des élèves d'un niveau moins avancé. Toutes les deux appartiennent à la même classe de sixième et ont suivi le même enseignement. La leçon qu'elles ont à apprendre est la suivante :

2. Formules de calculs

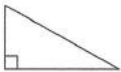
Forme	Figure	Formule du périmètre	Formule de l'aire
Rectangle		$P = a + b + a + b$ $= (a + b) \times 2$	$A = a \times b$
Carré		$P = c \times 4$	$A = c \times c$ $= c^2$
Triangle rectangle		$P = a + b + c$	$A = (a \times b) : 2$
Triangle		$P = a + b + c$	$A = (c \times h) : 2$
Disque		$P = 2 \times \pi \times r$	$A = \pi \times r \times r$ $= \pi \times r^2$

Figure 2. Leçon de Déborah et de Sarah

2.1 Le cas de Déborah, élève moins avancée en mathématiques

Déborah lit la leçon et mémorise pendant deux heures le tableau des formules par cœur. Elle le récite sur un brouillon « maison ». Voici un extrait de l'entretien avec Déborah :

Q : Comment as-tu révisé ?

D : J'ai appris ma leçon.

Q : Comment ? Tu la lis ?

D : Oui, mot par mot puis la phrase entière.

Q : Tu peux me montrer ?

D : J'ai appris toutes les figures puis toutes les formules puis toutes les aires.

Déborah a donc appris ce tableau colonne par colonne. Elle a mémorisé d'abord tous les noms de figures, puis toutes les figures, puis les formules de périmètres et enfin toutes les formules d'aires. Elle n'a pas compris que ce tableau fonctionnait en ligne. Elle associe, de plus, le mot formule uniquement aux périmètres. Plus loin, lors de l'entretien elle nous parlera de son unique amie, qui est pour elle une aide à l'étude précieuse.

D : Et elle me dit ce qu'il faut savoir, comme le signal Pi.

D : Je sais aussi que le signal Pi c'est 3,14 et si tu l'arrondis c'est pas le même nombre.

Q : C'est-à-dire ?

D : Oui c'est mon amie qui me l'a dit. Des fois c'est 3,1 et des fois c'est 3,5.

Déborah confond les mots signal et symbole. Elle a développé un rapport erroné aux arrondis et au nombre Pi dont elle pense qu'il vaut parfois 3,1 et parfois 3,5.

2.2 Le cas de Sarah, élève avancée en mathématiques

Sarah explique qu'elle lit sa leçon et que sa mère lui pose des questions. Ensuite, son frère lui invente des exercices qui lui permettent de réviser chacune des lignes du tableau : aire et périmètre du rectangle, du carré, du triangle rectangle, du triangle et du disque. En effet, le frère de Sarah, dessine sur un brouillon chacune des figures, que Sarah mesure. Elle donne ensuite les calculs de l'aire et du périmètre de chacun. Lorsqu'elle révise les conversions, Sarah, qui a appris en CM2 à recourir à un tableau de conversion, se rend compte qu'elle n'est pas capable de convertir sans tableau. Elle sollicite donc les intervenants du centre d'aide aux devoirs de son quartier auquel elle participe tous les mercredis. Les explications qu'elle y recueille lui permettent de résoudre son problème.

2.3 Conclusion

Bien que toutes les deux aient suivi le même cours et qu'elles l'aient toutes les deux lu, les résultats en termes d'apprentissage de ces deux élèves sont grandement différents. En effet ces deux élèves accomplissent un ensemble de gestes pour construire et agir sur leur milieu d'étude, qui dans leur constitution, présente des différences notables.

Il existe une déconnexion profonde chez Déborah entre les éléments théoriques (les formules) et les tâches pratiques. Elle ne fait aucun exercice et apprend par cœur des listes de mots, de figures sans savoir à quoi ils servent. Elle développe un rapport à certains éléments théoriques en ne les reliant à aucun type de tâches. Sarah relit la leçon, mais sa maman lui pose des questions pour vérifier qu'elle a bien mémorisé. Quant à son frère, il n'invente pas n'importe quel exercice : ce sont ceux que Sarah lui dicte. Il invente un exemple pour chaque type de tâches. Sarah travaille ainsi l'évaluation de son rapport à l'organisation mathématique visée. Pour mieux appréhender les différences dans les gestes d'étude de Sarah et de Déborah, la notion de *noyau cognitif* (Chevallard, 2020) nous paraît pertinente. En effet, un noyau cognitif est un quadruplet composé d'un élève (Sarah ou Déborah), d'un objet d'étude (les aires et les périmètres) d'une position dans l'institution (élève ou professeur) et d'une instance évaluatrice. L'instance évaluatrice permet de juger, dans notre cas, de la maîtrise de l'objet d'étude, les aires et périmètres, par l'élève. Elle se prononce sur la conformité du rapport personnel de l'élève à l'objet, en référence au rapport

institutionnellement attendu. Déborah occupe la position exclusive d'élève dans son travail personnel. Le rôle de l'élève perçu par Déborah est celui qui mémorise par cœur. Sarah, quant à elle, occupe deux positions, celle d'élève et celle de professeur, qu'elle partage avec son frère : elle dicte à son frère quels exercices donner. L'instance évaluatrice est jouée par Déborah, qui évalue sur une feuille de brouillon sa capacité à réciter une suite de figures et de formules, alors que Sarah s'évalue à partir de tâches que son frère invente, du même type que celles étudiées en classe. Le tableau de la leçon lui sert donc à déterminer des types de tâches (calculer l'aire du rectangle, du carré...) et à s'auto-évaluer.

III - LIEN ENTRE TRAVAIL DE LA CLASSE ET TRAVAIL HORS CLASSE

L'apprentissage d'une leçon à la maison est toujours initié par un travail mené au sein de la classe. La façon dont l'étude a été dirigée par le professeur a donc une influence sur l'apprentissage en dehors de la classe. Afin de définir de manière plus précise la nature de cet impact, nous allons détailler ci-après les organisations mathématique et didactique de trois classes de début de collège, sur le thème des aires et périmètres. Les deux premières classes sont deux classes de sixième dans un établissement classé REP. L'étude s'est faite avec le même professeur, sur deux ans consécutifs. La troisième est une classe urbaine.

1 La première année en REP

1.1 L'organisation mathématique de la classe

Pour décrire le travail de la classe, nous avons procédé au comptage du nombre de tâches appartenant aux différents types de tâches effectués en classe. Combien de calculs de périmètres du carré ont été réalisés ? Quelle technique a été employée ? Quelles propriétés et formules mathématiques ont été utilisées ? On répond aux mêmes questions pour le rectangle, le triangle, le disque et on réitère cette démarche pour les aires. Voici, par exemple, le tableau récapitulatif de l'organisation mathématique de la classe au niveau des périmètres lors de la première année (tableau 1).

Types de tâches : calculer le périmètre...	... d'un carré	... d'un rectangle	... d'un triangle	... d'un cercle	... d'une figure polygonale	Total
Technique	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Faire la somme des longueurs correspondant au pourtour de la figure	
Technologie Théorie	Formule : $4 \times c$ Modélisation avec mesures	Formule : $2 \times (L + l)$ Modélisation avec mesures	Formule : $a + b + c$ Modélisation avec mesures	Formule : $\pi \times 2 \times R$ Modélisation avec mesures	Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs des côtés qui le composent.	
Nombre d'exemplaires	3	5	2	18	9 dont 2 avec comptage de longueurs de carreaux.	37

Tableau 1. Récapitulatif des tâches la première année

Dans notre recherche, nous avons pris garde de distinguer deux modélisations distinctes des aires et des périmètres : la modélisation avec mesures (Lebesgue, 1975) et celle sans mesure (Hilbert, 1899).

On parlera d'une modélisation des périmètres sans mesure lorsque le professeur a recours à des comparaisons de périmètres de deux polygones grâce à des reports, au compas ou avec des bandelettes, des longueurs des côtés qui le constituent. Par exemple pour appréhender le périmètre d'un triangle, et pouvoir le comparer à un autre, on peut reporter les trois longueurs « bout à bout » sur une demi-droite située en dessous, sans pour autant les mesurer. On parlera de modélisation des aires sans mesure lorsqu'il y aura recours à l'*équidécomposabilité* (Hilbert, 1899). Par exemple dans la figure 3, l'équidécomposabilité, c'est-à-dire la décomposition en triangles n'empiétant pas l'un sur l'autre, nous permet de conclure que ces deux figures possèdent la même aire, sans recourir aux mesures.



Figure 3. Équidécomposabilité de deux figures

Notons que certaines tâches font appel aux deux modélisations simultanément. L'exemple ci-dessous (figure 4), issu du cahier de la classe, nécessite dans un premier temps de décomposer la figure en sous-figures, ce qui requiert une modélisation sans mesure, puis de calculer, une à une, l'aire de chaque sous-figure pour en faire la somme, ce qui correspond à la modélisation avec mesures. Nous appellerons ces tâches, nécessitant une double modélisation, et qui sont les plus difficiles pour les élèves, les tâches T₉. Les types de tâches T₁ T₂ jusqu'à T₈ concernent les calculs de périmètres et d'aires classiques tels que ceux du carré, du rectangle, du triangle et du disque.

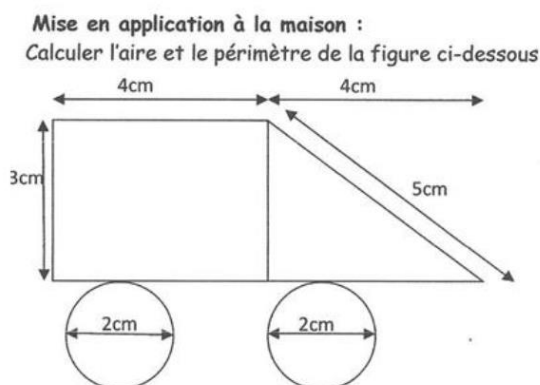


Figure 4. Tâche mobilisant les deux modélisations

L'analyse de l'organisation mathématique lors de la première année (figure 5) nous amène à conclure à plusieurs déséquilibres. D'une part, il existe un écart entre le nombre de tâches travaillées sur les aires et celles sur les périmètres. D'autre part, une différence est notable entre celles avec mesures et celles sans mesure, puisque la modélisation sans mesure est inexistante. Les tâches T₉ sont, quant à elles, peu nombreuses.

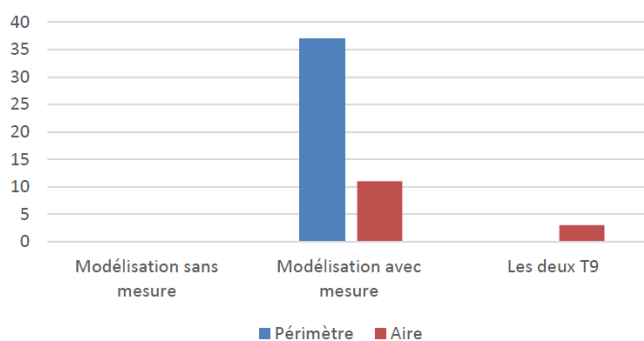


Figure 5. Organisation mathématique (OM) de la première année

1.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Les élèves doivent se souvenir des formules des aires et des périmètres inscrites dans le tableau de la leçon et savoir les appliquer. Le dispositif d'enquête nous a permis de faire émerger deux modèles d'apprentissages de ces formules. Le premier qu'on appellera « praxéologie¹ répétition » consiste à répéter plusieurs fois les formules afin de les apprendre par cœur. Le deuxième qu'on appellera « praxéologie équidécomposabilité » repose sur un apprentissage des formules à partir de leurs justifications. Elle utilise la décomposition de la figure en sous-figures ou une relation avec l'aire d'une sur-figure. Par exemple, pour apprendre la formule "côté $\times$ hauteur $\div$ 2" qui calcule l'aire du triangle rectangle, on retiendra que lorsqu'on place deux triangles rectangles identiques l'un sur l'autre, on peut former une sur-figure d'aire double : un rectangle (figure 6).



Figure 6. Illustration de la démonstration de l'aire du triangle rectangle

Le tableau récapitulatif 2 retrace les deux praxéologies utilisées par les élèves de notre classe de sixième. Il nous permet de synthétiser les deux façons d'appréhender l'apprentissage des formules hors la classe.

	Praxéologie « répétition »	Praxéologie « équidécomposabilité »
Technique	Apprendre par cœur	Se souvenir grâce aux éléments de justification
Technologie : le pourquoi	Parce que c'est comme ça !	Les justifications permettent de produire la technique
Théorie	On doit apprendre par cœur ses leçons	Elles permettent de soulager la mémoire et de contrôler la technique

Tableau 2. Deux praxéologies d'apprentissage

Voici les résultats pour la première année (tableau 3).

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Willane, avancé	Équidécomposabilité et répétition	Mère et classe
Sarah, avancé	Répétition	Classe
Amira, moyen	Répétition	Classe
Marvyn, moyen	Répétition	Classe
Déborah, moins avancé	Répétition	Classe
Jade, moins avancé	Répétition	Classe

Tableau 3. Résultats de la première année

Willane est un bon élève. Sa mère, professeur des écoles, lui a enseigné comment apprendre la formule du triangle rectangle « en collant deux triangles ». Les formules n'ayant pas été démontrées en classe, il s'agit donc de les apprendre par cœur. Le niveau de complexité pour justifier les formules d'aires paraît trop élevé pour qu'un élève de cycle 3, ici élève de sixième, puisse prendre en charge de manière autonome cette dimension. Seuls les bons élèves y accèdent par le biais d'aides à l'étude, par exemple, la mère de Willane. Notons que les résultats à l'évaluation de la classe sont faibles.

¹ Le mot praxéologie fait référence au quadruplet (type de tâches, technique, technologie, théorie) défini par Chevallard. Il s'agit ici non pas d'une praxéologie mathématique, mais d'une praxéologie d'étude autodidactique.

2 La deuxième année en REP

2.1 L'organisation mathématique de la classe

Lors de la deuxième année, nous proposons au même professeur un scénario d'enseignement sur les aires et périmètres à partir d'un parcours d'étude et de recherche (PER). Il s'agit de dévoluer aux élèves la recherche de réponses à une question génératrice du secteur des aires et périmètres, la question étant « La Terre, elle est grande comment ? ». Le mot « grande » fait, dans un premier temps, référence à une grandeur mais laquelle ? Au périmètre de l'équateur ? À la masse ? À l'aire de la surface terrestre ? À sa population² ? Plusieurs grandeurs sont attachées à la Terre, et les réponses qui s'en suivent sont différentes selon la grandeur choisie. Un travail préalable sur les grandeurs, sans mesure, est alors initié. Le professeur s'attarde ensuite sur deux grandeurs : le périmètre de l'équateur (environ 40 000 km) et l'aire de la surface de la terre (environ 510 millions de km²). Un fil de questions enchaînées est déroulé, et amène les élèves à rencontrer l'organisation mathématique visée sur le secteur des aires et périmètres, comme réponses à ces questions.

Voici (figure 7) le graphique représentant l'organisation mathématique de la deuxième année.

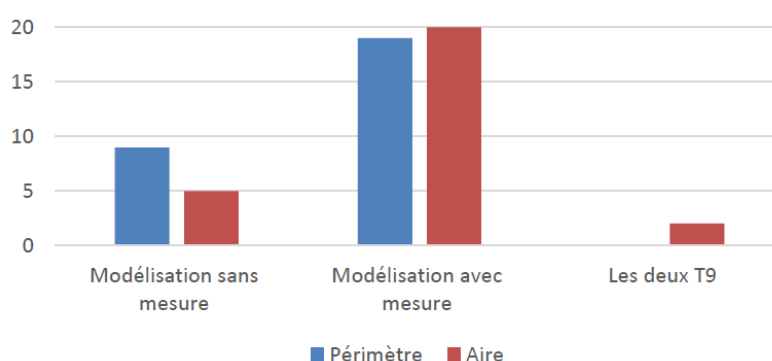


Figure 7. Organisation mathématique (OM) de la deuxième année

On peut remarquer une nette rééquilibrage des tâches entre aires et périmètres et la présence cette fois-ci de la modélisation sans mesure. Les formules sont démontrées et ne sont pas laissées à la responsabilité des élèves. Par contre peu de tâches font appel aux deux modélisations. L'accomplissement des tâches du type T₉, engageant plusieurs calculs d'aires, est vécu par les élèves comme étant difficile. Le peu de tâches de ce type nous indique une propension de ce professeur de REP à une simplification des tâches.

2.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Le tableau 4 retrace les praxéologies mises en œuvre à la maison pour mémoriser les formules d'aires et de périmètres.

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Enzo, avancé	Répétition	Personnel
Ismael, avancé	Répétition et équidécomposabilité	Classe
Anaëlle, moyen	Répétition	Personnel
Bohren, moyen	Répétition et équidécomposabilité	Classe
Coline, moins avancé	Répétition	Classe
Coralie, moins avancé	Répétition	Personnel

Tableau 4. Résultats de la deuxième année

² Un élève de la classe proposera la réponse suivante. Elle est assez grande pour accueillir 8 milliards d'êtres humains.

Deux élèves, un bon et un moyen, sur notre échantillon de six élèves, mobilisent des praxéologies *équidécomposabilité* expliquées en classe pour retenir la formule d'aire pour le triangle rectangle. Les autres utilisent les formules apprises par cœur avec une influence des parents, qui leur demandent explicitement d'apprendre par cœur.

Le professeur, la première année, simplifie au maximum et donne un étayage important. Les élèves peuvent s'investir dans le travail sans réellement comprendre les tâches qui leur sont données à réaliser. On peut ainsi formuler une hypothèse explicative au recours à un apprentissage basé sur la répétition. La première année, le professeur décide de s'affranchir des éléments qui justifient les formules, par manque de temps ou pour éviter des tâches difficiles. Aussi, privés d'un milieu familial en REP qui pourrait pallier ce déficit, les élèves n'ont pas d'autre choix que d'apprendre par cœur, ce que nous avons appelé « praxéologie répétition ». La deuxième année, on remarque que la proportion d'élèves à apprendre à l'aide des justifications est en augmentation et touche même un élève moyen. Cependant l'influence des parents, qui s'investissent dans la scolarité de leur enfant, vient *brouiller*, au sens de Kakpo et Rayou (2010), les apprentissages et les renvoie à un apprentissage par cœur. La question de l'organisation mathématique prend en compte le contenu de l'enseignement mais pas la façon dont il a été enseigné. Aussi, l'organisation du milieu d'étude construit en classe est-elle totalement prise en charge par le professeur ou par quelques « bons » élèves de la classe, ou au contraire par un collectif-classe ? La deuxième année, la dynamique de questions ne réussit à vivre qu'au début du parcours. Aussi, cette organisation didactique a eu une influence non négligeable sur les façons d'apprendre des élèves. C'est ce que nous allons pouvoir vérifier grâce à la troisième classe.

3 La troisième classe

Le parcours d'étude et de recherche, décrit précédemment, a été réalisé dans la troisième classe, avec un professeur rompu aux parcours d'étude et de recherche. Un dispositif de questions est créé dans la classe. En effet, un groupe de trois filles est chargé de noter au fur à mesure les questions qui se posent au fil de l'étude des aires et périmètres. Une feuille cartonnée A3, prévue à cet effet, est affichée tout au long du parcours dans la salle de classe (figure 8). Ce sont les questions des élèves qui sont jugées comme problématiques par le groupe-classe.

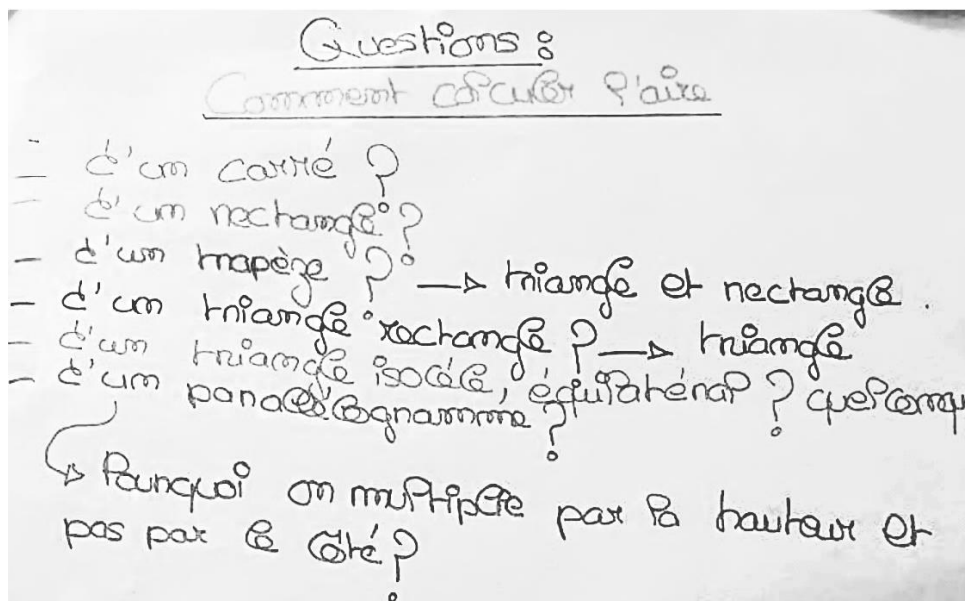


Figure 8. Affiche des questions de la troisième classe

Dans cette troisième classe, la dynamique de questions a vécu.

3.1 L'organisation mathématique de la classe

La figure 9 présente l'organisation mathématique de la troisième classe. L'analyse de l'organisation mathématique nous montre un quasi-équilibre entre les deux modélisations. Même si les tâches relevant des aires sont plus nombreuses, les tâches relevant des périmètres sont travaillées en quantité suffisante. On peut noter davantage de tâches plus difficiles mobilisant les deux modélisations par rapport aux classes précédentes.

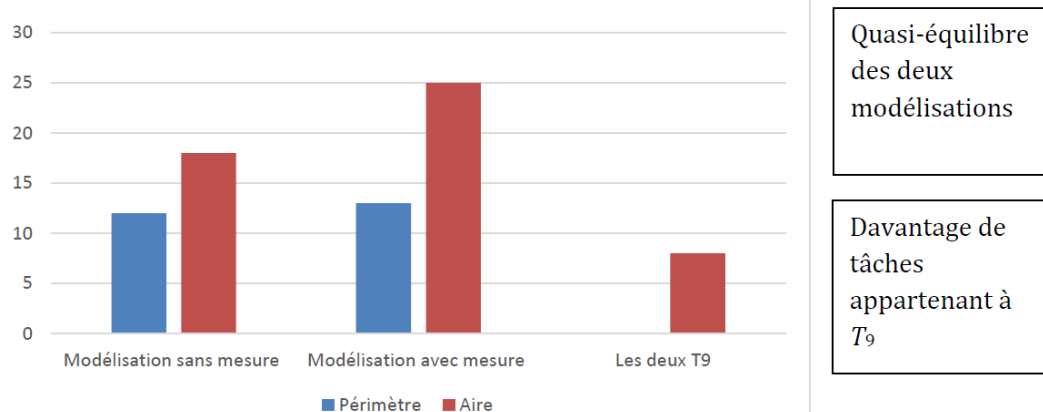


Figure 9. Organisation mathématique (OM) de la troisième classe

3.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Le tableau 5 récapitule les praxéologies utilisées par les élèves.

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Alizée, avancé	On ne sait pas.	On ne sait pas. Classe antérieure ?
Alice, avancé	Équidécomposabilité	Classe
Calypso, moyen	Équidécomposabilité et répétition	Classe et personnel
Louis, moyen	Équidécomposabilité	Classe
Emmanuel, moins avancé	Équidécomposabilité	Classe
Léa, moins avancé	Équidécomposabilité	Classe et livre parascolaire

Tableau 5. Résultats de la troisième année

La mémorisation des formules se fait essentiellement en s'appuyant sur les justifications provenant de la classe. Alizée est d'un bon niveau en mathématiques. Elle ne s'appuie pas sur les justifications indiquées en classe, elle utilise les formules qu'elle connaît par cœur mais qu'elle a déjà apprises et intégrées l'année antérieure. Elle utilise, par exemple, la formule $2 \times (L + l)$ pour le périmètre du rectangle qui n'est pas la formule donnée en classe. Calypso, élève d'un niveau moyen, se souvient de la formule de l'aire du triangle par répétition, non pas de la formule, mais d'une erreur. En effet, elle sait qu'à chaque fois qu'elle a réalisé les exercices en classe, elle a oublié de diviser par deux pour calculer l'aire du triangle. Elle se souvient donc qu'il ne faut pas se tromper de cette manière. Dans les copies du contrôle sur les aires et périmètres, on remarque des traces de l'utilisation de l'équidécomposabilité. Par exemple sur la copie de Louis, élève moyen, on aperçoit des flèches montrant le déplacement du triangle pour construire un rectangle et le tracé d'un rectangle autour du triangle situé en haut de la figure (figure 10). Louis se sert de l'équidécomposabilité comme moyen de vérification des formules. Il déclare d'ailleurs avoir corrigé son calcul après avoir tracé ces différents éléments. Les contrôles grâce aux éléments de preuves des formules vivent dans cette classe aussi chez les élèves de niveaux moins avancé et moyen.

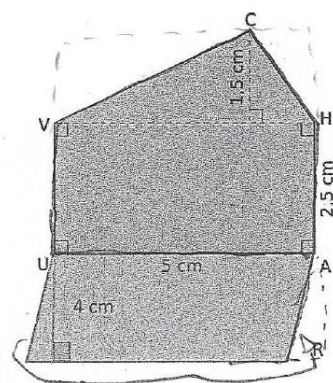


Figure 10. Copie du contrôle de Louis

IV - BILAN ET TRANSPOSITION À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Pour conclure, l'organisation mathématique et l'organisation didactique de la classe ont une influence sur la façon dont les élèves apprennent leur leçon à la maison. Le système didactique auxiliaire créé par le travail scolaire et l'apprentissage des leçons repose sur ce qui est fait dans le système didactique principal, en classe. Certains élèves apprennent les formules sur les aires et périmètres par cœur. D'autres se servent d'éléments théoriques, des éléments de preuve, comme l'équidécomposabilité, pour aider et appuyer la mémorisation. L'équidécomposabilité vit chez les bons élèves en situation de classe ordinaire grâce au milieu familial. La première année, les mots « base » et « hauteur », ne sont pas définis ! Tout semble découler d'une certaine évidence ! Ce qui nous laisse penser qu'il existe la première année des contradictions entre logique de réussite immédiate et logique d'apprentissage (Butlen, Pézard et Masselot, 2011). La deuxième année, lorsque le scénario a été changé, l'équidécomposabilité vit grâce à la classe. Les formules sont démontrées. Une organisation mathématique plus robuste permet une certaine démocratisation des savoirs. Cependant il peut exister *des brouillages* importants créés par le milieu familial. Dans la troisième classe, l'enseignement est réalisé sous la forme d'un parcours d'étude et de recherche. Les élèves s'emparent de questions et y apportent des réponses en classe. L'organisation didactique est changée. L'organisation mathématique faisant intervenir les deux modélisations en quasi-équilibre est construite par les élèves au sein de la classe. On perçoit des traces d'éléments théoriques pour contrôler la technique dans laquelle ils s'engagent et pour apprendre les formules d'aires et de périmètres. Cette façon d'enseigner permet donc aux élèves de bon niveau mais aussi aux élèves de niveau moins avancé d'accéder à la praxéologie d'apprentissage « équidécomposabilité » dans leur travail personnel.

Aussi, il me paraît important de sensibiliser les professeurs des écoles à la nécessité de construire des organisations mathématique et didactique qui permettent aux élèves moins avancés d'utiliser des praxéologies d'apprentissage, qui ne soient pas uniquement basées sur du « par cœur », ceci dans l'objectif de réduire les inégalités scolaires en termes de travail à la maison. En effet, le travail d'apprentissage des leçons à la maison semble se trouver grandement facilité :

- Au niveau de l'organisation mathématique, lorsque les élèves s'appuient sur des éléments de preuve ou des éléments théoriques pour mémoriser des résultats et construisent des techniques grâce à ces éléments de preuve. Les écarter en classe, pensant simplifier les savoirs, semble accroître les inégalités entre les élèves selon leur milieu familial.
- Au niveau de l'organisation didactique, lorsque les élèves ont la responsabilité en classe de construire les savoirs et savoir-faire visés, à partir des questions qu'ils se posent dans les activités d'étude et de recherche. Effectivement, l'élaboration des organisations mathématiques à travers le questionnement que le collectif classe a soulevé pendant le temps de classe, au cours du parcours d'étude et de recherche, à travers des essais, des recherches permet aux élèves de

comprendre et de mémoriser les leçons grâce à une organisation mathématique complète, reliant éléments pratiques et éléments théoriques, donc plus robuste.

V - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G., (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2011). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2007). Un concept en émergence : La dialectique des médias et des milieux. Dans G. Gueudet et Y. Matheron (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2007* (345 – 366). Paris : IREM Paris 7.

Chevallard, Y. (2011). *La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD*. Dans C. Margolinas et al. (Éds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (81 – 108). La Pensée Sauvage éditions.

Chevallard, Y. (2020) *Some sensitive issues in the use and development of the anthropological theory of didactic*. Conférence inaugurale pour CITAF VI.

Guérin, L. (2020). *Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors classe. Une étude didactique*. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille.

Kakpo, S., et Rayou, P. (2010). *Contrats didactiques et contrats sociaux du travail hors la classe*. 4(2), 57-74. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.807>

Textes officiels

Rapport n°2008-086 (2008). IGEN. http://media.education.gouv.fr/file/2008/46/6/2008-086-IGEN_216466.pdf

L'accompagnement éducatif depuis le site du ministère.

<https://www.education.gouv.fr/cid5677/accompagnement-educatif.html>