

LA COPMATHS « AU SERVICE » DES ÉLÈVES EN ÉDUCATION PRIORITAIRE : ET SI ON S'AIDAIT D'UN SCHÉMA POUR MIEUX VOIR CE QUI SE LIT MAL ?

Camille ANQUETIL

Professeur des écoles, académie de Bordeaux
Camille-Si.Anquetil@ac-bordeaux.fr

Caroline BULF

Maître de Conférences des Universités en didactique des mathématiques
INSPE de Bordeaux
LaB-E3D EA 7441 - Université de Bordeaux
caroline.bulf@u-bordeaux.fr

Résumé

La CoPMaths est une communauté de pratique qui offre à ses membres (enseignant·e-s du CP au CM2, formatrices INSPE ou CPC¹, chercheuse) un espace de collaboration sur l'enseignement de la résolution de problèmes, en se questionnant sur l'enseignement de la schématisation (Anquetil et Bulf, 2023). Les enseignant·e-s de la CoPMaths enseignent toutes et tous dans un établissement de réseau REP ou REP+ (zone urbaine). Des pré-tests menés en 2021 et 2022 permettent de reconnaître qu'une grande partie de leurs élèves mobilisent des « procédures superficielles » de résolution (Fagnant, 2008). Ainsi la CoPMaths cherche-t-elle à construire une progression du CP au CM2 ayant pour objectif de rendre explicite auprès des élèves ce qui est implicite dans l'énoncé textuel (Larkin et Simon, 1987), en élaborant une trace sur laquelle s'appuyer pour parler des liens arithmétiques entre les nombres de l'énoncé (Diezmann, 2002), planifier une procédure de résolution, ou construire un langage commun autour du schéma et de ses codes (van Garderen et Scheuermann, 2015). En appui sur diverses traces d'activité d'élèves de CM1-CM2 (captations audio ou vidéo, productions écrites, entretiens, ...) d'une des classes impliquées dans la CoPMaths, notre communication vise à montrer en quoi le passage par la schématisation est une manière d'impliquer les élèves les plus en difficulté.

I - INTRODUCTION : QU'EST-CE-QUE LA COPMATHS ?

1 Origines du dispositif

La CoPMaths est une communauté de pratique créée en 2020 dans le cadre d'un mémoire de recherche de Master PIF² (Anquetil, 2021). Pour établir les fondements de cette communauté de pratique, nous nous sommes majoritairement appuyés sur les travaux de Wenger (2005). En voici la définition la plus courante :

Les communautés de pratique sont des groupes de personnes qui se rassemblent afin de partager et d'apprendre les uns des autres, face à face ou virtuellement. Ils sont tenus ensemble par un intérêt commun dans un champ de savoir et sont conduits par un désir et un besoin de partager des problèmes, des expériences, des modèles, des outils et les meilleures pratiques. Les membres de la communauté approfondissent leurs connaissances en interagissant sur une base continue et à long terme, ils développent ensemble de bonnes pratiques. (Wenger, McDermott et Snyder, 2002, p. 32)

¹ INSPE : Institut national supérieur du professorat et de l'éducation.

CPC : conseiller pédagogique de circonscription.

² Pratiques et ingénierie de la formation, parcours didactique des disciplines.

Au sens de Wenger, la structure de toute communauté de pratique est la même : une communauté, guidée par un domaine d'intérêt commun, construit une pratique partagée.

Aujourd'hui, la CoPMaths est un groupe de 15 participants issus de l'éducation, de la formation ou de la recherche, qui se réunit au moins une fois tous les deux mois pour collaborer autour du sujet de la schématisation³. La CoPMaths s'intéresse tout particulièrement au rôle de la schématisation dans le processus de résolution de problème et sur l'intérêt qu'elle peut représenter pour l'élève lorsqu'elle est le fruit d'un enseignement spécifique. Nous nous sommes accordés au sein de la communauté à employer la définition de schéma selon Diezmann :

Un schéma est une représentation visuelle abstraite qui prend sens spatialement et qui permet de rendre compte de structures et de processus complexes dans leur globalité (Winn, 1987). Les schémas sont une représentation externe [au sens de Goldin 1986] permettant de révéler des représentations mentales internes (Presmeg, 1986) offrant un accès privilégié aux connaissances des élèves à travers les connections construites (Bereiter, 1991). (Diezmann, 1995, p.2)

2 Évolution institutionnelle du dispositif depuis sa création

La CoPMaths est arrivée au terme de sa troisième année d'expérimentation. Elle a vu le jour en 2020 dans le cadre d'une recherche universitaire aboutissant à la rédaction d'un mémoire (Anquetil, 2021) explorant la question suivante : **Dans quelle mesure peut-on envisager la communauté de pratique comme dispositif de formation continue pour les enseignant·e·s ?** Par cette interrogation, nous avons voulu explorer les potentialités d'un accompagnement des enseignant·e·s en appui sur le partage et la collaboration entre pairs, leur pratique étant au centre des échanges. Ce mémoire a été l'occasion d'analyser comment la dynamique se construisait au fil des réunions et des interactions entre les membres. Nous avons aussi détaillé la chronologie de cette première année dans les actes du colloque de Grenoble (Anquetil et Bulf, 2022). Les éléments d'analyse recueillis au sein de ce mémoire ont constitué, dès la rentrée 2021, les fondements de notre projet INSPE-CARDIE⁴. Celui-ci a permis de poursuivre le travail initié pendant les deux années suivantes dans un cadre institutionnel. Nous avons poursuivi nos réunions au même rythme et avons commencé à expérimenter un enseignement autour de la schématisation dans les classes des membres de la CoPMaths, du CP au CM2. Durant ces deux années, nous avons aussi pu mettre en avant notre dispositif et nos expérimentations à diverses occasions : des actions de communication comme lors de la COPIRELEM en 2021 et 2022, lors de la journée de l'innovation CARDIE en 2022 et 2023⁵, de la journée IREM en 2022 ou encore pour le séminaire INSPE-CARDIE « Approches innovantes en mathématiques » en 2023. Nous avons été, par ailleurs, invités à intervenir lors de sessions de formation continue du premier degré : d'une part dans le cadre de la formation académique des RMC⁶ en 2022 et d'autre part dans le cadre de la formation REP+ du réseau Blanqui en 2023. Ces divers cadres d'(in)formations nous ont donné l'occasion d'accueillir le retour de collègues sur notre projet voire de susciter l'intérêt puis l'adhésion de certain·e·s qui sont par la suite devenu·e·s membres de la CoPMaths. À l'issue de cette troisième année, la CoPMaths a eu l'opportunité

³ Vidéo de présentation du groupe CoPMaths : <https://math-interactions.u-bordeaux.fr/Media/Unite-de-formation-de-mathematiques-et-interactions/Irem/Groupe-IREM/Video-Presentation-du-groupe-Cop-Maths>

⁴ CARDIE : Conseil Académique en Recherche-Développement, Innovation et Expérimentation.

⁵ Notre projet a été élu parmi les 5 projets les plus innovants par la CARDIE en 2023 : <https://www.ac-bordeaux.fr/jai-2023-retour-sur-cinq-projets-innovants-presents-129206>, co-lauréat de l'axe « Travailler les fondamentaux autrement » : <https://innovatheque-pub.education.gouv.fr/innovatheque/consultation-action/10111>

⁶ Référents Mathématiques de Circonscription, selon le plan Villani-Torossian.

<https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242>

de changer de cadre institutionnel pour passer d'un projet INSPE-CARDIE à un groupe IREM⁷. C'est donc dans ce nouveau contexte que la CoPMaths fera évoluer ses objectifs en septembre 2023.

3 Objectifs, arrière-plans théoriques et méthodologie

Durant ces trois années, trois objectifs principaux ont guidé notre projet collaboratif :

- Favoriser un espace de dialogue et d'échanges entre les membres de la communauté de pratique
- Co-concevoir une progression autour de la schématisation en résolution de problèmes
- L'expérimenter dans les classes et la faire évoluer pour faire progresser les élèves.

En effet, compte tenu de la place qu'occupe une certaine forme de schématisation dans les préconisations institutionnelles pour l'école primaire⁸, notre CoPMaths s'est donné comme objectif de chercher à mieux comprendre les conditions d'usage du schéma. En appui sur les travaux de recherche de Fagnant (2008 ; 2023), nous postulons que le schéma peut effectivement être une aide pour la résolution de problèmes mathématiques. Toutefois, comme l'énonce Fagnant elle-même, le comment reste à interroger. En se référant aux nombreux autres travaux reconnus et partagés par la communauté didactique à ce sujet (Vergnaud, 1982 ; Julo, 2002 ; Houdement, 2017 ; Laparra et Margolinas, 2009 ; ...), l'un de nos objectifs est de co-construire une progression du CP au CM2 qui prenne en charge la schématisation, en partant notamment des productions singulières des élèves face à des types de problèmes spécifiques à l'instar de Demonty et Fagnant (2013).

Par conséquent puisque notre ambition était de partir **des productions singulières des élèves**, nous avons besoin de mieux identifier ces dernières en début de chaque année scolaire, avant de nous lancer dans nos progressions et séquences. Nous avons donc travaillé sur l'élaboration d'un pré-test, proposé en début d'année de chaque année scolaire pour chaque niveau et à chaque élève, et redonné en fin d'année pour comparer les résultats. Suite à ce pré-test, la CoPMaths s'est réunie pour analyser les résultats et définir des objectifs de travail. Tout au long de l'année, les réunions qui ont suivi ont permis de construire collectivement des séquences d'activités en lien avec la schématisation en résolution de problème, mais aussi de les analyser collectivement à partir des traces recueillies en classe pour pouvoir les modifier, les affiner.

II - PRÉTESTS 2022

En septembre 2022, les membres de la CoPMaths ont élaboré un pré-test qui s'adresse à des élèves du CP au CM2. Il comporte une dimension graduelle dans la typologie des problèmes proposés et dans la quantité d'énoncés proposés. Nous avons cherché à élaborer des prétests représentatifs de la diversité des structures de problèmes, au sens de Vergnaud (1982). Sans rentrer plus en détail dans la conception de ce pré-test comprenant essentiellement des problèmes basiques au sens de Houdement (2017) et quelques problèmes à une étape pour les CM (voir (Anquetil et Bulf, 2023) pour consulter les pré-tests dans leur version antérieure de 2021), il nous paraît important de préciser que nous avons cherché à prendre en compte les nombreuses variables didactiques ainsi que certaines difficultés attendues, venant de divers obstacles possibles : des implicites liés au contexte, des mots inducteurs, une familiarisation plus grande avec l'addition, de possibles effets de contrat, les choix des nombres, dans les champs additif ou multiplicatif, ... Nous proposons des extraits plus loin.

Ces pré-tests ont été proposés à 152 élèves, en octobre 2022 (35 CP, 24 CE1, 24 CE2, 43 CM1, 26 CM2). L'objectif était d'obtenir, à un moment donné de notre expérimentation, une photographie des procédures des élèves afin de mieux orienter nos choix pour la construction de notre progression, en

⁷ IREM : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

⁸ Voir les guides : « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP » et « La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen » : <https://eduscol.education.fr/3107/guides-fondamentaux-pour-l-enseignement>

fonction des difficultés repérées. Nous n'attendions pas particulièrement d'eux qu'ils fassent des schémas sur ce pré-test mais nous souhaitions voir s'ils y avaient recours d'eux-mêmes, sans demande explicite de la part de l'enseignant.

Suite à ces pré-tests, nous avons dressé un tableau des taux de réussite, par problème et par niveau de classe. Pour cette communication, nous nous concentrons uniquement sur les résultats des élèves de CM1 et CM2.

1 Résultats en cycle 3 (Cours Moyen)

Afin de concevoir une progression au plus près des besoins de nos élèves, nous avons choisi d'analyser les différents facteurs d'échec et avons considéré les 7 critères suivants représentés par une couleur différente dans les graphiques de la figure 1 : pas d'entrée dans la recherche, procédure non aboutie, mauvais choix de calcul, résultat erroné, mauvaise interprétation du dessin ou du schéma, pas de phrase de réponse, mauvaise phrase de réponse.

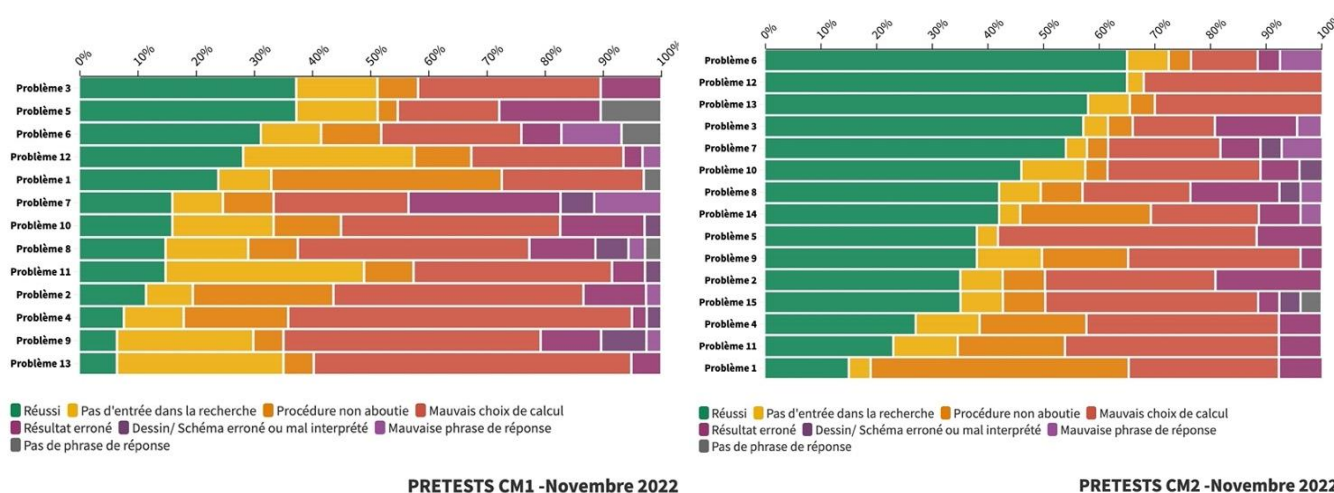


Figure 1. Résultats des CM1 et CM2 aux pré-tests d'octobre-novembre 2022 selon nos 7 critères.

Tout d'abord, nous observons un faible pourcentage global de réussite (couleur verte) en CM1 par rapport aux CM2, ne dépassant pas 38%. Afin de chercher à mieux comprendre pourquoi les élèves ont été en échec, il est nécessaire de regarder plus en détails les proportions qu'occupent les autres couleurs. En comparant avec les résultats du cycle 2, la CoPMaths a noté une difficulté de plus en plus exacerbée à choisir un calcul correct (couleur rouge), que ce soit en CM1 ou CM2. On remarque aussi que les élèves peinent à entrer dans la recherche (couleur jaune) et à développer une procédure aboutie (couleur orange) notamment pour résoudre des problèmes complexes.

2 Des objectifs pour la suite

Au regard des résultats des pré-tests d'octobre 2022, les objectifs prioritaires de la CoPMaths étaient de parvenir, à travers des activités co-conçues puis menées en classe, à gommer un maximum de jaune et de rouge à savoir : favoriser l'entrée dans la recherche et amener à faire un meilleur choix de calcul. En outre, le fait qu'il y ait une part non négligeable de « violet » nous paraît cruciale pour des élèves de Cycle 3 car elle correspond à des difficultés liées à la formulation d'une phrase de réponse valide. Par conséquent, nous visons également un troisième objectif pour les élèves de cycle 3 : évacuer les difficultés liées à la phrase de réponse (qualification et rédaction du résultat). De toute évidence, nous n'avons pas choisi de laisser de côté la proportion significative de « résultats erronés » mais nous avons décidé qu'elle serait traitée par ailleurs en dehors de l'activité de résolution de problème, à savoir en calcul. À ce stade de notre travail, notre questionnaire principal a été le suivant : **Quel rôle un enseignement autour de la schématisation peut-il avoir dans la poursuite de ces trois objectifs ?**

Compte tenu du thème du colloque de cette année, deux entrées étaient envisageables : se focaliser sur un même type de problème échoué par un grand nombre d'élèves en s'intéressant aux diverses difficultés observables, ou bien se focaliser sur un nombre plus restreint d'élèves en échec sur un grand nombre de problèmes en s'intéressant à leurs diverses procédures. Nous avons choisi la deuxième entrée, en ciblant trois élèves de CM1-CM2, visiblement en grande difficulté sur ce pré-test.

3 Les profils de trois élèves en difficulté sur les prétests

Ces trois élèves sont dans la même classe de double niveau CM1-CM2, en contexte REP+. Nous savons aujourd'hui à quel point les élèves y cumulent souvent des difficultés de natures diverses que ce soit pour entrer dans la lecture ou l'écriture (Butlen, Charles-Pézarid et Masselot, 2015 ; Perrin-Glorian, 2013). L'une de nos hypothèses de travail est que le choix de passer par la schématisation peut être un levier pertinent pour ces élèves, qui pour certains, ne savent ni lire ni écrire ni calculer facilement. Voici donc nos trois élèves :

- **EN** est un élève compétent en mathématiques, mais on observe⁹ néanmoins des procédures superficielles (Fagnant, 2008) de différentes natures en résolution de problème.
- **MA** est une élève compétente en français et beaucoup moins en mathématiques, elle a une très faible estime de ses capacités dans cette matière et dit ne « rien comprendre ». Elle semble mettre peu de sens en résolution de problème, panique souvent et propose systématiquement un calcul, peu importe son sens et son résultat.
- **FI** est une élève en grande difficulté scolaire, elle a un niveau très faible en français et en mathématiques (niveau CP). Résoudre un problème selon elle, c'est « faire le calcul ».

Les graphiques suivants (Figure 2) représentent leurs résultats au prétest d'octobre-novembre 2022. Ils nous apparaissent assez représentatifs de la diversité des trois profils en question, qui sont donc en difficultés pour des raisons différentes (compte tenu des couleurs différentes).

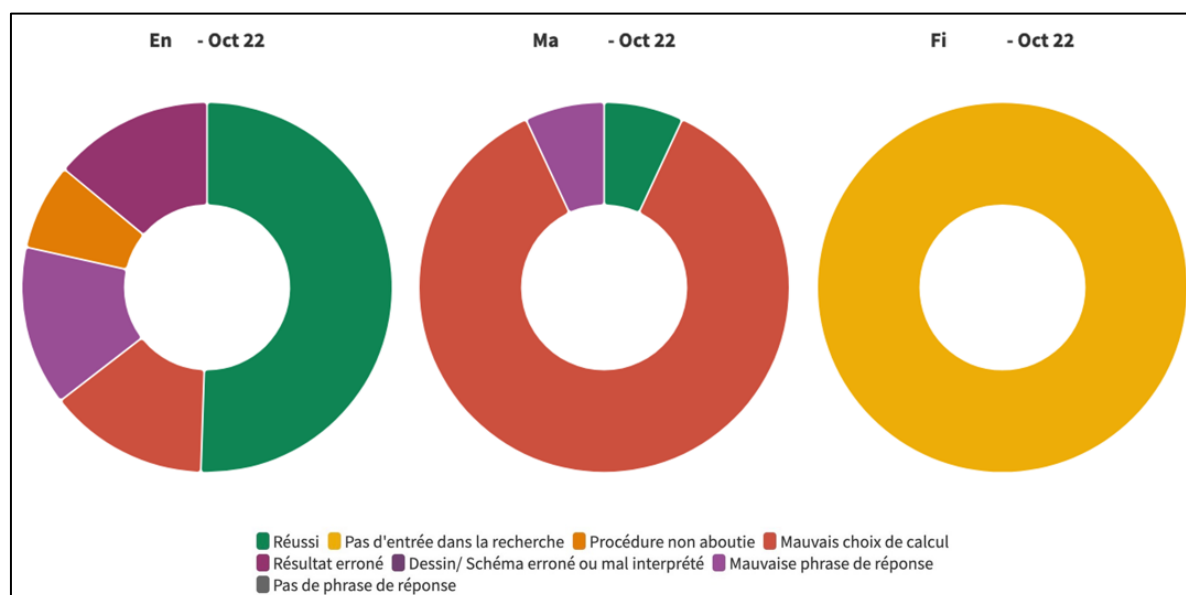


Figure 2. Résultats des prétests des trois élèves EN, MA et FI en octobre 2022.

Afin de mieux cerner leurs difficultés spécifiques, nous avons choisi de présenter et de décrire brièvement quelques productions personnelles de ces trois élèves extraits du pré-test d'octobre-novembre 2022

⁹ C. Anquetil, co-auteure est également l'enseignante de la classe CM1-CM2 concernée ici, s'appuie sur ses observations subjectives et objectives tout au long de l'année de ces 3 élèves.

(Figures 3, 4 et 5). Afin de faciliter la lecture, nous proposons une résolution experte en rouge sous chaque extrait.

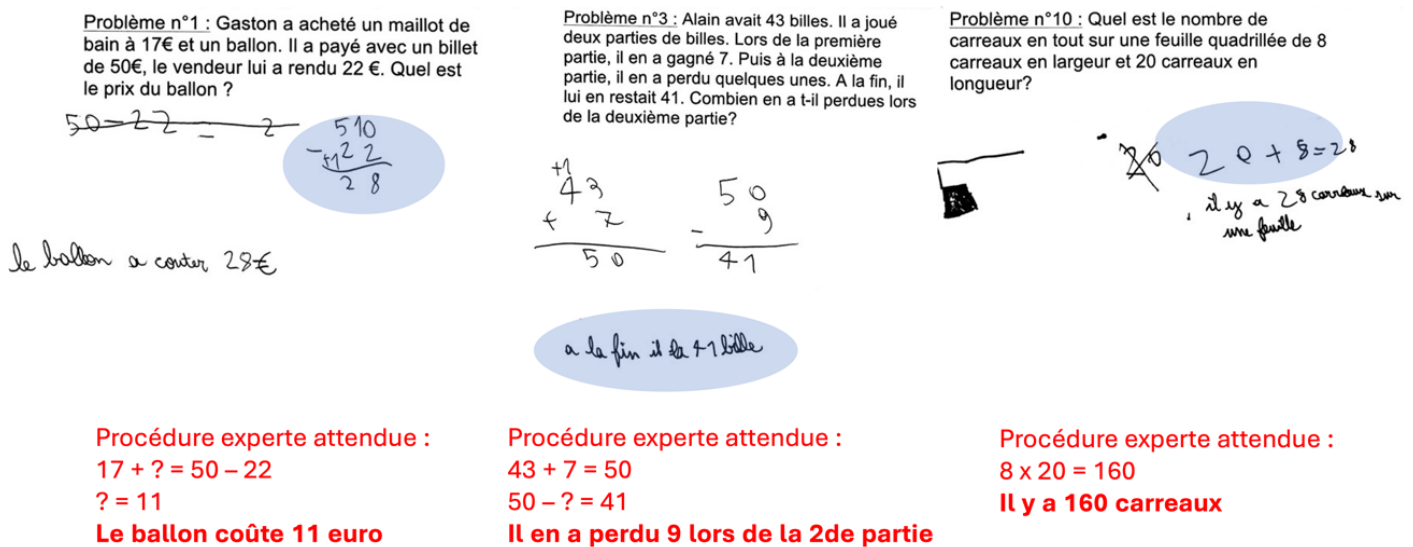


Figure 3. Trois extraits de productions d'EN correspondants à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.

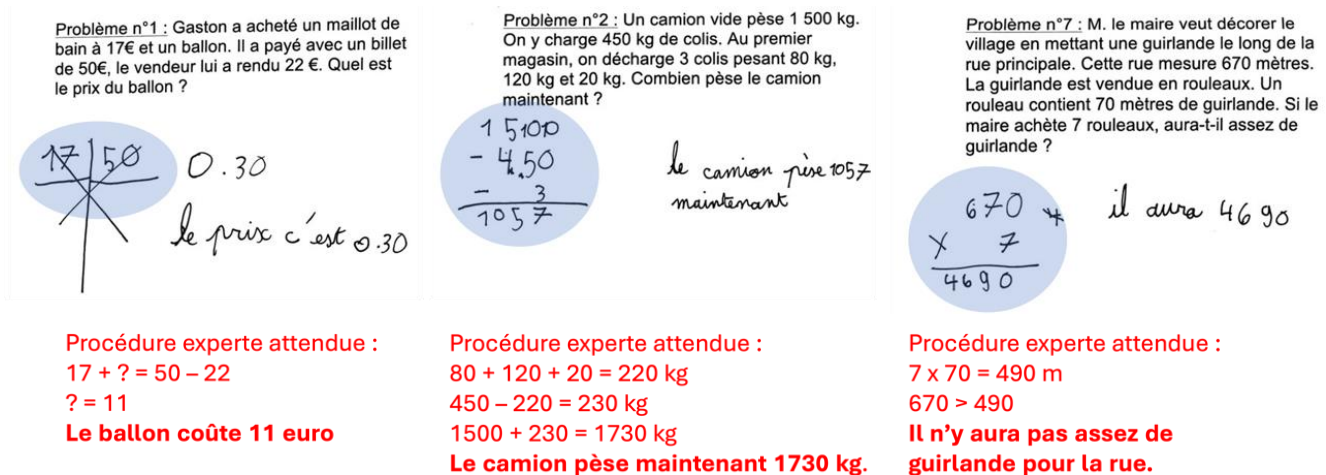


Figure 4. Trois extraits de productions de MA à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.

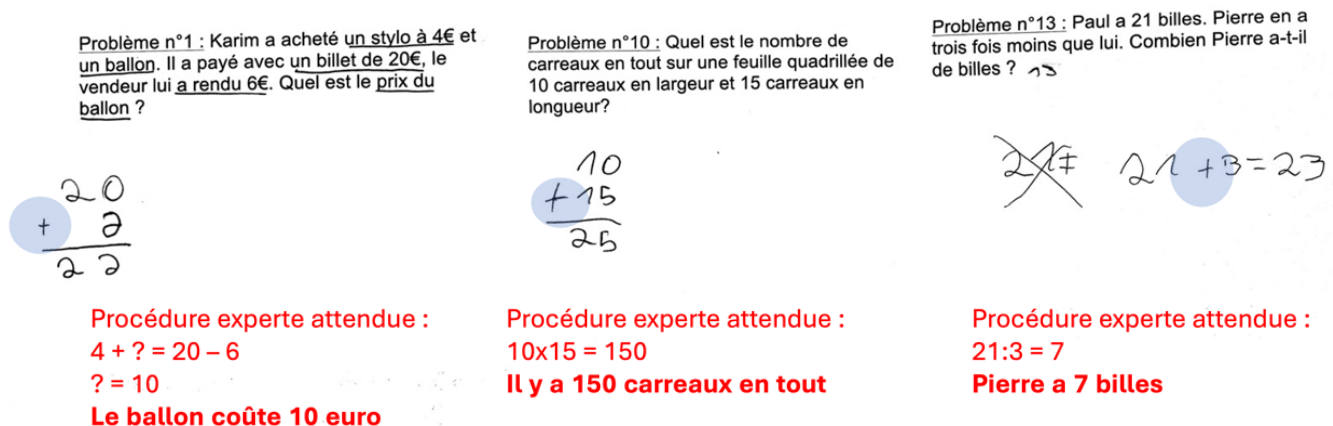


Figure 5. Trois extraits de productions de FI à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.

Les trois problèmes choisis pour EN sont assez représentatifs de la diversité de ses erreurs. Parfois, il propose un résultat sans être allé au bout de sa procédure (problème 1), d'autres fois, il interprète ou qualifie mal son résultat (problème 3) ou encore choisit un mauvais calcul (problème 10). MA, quant à

elle, semble avoir un problème plus global de sens, ce qu'illustrent les trois problèmes choisis. Les calculs qu'elle met en œuvre pour résoudre les problèmes laissent penser que cette élève ne parvient pas à modéliser voire se représenter les situations proposées. Enfin, on constate dans l'exemple de FI mais aussi tout au long de son prétest qu'elle choisit systématiquement d'additionner deux données de l'énoncé sans jamais proposer de phrase de réponse. Elle ne semble jamais entrer en recherche (en tout cas elle n'en laisse aucune trace).

III - DÉMARCHE DE LA COPMATHS

1 Le schéma pour mieux voir ce qui se lit mal

1.1 Ce qui se lit mal ...

Au sein de la CoPMaths, depuis le début, pour envisager le processus de résolution de problème chez les élèves, nous nous appuyons sur le modèle de Verschaffel (2000) (voir Figure 6), repris dans les travaux de Fagnant (2008).

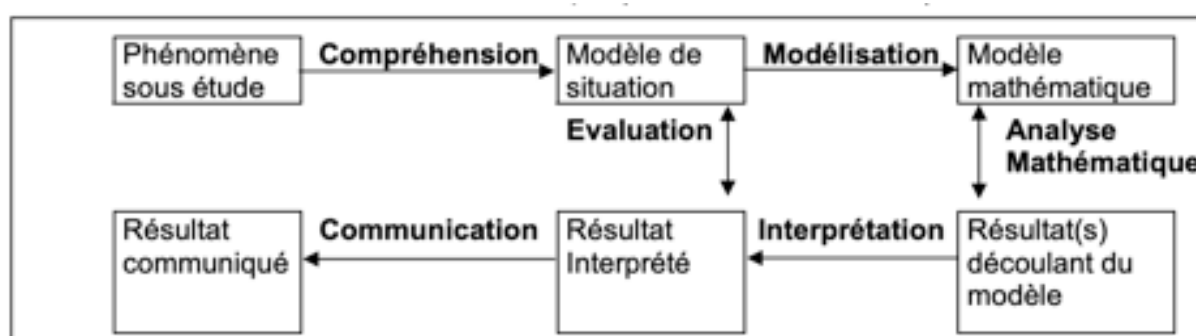


Figure 6. La résolution de problèmes conçue comme un cycle de modélisation mathématique (Verschaffel et al., 2000 in Fagnant, 2008).

Selon cet arrière-plan théorique, l'on peut considérer que les procédures de nos élèves en difficulté s'apparentent à ce que Fagnant appelle « des stratégies ou démarches superficielles » (2008).

Les démarches superficielles (...) consistent généralement à négliger une ou plusieurs étapes de cette démarche, généralement les étapes de compréhension, d'interprétation et/ou d'évaluation. (...) Comme leur nom l'indique, ces stratégies consistent à choisir une opération arithmétique formelle sur la base de critères superficiels. (Fagnant, 2008, p. 69)

Comme nous l'avons déjà évoqué, on peut également faire référence aux travaux de Houdement (2017) pour décrire certaines difficultés, en particulier l'absence de « qualification » des données et de procédures de contrôle du résultat. Nous pensons dès lors que pour les élèves qui ont tendance à adopter des démarches superficielles, le schéma pourrait les aider à *mieux voir ce qui se lit mal*. En effet, en appui sur le modèle de Verschaffel (Figure 6), nous avons identifié deux sources de difficulté potentielles, à l'origine de ce qui semble mal se lire pour nos élèves :

- **Le modèle de situation** : ce que les mots de l'énoncé disent du contexte, ce que l'on sait et qui est explicite, ce qui est implicite, comme les connaissances du monde réel et ce que l'on cherche, comprendre la question.
- **Le modèle mathématique** : ce que les mots de l'énoncé disent des nombres pour les qualifier, des liens qui existent entre eux dans un contexte réel, mais aussi en termes de relations mathématiques avec des mots plus ou moins inducteurs.

1.2 Comment mieux voir ce qui se lit mal ?

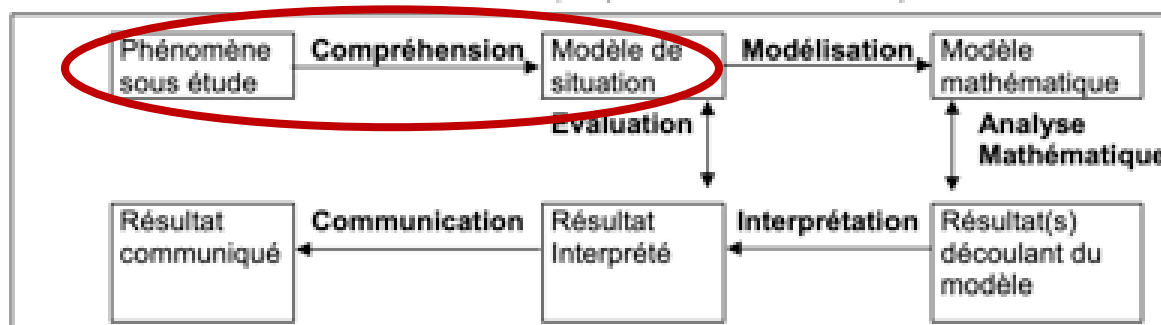


Figure 7. Focus sur l'objectif « mieux comprendre la situation » correspondant à l'étape entourée dans le schéma.

La CoPMaths cherche donc à aider les élèves à **mieux comprendre la situation** (Figure 7) en favorisant une représentation mentale de la situation globale avant même d'envisager une problématisation. Dans notre démarche, l'enseignant appréhende avec ses élèves d'abord l'histoire « complète » c'est-à-dire sans information manquante et donc sans question. Il s'appuie notamment en cycle 2 sur une représentation de cette histoire où l'on s'abstrait des mots et puis on chemine vers sa problématisation en jouant à enlever des informations. Il poursuit avec un travail sur la fabrication d'énoncés de problème écrits, qu'on peut aussi s'amuser à transformer au gré de différentes contraintes imposées. Nous renvoyons le lecteur aux actes de la COPIRELEM de 2022 dans lesquelles nous décrivons nos situations sous forme de triptyque (Anquetil et Bulf, 2023).

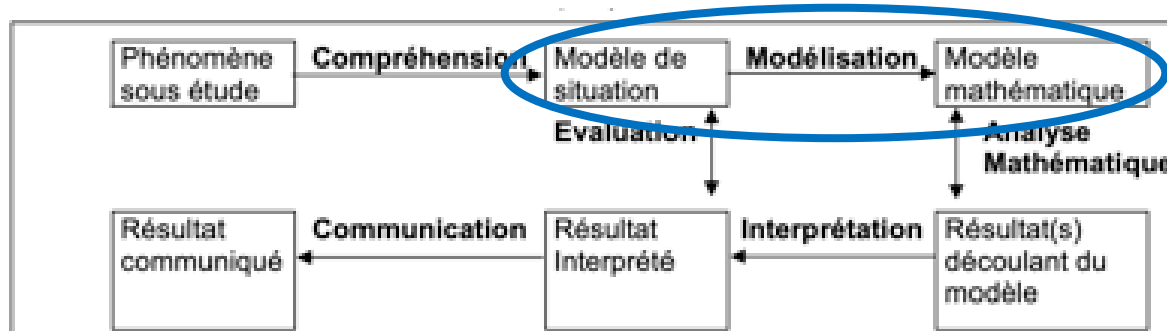


Figure 8. Focus sur l'objectif « modéliser » correspondant à l'étape entourée dans le schéma.

Nous cherchons également à prendre appui sur la schématisation pour rendre plus évident **le modèle mathématique** en jeu (Figure 8), c'est-à-dire les liens arithmétiques entre les nombres. En faisant progressivement la distinction entre dessin et schéma, nous cheminons vers une représentation de plus en plus épurée de l'histoire ou de l'énoncé de problème, notamment par la contrainte « pas de signe opératoire », qui se réfère au Jeu du Capitaine (Polotskaia, 2009). Nous cherchons toujours à tisser des liens entre les problèmes de même catégorie et donc schématiquement semblables ; schémas que nous « rhabillons » alors avec des mots pour construire de nouveaux énoncés de problèmes. Se dessinent alors plus clairement deux aspects essentiels de notre approche et qui constituent le fil rouge de nos séquences d'apprentissage : les situations de communication entre pairs (Anquetil et Bulf, 2023) et la grande place accordée au langage.

1.3 La place fondamentale des interactions langagières dans notre approche

Nous faisons référence aux travaux de Bernié (2002), Jaubert (2007), Jaubert et Rebière (2012 ; 2021) et considérons théoriquement le langage comme fondamental dans le processus d'apprentissage : il est à la fois un lieu et un moyen de construction, de négociation de signification. Considéré comme activité humaine dialogique et culturellement située, nous le distinguons de la langue vue comme un système de signes linguistiques et de codes permettant la communication. Par conséquent nous avons fait le choix de

chercher des modalités de travail qui privilégient des interactions langagières entre pairs mais aussi avec l'enseignante, autrement dit des situations de communication, archétypes des situations de formulation au sens de la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau (1998) : l'élève formule le modèle implicite de ses actions ; ses connaissances se construisent comme moyen de communication. Ce faisant, nous formulons l'hypothèse (déjà formulée dans Anquetil et Bulf, 2023) qu'un schéma, en tant que production écrite personnelle et singulière des élèves, peut être une voie d'entrée pour ouvrir des espaces dialogiques entre pairs et être propice à la co-construction de savoirs mathématiques qui lui sont attachés. Dès lors, notre collaboration au sein de la CoPMaths est en partie animée par les questionnements suivants : comment les élèves les plus en difficulté se saisissent-ils d'une démarche invitant à schématiser ? En quoi est-ce une aide ? Quelles en sont ses limites ?

2 Exemples de mise en œuvre en CM1-CM2

2.1 Champ additif, séances 1 et 2

Afin d'illustrer notre démarche globale, nous choisissons d'exposer le début de notre séquence : celle-ci est composée d'une dizaine de séances portant sur le champ additif, en CM, et commencée juste après les pré-test, en novembre 2022.

Un premier énoncé, que l'on trouve ci-dessous, est lu à toute la classe. On peut le catégoriser comme une histoire de composition non problématisée :

À vide, un camion pèse 1500 kg. Avec un chargement de 350 kg, il pèse 1850 kg.

Après avoir levé les premiers implicites et difficultés de compréhension possibles, la consigne donnée était la suivante : « Sur votre cahier, représentez cette histoire sans utiliser de mots ». Nous avons observé que les élèves ont tous pris en compte les données numériques de l'histoire, sans qu'il y ait eu besoin de le spécifier. Nous avons affiché par la suite les photos sur TBI de toutes les productions et avons discuté des points communs et des différences dans les représentations. Nous avons ainsi mis en évidence que certaines d'entre elles étaient plus claires que d'autres et avons tenté d'identifier pourquoi.

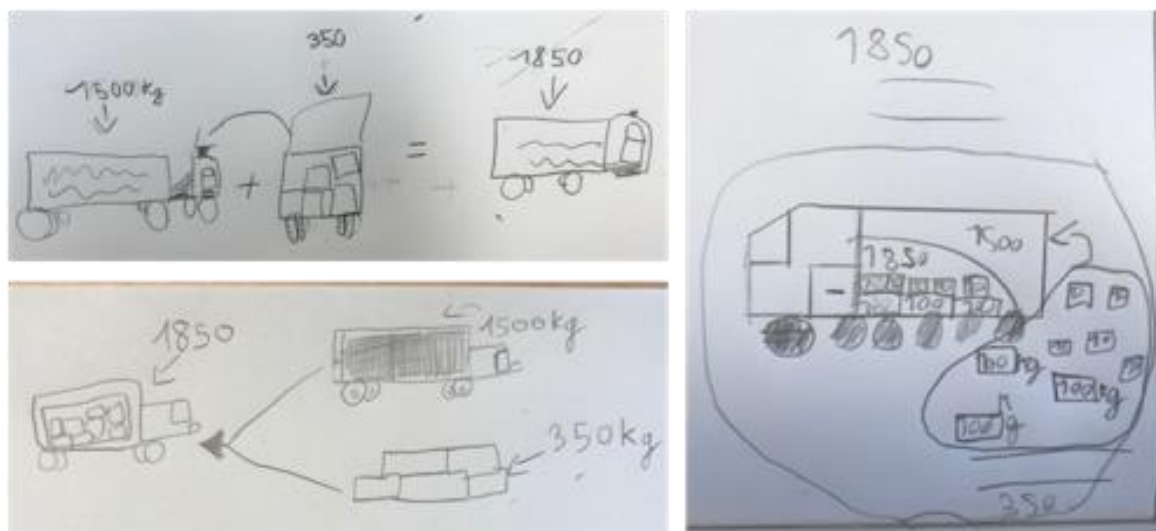


Figure 9. Exemples de productions d'élèves de CM1-CM2, novembre 2022
(9a. en haut à gauche, 9b. en bas à gauche, 9c. à droite).

Il nous semble intéressant de noter que, malgré l'absence de problématisation, les élèves ont mis en lien les données numériques entre elles.

Lors de la mise en commun, nous avons pu identifier une typologie de calculs en ligne « dessinés » (Figure 9a) mais aussi remarqué qu'un dessin n'utilisait pas de signe + ou = (Figure 9b). Nous avons pu discuter du rôle des flèches, et de la signification de ce que nous avons rapidement qualifié de « patate » lorsqu'on entoure des parties du dessin (Figure 9c). Ainsi, en plus d'avoir mis en évidence plusieurs façons

de représenter un total, nous avons fait émerger nos critères partagés de compréhension des dessins que nous avons dès lors qualifiés de « mathématiques » : les nombres de l'énoncé doivent apparaître ; les liens entre les nombres doivent être clairs.

Pour terminer cette séance, la classe a été séparée en deux groupes, sans critères particuliers. Chaque moitié avait une histoire de composition différente et devait de la même manière que précédemment, la représenter sans utiliser de mots pour la faire comprendre à un autre élève sans qu'il n'ait à la lire. Néanmoins, puisque nous avons constaté que certains élèves avaient réussi juste avant à ne pas utiliser de signe + ou =, nous avons essayé de relever ce nouveau défi, autrement dit nous avons ajouté cette nouvelle contrainte pour la suite de la séance, à savoir ne pas utiliser de signe symbolique opératoire mathématique. Les élèves ont donc ensuite échangé leurs cahiers¹⁰ deux à deux et tenté de comprendre l'histoire représentée par l'autre. Une mise en commun collective a été l'occasion de débattre des représentations jugées les plus efficaces. Enfin, un affichage public a été réalisé en prenant appui sur les productions des élèves représentant une situation de composition (Figure 10), sur lesquelles le groupe s'est mis d'accord au sein d'interactions langagières évoluant vers des formes de plus en plus partagées.



Figure 10. Exemples de productions d'élèves

La deuxième séance ressemblait à la première, mais cette fois, nous cherchions à problématiser une situation donnée sous une forme textuelle :

Hamid achète un jeu vidéo à 49€ et du matériel de dessin à 58€. Il dépense en tout 107€.

En supprimant chaque donnée une à une, nous cherchions ensemble la question correspondante et nous parvenions à trois énoncés de problèmes où la question différait. La mise en commun des dessins a été l'occasion de voir cette fois que les productions changeaient en fonction de l'information manquante. Pour terminer, nous avons proposé une situation de communication avec les mêmes contraintes que pour la première séance (pas de mots ni de signes opératoires) mais avec, cette fois-ci, deux énoncés problématisés. Les élèves devaient deviner, seulement à partir du dessin reçu, quel calcul effectuer pour trouver le bon résultat, à la manière du jeu du capitaine déjà cité précédemment (Polotskaia, 2009). Nous renvoyons à ce sujet le lecteur aux actes de la COPIRELEM de 2022 (Anquetil et Bulf, 2022) dans lesquelles nous décrivons plus en détails certaines séances du champ additif en CM.

2.2 Champ multiplicatif, séance 1

De façon similaire, nous avons co-construit une séquence sur le champ multiplicatif, mise en œuvre à partir de mars 2023. La séquence comporte une dizaine de séances qui ont eu pour finalité la réalisation d'un jeu de plateau en ligne. À ce stade de l'année (mars 2023), les élèves sont bien entrés dans la

¹⁰ Les élèves ont un cahier personnel pour les activités autour de la schématisation, différent du cahier du jour. De grand format, uni, il comporte toutes leurs productions depuis le début de l'année ainsi que les traces d'institutionnalisation collectives. Ils sont parfois amenés à s'échanger leurs cahiers, dans les situations de communication, et à écrire leur réponse sur le cahier d'un autre. Nous revenons plus loin sur cet outil.

démarche de schématisation, ils connaissent la différence entre schéma et dessin¹¹, et n'ont plus de réticence à ne pas utiliser de signe opératoire. Néanmoins, ils n'ont pas encore travaillé le schéma dans le cadre des problèmes multiplicatifs.

Pour la séance découverte, les élèves ont été mis par binômes de niveaux homogènes et ont reçu une histoire non problématisée. Toutes les histoires distribuées habillaient différemment la relation multiplicative entre 6, 8 et 48. Voici quelques exemples d'histoires données aux élèves :

Un lot de 6 crayons pèse 48 g, donc 1 crayon pèse 8 g.

Un jeu coûte 48 euros et l'autre coûte 8 fois moins cher donc 6 euros.

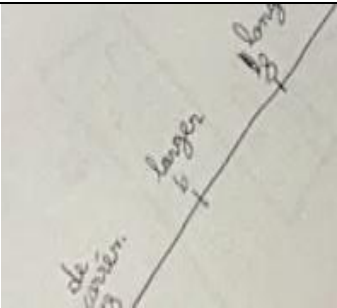
Marie distribue 48 bonbons à ses 8 amis de façon équitable, chacun en reçoit 6.

La consigne donnée aux binômes était de se mettre d'accord sur un schéma qui exprimait au mieux les relations entre les nombres de l'histoire sans utiliser de mots, de signes opératoires ou d'autres nombres que ceux de l'histoire. Ils savaient qu'à la fin de la séance, ils viendraient au tableau présenter leur schéma et leur histoire à leurs camarades, en expliquant leurs choix de représentation.

Pour cette activité, FI est avec AL, un élève qui est compétent en mathématiques mais qui rencontre des difficultés à s'exprimer en français (précision importante pour la compréhension de la transcription). Pour rappel, FI est l'élève qui pose systématiquement des additions dans le pré-test.

Dans l'extrait transcrit ci-dessous (intitulé VIDEO 1), il s'agit du premier essai du binôme pour représenter l'histoire qui leur a été donnée sous forme textuelle (sur un petit papier) :

Une plaquette de chocolat de 48 carrés, 6 en largeur et 8 en longueur.

VIDEO 1			
1	PE	Est-ce que je peux voir votre histoire ? Une plaquette de chocolat de 48 carrés, 6 en largeur et 8 en longueur. Qu'est-ce que vous avez prévu de faire pour représenter cette histoire ?	
2	AL	Une flèche !	
3	FI	Une flèche !	
4	PE	Pourquoi avez-vous choisi une flèche ?	
5	AL	Parce que on montre les 48 carrés de chocolat et les 6 en longueur et 8 en largeur.	
6	PE	Mais la flèche du temps, on l'utilise dans un problème où il se passe des événements. Est-ce qu'il se passe des événements dans cette histoire ?	
7	AL	Non c'est pas une flèche du temps, c'est comme ça, une fin et un début.	
8	PE	Donc c'est un trait, une bande graduée. Donc il y a aucun lien entre les 48 carrés de chocolat, les 8 en longueur et 6 en largeur ? Ils sont pas reliés entre eux ?	
9	AL	Si je vais faire des flèches, après, comme ça.	
10	PE	Alors... Réfléchissez. Moi quand je regarde votre schéma il faut que je comprenne la même chose que quand je lis cette histoire. Je vous laisse réfléchir.	

En lisant ces échanges, on ne peut que constater l'écart des significations (portées par les différentes voix) entre l'énoncé verbal écrit régi par des règles lexicographiques de la langue française et les signes graphiques tracés sur la feuille (une flèche avec trois graduations et textes écrits portés sur cette flèche). En effet, l'on peut supposer que les élèves ont tracé cette flèche par effet de contrat (en considérant le fait que la flèche a été rencontrée à plusieurs reprises en classe : notamment comme aide à la résolution

¹¹ Lors de la première séquence, autour de la 7^{ème} séance, la différence entre les termes « schéma » et « dessin » a été collectivement négociée, en observant toutes les productions des élèves, catégorisées en deux groupes distincts par l'enseignante. Ces échanges ont permis d'institutionnaliser certains critères de différenciation comme l'absence de détails dans les schémas et donc leur caractère plus universel.

de problèmes de transformation, ou en histoire pour représenter le temps avec la frise chronologique, ou encore si on fait le lien de façon plus générale avec la droite graduée des nombres ...). L'on peut également supposer que les élèves aient choisi cette flèche, de par sa dimension linéaire afin de conserver l'ordre dans lequel les données numériques sont énoncés dans le texte. D'autres interprétations sont bien sûr possibles dès lors qu'un schéma, et en particulier, la ligne, est considéré comme un « objet de la littérature » (Laparra et Margolinas, 2009, p. 36). Dans cet extrait, le langage verbal ne permet pas de rendre explicite ce qui ne l'est pas (la relation multiplicative) et ce premier schéma proposé par les élèves non plus ne le permet pas. L'enseignante ne le valide donc pas et exprime dans le langage oral qu'il y a nécessité d'aller vers la construction d'autres codes graphiques qui permettraient de faire du lien entre les données numériques de l'énoncé.

Quelques minutes plus tard, la PE revient vers le binôme (transcription de la VIDEO 2) :

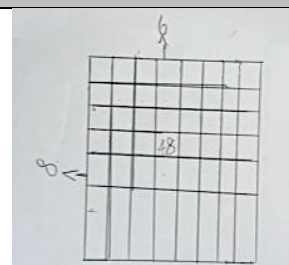
VIDEO 2		
11	AL	Quand y a écrit carré ça veut dire un paquet.
12	PE	Non, une plaquette, tu vois une plaquette de chocolat ? C'est ce qu'il y a dans l'emballage quand tu l'achètes au supermarché, avec des petits carrés de chocolat. C'est ça une plaquette de chocolat. Tu vois ce que c'est FI une plaquette de chocolat ?
13	FI	Oui
14	PE	Tu pourrais essayer de dessiner une plaquette de chocolat ? Montre à AL ce que c'est, tu dessines. Comment tu vas dessiner ça ? Là t'as le droit de faire un dessin. (FI prend la feuille) Et à l'intérieur de cette plaquette il y a des ...
15	FI	Carreaux.
16	PE	Ou carrés. Tu vois ce que c'est AL une plaquette maintenant ? Alors, on te dit que cette plaquette de chocolat, il y a combien de carrés dedans ? Dans l'histoire ?
17	AL	Il y en a 48.
18	PE	Donc en tout quand tu achètes la plaquette de chocolat, il y aura 48 carrés. Et on te dit que ces 48 carrés ils sont organisés comme ça : 6 en largeur et 8 en longueur. Est-ce que tu ne penses pas que vous pouvez faire évoluer ce dessin pour faire apparaître les nombres dessus ? Essayez d'oublier un peu la flèche et essayez de faire évoluer ce dessin en schéma.

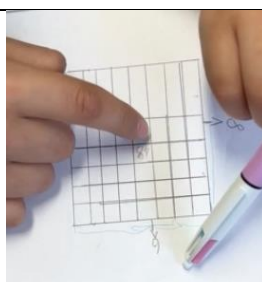


Ici, la PE lève l'implicite de la plaquette (terme spécifique du contexte), puis à sa demande, elle impulse une représentation graphique de la situation par un quadrillage (fonction d'illustration). La distinction « dessin ou schéma » est ici explicitement prise en charge par la PE afin d'amener les élèves à faire correspondre les données numériques de l'énoncé écrit verbal. Ce faisant, la PE « force » ainsi l'introduction d'une représentation rendant visible la relation mathématique entre les 3 données numériques (48 étant le résultat du produit 6×8 ou 8×6).

Dans un dernier extrait, on perçoit un malentendu entre les élèves et l'enseignante particulièrement fondateur dans l'évolution du dessin en schéma :

VIDEO 3		
19	PE	Alors finalement vous avez fait un autre schéma. Alors vous avez mis 48 à l'intérieur pour montrer quoi ?
20	FI	Ça veut dire que les carreaux, il y en a 48.
21	PE	D'accord. Et là, la flèche qui montre 6.
22	FI	C'est la largeur.
23	AL	Longueur !
24	FI	Largeur !



25	PE	Regarde ce que t'as fait avec ton doigt AL. T'as fait (La PE tourne la feuille et balaie avec son doigt à plusieurs reprises le long du côté du carré où est inscrit 6), t'as dit "C'est la largeur".	
26	AL	Non j'ai dit la longueur !	
27	PE	D'accord. La longueur ce serait plutôt là, c'est le côté le plus long (la PE indique l'écriture chiffrée 8 puis l'autre côté en longeant avec l'index). Mais regarde ce que t'as fait avec ton doigt. Naturellement, t'as fait ça (la PE repasse avec le doigt le long du côté doucement). Alors pourquoi vous avez mis une flèche comme ça ? (la PE repasse sur la flèche qui désigne 6 et montre un seul carreau)	
28	FI	Pour montrer que c'est la largeur.	
29	PE	Elle est juste là la largeur (la PE place le doigt sur un point du côté) ? Ou elle est là ? (la PE repasse avec le doigt le long du côté)	
30	FI	Là (l'élève repasse avec le doigt le long du côté).	
31	PE	Alors comment vous pourriez modifier cette flèche-là pour comprendre que ...	
32	FI	Par-là ! (l'élève avec son stylo, repasse le long du côté)	
33	PE	Allez, vas-y, fait. On va voir.	
34	FI	(l'élève trace une autre petite flèche le long d'un seul carreau de façon orthogonale à la précédente flèche indiquant 6) Comme ça ?	
35	PE	Alors elle fait juste ça la largeur ? (la PE repasse son doigt le long d'un seul carreau)	
36	FI	(l'élève rallonge la flèche de un carré) Comme ça ?	
37	PE	Ah, elle fait juste deux carrés la largeur ?	
38	FI	Non !	
39	PE	Alors elle va de où à où ? (FI rallonge la flèche) Donc elle commence là et (FI rallonge encore la flèche) elle va jusque là-bas, d'accord. Et la longueur alors ? Ce ne serait pas juste ce carré-là la longueur si ? (AL prend le stylo) Attends, laisse FI faire.	
41	AL	La même chose !	
42	PE	Tu commences où ? (FI rallonge d'un côté la flèche) Et le début alors, il y a pas de début ? (FI rallonge de l'autre côté) Ah d'accord, je comprends mieux que c'est tout ça (la PE repasse avec le doigt le long du côté) qui fait 6 et tout ça qui fait 8 (la PE repasse avec le doigt le long de l'autre côté). Mais dites-moi 1, 2, 3, 4, 5, 6 (la PE compte les carreaux un par un sur la largeur) et 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (la PE compte les carreaux un par un sur la longueur). Vous avez fait 8 carreaux et vous avez marqué 6 et vous avez fait 6 carreaux et vous avez marqué 8.	
43	FI	Bah... Ah mais d'accord ! Mais nous on parlait de ce qui était souligné, ici, ça faisait...	
44	PE	Ah j'ai mieux compris. Ça veut dire que ça, si tu les additionnes il y en a 6 et ça si tu les additionnes il y en a 8 ?	
45	FI	Oui !	
46	PE	Mais tu vois c'est pas forcément très clair parce que quand on dit la largeur c'est 6 ben on va faire la largeur (la PE repasse avec le doigt le long du côté).	
47	FI	Ah, mais du coup on aurait dû inverser !	
48	PE	Oui tu peux inverser les nombres peut-être.	

On perçoit ici des codes graphiques partagés entre élèves du binôme qui ne le sont pas avec la PE et des codes universellement partagés par la PE qui ne le sont pas encore par les élèves. En effet, lors du tour de parole 42, la PE comprendra que la flèche écrite par les élèves signifie en réalité pour le binôme le résultat

du dénombrement des carreaux de la ligne indiquée par la flèche : « Ça veut dire que ça, si tu les additionnes » (tour de parole 44). C'est bien *dans* et *par* le langage oral et paraverbal que s'articulent, se confrontent et finalement se négocient différentes significations assignées aux codes graphiques. Ici, *la flèche* va progressivement évoluer, sous le contrôle de l'enseignante, vers une forme partagée (Figure 11) qui sera reprise à terme et convoquée dans de nouveaux contextes. Les représentations validées sont celles du quadrillage pour exprimer une relation multiplicative entre deux grandeurs mesurables et celles des doubles flèches pour désigner les grandeurs en jeu. N'est pas ici pris en compte le fait que cette forme de désignation graphique (double-flèche) reste ambiguë car elle peut désigner à la fois une grandeur (la longueur d'un côté du quadrillage) et la mesure (nombre) de cette grandeur.

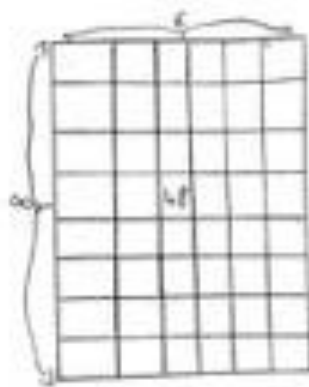


Figure 11. Schéma validé à l'issue des phases d'interactions décrites dans les vidéos de 1 à 3.

2.3 La mise en commun : vers une institutionnalisation d'un répertoire partagé

Lors des mises en commun, nous recherchons une confrontation systématique des représentations graphiques personnelles des élèves, ce qui permet au groupe de faire émerger plusieurs façons de représenter le même modèle mathématique, de les catégoriser selon différents contextes tout en donnant du sens à chaque élément graphique proposé. Une brève entrée dans le cœur des échanges de la classe, à un moment clé de cette séquence, permettra de comprendre l'importance que nous accordons, dans notre démarche, aux échanges oraux entre les élèves, avec l'accompagnement, le guidage indispensable, de l'enseignant.

Lors de la deuxième séance il a été demandé aux élèves s'ils se souvenaient de tous les schémas qui avaient été présentés à la précédente séance, avec les valeurs numériques 6, 8 et 48 puis de les refaire, de mémoire, dans leur cahier. Au bout de quelques minutes, la classe s'est regroupée face au tableau sur lequel l'enseignante avait tracé huit cases (en vert sur la figure 12) puis huit élèves volontaires sont venus proposer un schéma, autre que celui qu'ils avaient produit. Ils sont parvenus assez facilement à se souvenir des schémas produits par les différents groupes. Puis les élèves ont fait correspondre, collectivement et à l'oral, chaque histoire de la séance précédente avec les schémas du tableau, les affiches produites précédemment ayant servi de validation. Enfin, la classe a collectivement cherché à nommer les différents schémas en fonction de ce qu'ils signifiaient ; les mots écrits en bleu dans un second temps (Figure 12) rendent compte de cette recherche.



Figure 12. Photographie du tableau blanc à la fin de la mise en commun.

Quelques échanges de cette dernière phase ont été retranscrits ci-dessous (Figure 13) :

Au bout de 2 min 40 s	... suite
1- PE : Est-ce que vous pouvez me dire ce qu'on voit dans ce schéma ?	15- PE : Et le 48 dans cette boîte ça représente quoi ?
2- J : on comprend qu'il y a 8 de largeur et 6 de hauteur.	16- Af : Le total
...	17- PE : Oui, le total. Il y a un autre schéma qui vous évoque cette idée de total ?
6- Al : La dernière, la 8, on pourrait dire qu'il y a 48 bonbons et on les distribue en 6.	18-Af : Oui, le 7
7- PE : Est-ce qu'un autre schéma vous évoque une distribution ?	19- PE : Qu'on appelle la ...
8- Am : Le 5, en fait c'est une distribution et c'est 8 personnes, chacun prend 6 euros et mettent tous dans une cagnotte.	20- Classe : Patate !
9- PE : Donc s'ils le mettent dans une cagnotte, est-ce qu'ils distribuent quelque chose ?	21-PE : Et alors le 6, qu'est-ce qu'il vous évoque ?
10- Classe : Non ! Ils regroupent !	22- J : La flèche du temps, ce serait une histoire ... par exemple...
...	23- Sh : Chaque jour, une personne donne 6 bonbons à un enfant, pendant 8 jours, le dernier jour il aura 48 bonbons.
12- PE : Est ce qu'il y a un autre schéma qui vous évoque ça, le regroupement ?	24- PE : Donc il se passe la même chose tous les jours, est ce que quelqu'un a une idée du mot qu'on peut employer pour dire ça ?
13- F : Celui avec l'accolade.	25- Classe : À plusieurs reprises ! Plusieurs fois !
...	26- PE : Ça se ...
	27- Classe : répète ! C'est une répétition.

Figure 13. Extraits choisis de la transcription des échanges langagiers oraux lors de la mise en commun entre les élèves et l'enseignante.

Dans ces moments d'échanges, de confrontation, nous visons constamment une forme de négociation collective d'une façon spécifique de parler du schéma à travers plusieurs prismes : ce que l'élève dit de

son dessin/schéma, ce qu'un autre élève en dit, ce que la maitresse en dit, ce qu'une autre classe en dit pour parler sur les nombres en question, qualifier ce qu'ils désignent et les relations qui les unissent. Dans le même temps, un langage spécifique va ainsi s'élaborer, se développer autour de la qualification et la signification des éléments graphiques et de leur disposition spatiale dans les productions des élèves, des choix qui sont indispensables à prendre en compte sous forme argumentée. Autrement dit, il s'agit bien ici de l'instanciation d'une communauté discursive disciplinaire scolaire au sens de Jaubert et Rebière (2012) :

Toute classe peut être vue comme une communauté discursive qui apprend à spécialiser son activité (centres d'intérêt, savoirs, valeurs, techniques, ...) et notamment ses pratiques langagières (orales et écrites) pour chaque discipline. (Jaubert et Rebière, 2012, p. 4)

À ce stade, la place de l'affichage devient importante car elle fige des éléments négociés dans un espace commun et public qu'est celui de la classe, à partir des productions des élèves. Aussi, le cahier recense à la fois les productions personnelles des élèves, celles des élèves avec qui il ou elle communique, mais aussi des fiches « leçons » qui décrivent les schémas collectivement négociés et validés selon les différents types de problèmes rencontrés (voir annexe 1).

IV - ÉLÉMENTS DE CONCLUSION

1 Qu'en est-il des trois élèves en fin d'année ?

On peut se demander à ce stade de notre communication où en sont les difficultés de nos élèves en fin d'année afin de questionner notre protocole en termes d'effets potentiels.

Les résultats de ces élèves aux post-tests (Figure 14) nous donnent des indications sur leur évolution sans pour autant bien sûr affirmer qu'elle résulte directement et entièrement de notre protocole. Pour rappel, les énoncés et les données numériques étaient exactement les mêmes qu'au pré-test.

Tout comme leurs profils divergent, leurs évolutions respectives sur l'année ne se ressemblent pas.

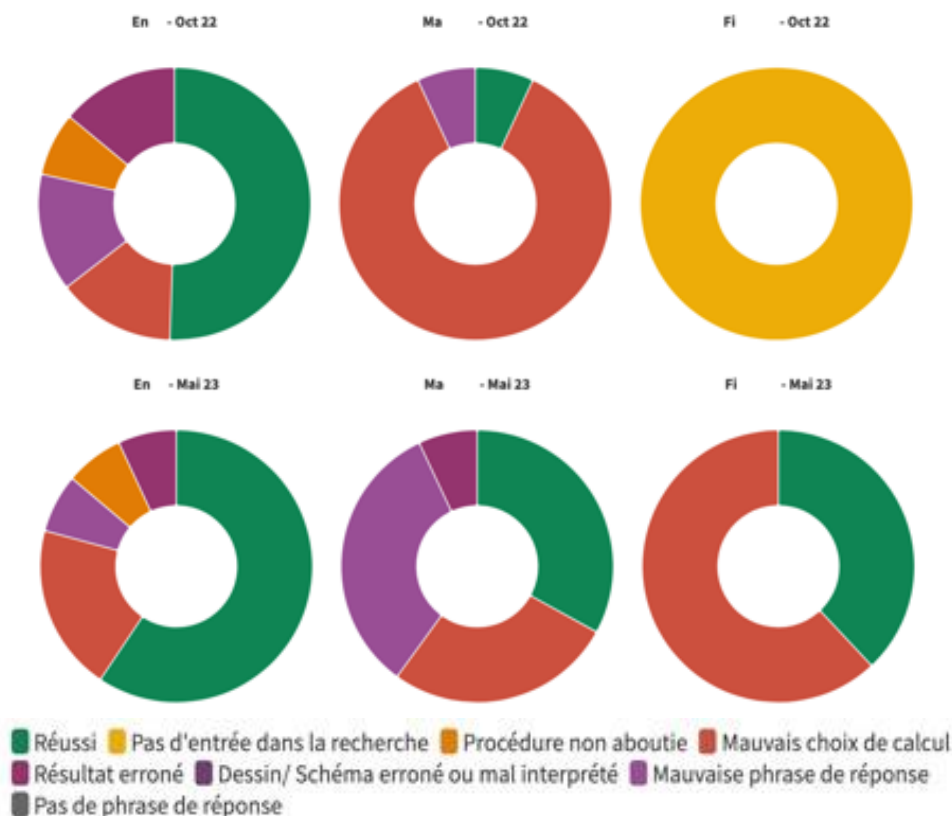


Figure 14. Résultats des prétests (octobre 2022) et des posttests (mai 2023) des trois élèves EN, MA et FI.

On constate chez EN un meilleur taux de réussite qu'en début d'année mais des difficultés de natures diverses persistent. Chez MA, une partie de la « couleur rouge » a disparu pour laisser place à du « violet clair » et du « vert » : autrement dit elle semble faire de meilleurs choix de calculs et trouve plus souvent le bon résultat, justifiant un taux de réussite en hausse ; néanmoins c'est sa difficulté à bien l'interpréter et le qualifier qui semble lui poser des difficultés en fin d'année. FI, quant à elle, semble à ce stade de l'année entrer dans une démarche de recherche, arrivant même à un taux de réussite proche de 30%, les 70% restants étant des erreurs liées à un mauvais choix de calcul. Si nous nous intéressons tout particulièrement à ces trois élèves, nous pouvons néanmoins observer les résultats de leur classe entière pour mesurer l'évolution plus globale après une année d'expérimentations autour du schéma (Figure 15).

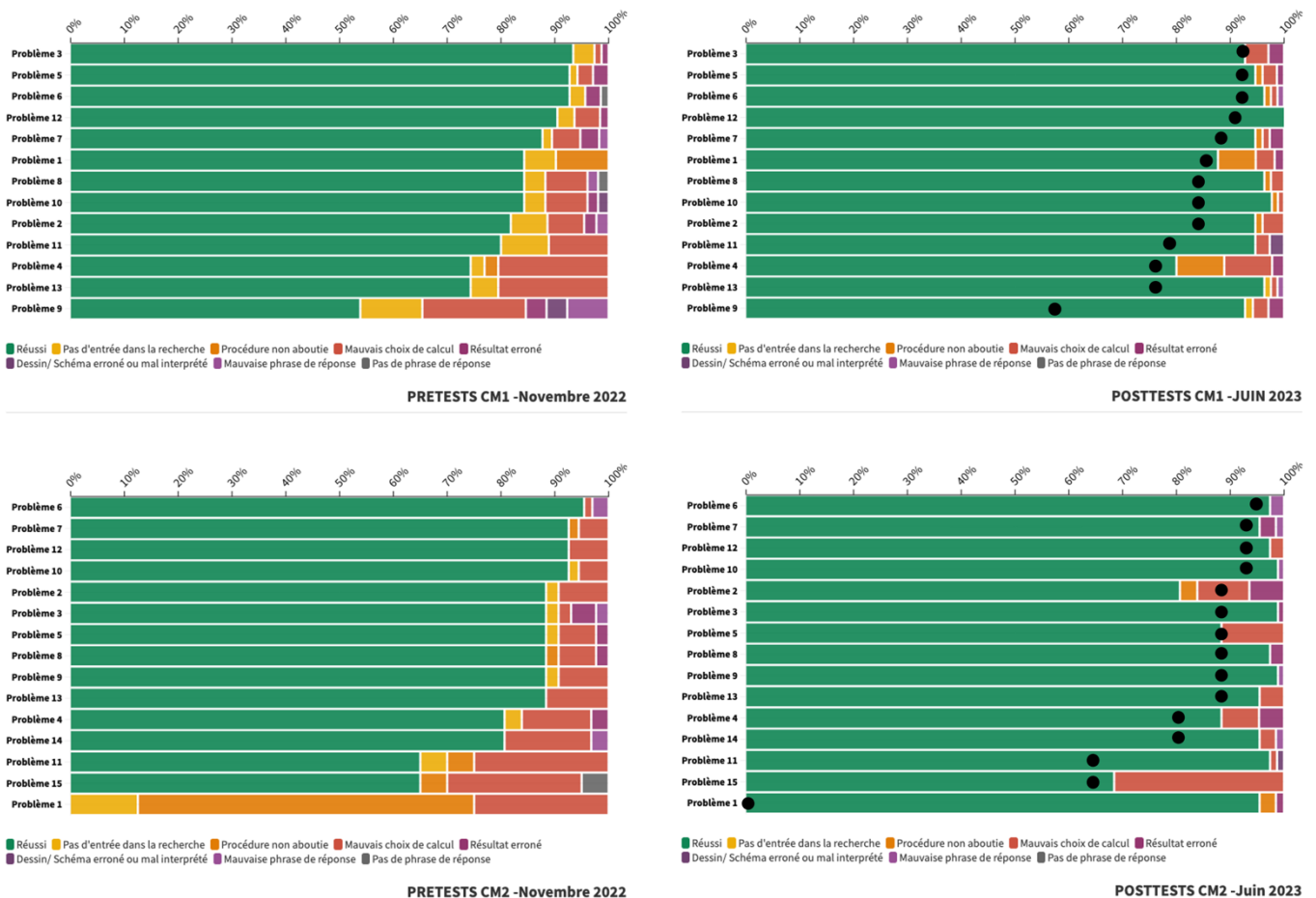


Figure 15. Résultats des prétests et posttests de l'ensemble de la classe de CM1-CM2 de la classe de C. Anquetil (les points noirs étant le pourcentage de réussite au prétest pour chaque problème).

Ce qui semble le plus significatif, en CM1 comme en CM2, est la capacité accrue à entrer en recherche. Les explications peuvent être multiples. En tout cas, nous n'avons pas mis en place d'outils permettant d'établir un lien net entre cette évolution positive et l'usage qui a été fait du schéma en résolution de problème dans cette classe. Par ailleurs, à l'échelle de la classe entière, nous n'avons pas constaté un usage accru du schéma dans les post tests, bien qu'un type de schéma revienne de manière assez récurrente, notamment chez nos trois élèves : celui associé aux problèmes de configuration rectangulaire (Figure 16).

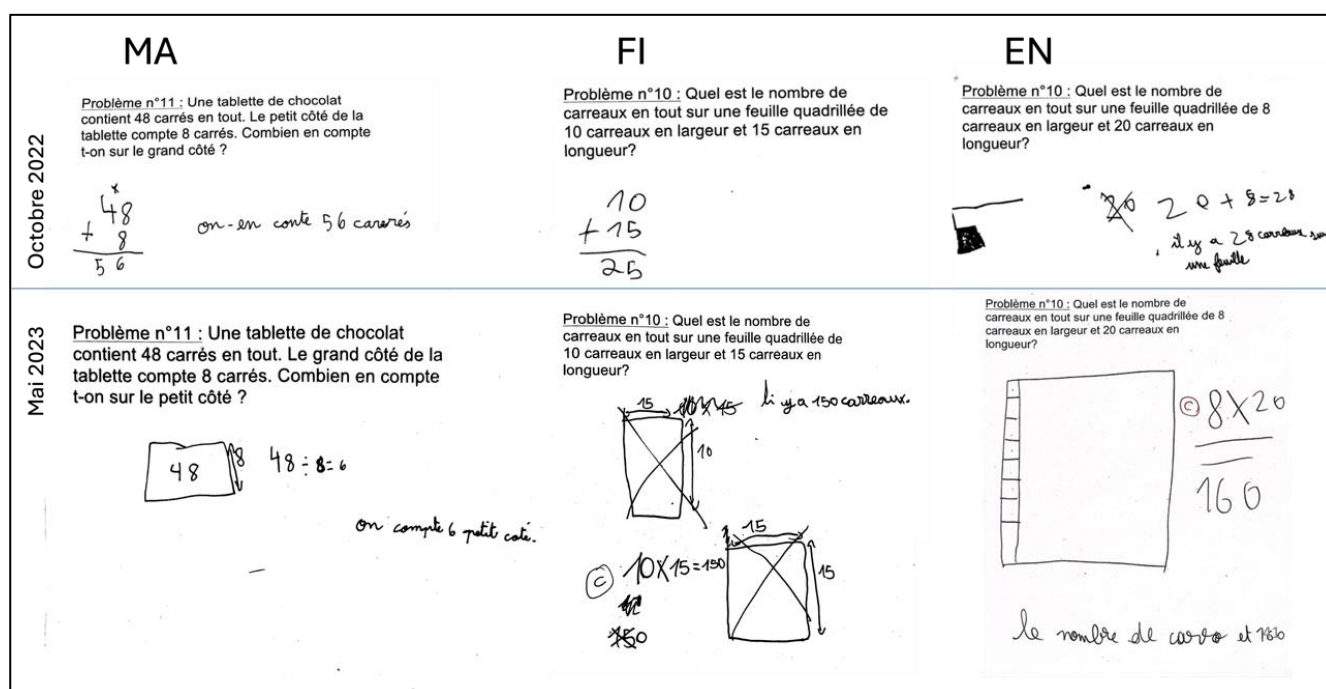


Figure 16. Productions de MA, FI et EN pour résoudre le même problème en octobre et en mai 2023.

Pour rappel, ce schéma rectangulaire est celui qui avait été amené par FI et son binôme lors du travail sur la tablette de chocolat. Nous pouvons dès lors nous interroger sur les raisons de ce recours privilégié à ce type de schéma au-delà des raisons de structure du problème en jeu. Ce questionnement nous amène à évoquer les limites de notre travail.

2 Des limites à notre démarche ?

Au cours d'entretiens individuels avec ces trois élèves courant mai, nous avons pu nous entretenir avec eux sur l'usage et le contenu de leur cahier dédié à la schématisation et des affichages produits en résolution de problème. Plusieurs constats nous amènent à envisager des limites à notre démarche. Tout d'abord, les propos tenus par certains élèves nous laissent penser que leur répertoire personnel de représentations schématiques s'est étoffé. En effet, les élèves semblent bien identifier l'idée qu'il y a différents schémas pour différents problèmes et perçoivent par cette idée que les énoncés proposés ne correspondent pas tous à la même structure.

« pas les mêmes dessins, pas les mêmes problèmes »

Toutefois, dans leurs propos, on peut percevoir un effet de contrat quant à la production de ces schémas qui sont le plus souvent une demande de l'enseignante à travers différentes consignes.

« on doit faire des schémas », « c'est la maitresse qui dit quand prendre le cahier »

Néanmoins il ne semble pas y avoir de glissement métacognitif, au sens où les élèves perçoivent bien que le schéma n'est pas l'objet d'apprentissage mais un outil : ils formulent explicitement l'idée que c'est une aide pour résoudre des problèmes.

« c'est pour s'aider » « le cahier ça me fait des exemples »

Les affichages tout comme le cahier semblent identifiés comme des outils privilégiés. Néanmoins encore, un écueil par rapport à cette dimension « outil » réside dans le fait que certains élèves semblent considérer le cahier comme un catalogue et choisissent alors l'usage d'un schéma plutôt qu'un autre, pas toujours pour des raisons structurelles mais pouvant être affectives. C'est d'ailleurs clairement énoncé dans l'entretien de FI, qui dit bien « aimer » certains schémas (le quadrillage notamment) et « ne pas en aimer » d'autres, ou encore dans celui d'EN qui affirme « préférer » les schémas du champ multiplicatif.

« je préfère ceux-là, c'est comme ça »

Un des objectifs de la CoPMaths cette année était de construire avec les élèves et à partir de leurs productions un répertoire de schémas sur lequel s'appuyer pour entrer dans la recherche de résolution

de problèmes. Si notre objectif était ainsi de les outiller avec des schémas « types », en faisant émerger une certaine catégorisation des structures de problèmes, il était aussi de les aider à esquisser d'eux-mêmes d'autres schémas ou à adapter ceux disponibles à de nouveaux contextes, autrement dit viser une certaine « flexibilité dans l'utilisation des schémas » (Fagnant, 2023). Pour ce faire, la CoPMaths a choisi de consacrer du temps, lors de ce processus, à négocier le sens des différents éléments graphiques utilisés dans les schémas émergents (le sens des flèches, les cercles qui englobent des quantités, les graduations, ...) afin que les élèves s'en saisissent personnellement. Or, nous avons remarqué en dehors des entretiens que premièrement, la dimension affective couplée à l'effet de contrat évoqués plus tôt amenaient parfois les élèves les plus en difficulté à « plaquer » un schéma type sans aucun sens vis-à-vis de la situation en jeu (comme c'est le cas par exemple pour le quadrillage). Deuxièmement, en fin d'année et face à un problème résistant, aucun élève ne se lance dans la réflexion et ne progresse dans sa résolution par l'usage de représentations graphiques collectivement négociées. Cela nous amène à ce stade à nous questionner sur la place des problèmes atypiques, que nous n'avons pas encore abordés dans notre démarche expérimentale, pour susciter ce réinvestissement.

3 Nos perspectives

Au terme de la 3^e année de notre projet, à la question de savoir comment les élèves en difficulté se saisissent d'une démarche d'enseignement de la schématisation, et compte tenu des limites que nous constatons, nous ne pouvons pas réellement conclure. Nous esquissons néanmoins des perspectives pour la suite. Notre objectif en tant que groupe IREM, dès la rentrée 2023, est de poursuivre la réflexion sur la co-élaboration d'une ressource pour les enseignant·e·s. Nous envisageons aussi de chercher à créer des liens d'une part avec la classe de sixième, notamment pour suivre les élèves de CM2, et d'autre part avec le cycle 1. Par ailleurs, du point de vue du dispositif lui-même, notre problématique est plus large : en quoi notre CoPMaths peut-elle être un dispositif d'accompagnement voire de développement professionnel pour ses membres ? Quels effets sur leurs pratiques ? Quelles traces peut-on chercher, d'un point de vue méthodologique ? Autant de questions qui alimenteront encore l'avancée de la CoPMaths ces prochaines années.

V - BIBLIOGRAPHIE

Anquetil, C. (2021). *La CoP-Maths : un dispositif collaboratif de formation au service de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Mémoire de Master 2 PIF - Pratique et Ingénierie de la Formation. Université de Bordeaux. <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03361053/document>

Anquetil, C. et Bulf C. (2022). La communauté de pratique comme dispositif horizontal de formation : le cas de la CoP-Maths. Dans *Actes du 47^e colloque de la COPIRELEM. Grenoble 2021. Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (616-654). Paris : ARPEME. <http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Grenoble-e.pdf>

Anquetil, C. et Bulf C. (2023). La CoP-Maths : une communauté de pratique « au service » de l'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire. Dans *Actes du 48^e colloque de la COPIRELEM. Toulouse 2022. Représenter et modéliser en mathématiques : de l'activité des élèves à la formation des professeurs des écoles* (415-430). Paris : ARPEME. <https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf>

Bernié, J.-P. (2002). L'approche des pratiques langagières scolaires à travers la notion de « communauté discursive » : un apport à la didactique comparée ? *Revue française de pédagogie*, 141, 77-88. http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/revue-francaise-de-pedagogie/INRP_RF141_8.pdf

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : la Pensée Sauvage.

Butlen D., Charles-Pézarid M. et Masselot P. (2015). Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire. Dans *Rapport scientifique du CNESECO : Comment l'école amplifie les inégalités sociales et migratoires ?* https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/butlen_solo1.pdf

Diezmann, C.M. (1995). Evaluating the effectiveness of the strategy 'Draw a diagram' as a cognitive tool for problem solving. *Proceedings of the 18th Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia*, 223-228, Darwin.

Diezmann, C.M. (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7(3), 4-8.

Fagnant, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. *Cahiers des Sciences de l'Education*, 27-28, 51-94.

Fagnant, A. et Demonty, I. (2013). *Résoudre des problèmes ; pas de problèmes ! 10-12 ans*, Bruxelles : De Boeck.

Fagnant, A. (2023). Résolution de problèmes et schématisations dans l'enseignement primaire : oui, mais comment ? Dans *Actes du 48^e colloque de la COPIRELEM. Toulouse 2022. Représenter et modéliser en mathématiques : de l'activité des élèves à la formation des professeurs des écoles* (37-54). Paris : ARPEME.

<https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf>

Houdement C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78, IREM de Grenoble. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810/document>

Jaubert, M. (2007). *Langage et construction de connaissances à l'école : un exemple en sciences*. Bordeaux : PUB.

Jaubert, M., Rebiere, M. et Bernié, J.-P. (2012). *Communautés Discursives Disciplinaires Scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative*. forumlecture.ch, plate-forme internet sur la littérature. Consulté en janvier 2024.

http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf

Jaubert, M. et Rebiere, M. (2021). Un modèle pour interpréter le travail du langage au sein des « communautés discursives disciplinaires scolaires ». *Pratiques : linguistique, littérature, didactique*, 189-190. ARPEME.

<https://journals.openedition.org/pratiques/9680>

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52, IREM de Grenoble. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/69n4_1555591199676-pdf

Laparra, M. et Margolinas, C. (2009). Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques : linguistique, littérature, didactique*, 143-144 (Numéro spécial : les écrits de savoir), 51-82. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00722211/document>

Larkin, J. et Simon, H. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words ? *Cognitive Science*, 11(1), 65-99. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1551-6708.1987.tb00863.x>

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(1.2), 5-118.

Polotskaia, E. (2009). Communication de la structure mathématique du problème par les élèves du primaire. Analyse d'un scénario didactique. Dans *Problem Solving and Institutionalization of Knowledge. Proceedings of CIEAEM 61* (178-183). Montréal : G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy).

Van Garderen D. et Scheuermann A. (2015). Diagramming word problems: a strategic approach for instruction. *ISC*, 50(5), 282-290.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. Dans T.P. Carpenter, J.M. Moser et T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction : a cognitive perspective*, 39-59. https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1982_cognitive-tasks-operation_addition-subtraction.pdf

Wenger, E., Mc Dermott, R. et Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice: a guide to managing knowledge*. Boston, MA : Harvard Business School Press.

Wenger, E. (2005). *La théorie des communautés de pratique. Apprentissage, sens et identité*. St-Nicolas, QC: Les presses de l'Université Laval.

ANNEXE 1 : EXTRAIT D'UNE "LEÇON" DANS LE CAHIER RÉSERVÉ AUX SCHÉMAS

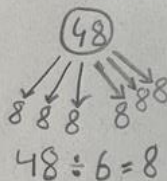
Les schémas multiplicatifs

On peut exprimer différentes significations de la multiplication ou de la division dans nos schémas, en fonction de l'histoire qu'on lit.

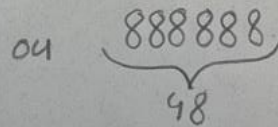
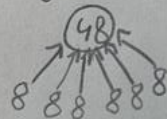
Par exemple avec les nombres 6 ; 8 et 48, avec lesquels on peut formuler les calculs $6 \times 8 = 48$ ou $8 \times 6 = 48$ ou $48 : 6 = 8$ ou $48 : 8 = 6$, il peut exister différents liens entre ces trois nombres. Par exemple :

- On peut les comparer : 48 c'est 8 fois plus grand que 6, qui est 8 fois plus petit que 48
- On peut distribuer 48 en 8 paquets de 6 ou 6 paquets de 8
- On peut regrouper 6 paquets de 8 pour faire 48
- On peut répéter 6 fois le nombre 8 pour aller jusqu'à 48 ou l'inverse
- On peut imaginer 6 rangées de 8, ce qui fait 48 au total
- ...

Distribuer

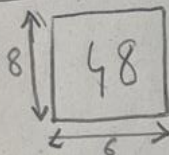


regrouper

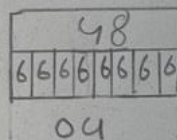


$$6 \times 8 = 48$$

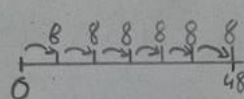
Le rectangle



Le total



La répétition



La comparaison

