

LE DISPOSITIF D'ANTICIPATION : ÉLÉMENTS DE DESCRIPTION ET D'ANALYSE

Catherine JOURNAL

Doctorante, Université Côte d'Azur

LINE

journal.catherine@orange.fr

Jérôme SANTINI

MCF HDR, Université Côte d'Azur

LINE

jerome.santini@univ-cotedazur.fr

Jean-Noël BLOCHER

Ingénieur de recherche, Université de Bretagne Occidentale

CREAD

jean-noel.blocher@inspe-bretagne.fr

Gérard Sensevy

Professeur des universités émérite, Université de Bretagne Occidentale

CREAD

gerard.sensevy@inspe-bretagne.fr

et le LÉA Armorique-Méditerranée

Résumé

Cette communication analyse un dispositif d'aide par séances d'anticipation (Sensevy et al., 2006) dans lesquelles un groupe d'élèves étudie préalablement un contenu mathématique, afin de mieux appréhender ce contenu et de diffuser en classe entière des manières de faire plus adéquates au regard du savoir mathématique en jeu. Cette pratique, développée au sein d'une ingénierie coopérative professeurs-chercheurs dans un LÉA (Lieu d'Éducation Associé à l'IFE, ENS Lyon), poursuit son développement dans le cadre du projet ANR DEEC (Sensevy, 2022). Nous nous intéressons ici à la création de problèmes mathématiques (Cai, 2022; Vicente et al., 2022), et particulièrement de problèmes multiplicatifs, en CE1, à partir de situations de la vie réelle. Ces séances portent sur la représentation de la situation multiplicative par un « nombre-rectangle », dans le passage d'une situation non-problématisée à une ou plusieurs situations problématisées. Nous montrons comment des élèves peuvent s'emparer d'une situation non-problématisée pour poser un problème mathématique. Nous concluons avec des implications de notre étude de cas pour l'apprentissage des mathématiques par la création de problèmes.

I. LE CONTEXTE GÉNÉRAL DE LA RECHERCHE

1. Contexte général

Le projet de recherche en lien avec cette communication est inscrit dans la structure d'enseignement des mathématiques produite par la recherche Arithmétique et Compréhension à L'École élémentaire (ACE¹), au sein du LÉA Armorique-Méditerranée²

¹ http://blog.espe-bretagne.fr/ace/?page_id=1457

² <http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee>

Cette recherche nationale a conçu une progression en mathématiques au CP et au CE1 et l'ensemble des documents nécessaires à sa mise en œuvre, avec des éléments de transposition possibles pour la Grande Section et le CE2. Le « système d'enseignement-apprentissage » que cette recherche souhaite produire repose sur *le principe de continuité* (Dewey, 1938 ; Joffredo-Lebrun, 2016 ; Santini, 2021). Il est à la fois ici *un principe de continuité du savoir* (les situations, en se modifiant plus ou moins graduellement, appellent à de nouveaux savoirs) et *un principe de continuité de l'expérience mathématique des élèves*, qui doivent saisir en acte une cohérence dans l'enseignement. Ce principe demeure valable pour notre recherche en cours.

Celle-ci s'inscrit dans la perspective d'une recherche soutenue par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet *Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage* (DEEC³). Le projet porte sur la conception et l'expérimentation d'une séquence (séquence DEEC) de 18 séances en création/résolution de problèmes mathématiques en CE1 et CE2. Il est produit au sein d'un collectif composé de professeur·e·s et de chercheur·e·s agissant dans le Lieu d'Éducation Associé (LÉA) à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ), le Réseau Écoles Armorique-Méditerranée (ARMED) qui se présente actuellement comme une Ingénierie Coopérative (Collectif Didactique pour Enseigner, 2024 ; Sensevy et al., 2013 ; Sensevy & Bloor, 2020). Des chercheurs et des professeurs des écoles conçoivent collectivement des séquences, les mettent en œuvre, les analysent et les améliorent selon un cycle itératif. Précisons que dans ce projet, nous nous situons dans le champ de recherche international du *problem posing* (Cai & Hwang, 2020 ; Cai & Leikin, 2020 ; Kar et al., 2010). La conception d'un problème, le fait de problématiser des données de la réalité, sont une partie essentielle de l'activité scientifique.

Dans ce projet, nous nous intéressons aussi à la question du passage à grande échelle. Il s'agira d'abord de déterminer l'efficacité de la séquence par des analyses statistiques liées à des analyses documentées de la pratique. Il s'agira ensuite de créer une documentation d'accompagnement, un livret complété par des systèmes hypermédias de description et de documentation de la pratique, les Systèmes Hybrides Textes-Images-Sons (SHTIS) pour ceux qui mettront la séquence en œuvre. Nous rechercherons les raisons de cette efficacité en recourant à l'analyse à partir de films de la pratique et dans le cadre de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD) (Sensevy, 2011). Ce projet se déroule sur trois années. La première année nous mettons en place, dans les classes du LéA, et analysons un prototype de séquence qui donnera lieu à la création de la séquence proprement dite. Par la suite, cette séquence et son *modèle d'efficacité* seront affinés avant d'être remis en œuvre l'année suivante.

Ce *modèle d'efficacité* repose sur le passage d'une situation non-problématisée à la création de problèmes au sein d'un processus de problématisation. Le dispositif d'anticipation peut permettre aux élèves de mieux appréhender ce processus. Ceci peut soulever deux questions de recherche : 1) comment ce processus peut-il se documenter ? 2) comment les élèves du groupe d'anticipation appréhendent-ils ce processus de problématisation ?

2. Le contexte de l'expérimentation relatée dans cette communication

Avant la mise en œuvre du prototype de séquence, nous avons décidé, avec une collègue du LéA qui exerce en classe de CE1, de créer et mener une séquence « durée et nombre-rectangle » sur 5 à 6 semaines de classe, afin d'explorer quelques principes fondateurs de la séquence DEEC. Nous pouvons les classer dans six catégories comme suit :

- Donner un sens pratique⁴ au problème travaillé
- Une grandeur spécifique : la durée

³ Une description du projet est ici : <http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/>

⁴ L'expression "sens pratique" signifie ici "sens correspondant à une pratique effective dont on s'est rendu familier".

- Des systèmes de représentations, le nombre-rectangle
- Des outils et des instruments de travail de l'élève
- L'exemple travaillé autour d'une situation non problématisée
- L'anticipation

Nous allons maintenant les expliciter et concrétiser chacun d'un exemple concret.

2.1. Donner du sens au problème travaillé

La situation mathématique étudiée doit se retrouver dans l'expérience de l'élève, être ancrée dans la vie pratique de l'élève pour pouvoir alors donner un sens précis, et culturel, au problème travaillé. Le temps est une « construction sociale complexe ancrée dans la vie sociale » (Tartas, 2010, p. 18). Piaget affirme ainsi que « contrairement à une double erreur largement répandue, il n'est aucune raison de fait d'admettre ni que le temps primitif soit de source purement intérieure ni même que la durée propre au sujet se soit construite, ou *a fortiori* soit « donnée », *indépendamment des objets de son action*⁵ » (Piaget, 1981, p. 190).

Les élèves de CE1 tentent de se repérer dans le temps et les durées, notamment dans le déroulement d'une journée de classe. Nous leur proposons alors de mener une enquête sur la notion de durée à travers l'étude d'instruments de mesure du temps dans le but qu'ils créent à la fin une frise chronologique de leur journée de classe.

2.2. Une grandeur : le temps

La situation mathématique est liée à l'étude d'une grandeur spécifique, le temps. Dans notre expérimentation nous travaillerons autour de la « durée ». Les élèves devraient peu à peu représenter concrètement les différents temps de la journée comme la durée de récréation, de cantine, de la séance de sport...

2.3. Des systèmes de représentations, le nombre-rectangle

La situation mathématique peut être représentée schématiquement pour mieux en comprendre sa structure. Dans la séquence DEEC, les élèves utilisent plusieurs systèmes de représentation pour enquêter sur les nombres et leurs relations. Parmi ces représentations ils utilisent le nombre rectangle, un nombre figuré qui permet de comprendre les nombres et les opérations arithmétiques qui portent sur les nombres. Il permet notamment de dépasser la conception intuitive de la multiplication comme addition itérée et permet également le passage d'une écriture symbolique par exemple, au concret de sa représentation sous la forme d'un rectangle.

Nous donnons ci-dessous une première illustration de cet usage (illustration 1).

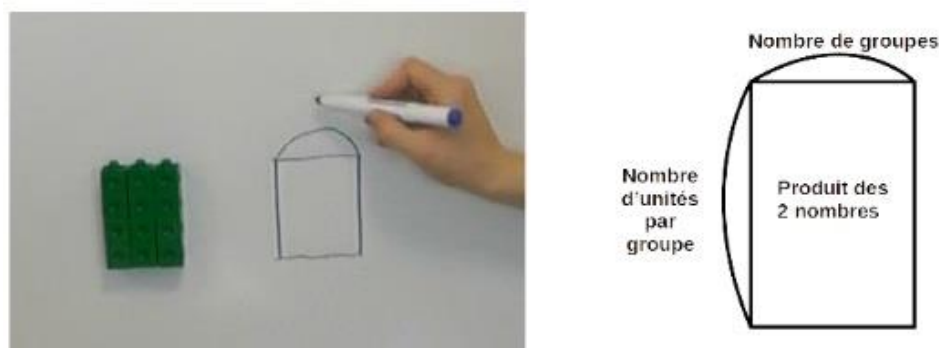


Illustration 1: Le nombre rectangle

⁵ C'est nous qui soulignons.

Sur la partie de gauche de cette illustration, on voit une collection de cubes organisée en 3 groupes de 4 cubes. Ce rectangle cube représente le nombre 12 sous la forme du produit des nombres 3 et 4. Pour le représenter sur papier, on trace un rectangle qu'on légende à l'aide de ponts. On peut généraliser cette représentation par la figure qui se trouve ci-dessus à droite. Nous en verrons plusieurs exemples dans la suite du texte.

Dans notre cas, parallèlement à l'enquête sur la durée, une enquête sur le nombre rectangle va être lancée. En effet, nous avons choisi la notion de rapport multiplicatif pour donner à comprendre la notion d'échelle dans la frise chronologique. Par exemple la durée du temps de lecture (individuelle en début d'après-midi) dure 5 fois la durée donnée par un sablier de 3 minutes soit 15 minutes.

2.4. Des outils et des instruments de travail de l'élève

Les élèves ont à leur disposition différents outils ou instruments qu'ils apprennent à utiliser tout au long de la séquence. Nous en citerons trois : le recueil de mesure, le journal du nombre et le répertoire instrument.

Le recueil de mesure est créé au fur et à mesure des avancées, des rencontres de la classe avec des situations, par exemple le recueil de mesure de durée (annexe 1). Il a une place importante car il ancre bien les situations des problèmes dans la réalité, dans la vie quotidienne des élèves. Les élèves pourront notamment y puiser du « matériel » utile à la création de problèmes. Il illustre aussi la manière dont nous considérons le nombre : un nombre, c'est la mesure d'une grandeur.

Le journal du nombre, qui a fait l'objet d'un module M@gistère⁶, est un dispositif à la fois individuel et collectif. Le petit texte suivant introduit le Journal du Nombre, et peut constituer sa raison d'être « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ». Dans le journal du nombre (annexe 2), l'élève mène une enquête sur les nombres, il exprime ce qu'il sait faire. Le journal du nombre possède deux fonctions. La fonction principale du Journal est de rendre les élèves capables de constituer, à partir des mathématiques qu'ils étudient en classe, un rapport de première main aux mathématiques, qui leur permette par exemple de travailler en autonomie, à partir d'incitations professorales ou non, à la production d'écritures mathématiques. La deuxième fonction du Journal du Nombre est la communication mathématique dans la classe, communication organisée par le professeur à partir des productions des élèves.

Le répertoire instrument rassemble des exemples emblématiques de situations de problème. C'est à la fois un répertoire, c'est-à-dire un outil de référence pour les élèves, et un instrument pour la création de problème.

2.5. L'exemple travaillé autour d'une situation non problématisée

La situation mathématique sera travaillée selon une structure récurrente utilisée dans la séquence DEEC. Notamment, elle sera présentée à la classe sous forme d'un exemple travaillé (Chanquoy et al., 2007 ; Sweller, 2006). Dans ce dispositif, et dans les gestes qui permettent de le travailler, les élèves vont s'approprier, par imitation, des manières de faire du professeur. Ces imitations peuvent être au départ, plus ou moins approximatives, puis elles gagneront en profondeur et deviendront de plus en plus créatives.

Chaque exemple travaillé débute par l'étude d'une situation non problématisée, c'est-à-dire une description quantifiée d'une réalité dans laquelle aucune « information » n'est manquante, contrairement à ce qui passe dans un problème scolaire classique. Donnons un exemple : les élèves ont

⁶ Le module M@gistère « Journal du Nombre » est ici :

<https://magistere.education.fr/dgesco/course/view.php?id=1650§ion=1>

mesuré la durée du temps de lecture (individuelle) avec un sablier de 3 minutes. Ils décrivent alors ainsi cette situation non problématisée : « Fatma et Assia mesurent la durée du temps de lecture avec un sablier de 3 minutes et un chronomètre. Pendant le temps de lecture, Fatma retourne 5 fois le sablier. A la fin du temps de lecture, Assia lit 15 minutes sur le chronomètre ».

2.6. L'anticipation

Le dernier principe fondateur de la séquence DEEC sur lequel nous nous sommes appuyés pour créer cette séquence sur la durée et le nombre-rectangle est celui d'accorder la première place aux élèves dits *moins avancés* dans la classe. Pour concrétiser ce principe, nous avons mis en place un dispositif d'anticipation (Sensevy et al., 2006). Ce dispositif est constitué de plusieurs séances d'anticipation dans lesquelles un groupe d'élèves, composé de 3 ou 4 élèves *moins avancés* et 1 ou 2 élèves *avancés*, va étudier quelques points fondamentaux de la séance à venir. Les élèves de ce groupe ont alors un rôle d'*éclaireurs*. Lors de la séance en classe entière le professeur pourra s'appuyer sur ces élèves. Les élèves *moins avancés* pourront alors davantage profiter du travail de la classe, chacun devant pouvoir suivre et contribuer à l'effort de compréhension collective.

C'est la mise en place de ce dispositif d'anticipation que nous allons décrire dans ce qui suit. Nous l'illustrerons de trois exemples puis nous en ferons une première analyse. Nous terminerons par une synthèse et une conclusion, provisoire, car ce dispositif est toujours à l'étude.

II. LA MISE EN PLACE D'UN DISPOSITIF D'ANTICIPATION, CONTEXTE, QUELQUES PRINCIPES

Pour reprendre ce qui a été exposé dans ce texte, nous proposons une description de la séquence « durée et nombre rectangle » dans la figure ci-dessous (illustration 2). Elle montre la mise en place de deux enquêtes en parallèle, l'une sur la notion de durée et l'autre sur les nombres-rectangles. Débutée en parallèle, ces deux enquêtes finissent par s'imbriquer l'une dans l'autre et amènent professeur et élèves à travailler conjointement sur la création-résolution de problèmes. Pendant ce temps d'enquête, des séances régulières d'anticipation d'une durée d'environ vingt minutes, ont été mises en place.

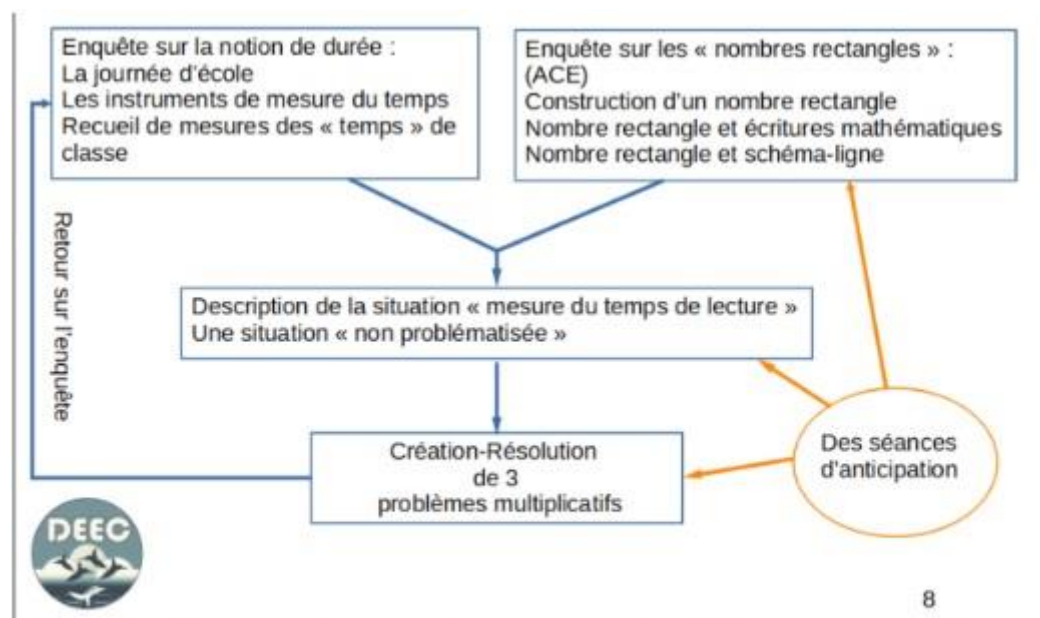


Illustration 2: description de la mise en place de la séquence "durée et nombre rectangle"

Ces séances d'anticipation se caractérisent par trois éléments : une organisation de travail, un espace spécifique et une régularité.

1. Une organisation du travail d'anticipation

Par organisation de travail, nous entendons d'une part la composition du groupe d'anticipation et d'autre part le travail des autres élèves de la classe.

Le groupe d'anticipation est composé de six élèves, quatre élèves dits *moins avancés* et deux élèves *avancés*. Les élèves *avancés* ont été choisis par la professeure de la classe pour leurs facilités à s'exprimer et à questionner, leurs capacités en mathématiques et pour leurs capacités d'attention à l'autre. Sur la photo ci-dessous (illustration 3) nous distinguons au premier plan uniquement quatre élèves et la professeure, les autres élèves étant hors champ.

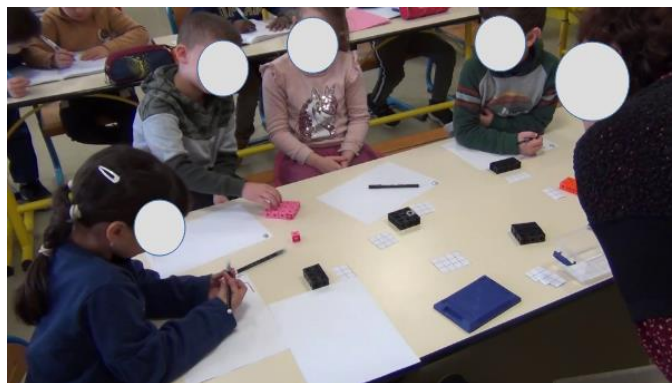


Illustration 3: Le groupe d'anticipation et la professeure

Deux élèves semblent regarder et écouter très attentivement un élève expliquer quelque chose. Pendant ce temps-là, les autres élèves de la classe font un travail individuel, comme nous pouvons le deviner à l'arrière-plan de cette photo. Dans cette classe, les séances d'anticipation ont très souvent lieu le matin sur le temps d'accueil, temps qui dans cette école se fait dans chaque classe et non dans la cour.

2. Un espace spécifique pour l'anticipation

La professeure a aménagé dans la classe, et plus particulièrement dans l'espace mathématique de la classe un espace spécifique pour ces séances. Ainsi, se trouvent à disposition les affichages et le matériel mathématiques et un tableau blanc. Les élèves sont souvent assis sur des chaises ou des tabourets placés en arc de cercle. Parfois une table est installée comme sur la photo ci-dessous (illustration 4).



Illustration 4: L'espace d'anticipation dans l'espace mathématique

3. Une régularité temporelle du dispositif d'anticipation

Nous nous sommes aperçues, du fait des expériences précédentes, notamment celles dans ACE, qu'une régularité de ces séances était nécessaire. Les élèves de la classe ont besoin de s'habituer à cette manière de travailler. Les élèves du groupe d'anticipation ont besoin de comprendre aussi le rôle d'« éclaireur » qu'ils auront à jouer dans la séance classe entière qui suit. De la même façon, les élèves qui travaillent en

autonomie ont besoin de comprendre que leurs camarades préparent quelque chose pour eux. Il est important que personne ne se sente exclu. Les séances d'anticipation ont lieu avant l'abord de toute nouveauté épistémique dans la classe. Par exemple ici (cf. Illustration 5) le groupe anticipe, découvre avant le reste de la classe le nombre-rectangle.

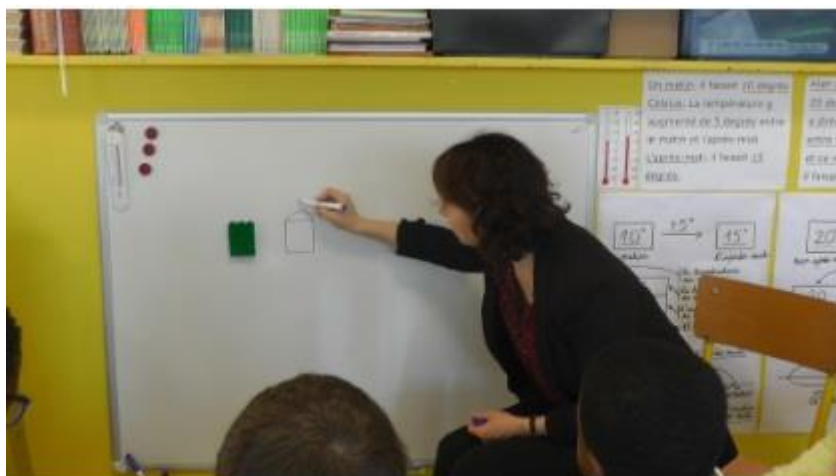


Illustration 5: Séance d'anticipation: première rencontre avec le nombre rectangle

Nous allons maintenant entrer dans le vif du sujet avec trois exemples de séance d'anticipation. Elles portent chacune sur des sujets différents : les représentations, la traduction entre représentations et la création de problème. Nous y apporterons des éléments de description et des éléments d'analyse.

III. TROIS EXEMPLES DE SÉANCES D'ANTICIPATION, DES ÉLÉMENTS DE DESCRIPTION ET D'ANALYSE

1. Exemple 1 : une séance d'anticipation sur le nombre rectangle

Lors de cette séance d'anticipation, les élèves sont amenés à représenter par un rectangle de cubes un nombre rectangle papier (rectangle découpé dans du papier quadrillé). Puis ils doivent le « parler » c'est-à-dire désigner ce nombre sous une forme multiplicative. Jusqu'à présent dans la classe, la désignation utilisée pour parler d'une collection était soit le nombre lui-même (ici neuf), soit une désignation sous forme additive telle que « trois plus trois plus trois ». La professeure apporte cette nouvelle désignation par une sorte de « ritournelle » (cf. ci-dessous, illustration 6) qu'elle dénote sur le rectangle lui-même, en désignant ses différentes parties.

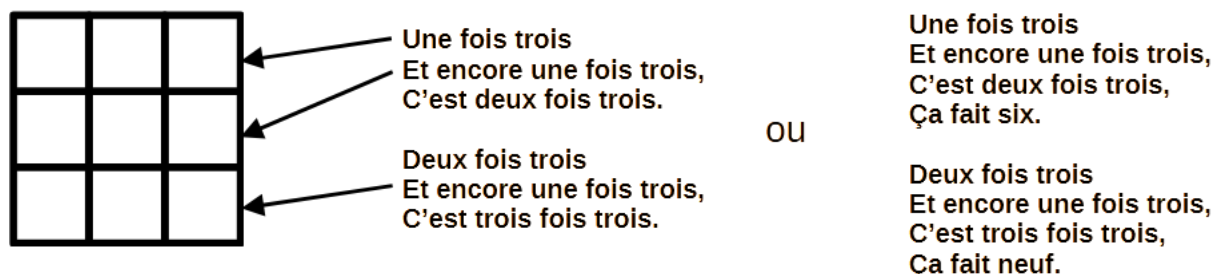


Illustration 6: "Ritournelle", désignation multiplicative d'un nombre

Pendant la séance d'anticipation, la professeure tente de s'appuyer sur un élève *avancé* (EA) et lui demande de parler sur un nouveau rectangle de cubes représentant le nombre 12, sous la forme de 4 fois 3. Nous avons alors, en regardant plus précisément la transcription de cet épisode de la séance, la confirmation que cela ne va pas de soi. Pour une meilleure lecture, voici la légende utilisée dans la

transcription : Tdp : tour de parole ; P : professeure ; EA : élève avancé ; EMA : élève moins avancé ; + : marqueur de silences ; / : parole coupée.

Tdp	Locuteur	Propos / [didascalie]
1	P	Tu fais voir les trois +++ comme tu faisais EA, tu nous fais voir les trois ? Regardez les enfants ! [P donne le rectangle de cubes à EA.]
2	EA	Ah ! Ben là, c'est des doubles alors ! [EA sourit en regardant P.] parce que trois plus trois, six ++++[regard interrogateur, surpris, vers P]
3	P	D'accord.
4	EA	Plus trois et trois, six.
5	P	D'accord !
6	EA	Six et six, douze !
7	P	[s'adressant à tout le groupe] Au lieu de dire PLUS on va dire [P reprend le rectangle de cubes.] ++ une fois trois et encore une fois trois ça fait /
8	EA	Six.
9	P	Deux fois trois c'est six. D'accord ?
10	EMA	Et encore trois [EMA montre les deux barres de trois cubes pas encore comptabilisées avec deux doigts.] ça fait 6.
11	P	Et encore deux fois trois, ça fait six. ++ Et deux fois six [P montre les deux groupes de six cubes avec deux mains] ++ six et encore une fois six, c'est /
12	EA	Douze.
13	P	C'est douze.

Tableau 1 : Transcription d'un épisode de la séance

L'élève avancé (EA), face à la situation se réfère immédiatement à ce qu'il connaît et reconnaît. Il voit les doubles et les exprime comme à son habitude en disant « trois plus trois, c'est six ». Il s'appuie sur le contrat didactique⁷ en vigueur actuellement dans la classe, la structure additive, la stratégie développée en calcul mental de l'usage des doubles. De même, il explicite sa manière de faire, ce qui fait aussi partie du contrat didactique, en y ajoutant des gestes qu'il copie de la manière de faire de la professeure. L'élève moins avancé (EMA) semble patienter, se donner le temps de comprendre et intervient (Tdp 10) en essayant d'intégrer la nouvelle manière de parler du nombre, « et encore trois, ça fait 6 ».

Il est important de garder à l'esprit que dans cette séance, la situation travaillée est nouvelle et donc requière de nouvelles connaissances ce qui modifie le contrat didactique. Ici la façon d'exprimer le nombre n'est plus la même qu'avant, il est donc logique de laisser le temps aux élèves d'entrer dans ce nouveau contrat. Cette séance d'anticipation a permis aussi à la professeure d'en prendre davantage conscience et d'ajuster la séance collective par rapport au temps consacré à l'étude de cette nouvelle situation.

2. Exemple 2 : Les représentations d'une situation non problématisée

Dans cet exemple, nous allons montrer comment une séance d'anticipation peut apporter un bénéfice à la séance suivante en classe entière. Rappelons que les élèves ont mesuré à l'aide de sabliers, de chronomètres de minuteurs et de pendules la durée de différents moments de la journée. Avec la professeure, les élèves ont raconté une de leur expérience dans un texte conçu en classe entière. Ce texte (cf. illustration 7 ci-dessous) devient la situation non problématisée étudiée lors des séances de mathématiques, d'abord en séance d'anticipation, puis en classe entière. L'objet de ce travail est alors de

⁷ Le contrat didactique peut être défini comme un système d'habitudes, d'attentes, de connaissances, de stratégies, issu des expériences antérieures (Collectif Didactique pour Enseigner, 2019, 2020).

la représenter sous différentes formes « traduisibles » entre elles. Voici comment se présente le tableau⁸ au début de la séance collective (ci-dessous, illustration 7).

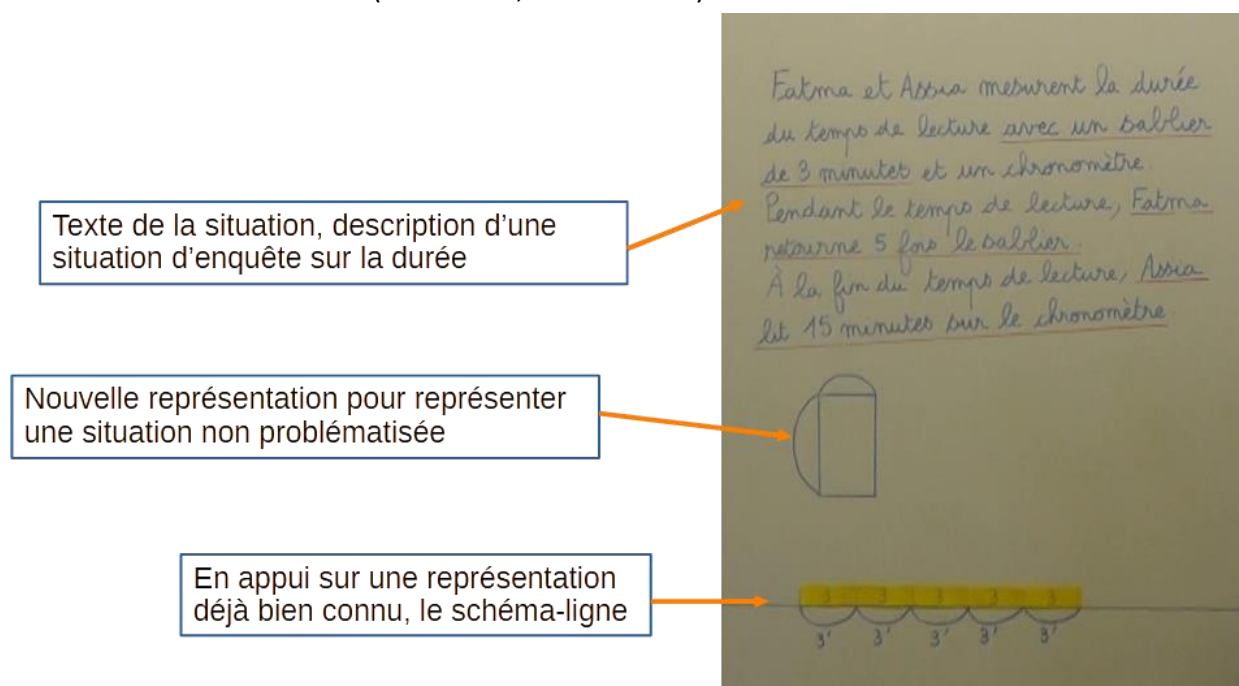


Illustration 7: Tableau de la classe en début de séance, annoté

Comme nous l'avons vu dans l'exemple 1, les élèves s'appuient sur ce qu'ils connaissent déjà pour comprendre une situation. La professeure va donc aussi s'appuyer dessus et notamment sur une représentation en usage dans la classe, le schéma-ligne.

Le schéma-ligne est une représentation topologique qui associe les nombres à des longueurs. Il permet de comprendre les nombres et les opérations arithmétiques qui portent sur les nombres. L'illustration 8 ci-dessous en montre une représentation générale dans le champ multiplicatif.

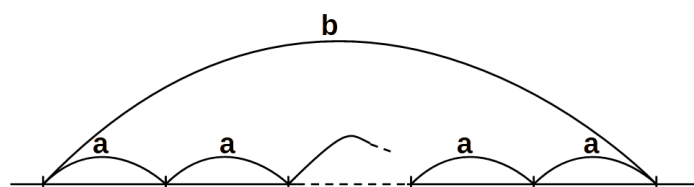


Illustration 8: Représentation générale d'un schéma-ligne dans une situation multiplicative

A partir de ce schéma-ligne, il est possible d'écrire plusieurs écritures algébriques. Par exemple, si on considère c le nombre de fois où la longueur correspondant au nombre a apparaît sur le schéma-ligne, voici quelques écritures possibles : $c \times a = b$; $b = c \times a$; $b = a \times c$; $b : c = a$; $b : a = c$.

Lors de la séance d'anticipation, les élèves qui semblaient avoir compris la représentation de la situation non problématisée par le nombre rectangle « 5 fois 3 » se sont retrouvés en difficulté face à la représentation par le schéma-ligne. Le schéma-ligne élaboré par la professeure était en fait très complexe, il montrait en plus de la structure multiplicative de la situation, la commutativité de la multiplication. La professeure a alors décidé de simplifier le schéma-ligne⁹, pour centrer l'attention sur la mise en relation, entre les deux représentations (schéma-ligne et nombre rectangle) (illustration 9)

⁸ Notons l'erreur sémiotique qui a été faite sur les schémas qui suivent. L'apostrophe comme symbole des minutes a été utilisée à la place de l'abréviation min.

⁹ Cette simplification est faite par le professeur entre la séance d'anticipation et la séance en groupe classe.

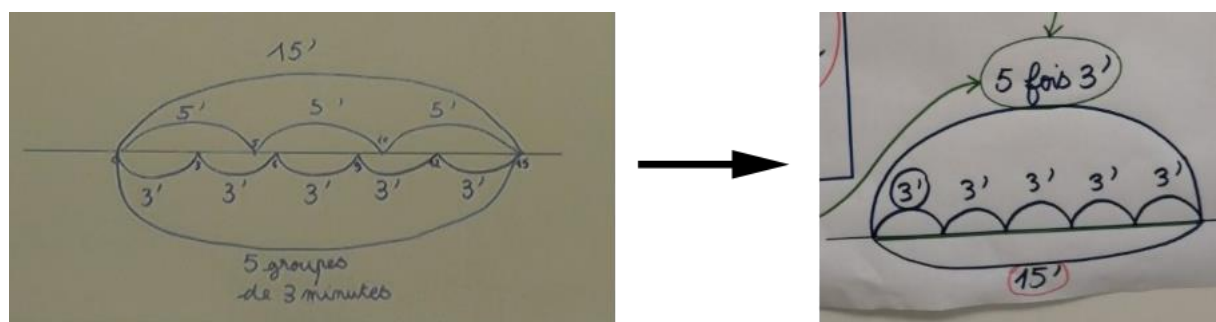
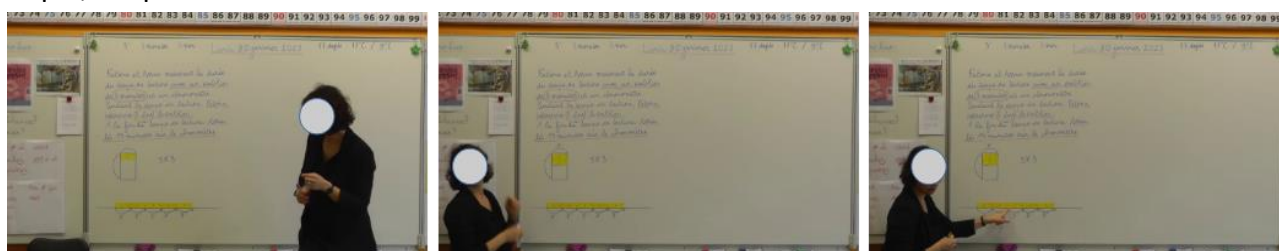


Illustration 9: Simplification du schéma-ligne entre la séance d'anticipation et la séance en classe entière

Nous pouvons dire que la séance d'anticipation a permis à la professeure de clarifier les objectifs pour l'ensemble de la classe en repoussant à plus tard le travail sur la représentation de la commutativité de la multiplication avec un schéma-ligne.

C'est ainsi que le travail de *traduction* entre les représentations schéma-ligne et nombre rectangle, c'est-à-dire le passage d'une représentation à l'autre, s'est retrouvé au cœur de la séance de classe¹⁰. Ce travail permettant de mieux comprendre la situation nous a amené à mettre en place un dispositif facilitant cette *traduction*. La professeure a alors décidé d'utiliser plusieurs bandes-segments de même longueur représentant chacune un groupe de trois minutes – soit le temps que le sable s'écoule complètement dans le sablier. Nous allons aussi retrouver dans sa façon de procéder la « ritournelle » du premier exemple, ce que nous donnons à voir dans l'illustration 10 ci-dessous.

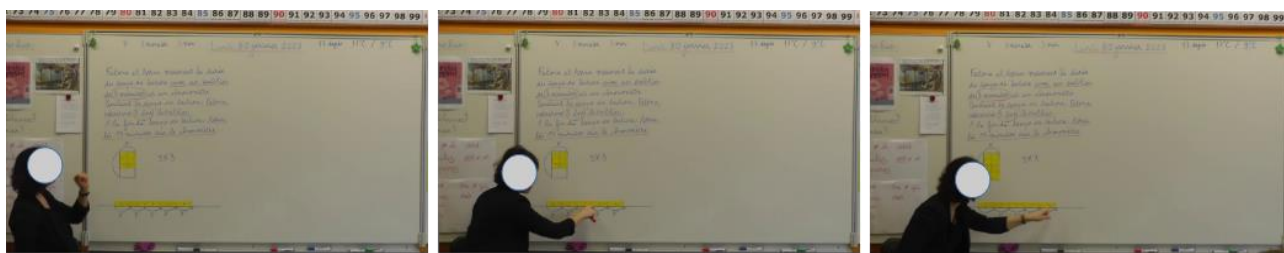


« Dans le nombre rectangle, je peux mettre une fois trois minutes, donc ça c'est bien la longueur de trois minutes. Et encore une fois trois minutes, ça fait deux fois trois minutes. Deux groupes de trois minutes. D'accord comme ici sur le schéma-ligne. »

Illustration 10: Jeu de traduction entre schéma-ligne et nombre rectangle

Les élèves entrent dans le jeu et participent à ce jeu de traduction. Ils complètent les phrases de la professeure et l'accompagnent dans sa monstration. La professeure met en correspondance les deux représentations non seulement par la parole mais aussi en accompagnant ce qu'elle dit de gestes passant de l'une à l'autre (illustration 11).

¹⁰ La notion de « traduction de représentation », en TACD, est proche de celle de « transformation de représentation sémiotique », proposée par Raymond Duval (2007).



« Et encore une fois trois minutes, ça fait trois fois trois minutes comme ici, comme cette longueur-ci sur le schéma-ligne. Et encore une fois trois minutes, c'est quatre fois trois minutes comme cette longueur sur le schéma-ligne. Et encore une fois trois minutes, ça fait cinq fois trois minutes comme cette longueur sur le schéma-ligne. On a cinq groupes de trois minutes. »

Illustration 11: Suite du jeu de traduction entre le schéma-ligne et le nombre rectangle

Pour terminer, elle relie l'écriture mathématique qui se trouvait à droite au nombre rectangle en disant, « cinq fois trois minutes c'est cinq groupes de trois minutes ».

Nous pouvons voir ci-dessous (illustration 12) sur le tableau, quatre représentations encore incomplètes (la séance n'étant pas terminée) de la situation non problématisée : le texte ; le nombre rectangle ; le schéma-ligne ; l'écriture « 5×3 ».

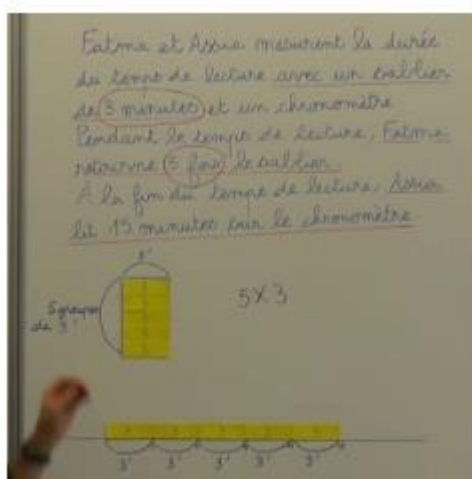


Illustration 12: La situation non problématisée et ses quatre représentations

Ce que nous pouvons retenir, en particulier, de ce deuxième exemple, est que le fait de porter une attention toute particulière aux élèves moins avancés permet un travail (ici un travail sur les représentations et leur traduction) qui peut profiter non seulement aux élèves moins avancés du groupe d'anticipation, mais encore à l'ensemble de la classe.

3. Exemple 3 : la création de problèmes

Dans ce dernier exemple, nous allons nous intéresser à la création de problèmes, élément crucial de la future séquence DEEC.

À la suite du travail sur les représentations de la situation non problématisée décrite dans la partie ci-dessus, une nouvelle séance d'anticipation est organisée. L'objectif de cette séance consiste, pour les élèves de ce petit groupe, à découvrir « avant les autres » une manière de transformer le texte qui décrit la situation non problématisée en trois problèmes. Une attention particulière est apportée au travail de formulation des questions de chacun des problèmes. Dans cette séance, la professeure initie une manière de faire qui consiste, après avoir entouré les données de la situation, à effacer, dans le texte de la situation

non problématisée, une des données. Les élèves recherchent alors la question dont la réponse correspondrait à la donnée disparue. Ensemble élèves et professeure travaillent à trouver la formulation la plus adéquate possible de cette question de problème (illustration 13).

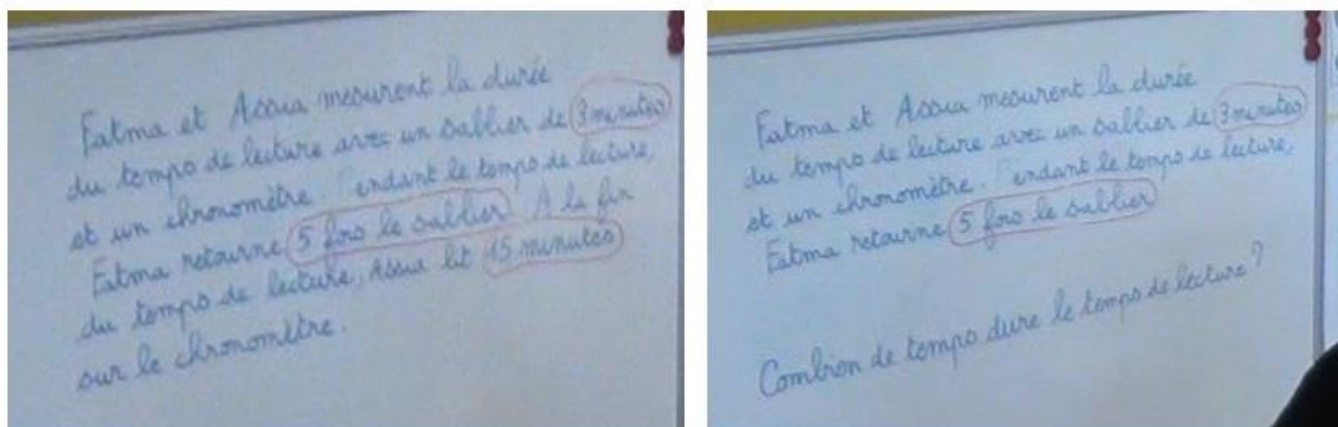


Illustration 13 : Création d'un problème à partir de la situation non problématisée (tableau de l'espace anticipation)

Comme nous avons commencé de le dire ci-dessus, le premier état du tableau (à gauche) correspond à l'énoncé entier de la situation non problématisée, les données cruciales étant entourées. Ensuite, dans un deuxième temps, la professeure efface la dernière phrase de ce texte et écrit la question obtenue après formulations et reformulations. Le deuxième état du tableau (à droite) correspond à l'énoncé du problème ainsi créé.

Il s'agit dans cet exemple d'une création de problème collective abordée sous forme d'exemple travaillé. La professeure montre une manière de créer un problème à partir d'une situation non problématisée que les élèves pourront imiter par la suite.

Nous avons expérimenté une autre façon d'aborder la création de problème en séance d'anticipation en proposant aux élèves du petit groupe de créer en binôme un énoncé de problème qui sera donné à résoudre aux autres élèves de la classe. Cette fois-ci, cela se passe un peu plus tard dans l'année, les élèves de la classe ont rencontré plusieurs situations multiplicatives qui peuvent toutes être représentées par le même nombre rectangle « $3 \times 4 = 12$ ». La situation de référence pour la classe est celle d'une classe de douze élèves dans laquelle on fait trois équipes de quatre élèves. La professeure demande alors à chaque binôme de créer un problème à partir d'un nombre rectangle représentant une des trois autres situations étudiées. Dans la première situation, on achète trois kilogrammes de raisin à quatre euros le kilogramme pour douze euros en tout. Dans la deuxième, une équipe a marqué trois paniers à quatre points le panier, elle a gagné douze points. Et dans la troisième, on s'interroge sur le lien qu'il y a entre une année, douze mois et les quatre saisons (illustration 14).

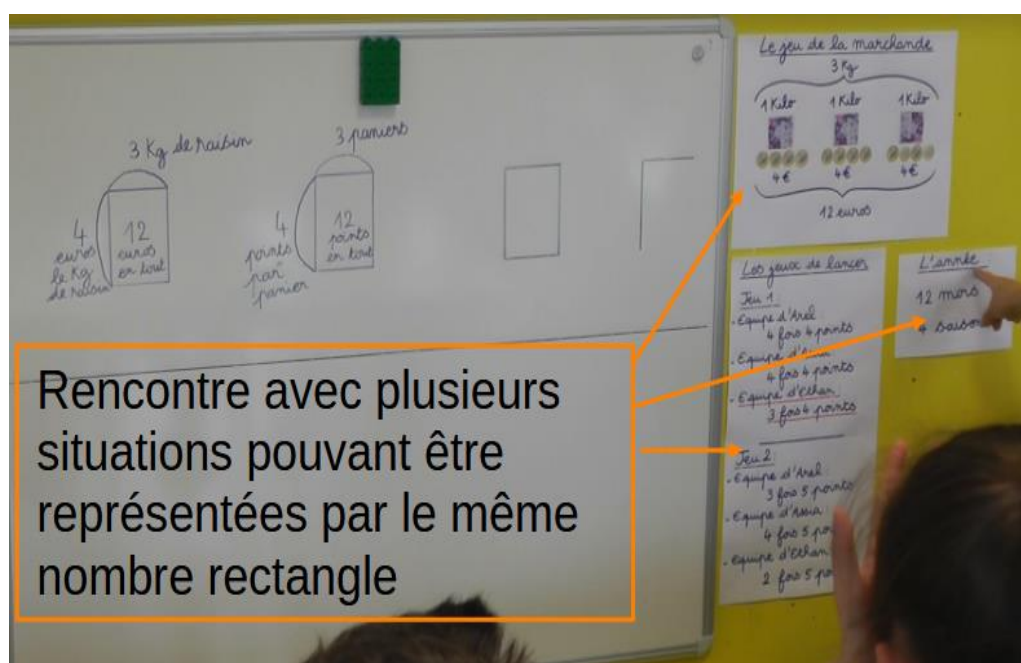


Illustration 14 : Différentes annotations d'un même nombre rectangle

Avant de se lancer dans la création des problèmes, chaque nombre rectangle est annoté selon la situation (cf. illustration 14 ci-dessus). La création de problème ne se fait plus à partir du texte de la situation non problématisée mais à partir du nombre rectangle qui la représente. À la fin de la séance, trois problèmes sont donc ainsi créés par les trois binômes sur ardoise (illustration 15). Les trois problèmes sont comparés, et ramenés à la représentation « nombre rectangle » qui permet de comprendre leur structure commune.

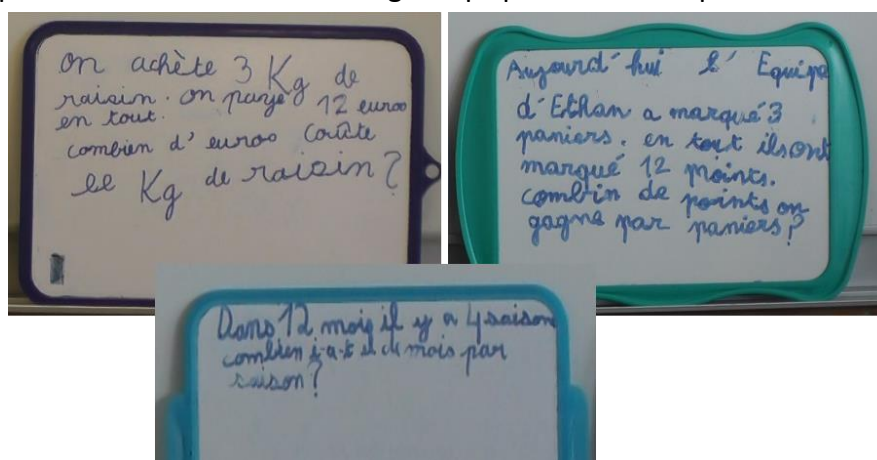


Illustration 15 : Les trois énoncés de problème créés lors de la séance d'anticipation

Les élèves du groupe d'anticipation savaient que leurs problèmes allaient être donnés à résoudre aux autres élèves de la classe. En classe entière, certains sont venus eux-mêmes au tableau les résoudre (illustration 16), puis comme eux, chaque élève de la classe a créé un ou plusieurs problèmes multiplicatifs dans leur journal du nombre à partir de l'incitation suivante : « Au choix, tu crées un problème du jeu de la marchande ou un problème du jeu des paniers, puis tu le résous ».



Illustration 16 : Deux élèves d'un binôme du groupe d'anticipation résolvent leur problème devant la classe

Ce que nous retenons de ce dernier exemple de séance d'anticipation, est qu'en se préparant à l'avance à un travail complexe et difficile comme la création de problème, les élèves moins avancés du groupe d'anticipation peuvent contribuer aux avancées épistémiques de la classe.

IV. SYNTHÈSE ET CONCLUSION

Nous allons ici récapituler ce que chacune des séances d'anticipation citées en exemple a pu produire comme effet sur l'enseignement-apprentissage de cette séquence.

Dans le premier exemple, les élèves du groupe d'anticipation devancent la découverte du nombre rectangle. Le nouveau savoir apporté par la professeure déstabilise les élèves. La séance d'anticipation leur donne du temps supplémentaire dans le temps d'enquête, à la fois personnelle et collective. Elle permet aussi à la professeure d'observer le comportement des élèves face à cette nouvelle situation et donc de pouvoir ajuster la séance suivante en classe entière. Le rythme d'apprentissage des élèves est respecté, l'élève moins avancé peut prendre le temps d'observer, se donner le temps de comprendre. L'élève avancé, lui, peut se lancer immédiatement dans le travail de parler du nombre rectangle en imitant la manière de faire de la professeure et en utilisant le langage spécifique associé. Puis élèves avancés et élèves moins avancés parlent ensemble la situation en référence au nombre rectangle.

Dans le deuxième exemple, la professeure décèle lors de la séance d'anticipation un obstacle important qui fait barrage à la compréhension pour les élèves moins avancés. Le schéma-ligne réalisé à ce moment-là, se voulait complet, représentant la structure multiplicative de la situation ainsi que la commutativité de la multiplication. Mais sa complexité détourne l'attention de l'essentiel. Forte de cette expérience, la professeure a modifié le schéma-ligne, ensuite présenté lors de la séance en classe entière en conservant uniquement l'objectif de faire voir aux élèves la structure multiplicative de la situation. Elle a aussi pris en compte la nouveauté de la situation (comme dans l'exemple 1) en appuyant la construction du nombre rectangle sur le schéma-ligne, représentation connue des élèves.

Dans le troisième exemple, les élèves du groupe d'anticipation sont invités à prendre une place particulière à ce moment de l'enquête. Ils commencent, lors de cette séance d'anticipation avec l'aide de la professeure, par faire le point sur ce qu'ils ont appris. Puis en binôme hétérogène, ils créent un énoncé de problème qu'ils vont proposer à résoudre aux autres élèves de la classe. Les élèves moins avancés du groupe d'anticipation peuvent alors occuper une place d'élève dans la classe.

Pour conclure nous pouvons dire que les élèves du groupe d'anticipation sont des « élèves éclaireurs », éclaireurs pour la classe et éclaireurs pour le professeur. Ils sont aussi des élèves diffuseurs, diffuseurs de savoirs, de gestes, de manières de faire.

Rappelons que le dispositif d'anticipation, c'est un groupe hétérogène d'élèves qui travaille avec le professeur, des séances régulières de vingt minutes environ dans un espace dédié, tout cela pour un travail en continuité. Le petit groupe permet aux élèves d'interagir au mieux entre eux et avec l'enseignant, d'apprendre à discuter, à écouter pour échanger et débattre.

Le dispositif d'anticipation tente de respecter le rythme d'apprentissage de chacun, tout en permettant à chaque élève de travailler le même problème. Ainsi, il a pour fonction de contribuer à la transformation du temps didactique classique en temps d'enquête, pour tenter de construire une solidarité épistémique entre les élèves (Sensevy, 2019 ; Sensevy et al., 2023). Avec ce dispositif, l'objectif premier n'est pas de prendre de l'avance sur le savoir visé, ce n'est pas non plus de faire en double ce qui est fait avec tous les élèves de la classe, mais c'est de donner une chance à tous de comprendre.

Nous envisageons de poursuivre l'étude de ce dispositif, notamment pendant la mise œuvre du projet ANR DEEC, en suivant plus particulièrement les élèves moins avancés du groupe d'anticipation.

V. BIBLIOGRAPHIE

- Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation et Didactique*, 3(16), 31-50
- Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing : Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102.
- Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing : Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 287-301.
- Chanquoy, L., Tricot, A., & Sweller, J. (2007). *La charge cognitive : Théorie et applications*. Paris : Armand Colin.
- Dewey, J. (1938). Expérience et Éducation. In *Démocratie et éducation : Suivi de Expérience et Éducation*. Paris : Armand Colin.
- Didactique pour enseigner (collectif). (2019). *Didactique pour enseigner*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Didactique pour enseigner (collectif). (2020). *Enseigner, ça s'apprend*. Paris : Retz.
- Didactique pour enseigner (collectif). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Duval, R. (2007). *La conversion des représentations : Un des deux processus fondamentaux de la pensée*. In J. Baille (Éd.), *Conversion : Du mot au concept* (p. 9-45). Presses universitaires de Grenoble.
- Joffredo-Lebrun, S. (2016). *Continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation en mathématiques au cours préparatoire. Une étude de cas au sein d'une ingénierie coopérative*. Thèse de Sciences de l'éducation. Brest : Université de Bretagne Occidentale.
- Kar, T., Özdemir, E., İpek, A. S., & Albayrak, M. (2010). The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1577-1583.
- Piaget, J. (1981). *Le Développement de la notion de temps chez l'enfant* (3. éd). Presses univ. de France.
- Santini, J. (2021). *Comprendre des concepts. L'articulation jeu didactique et jeu épistémique dans une théorie de l'action conjointe en didactique*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Sensevy, G. (2011). *Le Sens du Savoir. Éléments pour une Théorie de l'Action Conjointe en Didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- Sensevy, G. (2019). *Forme scolaire et temps didactique*. Le Télémaque, N° 55(1), 93. <https://doi.org/10.3917/tele.055.0093>
- Sensevy, G. (2022). Projet de recherche ANR DEEC (ressource en ligne). Consultée le 19/02/2023, url : <https://reseaulea.hypotheses.org/21019>
- Sensevy, G., & Bloor, T. (2020). Cooperative Didactic Engineering. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 141-145). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100037
- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM*, 45(7), 1031-1043.
- Sensevy, G., Poilpot, S., & Collectif Didactique Pour Enseigner. (2023, juin 8). Des dispositifs de solidarité épistémique pour reconstruire la forme scolaire. Quelques hypothèses de travail. Séminaire RESEIDA, Université Paris 8.
- Sensevy, G., Toullec-Théry, M., & Nédelec-Trohel, I. (2006). A propos de l'enseignement des mathématiques en adaptation et intégration scolaire : Une étude de cas comparative en regroupement d'adaptation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 26(2), 151-206.
- Sweller, J. (2006). The worked example effect and human cognition. *Learning and Instruction*, 16(2), 165-169.
- Tartas, V. (2010). *Le développement de notions temporelles par l'enfant*. Développements, 4(1), 17-26. Cairn.info. <https://doi.org/10.3917/devel.004.0017>
- Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 111(3), 375-397.

ANNEXE 1. UN EXEMPLE DE RECUEIL DE MESURES**Questionner le monde :**

Tableau illustré des durées des temps de la journée d'école

Temps de la journée d'école	Heures de début et de fin (horaires)	Durées en heures et minutes
Arrivée en classe et Accueil	8h20min – 8h30min 8h30 – 8h45min	10 min 15 min
Lecture-écriture ou Mathématiques	8h45min – 10h	1h 15 min 75 min
Récréation	10h – 10h15min	15 min
Mathématiques ou Lecture-écriture	10h15min – 11h45min	1h 30 90 min
Temps du midi et Repas	11h45min – 13h45min	2 h 00 120 min
Temps calme (lecture) ou EPS	13h45min – 14h	15 min 1h 60 min
Questionner le monde ou EPS	14h – 15h	15 min 75 min 1h 15
Récréation	15h – 15h15min	15 min
Lecture-écriture ou Mathématiques	15h15min – 16h30min	1h 15 75 min

ANNEXE 2. UN EXEMPLE DE PRODUCTION D'ÉLÈVE DANS UN JOURNAL DU NOMBRE