

DES DISPOSITIFS DE SOLIDARITÉ ÉPISTÉMIQUES PAR L'ACTION CONJOINTE PROFESSEUR-ÉLÈVES ET ÉLÈVES-ÉLÈVES DANS UNE CLASSE DE CE2-CM1

Sophie POILPOT

Professeure des écoles, LES CÔTEAUX, PLÉDRAN

LINE

Sophie.poilpot@ac-rennes.fr

Gérard SENSEVY

Professeur des universités émérite, UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

CREAD

GGerard.sensevy@inspe-bretagne.fr

Serge QUILIO

Maitre de conférences HDR, UNIVERSITÉ COTE D'AZUR

LINE

Serge.quilio@univ-cotedazur.fr

Sophie JOFFREDO-LE BRUN

Maitre de conférences, UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST

CREAD

sjoffred@uco.fr

Résumé

Cette communication se propose de décrire et analyser, la mise en œuvre de séances en création et résolution de problèmes mathématiques en CE2-CM1 (Vicente et al., 2022). Il s'agit de donner à voir et à comprendre comment l'action conjointe professeur-élèves permet de créer une solidarité épistémique – ce qui se passe quand chaque élève de la classe travaille le même problème – en desserrant les contraintes du temps didactique classique (Sensevy, 2019 ; Quilio, 2022). Il s'agit de montrer comment les dispositifs mis en place permettent de l'inévitable hétérogénéité didactique (Sensevy et al., 2008) entre élèves. Ces dispositifs, notamment l'anticipation (Sensevy et al., 2006) (où les élèves moins avancés travaillent avant les autres élèves de la classe certaines situations précises) et le Journal du Nombre (où chaque élève produit de son propre mouvement des écrits mathématiques à partir d'une incitation donnée par le professeur) permettent à chacun-e de prendre réellement sa place dans la classe de mathématiques. Ces séances sont ancrées sur le projet ANR-DEEC en lien avec la recherche ACE ArithmÉcole développée au sein du LÉA-IFÉ (Lieu d'Éducation Associé à l'Institut Français de l'Éducation) réseau écoles Armorique Méditerranée.

I - CONTEXTE DE L'ETUDE

La présentation du contexte de l'étude se déroule en quatre points. Dans un premier point, nous présentons le contexte de la recherche. Dans un deuxième point, nous définissons le temps didactique en lien avec les élèves dits, dans la forme classique, « en difficulté » que nous choisissons de nommer élèves moins avancés. Dans un troisième temps, nous faisons une première description des dispositifs mis en œuvre durant les séances décrites et analysées dans l'étude. Dans un quatrième temps, nous présentons la représentation nombre rectangle utilisée dans notre étude.

1 Contexte de la recherche

Cette communication s'appuie sur les travaux menés au sein du Lieu d'Éducation Associé à l'Institut Français de l'Éducation (LÉA-IFÉ) réseau Écoles Armorique Méditerranée¹. Au sein de ce LéA-IFÉ, nous nous efforçons de contribuer à une meilleure compréhension des pratiques d'enseignement-apprentissage et à la détermination de leur efficacité, en particulier pour les élèves dits « en difficulté ». Nous travaillons au sein d'une ingénierie coopérative (Sensevy et al., 2013, Joffredo-Le Brun et al., 2018, Sensevy & Bloor, 2020). Dans le cadre de la recherche ANR-DEEC² (Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage) le « projet commun » consiste à élaborer et analyser une séquence de dix-huit séances pour des classes de CE1 et CE2 en création et résolution de problèmes mathématiques. Ce projet, en lien avec la recherche ACE (Arithmétique et Compréhension à l'école élémentaire) fait coopérer une trentaine d'enseignants chercheurs, de professeurs des écoles et d'autres membres de la communauté académique.

2 Le temps didactique

Porter notre attention sur les élèves que notre institution nomme « en difficulté » questionne le temps didactique, le temps de la transmission du savoir. Que de passe-t-il entre le professeur, les élèves et le savoir qui fait dire, à un instant t , cet élève est « en difficulté » ? Que signifie être « en difficulté » ? Sensevy (2019) et Chevallard (1991) parlent du temps didactique classique qui peut être vu comme un temps d'objet. Ce temps d'objet « oblige à une certaine superficialité, puisque, dès qu'on pourrait approfondir, on doit passer à autre chose, on doit se confronter à l'élément textuel suivant sur l'axe du temps, au nouvel objet de savoir, au nouvel objet du programme. » (Sensevy, 2019, p. 95). Dans ce temps didactique classique, être « en difficulté » c'est « ne pas comprendre à temps ». Une solution structurelle au fait d'être « en difficulté » consiste à minorer le temps didactique classique et à instituer un temps d'enquête, fondé sur la durée propre du travail de l'élève, du collectif de la classe et de l'action conjointe du professeur et des élèves (CDpE, 2019). Avec la mise en œuvre, au sein de la recherche ANR-DEEC, du Journal du Nombre, de l'exemple travaillé et du dispositif d'anticipation, nous construisons trois dispositifs qui tentent, dans leur système, de concrétiser l'hypothèse selon laquelle, minorer les effets du temps didactique classique peut se faire au profit d'un temps d'enquête favorable à tous les élèves. Nous décrivons ces trois dispositifs puis nous centrons notre communication sur un exemple au sein d'une classe de CE2-CM1, durant l'année scolaire 2022-2023, lors de mise en œuvre de la séquence prototypique du projet ANR-DEEC.

3 Des dispositifs de solidarité épistémique de la recherche ANR-DEEC

3.1 Le Journal du Nombre

La recherche ACE, puis la recherche ANR-DEEC, ont mis en œuvre un dispositif particulier, le Journal du Nombre. Sa fonction : avoir un rôle structurant dans la construction, pour l'élève et le professeur, d'un « rapport d'enquête » aux mathématiques. Le petit texte suivant introduit le Journal du Nombre peut constituer sa raison d'être : « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir. ».

Le Journal du Nombre repose sur une incitation, énoncé proposé par le professeur et collectivement approprié. Cet énoncé entraîne une forme d'imitation répliquative, qui doit amener peu à peu, dans

¹ <https://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee>

² <http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/>

l'enquête, à la fois personnelle et collective, à de premières imitations créatrices. Ci-dessous, des exemples de productions d'élèves.

Jeudi 6 octobre 2002
J'additionne facilement le nombre 9

$$18+9=18+10-1=28-1=27$$

$$1650+69=1650+70-1=1720-1=1719$$

$$456129+9=456129+10-1=456139-1=456138$$

Figure 1. Productions d'un élève montrant la stratégie de calcul $+10-1$ pour additionner 9.

$$14+9=14+10-1=24-1=23$$

$$11+9=11+10-1=21-1=20$$

$$19+9=19+10-1=29-1=28$$

$$24+9=24+10-1=34-1=33$$

$$36+9=36+10-1=46-1=45$$

$$59+9=59+10-1=69-1=68$$

Figure 2. Une autre production d'un élève montrant la stratégie de calcul $+10-1$ pour additionner 9.

Les deux productions ci-dessus nous montrent que chaque élève travaille le même problème, la stratégie de calcul $+10-1$ pour additionner « facilement » le nombre 9. Cette stratégie a été discutée en classe avant d'être proposée par le professeur sur le Journal du Nombre avec le texte suivant comme incitation « J'additionne facilement 9, 19, 29... ». La deuxième écriture mathématique de la figure 2, encadrée en rouge $11+9=11+10-1=21-1=20$ a été reprise par le professeur et discutée avec l'ensemble de la classe. Le travail de cette écriture mathématique permettra à la classe d'approfondir les stratégies de calcul pour additionner 9. Une nouvelle incitation a découlé de ce travail dont voici le texte : « J'ajoute 9 à un nombre qui a 1 comme chiffre des unités. J'utilise le complément à dix $9+1=10$: je vais à la dizaine supérieure. » La figure 3, ci-dessous, montre un exemple de productions d'élève avec cette nouvelle incitation.

Jeudi 19 novembre 2002
J'ajoute 9 à un nombre qui a 1 comme chiffre des unités.
J'utilise le complément à dix $9+1=10$: je vais à la dizaine supérieure.

$$9871+9=9870$$

$$571+9=580$$

$$771+9=780$$

$$971+9=980$$

$$871+9=880$$

$$671+9=680$$

$$171+9=180$$

$$271+9=280$$

$$371+9=380$$

$$471+9=480$$

$$571+9=580$$

$$671+9=680$$

$$771+9=780$$

$$871+9=880$$

$$971+9=980$$

$$1071+9=1080$$

$$2071+9=2080$$

$$3071+9=3080$$

$$4071+9=4080$$

$$5071+9=5080$$

$$6071+9=6080$$

$$7071+9=7080$$

$$8071+9=8080$$

$$9071+9=9080$$

Figure 3. Production d'un élève avec une nouvelle stratégie pour additionner 9 lorsque le chiffre des unités est 1.

La production d'un élève, avec une stratégie de calcul discutable (encadré rouge de la figure 2) a permis à chaque élève de la classe de poursuivre son enquête sur les stratégies de calcul pour additionner le nombre 9.

Nous montrons, avec la production de la figure 4 ci-dessous, un autre exemple d'incitation, en lien, cette fois-ci, avec la création et la résolution de problèmes mathématiques. À la suite de l'étude collective de situations où nous pouvons montrer des parties et un tout, le professeur propose l'incitation dont le texte est la suivant : « J'écris une situation PARTIES – TOUT. Je problématise. : j'écris 3 problèmes. Pour chaque problème, je précise ce que je cherche : une PARTIE ou le TOUT ».

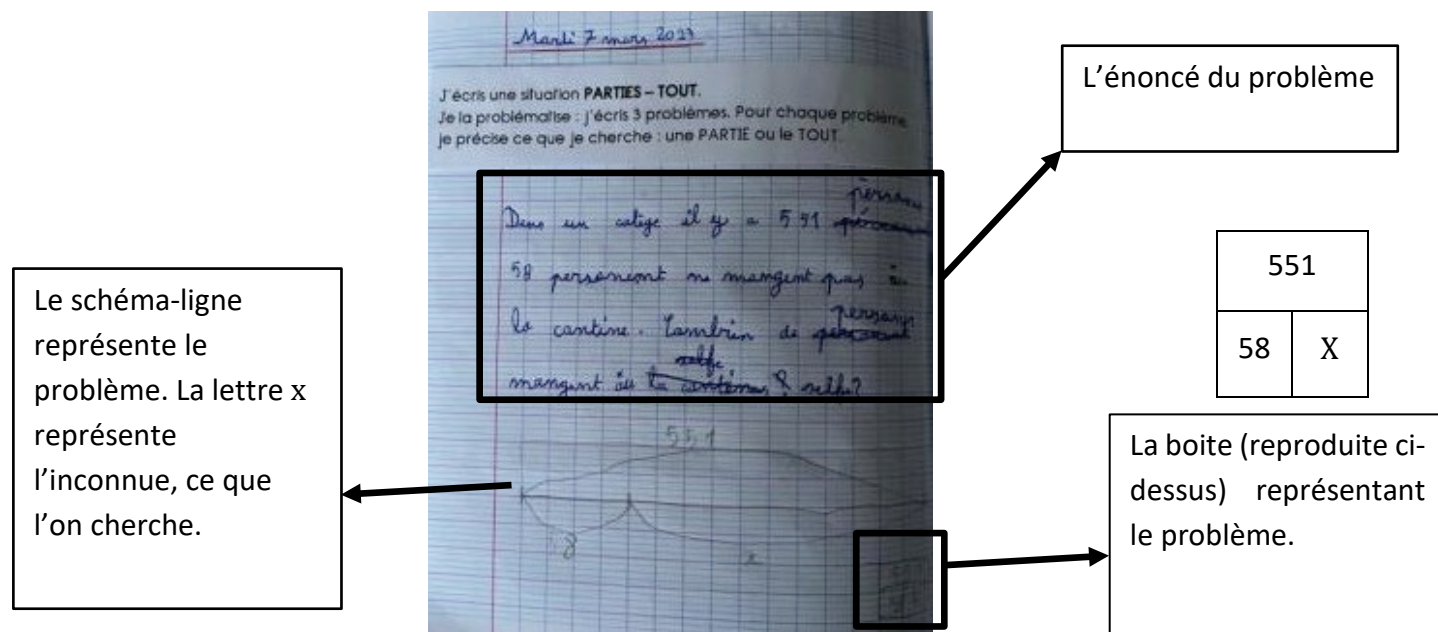


Figure 4. Un exemple de production dans le Journal du Nombre.

3.2 L'exemple travaillé

Le professeur et les élèves étudient un exemple résolu (Sweller, 1998 ; Chanquoy & al., 2007). Dans un premier temps, le professeur et les élèves sont dans un jeu de monstration spécifique (CDpE, 2019). En effet, tout en faisant, en montrant la manière de travailler le problème, le professeur parle de ce qu'il écrit, de ce qu'il fait. Dans l'exemple qui va suivre, la professeure montre comment le nombre rectangle peut représenter une situation d'échange billes-calot. Elle demande, ensuite, aux élèves de l'imiter, de copier le nombre rectangle et ses annotations ainsi que les écritures mathématiques en lien avec la situation d'échange billes-calot. Ce jeu d'imitation (CDpE, 2019) est détaillé dans la suite de cette étude.

3.3 L'anticipation

Le dispositif d'anticipation doit permettre de donner du temps aux élèves moins avancés dans le savoir, c'est-à-dire dans une pratique particulière du savoir, pour intégrer ce que le rythme trop rapide du temps didactique classique, le temps d'objet, les a empêchés d'intégrer. Durant ces séances, le professeur peut travailler certaines connaissances que les élèves n'ont pas bien acquises et aborder le nouveau savoir qui sera en jeu durant la séance classe entière. Un groupe d'anticipation ne concerne pas que les élèves moins avancés, il comporte des élèves moyennement avancés et des plus avancés, dans la perspective où il s'agit bien, dans le travail d'anticipation, de diffuser des manières de faire plus avancées vers les élèves qui ne les ont pas encore intégrées. Un groupe d'anticipation peut ainsi se concevoir comme un groupe d'éclaireurs lors du travail en classe entière. Confrontés préalablement à la séance en classe entière aux

complexités du savoir en jeu, les éclaireurs, les élèves du groupe d'anticipation, peuvent ainsi apporter des contributions au travail collectif de la classe.

4 La représentation nombre rectangle

Dans la recherche ACE, le choix a été fait de représenter les multiplications et plus généralement les structures multiplicatives, dans la conception « rectangle ». Cette concrétisation rectangulaire permet de donner à voir les propriétés de la multiplication : la commutativité, l'associativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Ci-dessous (figure 5), une production d'élève, incitée par le texte suivant « Je représente un nombre-rectangle puis j'écris les multiplications qui lui correspondent. »

Dans la production ci-dessous (figure 5), les élèves s'entraînent à produire des nombres-rectangles et les écritures multiplicatives correspondantes. Le nombre-rectangle est travaillé pour lui-même. Il sert, plus tard dans l'année, à introduire différentes techniques de calcul d'une multiplication.

Il est aussi, dans la recherche ANR-DEEC, travaillé pour modéliser des situations dans le champ multiplicatif. On voit par exemple sur la photographie suivante (figure 6), extraite d'un Journal du Nombre, une production d'élève où le nombre-rectangle modélise un problème d'élèves qui composent des équipes. L'inconnue désignée par la lettre « x », ici le nombre d'élèves dans une équipe, correspond à la largeur du rectangle. La longueur du rectangle correspond au nombre d'équipe, six. L'aire du rectangle correspond aux dix-huit élèves de la classe. On peut aussi voir sur cette production la représentation du « rectangle unité », c'est à dire, le nombre d'élève dans une équipe, ici, ce que l'on cherche.

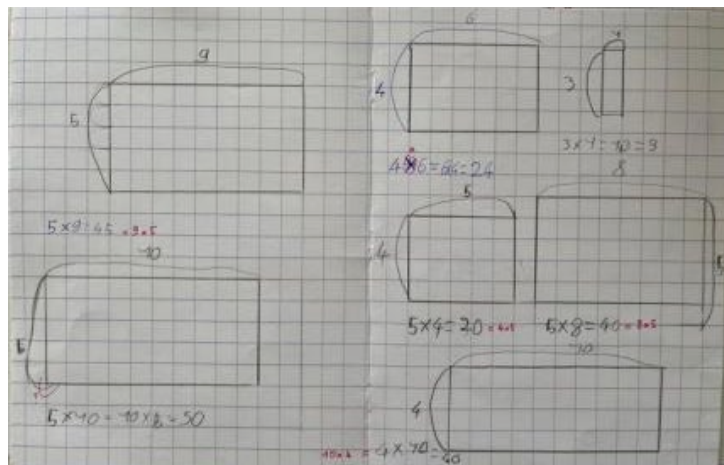


Figure 5. Production d'un Journal du Nombre : des nombres rectangles et les multiplications correspondantes.

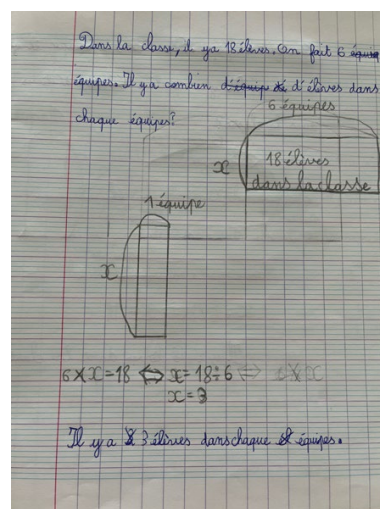


Figure 6. Production d'un élève où le nombre rectangle modélise 18 élèves qui font des équipes de 6.

Le contexte de la recherche précisé, les dispositifs de solidarité épistémique présentés et l'utilisation de la représentation nombre-rectangle expliquée, nous abordons, dans la partie suivante, les éléments théoriques et méthodologiques de cette étude.

II - ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

1 Éléments théoriques pour l'analyse

Les éléments développés pour l'analyse, sont issus de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD). Dans la classe, l'élève est là pour apprendre un savoir et le professeur pour faire apprendre un savoir. Leurs échanges (paroles, écrits, gestes, regards) ont un but commun : l'apprentissage par l'élève d'un savoir. Leur action est (donc) conjointe. Nous parlons d'action conjointe en didactique. Au sein du collectif classe, apprendre un nouveau savoir peut être considéré comme un problème à résoudre. Lorsque les élèves, chaque élève de la classe, et le professeur, partagent le savoir en jeu pour trouver la solution, nous pouvons parler de solidarité épistémique, une solidarité dans le savoir. Deux dispositifs de la recherche ANR-DEEC (parmi d'autres qui ne sont pas développés dans cette étude) le Journal du Nombre et l'anticipation, visent à favoriser cette solidarité épistémique. Nous tenterons d'en dégager quelques éléments.

Dans cette étude, un moment particulier est travaillé, celui où la professeure demande aux élèves de reproduire sur leur ardoise, une représentation mathématique, un nombre-rectangle qui modélise une situation d'échange, et les écritures mathématiques qui lui correspondent. À quoi jouent, lors de cette reproduction du tableau, les élèves et le professeur ? Autrement dit, qu'apprennent les élèves en reproduisant une représentation mathématique du tableau sur leur ardoise ? Quelles sont les attentes, les gestes du professeur qui fait reproduire une représentation mathématique aux élèves ? Nous mobilisons pour l'analyse la notion-modèle de *jeu d'imitation* (CDpE, 2019 ; Messina, 2019). L'imitation est pensée comme génératrice de connaissances. Le processus d'imitation comme un *jeu d'imitation fondé sur un ajustement systématique des deux instances, professeur et élèves, ajustement nécessaire pour faire avancer l'apprentissage* (CDpE, 2020 p.143). Nous insistons sur cette phrase car elle nous semble au cœur de l'acte d'enseigner, de faire apprendre. La TACD précise que pour dépasser l'*imitation répliquative* et atteindre l'*imitation créatrice*, celui ou celle qui imite doit comprendre le sens de ce qu'il imite.

2 Éléments méthodologiques

Pour étudier en quoi le dispositif d'anticipation et le Journal du Nombre, dispositif d'enquête de la recherche DEEC-ACE, permettent à chaque élève de prendre réellement sa place dans une classe de mathématiques, nous avons recueilli les productions des élèves et les films de la pratique de classe durant les séances. Le contexte de l'étude, les éléments théoriques et les éléments méthodologiques précisés, dans la partie suivante, nous détaillons une situation mathématique travaillée dans le cadre de la séquence prototypique de la recherche DEEC, la situation d'échange de billes contre des calots.

III - LE TRAVAIL DE LA SITUATION D'ÉCHANGE « DES BILLES POUR UN CALOT » DANS LA CLASSE

Dans le cadre du projet ANR-DEEC, nous avons testé des séances de création et résolution de problèmes mathématiques. Nous détaillons, ici, la situation d'échange et plus précisément un échange de billes contre des calots. Nous avons travaillé avec une structure récurrente en cours d'élaboration, d'amélioration au sein de l'équipe du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée, « anticipation – exemple travaillé – Journal du Nombre ». Nous décrivons et analysons les séances d'anticipation et les productions du Journal du Nombre des élèves moins avancés. Nous dégagons ensuite quelques éléments de synthèse.

Durant cette situation, la structure récurrente se déroule deux fois. Une première fois lors de l'étude de la situation non problématisée (situation présentée aux élèves avec toutes les données) puis une seconde fois lors de l'étude de la situation problématisée (le professeur montre qu'en cachant un nombre, on obtient une inconnue, la situation devient un problème à résoudre).

1 La description et l'analyse de la situation non problématisée

1.1 La séance d'anticipation de la situation non problématisée

La professeure choisit six élèves qui composent le groupe d'anticipation. Elle s'installe avec eux comme le montre le photogramme ci-dessous (figure 7) dans la classe. Ils sont disposés sous la forme d'un U. Elle est devant eux avec un paperboard. Les autres élèves ont un travail de lecture-compréhension de texte à réaliser.



Figure 7. Les élèves du groupe d'anticipation disposés en forme de U et la professeure.

La professeure commence ainsi « Aujourd'hui, on va voir, ensemble, une nouvelle situation mathématique qui peut se représenter par un nombre rectangle. » La représentation nombre-rectangle est connue des élèves. Elle a été travaillée lors de situations de mise en groupes et d'achats. La professeure lit, à plusieurs reprises, le texte suivant, la situation non problématisée de l'échange des billes contre des calots : « Zoé a 15 billes. Elle échange 3 billes contre un calot. Elle reçoit 5 calots. » Ensuite, la professeure représente cette situation d'échange billes-calots avec des cubes. Elle montre quinze cubes qui représentent quinze billes. Puis elle construit progressivement le nombre rectangle en commentant ce qu'elle fait. Elle emboîte trois cubes et dit « Pour recevoir un calot, il faut qu'elle (Zoé) prenne trois billes. » On voit par exemple, sur le photogramme ci-dessous, la professeure montrer les trois cubes représentant trois billes.



Figure 8. La professeure montre aux élèves trois cubes qu'elle a emboîtés, qui représentent trois billes.

La professeure construit le nombre rectangle de la situation avec des cubes puis le représente sur le paperboard. Elle commente toujours ce qu'elle fait. Elle traduit ensuite cette représentation nombre rectangle en écritures mathématiques. Ci-dessous, le paperboard au moment où la professeure demande aux élèves de reproduire le nombre rectangle et ses annotations ainsi que les écritures mathématiques. Les élèves du groupe d'anticipation vivent la situation non problématisée, avant les autres élèves de la classe. Ce temps d'étude, en amont, doit permettre aux élèves moins avancés, en particulier, d'être présents lors de la séance collective avec l'ensemble de la classe.

1.2 L'exemple travaillé en classe entière

Avec la classe entière, la professeure procède de la même manière qu'avec le groupe d'anticipation, sous la forme d'exemple travaillé. Elle lit plusieurs fois le texte de la situation : « Zoé a 15 billes. Elle échange 3 billes contre un calot. Elle reçoit 5 calots. » Elle montre aux élèves comment se modélise cette situation d'échange billes contre calots avec les cubes.



Figure 9. Paperboard montrant la modélisation de la situation avec le nombre rectangle et les écritures mathématiques.

Elle écrit ensuite le nombre-rectangle correspondant à ce nombre-rectangle de cubes puis elle écrit les écritures mathématiques. Puis, elle dit « Et si Zoé avait 12 billes ? » Elle demande aux élèves de représenter la situation sur leur ardoise. Une élève du groupe d'anticipation, joue le rôle d'éclaireur, elle vient présenter son travail comme le montre le photogramme ci-dessous (figure 10).



Figure 10 : Une élève du groupe d'anticipation vient présenter son travail.

Nous pouvons supposer que cette élève, que la professeure considère moins avancée, vient au tableau présenter son travail car elle fait partie du groupe d'anticipation. Cela demande, lors la participation aux séances en classe entière, des élèves moins avancés du groupe d'anticipation, à être documenté sur d'autres séances.

1.3 Le travail dans le Journal du Nombre

Les élèves et la professeure travaillent le texte de l'incitation du Journal du Nombre. L'incitation est formulée : « Je fais un nombre-rectangle. Je travaille sur le nombre-rectangle la situation d'échange des billes contre un calot. J'écris les écritures mathématiques. » Ensuite, la professeure écrit le texte qui décrit la situation d'échange des billes contre un calot. Cette incitation, est collée sur le Journal du Nombre. Ci-dessous (figure 11) trois productions d'élèves. Ces trois exemples, nous montrent ce que permet le Journal du Nombre. Les élèves ont choisi un nombre de billes différents, 175, 36 et 50. La règle d'échange est elle aussi différente, 25 billes pour un calot, 4 billes pour un calot et 10 billes pour un calot. Ils ont travaillé le même problème, chacun à leur mesure.

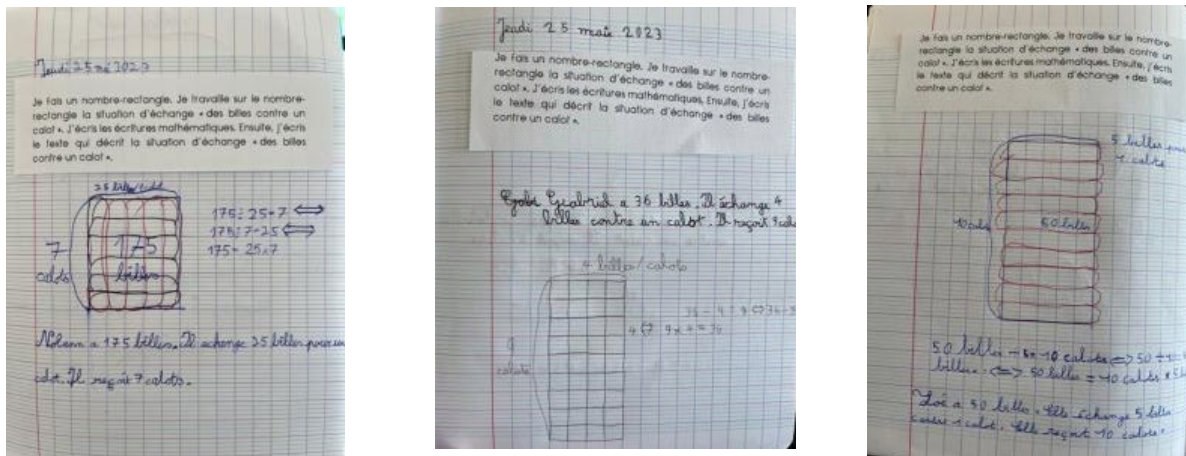


Figure 11. Production de trois élèves dans le Journal du Nombre.

1.4 L'analyse du moment de l'imitation

Intéressons-nous plus précisément au moment de l'imitation, ce temps durant lequel la professeure demande aux élèves de reproduire le nombre-rectangle, ses annotations et les écritures mathématiques. La professeure s'exprime ainsi (13'17'') :

Je vous demande maintenant, sur votre ardoise, vous refaites ce nombre rectangle, en utilisant les carreaux de votre ardoise, refaites le trois fois cinq avec les annotations, trois billes pour un calot, cinq calots, quinze billes et les écritures mathématiques.

Elle montre en même temps les écritures du paperboard. Un élève demande « On réécrit tout ça ? » en montrant le paperboard. La professeure répond « Voilà » (figure 12). La professeure regarde ses élèves qui commencent à reproduire le nombre rectangle et les écritures mathématiques. Après quelques minutes, elle dit « Les écritures mathématiques, je vais peut-être les récrire proprement. » Elle tourne la page du paperboard puis réécrit l'ensemble du travail. Les élèves travaillent sur leur ardoise³. Après avoir réécrit l'ensemble du travail sur une nouvelle feuille, la professeure va voir certains élèves (figure 12). Elle leur demande de commenter ce qu'ils ont reproduit sur leur ardoise.



Figure 12. Les élèves recopient sur leur ardoise le nombre rectangle et les écritures mathématiques.

L'étude du verbatim entre chaque élève et la professeure, bien que probablement intéressante, ne fait pas l'objet de cette communication. Nous présentons ci-dessous, les six ardoises des élèves du groupe d'anticipation (figure 13). La professeure a demandé à chaque élève de reproduire le nombre-rectangle

³ Dans *Enseigner, ça s'apprend* (CDpE, 2020), un chapitre intitulé, « À l'école on n'apprend pas en imitant », pense le problème de l'imitation et propose des exemples emblématiques. Le moment décrit ci-dessus où la professeure demande à ses élèves de reproduire le nombre rectangle, ses annotations et les écritures mathématiques, ce qu'un élève nomme « tout ça » et que la professeure décide de réécrire sur une nouvelle feuille, l'ensemble du travail, ne constitue-t-il pas un contre-exemple emblématique ?

qui modélise l'échange de 15 billes pour 3 calots, les annotations du nombre-rectangle et les écritures mathématiques.

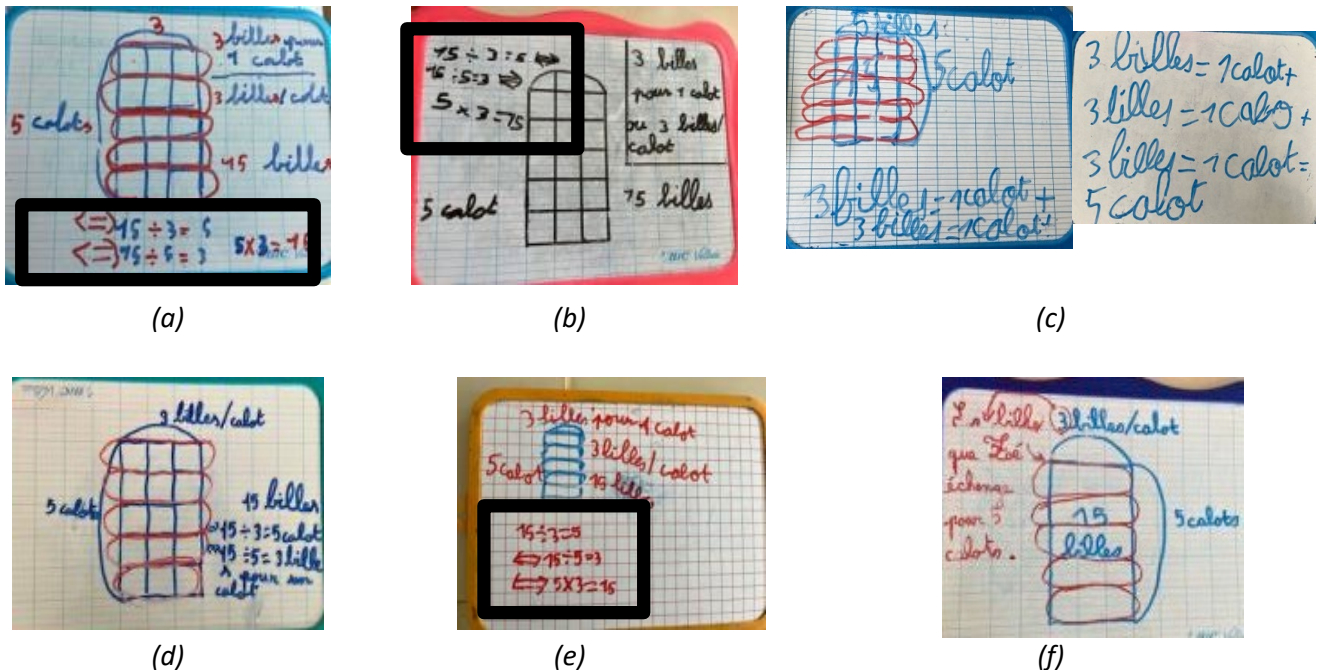


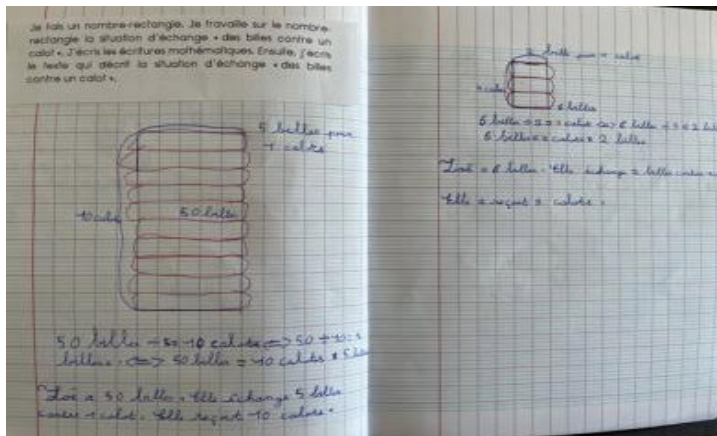
Figure 13. Productions de six élèves (a), (b), (c), (d), (e) et (f).

Les productions des élèves (a), (b) et (e) montrent l'appropriation du symbolisme de l'équivalence ($\Leftrightarrow$) entre les écritures symboliques (figure 13). Les productions des élèves (d) et (f) montrent que les élèves ont uniquement écrit la désignation 3 billes/calot avec l'usage de la barre oblique symbole. Les six élèves du groupe d'anticipation, dont les élèves moins avancés, ont correctement recopié le nombre-rectangle et ses annotations ainsi que les écritures symboliques. Nous donnons à voir ensuite les productions de ces mêmes élèves lorsqu'ils travaillent de manière individuelle sur leur Journal du Nombre.

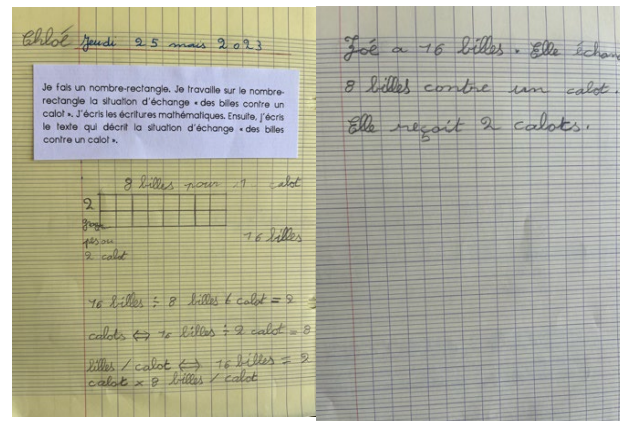
1.5 L'analyse des productions des élèves du groupe d'anticipation dans le Journal du Nombre

Sur le Journal du Nombre, les élèves travaillent individuellement à partir d'une incitation. Le texte de l'incitation fait suite, ici, à l'étude de la situation d'échange de billes contre des calots. Il est formulé ainsi « Je fais un nombre-rectangle. Je travaille sur le nombre-rectangle la situation « des billes contre un calot ». J'écris les écritures mathématiques. Ensuite j'écris le texte qui décrit la situation d'échange « des billes contre un calot ». La professeure demande aux élèves de commencer par représenter un nombre de leur choix puis de travailler dessus, c'est-à-dire de l'annoter, de le « faire parler » afin qu'il modélise une situation d'échange de billes contre des calots. Elle demande ensuite les écritures symboliques. Pour finir, elle demande d'écrire l'énoncé de la situation. Le cheminement du travail à réaliser, du schéma au texte, proposé par la professeure, peut faire l'objet d'une étude mais ce n'est pas, ici, notre préoccupation. Ci-dessous, nous présentons les productions des élèves du groupe d'anticipation (figure 14). Sur les six productions, la représentation nombre rectangle modélise une situation d'échange. Les six productions montrent un usage adéquat de signe d'équivalence ($\Leftrightarrow$) et des écritures symboliques. Pour chaque élève, le texte de la situation d'échange correspond aux représentations. La production de l'élève (f) (figure 14) est une production d'une élève moins avancée. L'ajout de l'écriture, produite par l'élève, en rouge, « un calot » avec la flèche montrant sept billes entourées en rouge témoigne de la

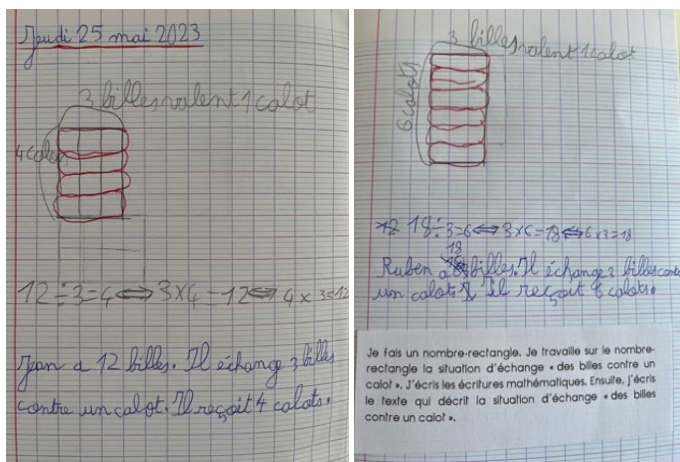
compréhension de la situation. Cette annotation supplémentaire, à l'initiative de cette élève, sera relevée par la professeure, et se diffusera dans la classe par la suite.



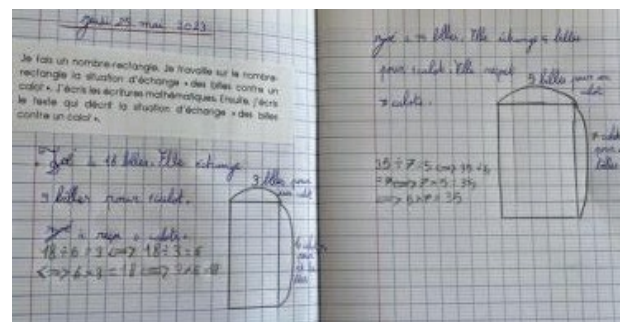
(a)



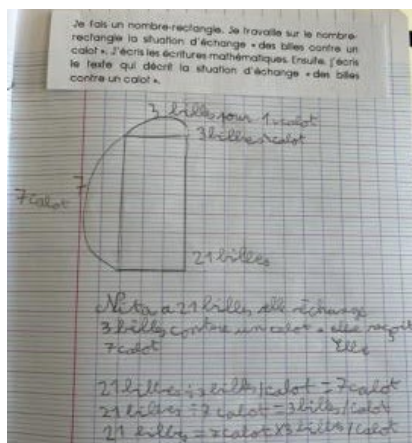
(b)



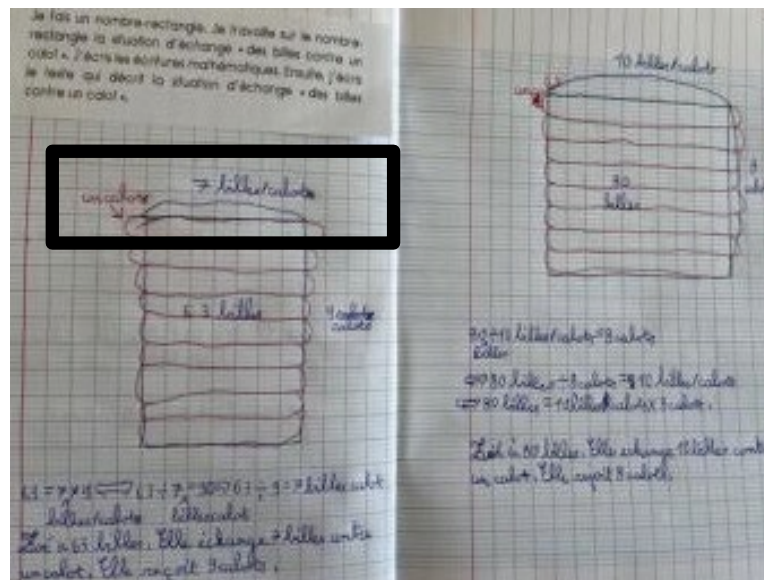
(c)



(d)



(e)



(f)

Figure 14. Productions Journal du Nombre des élèves du groupe d'anticipation (a), (b), (c), (d), (e) et (f).

L'élève (c), est un élève moins avancé. Mettre en regard ses deux productions (figure 15) témoigne d'un meilleur appui sur le nombre rectangle pour donner à voir la situation d'échange. La règle d'échange qui

figurait sur l'ardoise sous la forme $3 \text{ billes} = 1 \text{ calot} + 3 \text{ billes} = 1 \text{ calot} \dots$ est écrite, dans le Journal du nombre, sur le nombre rectangle « 3 billes valent 1 calot » (encadrés figure 15).

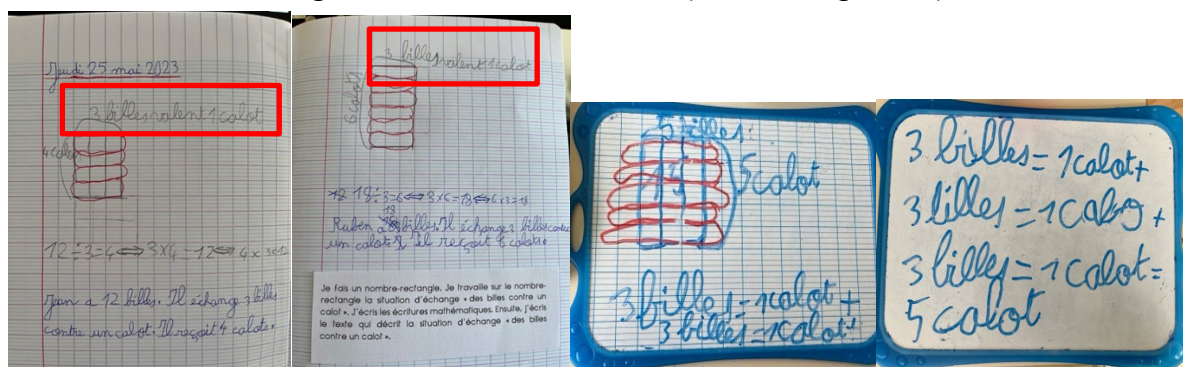


Figure 15. De l'ardoise au Journal du Nombre, les productions de l'élève 3.

L'étude de la situation d'échange en appui sur le travail de la représentation nombre rectangle, écriture des annotations, reproductions de représentations, travail de l'incitation, semble avoir permis à chaque élève de prendre sa place dans la classe de mathématiques, avoir permis à chaque élève de la classe de se rendre capable de modéliser une situation d'échange par un nombre rectangle.

IV - ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

Cette situation d'échange billes-calots, menée dans le cadre de la séquence prototypique du projet ANR-DEEC, est une phase exploratoire du projet. Elle permet cependant de dégager quelques éléments qui permettront, ont peut-être permis, d'interroger l'élaboration de la première version de la séquence du projet ANR-DEEC mise en œuvre durant l'année scolaire 2023-2024.

La mise en œuvre de la structure récurrente *exemple travaillé-imitation-enquête* mise en lien avec les productions des élèves moins avancés, nous permet cependant de dégager quelques éléments de synthèse.

1.1 Les élèves moins avancés

Les élèves moins avancés, grâce au groupe d'anticipation, se rendent capables de modéliser une situation d'échange par un nombre rectangle, de faire parler la représentation en l'annotant et de produire les écritures mathématiques qui le décrivent.

Le professeur, lors de la séance en classe entière, peut s'appuyer sur les élèves du groupe d'anticipation, en particulier ceux initialement moins avancés. Ceux-ci peuvent jouer leur rôle d'éclaireurs pour faire progresser l'ensemble de la classe.

Lors des séances sur le Journal du Nombre, les élèves moins avancés effectuent des productions qui témoignent de leur compréhension du travail, ils deviennent peu à peu « un parmi d'autres dans le collectif de la classe ».

1.2 La solidarité épistémique

Tous les élèves de la classe travaillent le même problème. Chaque élève devient capable de comprendre la manière dont un nombre rectangle peut modéliser une situation d'échange, si on l'annote convenablement et si on exprime correctement les écritures symboliques de la situation. De manière peut-être plus importante, chaque élève, qu'il soit plus avancé ou moins avancé, devient capable, sur ce problème précis, de mieux communiquer avec tous les autres élèves, de mieux comprendre les propositions des autres élèves. La solidarité épistémique est une nécessité pour la création d'une relation organique, grâce aux représentations travaillées ensemble (ici, donc, le nombre rectangle et les écritures symboliques) entre la création d'intelligence et l'égalité des intelligences (Sensevy, 2021 ; Quilio, 2022).

1.3 Penser le problème de l'imitation⁴

Il nous semble que les productions montrées dans cette étude nous permettent de dire que les élèves ont compris comment le nombre rectangle et ses annotations peuvent modéliser une situation d'échange. Ils semblent avoir dépassé *l'imitation répliquative* (où celle ou celui qui imite se limite à la forme à imiter) pour atteindre *l'imitation créatrice* (où celle ou celui qui imite a intégré les principes générateurs de la forme à imiter, et dispose donc de plus de latitude par rapport à la forme à imiter) (CDpE, 2019).

Les moments d'imitation n'ont pas été analysés, ici, à partir d'un verbatim. Ce travail d'analyse se fera dans le cadre de la recherche ANR-DEEC. Il nous semble cependant important de souligner, ici, ce qui se joue de crucial lors de l'imitation. En imitant la représentation nombre-rectangle, en l'annotant, en faisant parler les annotations, dans la classe se crée une *culture commune*. Les élèves et le professeur parlent la même langue, chacun élève et le professeur peut comprendre l'autre élève ou le professeur.

Le Collectif Didactique pour Enseigner souligne l'importance dans ce *jeu d'imitation*, de « la posture d'attention conjointe à l'expérience de l'autre » (CDpE, 2019, p.143). Seule l'étude fine des verbatims pourrait nous permettre de travailler, d'affiner *cette attention conjointe de l'expérience à l'autre*. Passionnant travail à envisager.

1.4 Des éléments pour la reconstruction de la forme scolaire

La reconstruction de la forme scolaire peut être envisagée de la manière suivante : le format question-réponse-tâche (Sensevy, 2019), au sein duquel l'élève répond à des questions qu'il ne s'est pas posées (Brousseau, 1998) cède la place au format exemple travaillé-imitation-enquête. Cette nouvelle forme scolaire intègre organiquement à la fois l'imitation de pratiques « correctes » et l'enquête qui permet de réinventer ces pratiques pour en élaborer peu à peu de nouvelles.

Derrière le « nous » utilisé dans cette communication, il y a la règle d'usage lorsqu'on écrit une communication. Il y a les quatre personnes dont les noms figurent dans cette communication : Gérard Sensevy (professeur émérite) Serge Quilio (maitre de conférence HDR), Sophie Joffredo-Le Brun (maitre de conférence) et Sophie Poilpot (professeure des écoles). Il y a les membres du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée. Terminer par des éléments pour la reconstruction de la forme scolaire m'oblige à dire « je », à témoigner en tant que professeure des écoles, membre du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée depuis 12 ans (LÉA-IFÉ ACE ArithmÉcole avant) (qui a mené, dans sa classe, cette situation d'échange et qui a tenté de la décrire). Cette expérience, travailler au sein d'une ingénierie coopérative, donner à voir et à comprendre sa pratique, la partager avec d'autres professeurs, avec des chercheurs, pour mieux comprendre ce qui se passe dans la classe, pour essayer de mieux enseigner et mieux faire apprendre, je la souhaite à tous les professeurs des écoles. La reconstruction de la forme scolaire passe aussi, par un renouvellement de la formation des professeurs, où de véritables relations entre la profession de professeur et la recherche en éducation existent, comme ce qui se passe au sein du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée.

⁴ Le titre fait écho à un paragraphe du livre *Enseigner, ça s'apprend*, CDpE, 2019 du chapitre À l'école, on n'apprend pas en imitant, le paragraphe *Comment penser le problème*

V - BIBLIOGRAPHIE

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Chanquoy, L., Tricot, A., Sweller, J. (2007). *La charge cognitive : Théorie et applications*. Armand Colin.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CDpE (Collectif Didactique pour Enseigner) (2019). *Didactique Pour Enseigner*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- CDpE (Collectif Didactique pour Enseigner) (2020). *Enseigner ça s'apprend. Mythes et Réalités*, Retz.
- Joffredo-Le Brun S., Morellato, M., Sensevy, G. et Quilio, S. (2018). Cooperative Engineering in a Joint Action Paradigm. *European Educational Research Journal*. Vol 18, issue 1, 187–208.
- Messina, V. (2019). Permettre la compréhension de l'action dans un jeu d'imitation. Le cas de l'action conjointe entre un artiste chorégraphique et des élèves-danseurs à l'école élémentaire, *Recherches En Éducation* (35), 177-192. <https://doi.org/10.4000/ree.1767>
- Quilio, S. (2022). *La coopération professeurs-chercheurs pour l'accroissement des puissances d'agir. Représenter la pratique pour la comprendre et pour l'améliorer*. HDR. Université de Bretagne Occidentale.
- Sensevy, G., Théry, M., & Nédélec-Trohel, I. (2006). A propos de l'enseignement des mathématiques en adaptation et intégration scolaire : Une étude de cas comparative en regroupement d'adaptation. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(2), 151-206.
- Sensevy, G., Maurice, J. J., Clanet, J., & Murillo, A. (2008). La différenciation didactique passive : Un essai de définition et d'illustration. *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation*, 20, 105 122.
- Sensevy, G. (2019). Forme scolaire et temps didactique. *Le Télémaque*, N° 55(1), 93. <https://doi.org/10.3917/tele.055.0093>
- Sensevy, G. (2021). Quelques idées pour le devenir épistémologique et politique de la TACD Institutions, textualisation, coopération, analogie paradigmatique, preuves. *Actes du 2e Congrès TACD*.
- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*.
- Sensevy, G., & Bloor, T. (2020). Cooperative Didactic Engineering. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 141-145). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100037
- Sweller, J. (1988). Cognition Load During Problem Solving : Effects and Learning, *Cognitive Science*, vol. 12, 1988.
- Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Éducational Studies in Mathematics*, 111(3), 375 397. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10169-x>