

ADAPTATIONS D'UNE RESSOURCE MATHÉMATIQUE CONÇUE POUR L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE PAR DEUX ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS EXERÇANT DANS DES DISPOSITIFS D'ÉDUCATION INCLUSIVE

Cynthia LAROCHE

PRPE, INSPE de l'académie de Bordeaux
Cynthia.Laroche@u-bordeaux.fr

Carine REYDY

MCF, INSPE de l'académie de Bordeaux
Laboratoire LaB-E3D
Carine.Reydy@u-bordeaux.fr

Patrick URRUTY

PRAG, INSPE de l'académie de Bordeaux
Patrick.Urruty@u-bordeaux.fr

Résumé

Lors du précédent colloque COPIRELEM, nous avons présenté une ressource mathématique conçue pour l'école élémentaire qui articule des tâches spécifiques concernant la mémorisation de faits numériques avec un travail visant leur mobilisation dans le cadre de la résolution de problèmes basiques. Cette année, nous questionnons l'accessibilité de cette ressource pour des élèves d'ITEP et d'ULIS-collège en étudiant les adaptations auxquelles deux enseignants spécialisés procèdent pour s'en emparer. En analysant les ajustements réalisés par ces deux enseignants, nous cherchons à améliorer la ressource initialement proposée pour la rendre plus accessible et ainsi favoriser la réussite de tous les élèves.

Dans le cadre d'une recherche-action conduite sur plusieurs années, nous avons conçu et expérimenté une ressource destinée à l'école élémentaire qui articule des tâches spécifiques concernant la mémorisation de faits numériques avec un travail visant leur mobilisation dans le cadre de la résolution de problèmes basiques au sens de Houdement (2017). Lors de l'année scolaire 2022-2023, nous avons proposé cette ressource à deux enseignants spécialisés exerçant en unité d'enseignement externalisée (UEE) d'ITEP¹ et en ULIS²-collège. Nous nous intéressons ici aux adaptations auxquelles ces deux enseignants procèdent pour l'utiliser avec leurs élèves.

I - CADRAGE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIQUE DE LA RECHERCHE

1 Méthodologie

Nous avons pour cette recherche adopté la méthodologie suivante.

Dans un premier temps, nous avons présenté aux deux enseignants spécialisés la ressource élaborée au cours de la recherche-action : des supports de jeux de calcul, des énoncés de problèmes, des exercices spécifiques, des traces de mises en œuvre (photos, vidéos) dans les classes du projet, ... À l'issue de cette séance de présentation et de questions-réponses, nous avons mis à la disposition des deux enseignants spécialisés le matériel conçu pendant la recherche-action et le diaporama support de la présentation.

¹ ITEP : institut thérapeutique, éducatif et pédagogique

² ULIS : unité localisée pour l'inclusion scolaire

Dans un deuxième temps, nous avons conduit un entretien avec chacun des deux enseignants spécialisés pour savoir *a priori* avec quels élèves ils souhaitaient utiliser la ressource (profil, compétences en mathématiques, etc.) et pour avoir de premiers éléments sur ce qu'ils pensaient pouvoir utiliser tel quel et les modifications qu'ils devraient effectuer pour que la ressource soit de leur point de vue adaptée à ces élèves.

Enfin, nous avons observé, photographié et filmé des extraits de trois séances d'utilisation de la ressource dans chacun des dispositifs. Chaque séance a été suivie d'un entretien entre la ou le chercheur et l'enseignant spécialisé.

2 Cadre théorique

Pour recomposer les pratiques des deux enseignants spécialisés dans leur complexité, nous utilisons le découpage en cinq composantes définies par Robert et Rogalski (2002) : la composante cognitive, la composante médiative, la composante institutionnelle, la composante sociale et la composante personnelle.

La composante cognitive est constituée des éléments de la pratique qui traduisent les choix de l'enseignant sur les contenus, les tâches, leur organisation. La composante médiative renseigne sur la mise en œuvre des tâches prescrites. Ce sont ces deux dernières dont nous interrogeons directement les contenus dans l'analyse des choix opérés par ces enseignants spécialisés pour utiliser la ressource avec leurs élèves.

Les trois autres composantes prennent en compte des données relatives au métier non directement observables en classe et nous aident à comprendre les raisons des choix opérés par les deux enseignants spécialisés : la composante institutionnelle considère les programmes, les horaires, l'administration, les différentes ressources, la composante sociale prend en compte les élèves comme appartenant à différents groupes sociaux, mais aussi les autres acteurs de l'établissement, et la composante personnelle représente tout ce qui est propre à l'enseignant, c'est-à-dire ses valeurs, sa vision de l'enseignement, son caractère, ses connaissances, les attitudes qui en découlent.

Ce découpage est artificiel car ces composantes sont en réalité indissociables et interdépendantes, mais il nous permet d'observer plus finement les pratiques des deux enseignants. Il nous semble en outre particulièrement pertinent pour analyser les pratiques d'enseignants spécialisés car il permet de prendre en considération les contraintes spécifiques qui pèsent sur l'exercice de leur métier et influencent leurs choix.

3 Postulat et objectif de la recherche

Dans le cadre de cette communication, nous faisons le postulat que les difficultés rencontrées par les élèves à besoins éducatifs particuliers de cette étude sont souvent révélatrices de difficultés également présentes mais plus difficiles à déceler en contexte ordinaire. Dans leurs travaux menés dans des classes de ZEP³, Peltier-Barbier et al. (2004) évoquaient dans le même ordre d'idée un effet « loupe vis-à-vis des pratiques ordinaires » :

En effet, dans le cas de l'enseignement dans des classes difficiles, la question relative à la nécessaire maîtrise des contenus mathématiques permettant à tout enseignant une certaine marge de sécurité, semblait se doubler de celle relative à la spécificité du public, à son comportement, à ses attentes, à son rapport au savoir. Il nous avait alors semblé que les ZEP jouaient un rôle « d'amplificateur » des problèmes que l'on peut trouver dans toutes les classes. (Peltier-Barbier et al., 2004, p. 49)

Dans notre étude, nous questionnons l'accessibilité de la ressource pour des élèves d'UEE-ITEP et d'ULIS-collège en étudiant les adaptations auxquelles les deux enseignants spécialisés procèdent pour l'utiliser. Notre objectif est ainsi d'améliorer la ressource initialement proposée pour la rendre plus accessible aux

³ ZEP : zone d'éducation prioritaire

élèves scolarisés dans des dispositifs d'éducation inclusive - mais aussi aux élèves de classe ordinaire - et ainsi favoriser la réussite de tous les élèves. En appui sur notre postulat de recherche, nous misons sur le fait que la réflexion conduite dans ce travail enrichira autant la pratique d'enseignants de classe ordinaire qui souhaiteront exploiter la ressource avec leurs élèves que celle d'enseignants spécialisés qui voudraient l'utiliser dans leur dispositif.

II - LA RESSOURCE

Dans ce paragraphe, nous décrivons dans les grandes lignes les éléments constitutifs de notre ressource⁴ qui reprennent et détaillent la présentation faite dans les actes du précédent colloque de la COPIRELEM (Reydy et al., 2022).

1 Point de départ

Deux constats sont à l'origine de notre questionnement. D'une part, connaître « vraiment » un fait numérique, c'est être capable de percevoir l'équivalence entre plusieurs écritures mathématiques. Par exemple, la connaissance du fait numérique « $3 \times 8 = 24$ » permet de retrouver les trois autres faits numériques suivants : « $8 \times 3 = 24$ », « $24 : 3 = 8$ » et « $24 : 8 = 3$ ». Mais la perception de ces équivalences ne va pas de soi et nécessite d'être enseignée. D'autre part, être capable de restituer un fait numérique n'implique pas toujours de savoir le mobiliser pour résoudre un problème. Par exemple, un élève qui répond immédiatement « 42 » à la question « *Combien font 6 fois 7 ?* » ne sait pas forcément résoudre le problème suivant : « *Combien de bandes de 6 mètres de long peut-on découper dans un rouleau de tissu de 42 mètres ?* ». Or une connaissance numérique n'est utile que si elle permet de répondre à des questions mathématiques.

Ces deux constats ont donné lieu à une réflexion qui a conduit à la production, en 2018-2019, du premier jet d'une ressource associant un travail dans le domaine du calcul et un travail en résolution de problèmes. Dans le domaine du calcul, des tâches d'entraînement sont menées tout au long de l'année en abordant les faits numériques dans un ordre déterminé. Parallèlement, les élèves sont confrontés très régulièrement à la résolution de problèmes basiques au sens de Houdement (2017) qui sont issus d'une liste fournie aux enseignants pour chaque année de l'école élémentaire. Sa progressivité est établie grâce aux classifications issues de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) et articulée à la progression évoquée précédemment dans le domaine du calcul, dans le sens où les problèmes mobilisent les faits numériques déjà travaillés.

2 Un projet de formation-recherche

Pour approfondir la réflexion engagée, nous avons répondu en 2019 à l'appel à projets INSPE⁵-CARDIE⁶ en déposant un projet intitulé « *Favoriser la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes* ». Il a été conduit de 2019 à 2022 et réunissait un groupe de chercheurs et un collectif d'enseignants d'une puis deux écoles de REP⁷. Il s'agissait d'expérimenter et d'améliorer la ressource produite, ce qui pouvait potentiellement apporter des réponses face à des difficultés que ces enseignants constataient chez leurs élèves, plus particulièrement en résolution de problèmes et concernant la mémorisation des faits numériques. Le projet a débuté avec six enseignants d'une école de REP. Onze autres enseignants de l'école ont rejoint le collectif la deuxième année. Enfin pour la troisième année, tous les enseignants de l'école participaient au projet ainsi que toutes les enseignantes d'une autre école de REP, ce qui représentait 27 classes et balayait tous les niveaux de l'école élémentaire, y compris

⁴ Notre ressource n'est actuellement pas disponible en ligne ou au format papier. Les modalités et les conditions de sa diffusion font l'objet d'un de nos principaux objectifs à court et moyen terme.

⁵ INSPE : institut national supérieur du professorat et de l'éducation.

⁶ CARDIE : conseil académique en recherche-développement, innovation et expérimentation.

⁷ REP : réseau d'éducation prioritaire.

des classes à double niveau. La ressource a été améliorée et complétée de manière collaborative pendant les trois années du projet.

3 Des représentations particulières

Les tâches menées dans le domaine du calcul sont rattachées à deux types de représentations⁸ particulières : pour les faits numériques additifs, nous appelons « trio de nombres » trois nombres liés par une relation additive (par exemple 3, 7 et 10). Ce trio est placé dans une boîte et accompagné de quatre faits numériques que nous appelons les « faits reliés » et qui illustrent la structure additive existant dans le trio (figure 1). Cette représentation en boîte, qui a par exemple été analysée par Fischer (1993), peut aider les élèves à percevoir les équivalences du type « $3 + 7 = 10 \Leftrightarrow 10 - 3 = 7$ ».

10	
3	7

$$3 + 7 = 10 ; 10 - 3 = 7$$

$$7 + 3 = 10 ; 10 - 7 = 3$$

Figure 1. La boîte contenant le trio (3, 7, 10) et les 4 faits reliés associés

De même pour les faits multiplicatifs, toute « triplète de nombres » est accompagnée d'un « rectangle de nombres » qui illustre la relation multiplicative entre les trois nombres et de quatre « faits reliés » (figure 2). Ici aussi, la représentation en rectangle peut aider les élèves à percevoir des équivalences du type « $3 \times 8 = 24 \Leftrightarrow 24 : 3 = 8$ ».

	8	
3	24	

$$3 \times 8 = 24 ; 24 : 3 = 8$$

$$8 \times 3 = 24 ; 24 : 8 = 3$$

Figure 2. Le rectangle contenant la triplète (3, 8, 24) et les 4 faits reliés associés

Dans le cadre de notre travail, nous faisons l'hypothèse que le développement de ces habiletés arithmétiques permet aux élèves d'améliorer leurs compétences en résolution de problèmes. En d'autres termes, le fait de percevoir la structure arithmétique existant entre trois nombres aide à résoudre des problèmes mobilisant ces trois nombres.

4 Domaine du calcul

4.1 Exemples de tâches mobilisant des écritures arithmétiques

La contribution des enseignants du projet a été très importante : ils ont investi les représentations qui leur étaient proposées dans la ressource en imaginant de nombreux exemples de tâches dans le domaine du calcul pour favoriser le lien entre addition et soustraction et entre multiplication et division chez les élèves. Voici quelques exemples de situations : en figure 3, on voit à gauche un élève de CP compléter des boîtes et à droite, une élève de CE1 remplir la boîte et écrire les quatre faits reliés à partir de la donnée d'un trio de nombres (trois nombres liés par une relation additive).



Figure 3. Exemples de tâches dans le domaine du calcul

⁸ Notre communication au précédent colloque de la COPIRELEM (Foulquier et al., 2023) était centrée sur le rôle que les enseignants et les élèves attribuent à ces représentations.

4.2 Exemples de tâches mobilisant des écritures pré-algébriques

Une des spécificités de notre projet réside dans le fait que nous confrontons les élèves dès le CP à des écritures pré-algébriques au travers de différentes tâches. Par exemple dans le domaine du calcul, les élèves travaillent du CP au CM2 avec des cartes recto-verso contenant au recto une écriture mathématique avec un « ? » et au verso la valeur du « ? » (figure 4, à gauche). Nous voyons également en figure 4 à droite une élève de CE1 réaliser un chemin avec des dominos conçus sur le même principe. Ces écritures sont ensuite mobilisées par les élèves en situation de résolution de problèmes.



Figure 4. Cartes recto-verso et dominos comportant des écritures pré-algébriques.

5 Résolution de problèmes

5.1 Le processus de résolution de problèmes

Pour situer nos intentions lorsque nous échangeons avec les enseignants du projet, nous représentons le processus de résolution de problèmes à l'aide d'un schéma simplifié (figure 5) inspiré de celui de Verschaffel et al. (2002). Nous nous référons aux travaux de Duval (1993) pour décrire l'activité de l'élève lorsqu'il résout un problème mathématique : il mobilise plusieurs représentations au sein de différents registres en agissant en particulier sur le monde réel (registre de la langue naturelle) et sur le monde mathématique (registre symbolique).

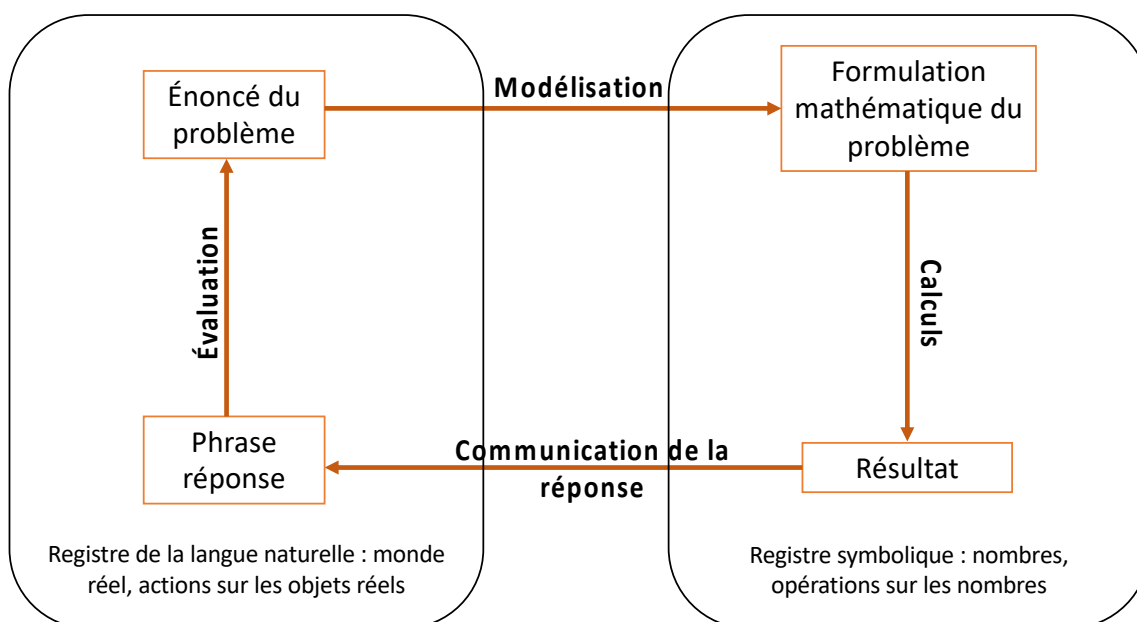


Figure 5. Schéma simplifié inspiré de Verschaffel et al. (2002).

En mettant à disposition des élèves des écritures pré-algébriques, des boîtes et des rectangles, notre objectif initial est de leur fournir des outils de calcul, l'enjeu *in fine* étant qu'ils résolvent les problèmes selon la méthodologie présentée sur un exemple en figure 6.

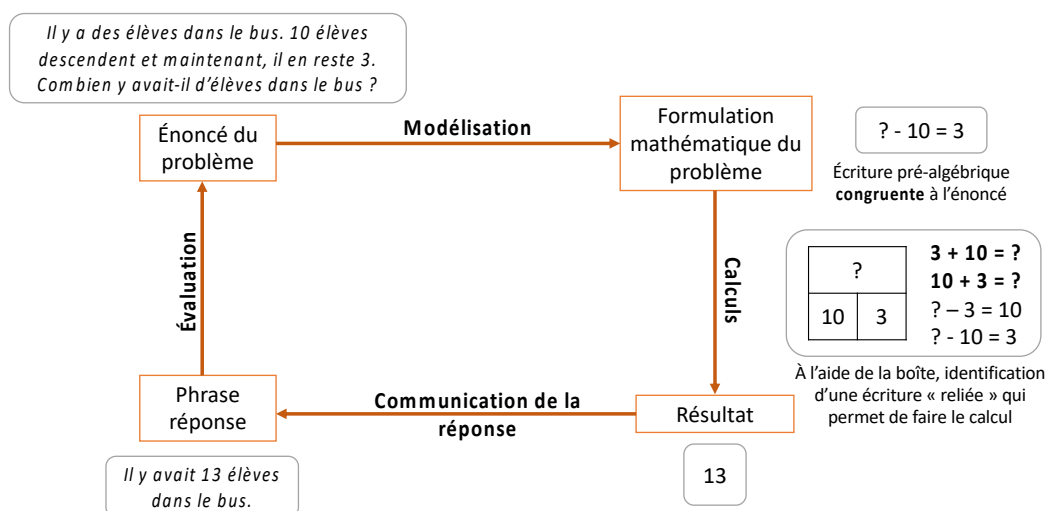


Figure 6. Exemple de problème résolu avec une écriture pré-algébrique et si nécessaire grâce à une boîte.

Selon cette démarche, après la découverte à l'oral ou à l'écrit de l'énoncé, on produit d'abord l'écriture mathématique (arithmétique ou pré-algébrique) congruente⁹ qui traduit le problème. Puis on utilise si nécessaire la boîte ou le rectangle pour transformer l'écriture en une écriture « reliée », c'est-à-dire une écriture différente mais mathématiquement équivalente à la première écriture (comme $3 + 10 = ?$ ou $10 + 3 = ?$ dans l'exemple) et ainsi calculer plus facilement le résultat. Enfin, on produit une phrase réponse. Les boîtes et les rectangles n'ont donc, dans notre esprit, que le statut d'outil transitoire qui facilite si nécessaire la réalisation des calculs.

5.2 Le nombre mystère

Dans notre méthodologie de résolution de problème, nous souhaitons que les élèves puissent mobiliser des écritures pré-algébriques. Nous avons mis à jour un certain nombre de tâches dont l'objectif est d'apprendre à produire et utiliser ces écritures. C'est notamment l'objet du nombre mystère. Cette tâche s'appuie sur une autre étape dans le processus qui est une forme mathématisée de l'énoncé du problème. Il s'agit de produire une écriture avec « ? » et de déterminer la valeur du « ? » à partir d'un énoncé de nombre mystère, c'est-à-dire un énoncé mathématique du type « J'ai 3. Je lui ajoute le nombre mystère. J'obtiens 8. Quel est le nombre mystère ? ». Cela correspond à ce qu'on appelle un programme de calcul au collège. Nous ferons référence à cette tâche dans la suite du texte.

III - PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES COMPOSANTES PERSONNELLE, INSTITUTIONNELLE ET SOCIALE DES DEUX ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS

Deux enseignants spécialisés ont participé à l'étude que nous présentons ici : Stéphanie qui exerce avec des élèves d'ITEP au sein d'une unité d'enseignement externalisée (UEE) et Arnaud qui exerce avec des élèves de collège au sein d'une ULIS.

1 L'enseignante d'UEE-ITEP

1.1 Composante institutionnelle

Les élèves de l'UEE-ITEP sont scolarisés à mi-temps quatre matins par semaine dans les locaux d'une école élémentaire avec Stéphanie, leur enseignante. L'effectif de l'UEE est faible : quatre élèves au maximum

⁹ Congruente dans le sens où chaque unité signifiante élémentaire de l'énoncé est traduite par une et une seule unité signifiante élémentaire de l'écriture, ces unités étant arrangées dans le même ordre.

sont présents dans la classe simultanément. Hormis de rares exceptions, ces élèves ne participent pas à des séances dans des classes ordinaires de l'école. L'enseignante spécialisée, quant à elle, a pour mission d'identifier les besoins éducatifs particuliers des quatre élèves et d'apporter des réponses adaptées (MEN, 2017).

1.2 Composante sociale

Les élèves de Stéphanie ont entre 8 et 11 ans. Leurs connaissances mathématiques se situent entre le CP et le début CE2. On note selon les élèves un comportement erratique, des manifestations de découragement, peu d'appétence pour les tâches scolaires et des attitudes parfois décalées par rapport aux exigences de l'école. Chacun d'entre eux semble manquer d'estime de soi et présente des difficultés à effectuer la même tâche pendant une durée prolongée. Le niveau de maîtrise de la langue orale et écrite est faible. Le travail de groupe est souvent difficile car la relation à l'autre peut être compliquée.

1.3 Composante personnelle

Après quelques années en classe ordinaire, Stéphanie est devenue enseignante spécialisée il y a quinze ans. Elle a une formation initiale littéraire et montre un intérêt particulier pour les pratiques artistiques.

2 L'enseignant d'ULIS-collège

2.1 Composante institutionnelle

Selon le principe de fonctionnement habituel d'une ULIS, chaque élève de l'ULIS-collège d'Arnaud est inscrit dans une classe de référence du collège (6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème} ou 3^{ème}) qui correspond à sa classe d'âge. En fonction de ses compétences et de son profil, l'élève suit un certain nombre d'enseignements disciplinaires dans sa classe de référence et le reste du temps, il est scolarisé dans la salle de l'ULIS avec son enseignant spécialisé. Le nombre d'heures hebdomadaire passé en classe de référence est très variable d'un élève à l'autre. De par ce fonctionnement, la composition des groupes auxquels s'adresse Arnaud est très irrégulière. De plus, l'effectif de l'ULIS-collège d'Arnaud est important : le dispositif accueille au total 15 élèves dont un seul est dans sa classe de référence pour les mathématiques. Enfin tout comme Stéphanie, Arnaud a pour mission d'identifier les besoins éducatifs particuliers des élèves et d'apporter des réponses adaptées (MEN, 2017).

2.2 Composante sociale

Les élèves de l'ULIS-collège sont des adolescents de 12 à 16 ans. Leurs connaissances et compétences en mathématiques comme dans le domaine de la maîtrise de la langue orale et écrite sont très variables : elles s'échelonnent en fonction des élèves du cycle 2 au début du cycle 4. Le manque d'estime de soi est manifeste chez ces élèves qui se savent en situation de handicap.

2.3 Composante personnelle

La formation initiale d'Arnaud est scientifique. Il a exercé une douzaine d'années en classe ordinaire et est enseignant spécialisé depuis six ans.

IV - QUATRE ÉLÉMENTS SAILLANTS DANS LES ADAPTATIONS RELEVÉES

Nous avons, au cours de notre expérimentation, relevé quatre éléments saillants de la composante cognitive et de la composante médiative parmi les adaptations visibles dans la pratique de Stéphanie, dans celle d'Arnaud ou dans celles des deux enseignants spécialisés.

1 Le matériel et son utilisation

Nous notons en premier lieu que les deux enseignants spécialisés proposent des situations d'introduction que nous qualifions de « formelles » dans le sens où elles ne s'appuient pas sur du matériel pour illustrer

les relations entre les nombres en présence, contrairement à ce qui était proposé dans la ressource initiale. Si ce choix peut sembler prévisible chez Arnaud dont les élèves sont déjà collégiens, il est beaucoup plus remarquable chez Stéphanie qui s'adresse à des élèves en âge de l'école élémentaire. Nous allons donc nous centrer sur l'observation de sa pratique pour cet aspect.

Dans la situation qu'elle propose, chaque élève reçoit 12 étiquettes comportant chacune un calcul additif ou soustractif dont il faut déterminer le résultat et a pour consigne d'effectuer les calculs individuellement.

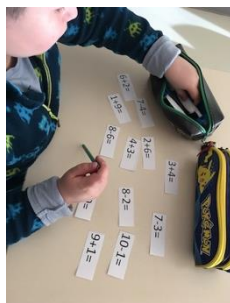


Figure 7. Un élève effectuant les calculs des 12 étiquettes.

Lors de la mise en commun organisée sous forme dialoguée, Stéphanie précise aux élèves qu'elle traite les étiquettes dans un ordre qu'elle a choisi et qu'elle commence par « $6 + 2 = ?$ », « $2 + 6 = ?$ », « $8 - 6 = ?$ » et « $8 - 2 = ?$ ». Ce faisant, elle indique qu'elle voit toujours les trois mêmes nombres apparaître (2, 6 et 8) et elle associe une couleur à chaque nombre. Elle introduit alors la « boîte » et illustre son fonctionnement à l'aide de post-it contenant les signes « + » et « - » qu'elle positionne sur la boîte au fur et à mesure qu'elle annonce les calculs. La boîte est présentée comme une « boîte à calculs » qui permet de retrouver les liens arithmétiques entre les trois nombres. Stéphanie a gardé une barquette de cubes emboîtables à sa disposition, mais à aucun moment elle n'y a eu recours pendant la situation d'introduction. Elle a par ailleurs fabriqué une boîte modèle contenant les post-it « + » et « - » dont les élèves disposeront par la suite et nous pourrions constater que ces derniers s'en emparent. Il est à noter qu'Arnaud propose également un affichage de la boîte contenant les signes « + » et « - », ce que nous n'avons jamais observé de la part des enseignants du projet.

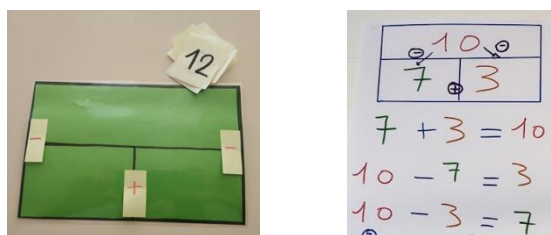


Figure 8. À gauche, la boîte modèle proposée par Stéphanie et à droite, l'affichage proposé par Arnaud.

Voici les raisons permettant de justifier ces choix qui ont émané de l'entretien post-visite.

Stéphanie exprime en premier lieu une volonté de faire le lien avec ce qui avait été fait les semaines précédentes avec les élèves, à savoir des calculs en ligne d'additions et de soustractions. Elle justifie cette nécessité de tissage plus importante qu'en contexte ordinaire par des éléments de la composante institutionnelle et de la composante sociale. D'une part, les élèves sont scolarisés à mi-temps et Stéphanie a choisi d'enseigner à ses élèves tous les domaines prévus dans les programmes de l'école élémentaire et de ne pas se réduire aux mathématiques et au français. Ainsi, elle dispose de deux fois moins d'heures pour l'apprentissage des mathématiques qui sont de ce fait plus espacées dans le temps. D'autre part, les élèves auxquels elle s'adresse présentent souvent des difficultés de concentration ou de mémorisation et peuvent avoir tendance à centrer leur attention sur des éléments non pertinents. Il lui faut donc faire des liens et des rappels plus fréquents et plus explicites.

Stéphanie explique également qu'elle prend beaucoup de précautions avec l'usage de matériel qui peut se révéler « aliénant » pour ses élèves. Elle avait prévu des cubes emboîtables pour illustrer les relations entre les nombres tel que cela est proposé dans la ressource. Toutefois, elle a constaté au cours de la séance qu'aucun élève n'exprimait le besoin de s'en servir. Elle a donc décidé en situation de laisser les cubes de côté car elle sait d'expérience que lorsqu'un matériel est utilisé, elle éprouve de très grandes difficultés à faire en sorte que les élèves s'en séparent par la suite. Conformément à ce qui est proposé dans la ressource afin de mettre du sens sur les outils introduits, l'appui sur le matériel est en revanche beaucoup plus important chez les enseignants de cycle 2 du projet. Mais ils sont nombreux à noter que la transition qui conduira les élèves à s'en départir est délicate et peut parfois s'avérer difficile à gérer.

Au cours de l'entretien avec Stéphanie, nous évoquons l'image de l'ascenseur utilisée par deux enseignants du projet : pour retrouver les 4 faits reliés à partir de la boîte, « l'ascenseur qui monte » permet d'obtenir les additions et « l'ascenseur qui descend » fournit les soustractions. Stéphanie préfère éviter le recours à de telles métaphores avec ses élèves car elle a déjà constaté des dérives dans leur utilisation : par exemple, elle évoque un « brouillage des registres » (Bonnerly, 2007) qu'elle a pu observer chez l'un de ses élèves avec la métaphore bien connue du crocodile pour les signes « $<$ » et « $>$ », ce dernier cristallisant son attention sur l'image du crocodile et perdant totalement de vue la notion mathématique.

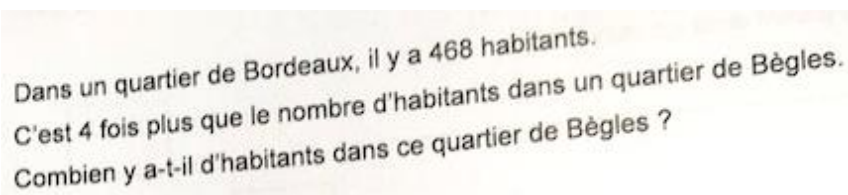
Enfin, comme nous l'avons noté plus haut, Stéphanie affectionne la réalisation d'affichages et de matériels soignés et attractifs pour les élèves. Cet aspect de sa composante personnelle la conduit à créer de nombreux supports dont elle fait néanmoins un usage mesuré. Elle essaie avant tout de rendre les élèves autonomes dans l'utilisation de ces outils lorsqu'elle juge qu'ils sont nécessaires - et seulement s'ils le sont.

2 Des situations consistantes

Bien que travaillant avec des élèves à besoins éducatifs particuliers, Arnaud et Stéphanie proposent des situations parfois plus ambitieuses que celles apparaissant dans la ressource initiale.

En effet comme nous l'avons vu, Stéphanie conçoit une situation d'introduction en appui sur 12 étiquettes contenant des calculs à effectuer, ce qui constitue un travail relativement conséquent pour des élèves d'UEE-ITEP alors que la ressource initiale conduisait à faire émerger les 4 écritures associées à un même fait numérique. Lors de la deuxième visite effectuée dans sa classe, une séance de mathématiques d'une heure lors de laquelle de multiples tâches s'enchaînent est observée. Les élèves sont très sollicités et ne bénéficient que de peu de répit. Les tâches sont un peu moins nombreuses lors la troisième visite, mais on constate alors plus d'agacement de la part des élèves. Des éléments de la composante sociale et de la composante institutionnelle orientent significativement les choix de Stéphanie : la faible capacité de ses élèves à s'engager dans une même tâche pendant une longue durée l'incite à varier fréquemment les consignes. De plus les élèves sont très peu nombreux dans le dispositif (4 au maximum), ce qui implique une sur-sollicitation de la part de l'enseignant comparativement à ce qui se passerait dans une classe à effectif classique.

Les problèmes mathématiques proposés par Arnaud sont eux aussi consistants, notamment en ce qui concerne la taille des nombres et les catégories choisies. Par exemple lors de la deuxième visite dans son dispositif, les élèves travaillent sur le problème suivant (figure 9).



Dans un quartier de Bordeaux, il y a 468 habitants.
C'est 4 fois plus que le nombre d'habitants dans un quartier de Bègles.
Combien y a-t-il d'habitants dans ce quartier de Bègles ?

Figure 9. Problème proposé par Arnaud lors de la deuxième visite.

Il s'agit d'un problème de comparaison multiplicative qui se modélise par une multiplication à trou. Les nombres en présence sont en outre en dehors du champ des faits numériques potentiellement mémorisés. Tout enseignant d'ULIS se doit d'apporter des réponses adaptées aux besoins de ses élèves. Arnaud a ici créé un énoncé pour une partie d'entre eux dont il pense qu'ils ont les connaissances suffisantes dans le domaine du calcul pour pouvoir résoudre ce problème. Il ne se contente pas de proposer un énoncé plus abordable qui permettrait de faire travailler davantage d'élèves en même temps.

3 Amener les élèves à percevoir l'utilité de la démarche proposée

À l'issue des deux premières visites dans le dispositif d'Arnaud, nous faisons avec lui le constat que les élèves ne comprennent pas l'utilité des boîtes, des rectangles et des faits reliés pour résoudre un problème en passant d'une écriture à une autre plus facile à traiter d'un point de vue du calcul. De plus, aucun d'entre eux ne produit une équation ou une écriture pré-algébrique au cours de la résolution. Deux pistes sont alors envisagées pour pallier ces difficultés : d'une part, leur proposer des problèmes avec des nombres plus grands et d'autre part, les faire s'exercer au nombre mystère (cf. partie 5.2). Lors de la troisième visite dans le dispositif d'Arnaud, les élèves s'entraînent dans un premier temps à des nombres mystère sur des cartes recto-verso (figure 10), puis dans un second temps résolvent deux problèmes.

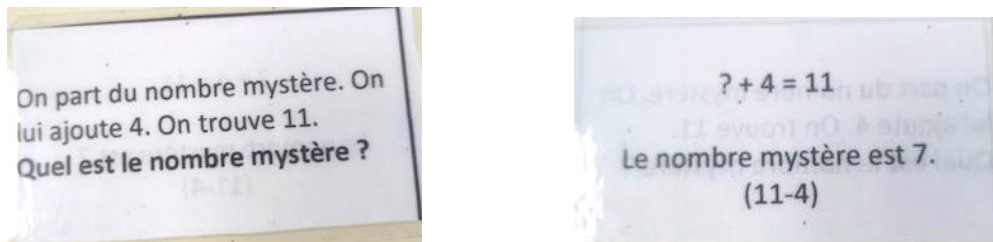


Figure 10. Nombre mystère sur carte recto-verso.

Nous constatons qu'en jouant au nombre mystère, les élèves arrivent à produire des équations et que l'augmentation de la taille des nombres leur permet de comprendre l'intérêt de produire une équation et de percevoir l'utilité des boîtes, des rectangles et des faits reliés. Mais ces outils de calcul ne sont pas suffisamment maîtrisés par les élèves et ne leur permettent pas de mener aisément la résolution des problèmes à son terme.

En effet, Arnaud et Stéphanie disposaient de peu de temps pour travailler sur les faits reliés avec leurs élèves car nous leur avons proposé la ressource dans le courant du mois de janvier pour une mise en œuvre qui a débuté en mars. En outre, ils ont tous deux investi différemment ce temps réduit en raison des spécificités de leurs dispositifs d'exercice : Stéphanie a mené un travail important sur les outils de calcul de la ressource et a proposé en parallèle des problèmes aux élèves en tentant d'explicitier l'utilité du travail en calcul pour la résolution de problèmes. Un de ses élèves a d'ailleurs remarqué lors d'une séance de résolution de problèmes que « *C'est comme le nombre mystère* ». Malgré une forte volonté de la part de Stéphanie de rendre explicites les liens entre les deux domaines d'apprentissages, elle note toutefois qu'ils sont très difficiles à établir. Arnaud, pour sa part, a moins consacré de temps au travail en calcul et a beaucoup plus investi le versant résolution de problème. En effet comme nous l'avons déjà précisé, il s'adresse à des élèves adolescents qui sont déjà avancés dans leur scolarité (composante institutionnelle et composante sociale). Il fait donc le choix de leur fournir des aides pour pallier leur manque de connaissances dans le domaine du calcul (tables, calculatrice, cf. figure 11) afin de consacrer l'essentiel du temps qui lui est imparti à la résolution de problèmes.

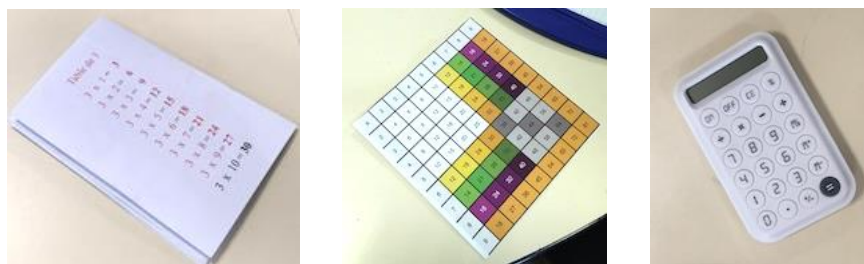


Figure 11. Accessoires de calcul pour les élèves d'Arnaud.

Après avoir expérimenté notre ressource pendant quelques semaines, Arnaud constate que, d'une part, ses élèves ne maîtrisent pas suffisamment l'outil de calcul qui s'appuie sur les boîtes et les rectangles et que, d'autre part, ils ont du mal à percevoir l'utilité de la démarche enseignée, basée sur l'utilisation d'écritures pré-algébriques dans la résolution de problèmes.

Il identifie également deux points d'achoppement : le placement des nombres dans une boîte ou un rectangle quand l'une des trois valeurs n'est pas connue (en situation de résolution de problèmes par exemple) et la reconnaissance du champ (additif ou multiplicatif).

Pour le premier point d'achoppement, autant il est facile de placer trois nombres dans une boîte ou un rectangle lorsqu'on connaît ces trois nombres (le plus grand des trois nombres est en haut dans la boîte ou au centre du rectangle), autant la tâche est beaucoup plus complexe lorsqu'un des trois nombres est inconnu. L'automatisation de certaines habiletés de calcul développées dans notre ressource devrait permettre de surmonter cette difficulté. Pour ce faire, Arnaud envisage de systématiser la réalisation d'exercices d'entraînement du type « produire les quatre faits reliés à partir d'une boîte ou d'un rectangle contenant trois nombres ou deux nombres et un ? » ou bien « à partir d'un fait contenant trois nombres ou deux nombres et un ?, produire la boîte ou le rectangle, puis trouver les trois autres faits » et de fabriquer des traces individuelles que chaque élève mettra dans sa boîte à outil (boîte en plastique contenant différents accessoires d'aide en mathématiques que les élèves conserveront après leur départ de l'ULIS).

Concernant le second point d'achoppement lié à la reconnaissance du champ, nous proposons à Arnaud de tester, l'an prochain, trois pistes qui ont été expérimentées par des enseignants du projet pendant la recherche-action : une réflexion sur les grandeurs en jeu (par exemple, « *on ne peut pas ajouter ou soustraire entre eux des croissants et des euros* »), le procédé de reformulation congruente (par exemple, « *on a plusieurs fois la même chose qui se répète, donc c'est un problème de triplette et pas de trio* ») et l'analogie (par exemple, « *c'est comme le problème avec le sirop de citron et le sirop de grenadine* »).

En résumé, l'expérimentation conduite par Arnaud avec ses élèves d'ULIS-collège nous enseigne que dans le cadre de notre démarche, on ne peut pas faire l'économie d'un travail conséquent sur l'outil de calcul lié aux boîtes et aux rectangles. De plus, en jouant sur les valeurs de certaines variables didactiques en fonction des élèves auxquels on s'adresse, il faut rendre nécessaire la production d'écritures pré-algébriques et l'utilisation des outils de calcul que constituent les boîtes et les rectangles. Réciproquement, des pistes testées en contexte ordinaire dans le cadre du projet de recherche-action permettront à Arnaud d'enrichir sa pratique pour une utilisation future de la ressource.

4 Utilisation d'écritures pré-algébriques ou algébriques

Dans le cadre de la recherche-action, nous avons proposé aux enseignants d'utiliser le signe « ? » pour signifier l'inconnue dans les écritures pré-algébriques qui sont produites par les élèves. Cela a donné lieu à des questionnements fréquents de la part des enseignants du projet. Par exemple, certains d'entre eux redoutaient chez les élèves des confusions avec l'utilisation du signe de ponctuation « ? » dans une phrase qui est, dans ce cas, toujours placé à la fin de la phrase. Cependant après trois années de projet et en

dépît de ces nombreuses appréhensions, les enseignants s'accordaient tous pour dire qu'aucune difficulté n'avait été relevée sur ce point chez leurs élèves.

Au cours de son expérimentation, Stéphanie redoute elle aussi que l'utilisation du signe « ? » soit une source de difficulté, en particulier pour l'un de ses élèves qui pense que « ça n'a aucun rapport avec les maths ». Elle fait donc dans un premier temps le choix de remplacer ce signe par un « vide ». Pendant une des séances observées, elle propose un calcul et écrit au tableau « $15 - 9 =$ ». Un élève s'écrie alors : « Égale le nombre mystère : c'est le point d'interrogation ! », ce à quoi Stéphanie rétorque : « Ah oui, tu as raison, on va écrire le point d'interrogation parce que là, c'est vide et le vide, parfois, ça nous dérange... ». Prenant conscience du fait qu'un « vide » importunera davantage ses élèves qu'un signe calligraphique (composante sociale), elle décide alors d'utiliser des « ? ». À l'issue de cette première expérimentation, elle témoigne du fait que cela n'a pas semblé poser de problème spécifique aux élèves, rejoignant le constat fait par les enseignants de la recherche-action.

Arnaud, quant à lui, systématise l'utilisation du symbole « x » avec ses élèves sans constater de difficulté particulière de leur part sur ce point. Comme évoqué précédemment, il justifie ce choix par le fait qu'il s'adresse à des élèves adolescents qui sont en classe de 6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème} ou 3^{ème} pour un certain nombre d'apprentissages (composante sociale et composante institutionnelle).

Nous nous interrogeons également sur le terme à utiliser pour désigner les expressions pré-algébriques ou algébriques que nous faisons manipuler aux élèves. Dans le cadre du projet conduit à l'école élémentaire, nous avons convenu avec les enseignants de parler de « phrase mathématique » car elle permet de raconter « l'histoire du problème ». C'est également la tournure qu'a adoptée Stéphanie. Dans un premier temps, Arnaud a parlé de « phrase mathématique » avec ses élèves de 6^{ème} – 5^{ème} et d'« équation » avec ceux de 4^{ème} – 3^{ème}. Comme le fait de ne pas disposer d'un discours partagé au sein du dispositif complexifiait la situation, il a finalement opté après quelques séances pour l'emploi du terme « équation » avec tous ses élèves et n'a pas noté de difficulté apparente.

V - QUESTIONS OUVERTES ET PERSPECTIVES

Dans cette étude, nous avons proposé à deux enseignants spécialisés d'expérimenter avec leurs élèves d'UEE-ITEP et d'ULIS-collège une ressource que nous avons initialement conçue pour l'école élémentaire et qui a été testée et améliorée par 27 enseignants de classes ordinaires dans le cadre d'une recherche-action. En observant et en analysant les ajustements auxquels ces deux enseignants spécialisés procèdent, notre objectif est de rendre la ressource plus accessible pour tous les élèves, qu'ils soient scolarisés dans des dispositifs d'éducation inclusive ou bien en contexte ordinaire, tout en enrichissant la pratique des enseignants qui souhaiteront l'utiliser avec leurs élèves.

En effet, on s'accorde actuellement sur le fait que l'adaptation des situations et de leur mise en œuvre en classe peut profiter non seulement aux élèves en situation de handicap mais plus généralement aux élèves rencontrant des difficultés face à l'apprentissage visé. On parle alors d'accessibilité des apprentissages, ce qui consiste à rechercher « les médiations pédagogiques et didactiques correspondant aux obstacles rencontrés par les apprenants et non pas à intervenir sur leur fonctionnement physiologique, comme c'est le cas en rééducation » (Benoît, 2014, p. 197). Dans un contexte d'apprentissage des mathématiques, Assude, Perez et al. (2014) définissent l'accessibilité didactique comme « l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'étude, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides... » (Assude et al., 2014, p. 4). Si « l'accessibilité pédagogique vise la participation [des élèves] aux activités proposées par l'enseignant », l'accessibilité didactique « ambitionne de les conduire jusqu'aux apprentissages. » (Million-Fauré, 2021, p. 76). C'est dans cette perspective que nous nous situons pour cette étude : nous questionnons l'accessibilité didactique de notre ressource en cherchant à l'améliorer au service de la réussite de tous les élèves.

Nous avons retenu quatre éléments saillants de la composante cognitive et de la composante médiative parmi les adaptations visibles dans la pratique des deux enseignants spécialisés. Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit ces quatre éléments saillants et nous avons donné des raisons pouvant expliquer leurs choix au regard des composantes sociale, institutionnelle et personnelle des deux enseignants. Nous revenons dans ce paragraphe sur les questions que ces quatre éléments saillants font émerger et sur les perspectives qu'ils ouvrent pour notre projet.

Le premier élément saillant concerne l'utilisation qui est faite du matériel par les enseignants lorsqu'ils exploitent la ressource. Alors qu'au cours de la recherche action, les enseignants de cycle 2 présentaient systématiquement la démarche aux élèves en appui sur des cubes emboîtables ou des réglettes pour illustrer la relation existant entre les trois nombres, nous avons vu que les deux enseignants spécialisés proposent des situations d'introduction formelles qui s'appuient sur le repérage de la présence de données numériques identiques dans plusieurs écritures mathématiques qui sont alors qualifiées de « faits reliés ». Aucun matériel n'est utilisé et la boîte ou le rectangle sont présentés comme des outils mnémotechniques qui permettent de retrouver plus facilement ces faits reliés. Cette expérience offre une nouvelle perspective pour introduire les boîtes et les rectangles, notamment pour des élèves qui ont déjà des connaissances arithmétiques préalables.

Nous avons noté comme deuxième élément saillant le fait que les situations proposées par Arnaud et Stéphanie semblaient particulièrement consistantes au regard des compétences et des spécificités des élèves auxquels ils s'adressaient, sans pour autant compromettre leur accomplissement. Ce constat invite à être plus ambitieux, y compris avec les élèves en difficulté et à ainsi éviter un « cercle vicieux » qui « s'instaure entre simplification des tâches et investissement de moins en moins grand des élèves compromettant la construction de connaissances nouvelles. » (Butlen, Charles-Pézarid et Masselot, 2015, p. 16).

Ces deux expérimentations ont également permis d'aboutir à une conclusion importante : pour que notre démarche soit efficace, il faut équilibrer le travail sur la modélisation avec des écritures pré-algébriques et le travail sur le calcul. En effet, il est nécessaire de développer chez les élèves des habiletés de calcul par l'intermédiaire des boîtes, des rectangles et des faits reliés pour qu'ils puissent mener à bien la résolution des problèmes selon la méthodologie proposée dans la ressource. De plus, en jouant sur les variables en fonction des élèves auxquels on s'adresse, il faut rendre nécessaire à leurs yeux la production d'écritures pré-algébriques et l'utilisation des outils de calcul que constituent les boîtes et les rectangles.

Le quatrième et dernier élément saillant relevé concerne l'utilisation des signes « ? » ou « x » et des expressions « phrase mathématique » ou « équation ». Que ce soit au cours de la recherche-action ou dans le cadre des expérimentations menées par Arnaud et Stéphanie, les enseignants qui ont utilisé les signes « ? » ou « x » avec leurs élèves pour signifier l'inconnue dans les écritures pré-algébriques ou les équations produites n'ont pas constaté de difficultés particulières. Pour évoquer les écritures pré-algébriques produites avec les élèves, certains ont parlé de « phrases mathématiques », d'autres d'« équations ». Dès lors, plusieurs questions se posent : quels sont les risques liés à un usage précoce du signe « x » ? Ne fait-on pas autant obstacle à la compréhension des différents statuts que revêtira la lettre au collège (variable, indéterminée, paramètre) en utilisant le signe « ? » ou un « vide » ? Pourquoi n'utilise-t-on pas le terme d'« équation » à l'école élémentaire ? À partir de quand et à quelles conditions l'emploie-t-on ? Par exemple dans leur ouvrage, Descaves et Bonhême (2007) font produire aux élèves de cycle 2 des écritures pré-algébriques qu'ils désignent par l'expression « programmes opératoires » et dans lesquelles l'inconnue est représentée par le signe « x ». On trouve dans la littérature sur le domaine de recherche « early algebra » de nombreux travaux en lien avec ces questions vives. Par exemple, dans l'introduction de l'ouvrage (Squalli et al., 2020), Squalli précise que :

Comme le montrent plusieurs chapitres de ce livre, il ne fait maintenant aucun doute chez les chercheurs de ce mouvement que les élèves du primaire sont capables de penser algébriquement (voir aussi par exemple,

Carraher et Schliemann, 2007 ; Squalli et Bronner, 2017 ; Squalli Bronner, Larguier et Adihou, 2020). La formation des enseignants du primaire au développement de la pensée algébrique est sans aucun doute un enjeu important (voir par exemple Cai et Knuth, 2011 ; Cooper et Warren, 2011 ; Demonty, Vlassis et Fagnant, 2018 ; Kaput et Blanton, 2005). Les questions sur la nature de l'algèbre et de la pensée algébrique, de la relation entre l'algèbre et l'arithmétique ainsi que du rôle des signes alphanumériques dans la caractérisation de la pensée algébrique font encore débat chez les chercheurs. Nous présentons notre point de vue sur ces questions à partir de nos propres recherches. (Squalli et al., 2020, p.10).

Grugeon et Pilet (2021), quant à elles, relèvent le fait que la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires issus des champs conceptuels additifs et multiplicatifs peut revêtir un caractère pré-algébrique. Elles précisent que, dans ce cadre, les élèves peuvent être conduits à produire des équations de type égalités à trous utilisant des symboles comme le signe « ? » ou des schémas, ce qui correspond aux représentations mises à disposition des élèves dans le cadre de notre projet. Elles notent que les relations ainsi exprimées sont particulièrement intéressantes pour le développement de l'activité numérico-algébrique :

[...] les élèves peuvent, très tôt, être amenés à produire des équations, sous la forme d'égalités à trous, et à raisonner sur des relations équivalentes, notamment entre l'addition à trous et la soustraction. Les relations peuvent être exprimées par des représentations en cours de formalisation (par exemple en utilisant des symboles « ? » ou « ... » pour désigner l'inconnue) [...]. (Grugeon et Pilet, 2021, p. 14).

Actuellement, notre perspective principale est de diffuser notre ressource et de penser les conditions de cette diffusion. Un groupe IREM premier degré créé en septembre 2023 travaille à cet objectif. Plusieurs perspectives de recherche en lien avec le projet s'ouvrent à nous (cf. Foulquier et al., 2023, p. 364) mais celles concernant l'entrée dans l'algèbre attirent plus spécialement notre attention. En particulier, il nous semblerait intéressant d'identifier un groupe d'élèves qui ont suivi la ressource à l'école élémentaire et d'aller les observer lorsqu'ils feront leurs premiers pas en algèbre au cycle 4.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Perez, J.-M., Suau, G., Tambone, J. et Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (1), 33-57.

Benoît, H. (2014). Les dispositifs inclusifs : freins ou leviers pour l'évolution des pratiques. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*. 65/1, 189-204.

Bonnery, S. (2007). Comprendre l'échec scolaire. Élèves en difficulté et dispositifs pédagogiques. Paris : La dispute.

Butlen, D., Charles-Pézar, M. et Masselot, P. (2015). Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire. *Rapport du Cnesco sur les inégalités scolaires d'origine sociale et ethnoculturelle*.

Descaves, A. et Bonhême, B. (2007). *Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2*. Hachette éducation.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-61.

Fischer, J.-P. (1993) La résolution des problèmes arithmétiques verbaux : propositions pour un enseignement proactif, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 177-210.

Grugeon-Allys, B. et Pilet, J. (2021). L'activité numérico-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation et didactique*, 2021/2, 15, 9-26.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

M.E.N. (2017). *Référentiel des compétences caractéristiques d'un enseignant spécialisé*. BO n.7 du 16-2-2017.

Peltier-Barbier, M.-L., Butlen, D., Masselot, P., Ngono, B., Pézar, M., Robert, A. et Vergnès, D. (2004). *Dur pour les élèves. Dur pour les enseignants. Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La pensée sauvage.

Foulquier, L., Laroche, C., Lambert, P., Reydy, C. et Urruty, P. (2023). Un projet de formation-recherche sur la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires. *Actes du 48e colloque COPIRELEM* (352 – 365). ARPEME.

Million-Fauré, K. (2021). Étude de systèmes didactiques en difficulté : réflexions sur les conditions d'accessibilité didactique aux savoirs mathématiques. *Note de synthèse d'habilitation à diriger les recherches*. Éducation. AMU.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires*. Québec : Livres en ligne du CRIRES.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 10(2,3), 133-170.

Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2002) Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. Dans *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (257 – 276). Berlin: Springer.