

JOUER DES TÂCHES AVEC LES ÉLÈVES : UNE ALTERNATIVE AUX PROBLÈMES POUR QU’ILS SE METTENT À CHERCHER.

Jean-Michel FAVRE

Responsable pédagogique, CFPS du Château de Seedorf à Noréaz (CH)
Groupe ddmes
jmfavre@cfps-seedorf.ch

Céline VENDEIRA

Chargée d’enseignement, Université de Genève (CH)
Groupe ddmes & Equipe DiMaGe
Celine.marechal@unige.ch

Résumé

Depuis vingt-cinq ans, le *groupe ddmes* (Conne, 2010) s’est donné pour tâche d’étudier les questions d’enseignement et d’apprentissage des mathématiques dans le contexte de l’enseignement spécialisé. Au fil de nos expérimentations, nous avons développé un mode d’interactions avec les élèves susceptible de dynamiser les échanges, en jouant sur la *surprise* (Conne, 2004a ; 2006) plutôt que sur la gradation des réussites. Nous avons utilisé la locution *jeu de tâches* (Favre, 2008) pour qualifier ce mode d’interactions spécifique. Partant d’un objet mathématique particulier (carré, cercle, cube, ...), d’un matériel didactique (puzzle géométrique, polydrons, ...) ou d’une activité extraite d’un manuel, le jeu de tâches s’élabore selon un processus en trois temps : exploration du milieu - jeu de tâches - narration. Un processus qui tourne en boucles récursives et s’enrichit au fur et à mesure de son déploiement.

Ce sont les deux premiers temps de ce processus que nous avons proposés aux participants d’expérimenter dans le cadre de l’atelier en les invitant à le poursuivre dans leur propre contexte de travail qu’il soit d’enseignement, de formation et/ou de recherche. Et nous avons réservé le troisième temps du processus à la rédaction de ce texte...

I - INTRODUCTION

Notre atelier s’est déroulé¹ le jeudi 15 juin 2023 au Campus Marseille-Luminy de Marseille dans le cadre du Colloque international de la COPIRELEM. Trente participants² étaient inscrits, mais seulement vingt-quatre nous ont rejoints, un peu en retard il faut le dire (on parle du « quart d’heure vaudois » chez nous en Suisse), en raison de la conférence d’Edouard Gentaz et d’Eric Roditi qui l’a précédé et qui a quelque peu débordé de son cadre horaire.

Nous avons préparé six tables de travail pouvant accueillir chacune cinq participants. Sur les tables, se trouvaient des feuilles A4 vierges, des autres quadrillées (4 mm / 10 mm / 20 mm), des stylos de couleur et des paires de ciseaux.

¹ La forme narrative du texte est un choix assumé des auteurs, la narration s’inscrivant à part entière dans le processus en trois temps (qui sera décrit plus avant) suivant lequel le groupe ddmes travaille pour développer des situations mathématiques auprès des élèves de l’enseignement spécialisé.

² Nous utilisons le masculin comme générique afin de ne pas surcharger la forme du texte.

Une fois que tout le monde s'est installé, nous avons commencé par nous présenter et surtout donner des informations concernant le groupe ddmes³ (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé).

Le groupe ddmes est un groupe de recherche composé à son origine d'étudiants, d'enseignants spécialisés, de formateurs et de chercheurs intéressés par les questions de didactique des mathématiques dans le contexte de l'enseignement spécialisé vaudois. L'enseignement spécialisé (Es) doit être entendu ici comme l'ensemble des classes spécialisées et des institutions qui œuvrent hors du système d'enseignement ordinaire, un ensemble qui, à l'heure actuelle où tout le monde parle d'école et d'éducation inclusive, ne désemplit pourtant pas.

Il s'agissait alors de constituer et de faire vivre un milieu pour la recherche en didactique des mathématiques dans l'Es à destination principale des élèves et de leurs enseignants. La démarche avait en son temps (et c'est sans doute encore le cas aujourd'hui) un aspect pionnier tant il est vrai que les pratiques des mathématiques qui ont lieu dans cette frange de l'enseignement à côté de l'enseignement ordinaire (Eo) échappent à la plupart des regards.

Depuis vingt-cinq ans, le groupe travaille à l'élaboration et au développement de situations mathématiques dans ce contexte, parce que cette élaboration et ce développement ne vont pas de soi, en raison notamment de la présence massive de l'échec (Favre, 2004), et du fait que les interactions entre les élèves et les enseignants se retrouvent fréquemment dans des impasses.

Dans nos échanges avec les élèves, nous cherchons à leur aménager des expériences substantielles en rapport à des objets mathématiques qu'ils n'ont généralement pas l'occasion de rencontrer en classe (où les pratiques restent souvent centrées sur des objets anciens, numériques dans leur grande majorité). Nous nous intéressons tout particulièrement à ce que font les élèves et ce qu'ils produisent au cours de telles situations - nous parlons volontiers, même si le propos peut paraître abusif, de *mathématiques des élèves* - et visons à faire cas de leurs productions souvent imprécises, inexactes ou incorrectes pour dynamiser les échanges (Conne, 2002 ; Conne, 2003).

Une fois la présentation du groupe réalisée, nous avons annoncé avoir conçu un mode d'interactions original, intitulé *jeu de tâches*, que nous souhaitions faire vivre aux participants durant l'atelier. Nous les avons alors encouragés à se laisser aller à « faire » les tâches que nous allions leur proposer et dit que c'est au travers de ce faire - à l'image de ce que nous réalisons avec des élèves de l'Es - que nous visons à leur aménager quelques expériences mathématiques substantielles. Nous avons précisé que nous allions nous intéresser à leurs productions, c'est pourquoi nous leur avons demandé d'y apposer leurs initiales et de les numéroter dans leur ordre de création.

II - JEU DE TÂCHES

1 Jeu de tâches - Croix géniale

Nous avons démarré notre jeu auprès des participants répartis en six groupes à partir d'une tâche unique : *sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs.*

Cette première tâche, très ouverte, a plongé quelques participants dans une perplexité manifeste, alors que d'autres s'y sont lancés sans retenue. Nous présumons qu'une forme de rupture du contrat (Brousseau, 1980) qui prévaut habituellement dans ce type d'atelier ait pu se produire, les participants ne sachant pas trop ce que l'on attendait d'eux, ni où nous envisagions de les mener.

³ Le groupe ddmes est soutenu par l'AVOP (Association Vaudoise des Organismes privés pour Personnes en difficulté) ; il est actuellement composé de cinq membres actifs : Céline Vendeira, Christian Cange, François Conne, Jean-Michel Favre et Jean-Daniel Monod.

De notre côté, l'incertitude était également de mise (comme c'est à chaque fois le cas lorsque nous débutons une interaction avec des élèves de l'Es), ne sachant *a priori* si et dans quelle mesure les participants allaient ou non investir les tâches que nous comptons leur soumettre. L'examen des productions issues de cette première tâche (figure 1) montre toutefois que certains d'entre eux ont déjà fait preuve de créativité :

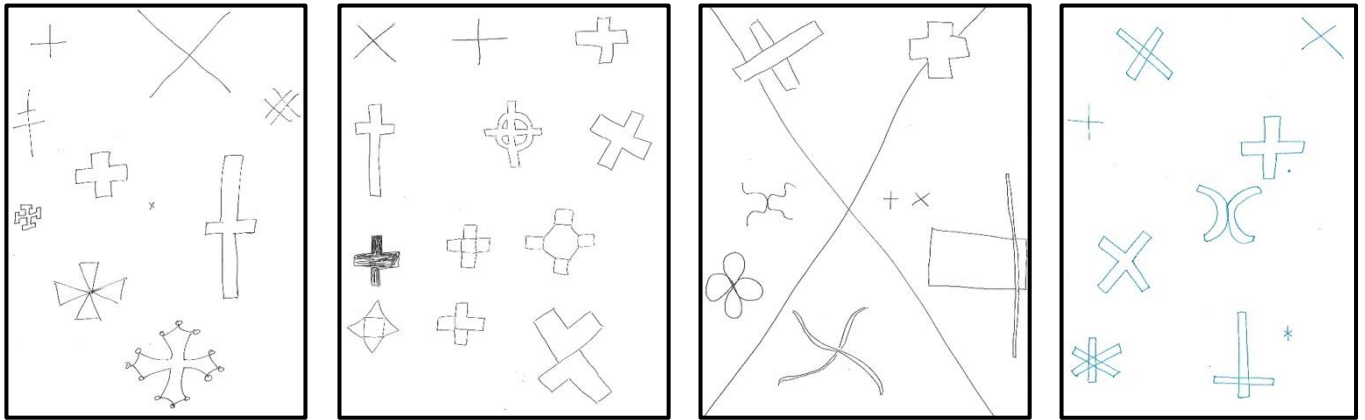


Figure 1. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

alors que d'autres (figure 2) ont montré une plus grande réserve :

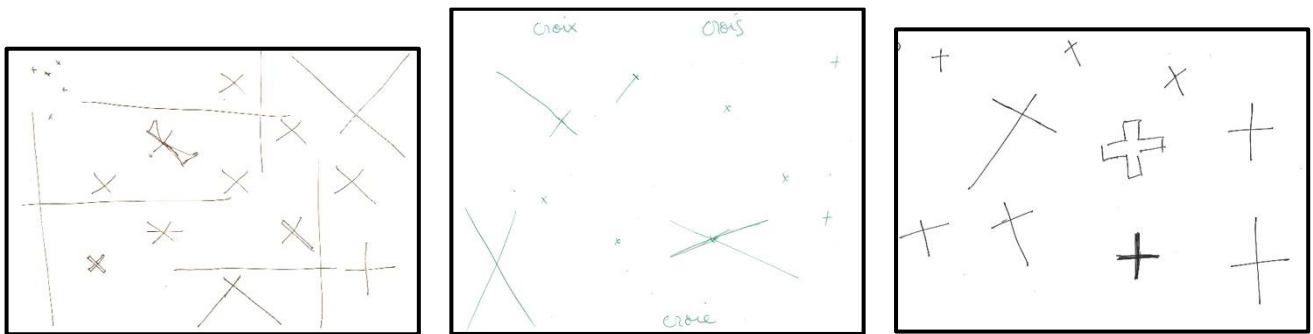
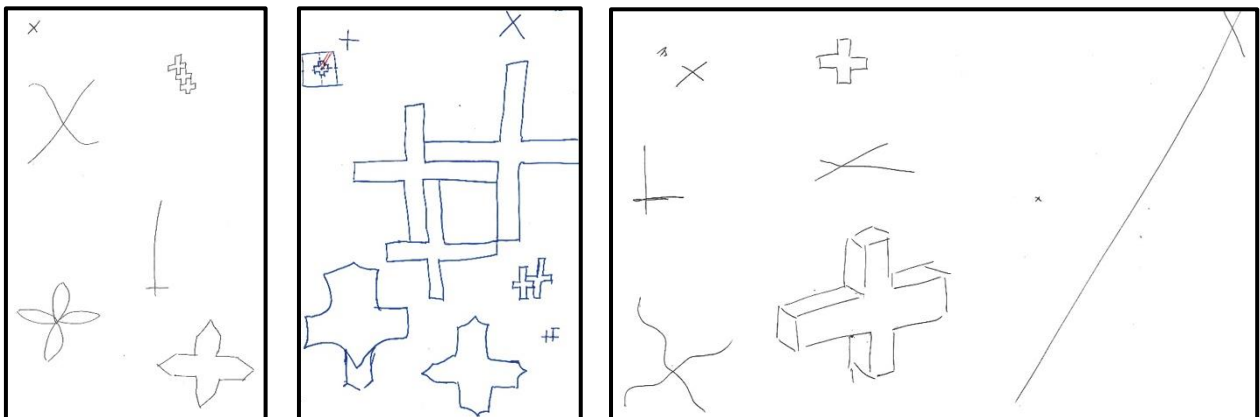


Figure 2. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

Et l'on voit que d'autres encore (figure 3) offrent déjà quelques jolies perspectives de relances, que ce soit sous forme de pavages de croix régulières pour la première, de pavages de croix non-régulières pour la deuxième, de dessins de croix en 3D pour la troisième ou encore d'exploration d'étoiles / polygones étoilés pour la quatrième :



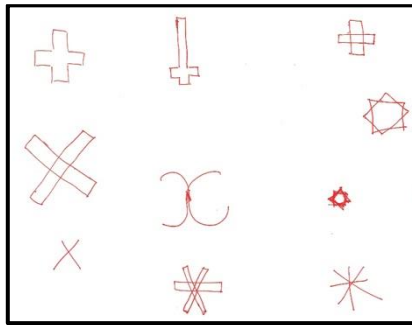


Figure 3. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

Dans la foulée, nous avons alors lancé les participants sur de nouvelles tâches, partant de ce qu'ils avaient produit à l'occasion de cette première et en nous référant à la liste de tâches (annexe 1) que nous avons préparée pour animer ce jeu. Tous, sans exception, se sont dès lors (volontiers) laissés prendre au jeu. Cette activité qui a duré une bonne demi-heure et qui aurait pu se poursuivre bien plus longtemps nous a permis de jouer une bonne partie des tâches que nous avions prévues. Et ce n'est pas sans difficultés que nous sommes parvenus à l'interrompre et regagner l'attention de chacun, pour passer à la mise en commun de ce qu'ils avaient produit.

2 Origine du jeu

En guise de transition, nous avons d'ailleurs prévu d'indiquer aux participants comment nous en étions arrivés à leur proposer un jeu de tâches centré sur les croix. Cela ne provenait nullement de nos origines helvétiques. En effet, nous avons fait travailler les participants sur des croix régulières, alors que, contrairement à ce que l'on pense généralement, la croix figurant sur le drapeau suisse n'est pas une croix régulière, puisque ses branches sont $\frac{1}{6}$ plus longues que larges. C'est probablement le fait que notre drapeau est de forme carrée qui donne et renforce cette illusion.

Passé cet aparté, nous avons présenté l'activité, tirée des moyens d'enseignement de Suisse romande (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998), à l'origine de notre jeu de tâches (figure 4).

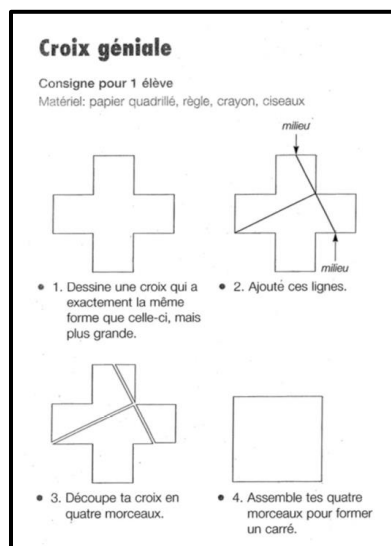


Figure 4. Fiche « Croix géniale » tirée des moyens d'enseignement de Suisse romande

Cette activité s'intitule « Croix géniale » et s'adresse à des élèves de 8 à 9 ans. Elle demande aux élèves de dessiner une croix régulière, puis de la découper selon une marche suivie pour constituer un puzzle qui permettra ensuite de fabriquer un carré. On reconnaît ici un problème de quadrature visant à quarrer une croix, c'est-à-dire à la transformer en un carré.

Cette activité présente une ambiguïté dans le sens où l'élève qui ne parviendrait pas à reconstituer le carré avec les pièces de son puzzle ne pourra pas vraiment savoir si c'est parce que la tâche est impossible ou si c'est parce que les morceaux du puzzle n'ont pas été réalisés correctement.

Les auteurs du manuel affichent comme objectif de l'activité de « reproduire précisément une figure afin de pouvoir la découper selon un plan ». Il n'y a donc pas d'enjeu mathématique explicite, ce qui est souvent le cas dans les activités géométriques pour des élèves de cet âge-là en Suisse romande. Les commentaires proposent comme aide aux élèves qui se trouveraient en difficulté de leur donner du papier quadrillé de 1 cm, 2 cm ou 3 cm.

Malheureusement, cette aide n'est pas suffisante, car lorsque l'on propose cette tâche à des élèves de l'Es, voici un exemple de ce que l'on peut obtenir (figure 5).

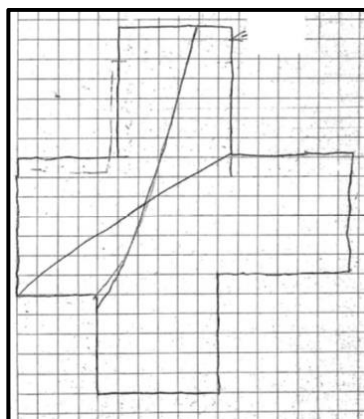


Figure 5. Production issue de l'activité Croix géniale d'un élève de l'Es

L'élève se retrouve dans une impasse. Il ne parvient déjà pas à reproduire une croix régulière sur un réseau quadrillé et il ne parvient pas non plus à dessiner les lignes de découpe : dans l'impossibilité de réaliser les pièces du puzzle, il est exclu de reconstituer un carré. Et l'enseignant se retrouve lui aussi dans une impasse : que faire de cette production ? Comment amener cet élève à poursuivre l'activité ? C'est précisément pour éviter de se retrouver dans de telles impasses, tout en cherchant à faire cas de ce que les élèves produisent en cours d'activité que nous avons développé le *jeu de tâches*. Au lieu de nous rendre auprès des élèves avec une tâche unique, nous nous y rendons avec un ensemble de tâches variées, non hiérarchisées, visant à leur aménager diverses rencontres, diverses expériences en lien avec les objets mathématiques en jeu : la croix régulière et le carré dans ce cas particulier.

3 Mise en commun

Pour démarrer la mise en commun, nous avons demandé aux participants de montrer, puis de commenter certaines découvertes qu'ils avaient faites, soit celles qui les avaient le plus intéressés, voire le plus surpris. Il n'a toutefois pas été simple pour eux d'oser prendre la parole pour montrer ce qu'ils avaient fait. Raison pour laquelle nous en sommes venus à présenter quelques productions d'élèves de l'Es relatives à certaines tâches que nous leur avons également proposées durant l'atelier. Cette présentation a eu pour effet de délier les langues et stimuler les échanges.

Tour à tour, nous avons ainsi pris connaissance des éléments qui suivent.

1° Un participant avait dessiné plusieurs croix très élaborées (dont nous n'avons malheureusement pas retrouvé trace dans le corpus des productions que nous avons récoltées en fin d'atelier) ; alors qu'un autre avait dessiné sur une feuille vierge la croix d'un cimetière en 3D avant de la reproduire sur une feuille quadrillée (figure 6).

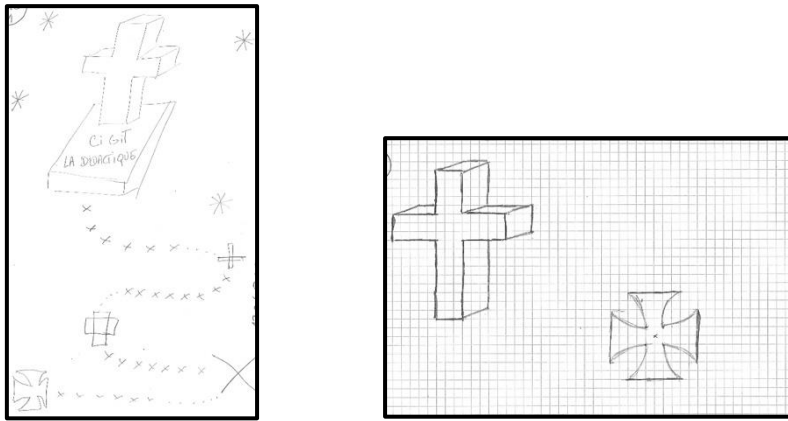


Figure 6. Productions issues des tâches : a) sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs ; b) sur feuille A4 quadrillée, reproduire certaines des croix dessinées en a) en s'appuyant sur les lignes et/ou les intersections du quadrillage

2° Un participant avait dessiné sur une feuille quadrillée (figure 7) une succession de trois croix régulières inscrites les unes dans les autres, dont la dimension des côtés progresse en la multipliant par 3 (longueur 1 carré, longueur 3 carrés et longueur 9 carrés) et l'aire conséquemment par 9 (aire 5 carrés, aire 45 carrés, aire 405 carrés) ; juste à côté sur la même production, on observe un autre essai de succession de croix inscrites les unes dans les autres, mais non-régulières cette fois-ci : chaque croix « colle » à la précédente en s'y écartant d'1 carré, ce qui fait que la dimension de quatre côtés progresse en suivant les nombres impairs (1 carré, 3 carrés, 5 carrés, 7 carrés) tandis que les huit autres côtés restent identiques (1 carré), alors que l'aire progresse par addition d'une succession de multiples de 8 (5 carrés, 21 carrés, 45 carrés, 77 carrés) ou mieux encore par la succession des nombres carrés impairs (9, 25, 49, 81) auxquels on a à chaque fois soustrait 4 (5, 21, 45, 77).

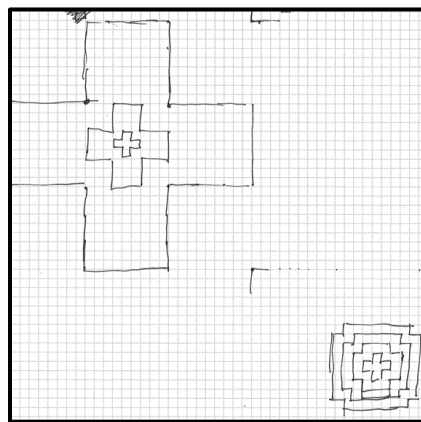


Figure 7. Production issue de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres

On peut également noter que dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier figuraient trois autres successions de croix régulières inscrites les unes dans les autres (figure 8) ; la première, dont la dimension de chaque côté progresse en suivant les nombres impairs (1 carré, 3 carrés, 5 carrés, 7 carrés) et l'aire en lui additionnant une succession de multiples de 40 (5 carrés, 45 carrés, 125 carrés, 245 carrés), respecte la symétrie du dessin ; tandis que les deux successions qui suivent, dont la dimension de chaque côté progresse selon la suite des nombres entiers (1 carré, 2 carrés, 3 carrés, 4 carrés, 5 carrés, 6 carrés, 7 carrés) et l'aire en lui additionnant les nombres de la suite des nombres impairs multipliés par 5 (5 carrés, 20 carrés, 45 carrés, 80 carrés, 125 carrés, 180 carrés, 245 carrés), ne la respectent pas.

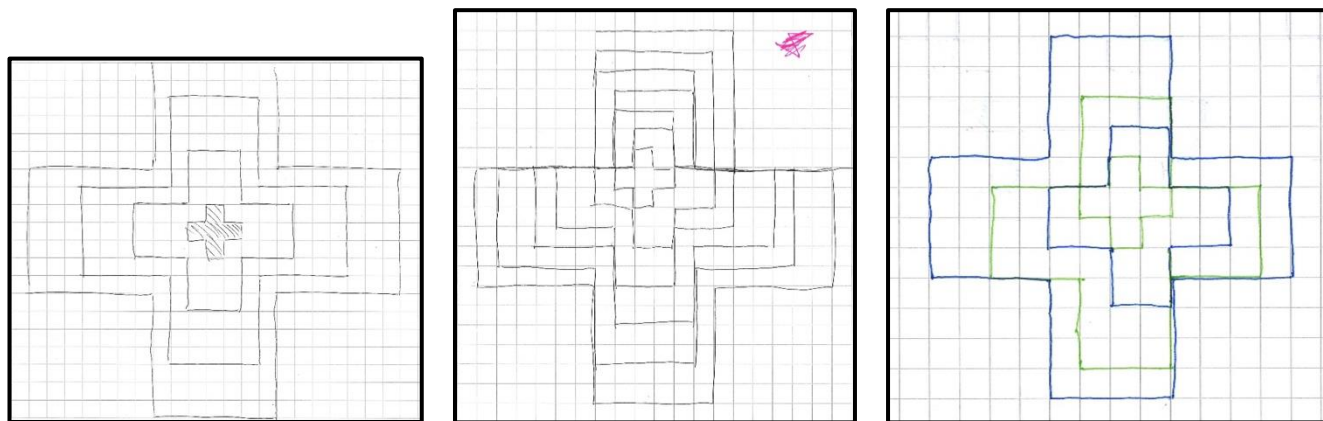


Figure 8. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres

3° Une participante avait cherché à dessiner (figure 9), en suivant les lignes du quadrillage, la plus grande croix régulière possible sur une feuille quadrillée et avait dû s'y prendre à trois reprises : la première fois, elle avait dessiné une croix d'aire 64 carrés, parfaitement symétrique, qui touchait les quatre bords de la feuille, mais qui n'était pas régulière (avec des côtés de longueur de 2, 4 et 5 carrés) ; la deuxième fois, elle avait dessiné une croix de même aire que la précédente (64 carrés), parfaitement symétrique et inscriptible dans un carré (on remarque les traitillés), qui touchait deux bords de la feuille, mais qui n'était toujours pas régulière (avec des côtés de longueur de 3 et 4 carrés); et finalement, la troisième fois, sur suggestion de sa voisine de table, elle avait dessiné une croix d'aire 45 carrés parfaitement régulière (avec tous les côtés de longueur de 3 carrés).

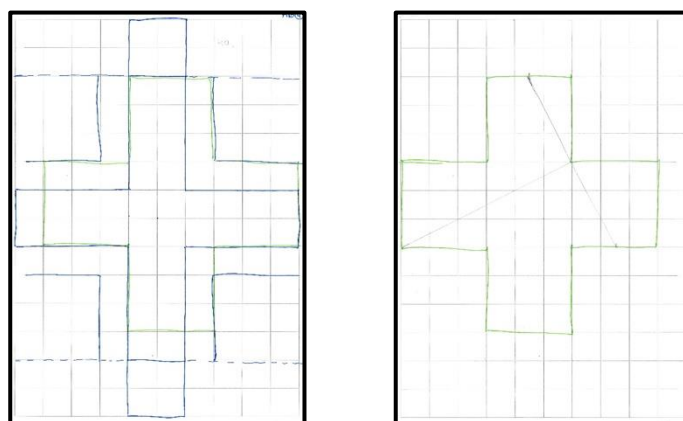


Figure 9. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée dessiner, en suivant les lignes du quadrillage la plus grande croix régulière possible

Dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier, nous avons trouvé d'autres essais de dessin de la plus grande croix régulière possible sur feuille quadrillée en suivant les lignes du quadrillage ou sur feuille vierge ; dans les deux exemples qui suivent (figure 10), on observe, comme on a pu également le faire auprès des élèves de l'Es, que la perspective de « tracer la plus grande » croix l'emporte souvent sur celle de « maintenir la régularité du pourtour de la croix » (composé de 12 côtés de même longueur).

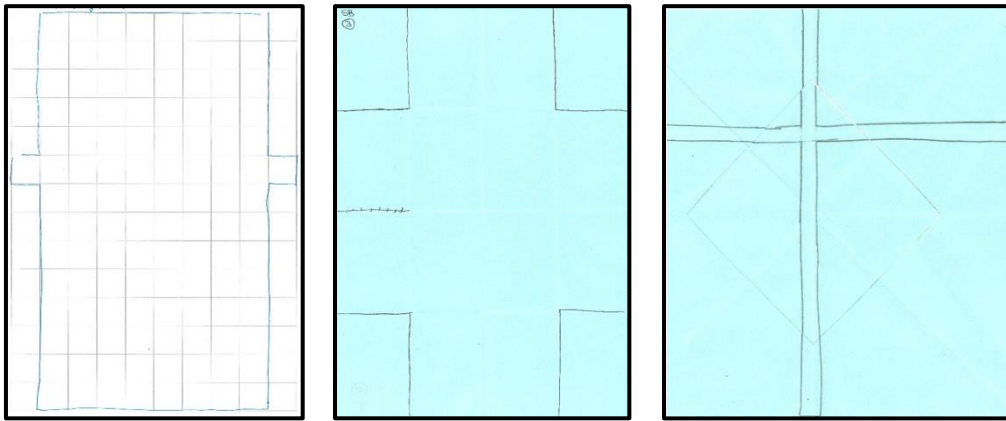


Figure 10. Productions issues des tâches : sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, la plus grande croix régulière possible ; sur une feuille A4 vierge, dessiner la plus grande croix régulières possible

4° Une participante avait cherché à réaliser un pavage de croix sur feuille quadrillée ce qui l'avait, a-t-elle dit, contrainte à inventer et utiliser d'autres croix qu'une croix régulière de dimension 1 (figure 11) pour combler les trous qui apparaissaient au fur et à mesure de la réalisation du pavage ; un autre participant était quant à lui parvenu à réaliser un pavage complet et sans trous de croix régulières de dimension 1 sur feuille quadrillée (figure 11) ; il a précisé que pour répondre à la demande de compter le nombre de croix qu'il avait ainsi produites, il s'était attaché, pour ne pas se perdre, à les numéroter en inscrivant chaque numéro sur le carré central de chaque croix ; et ce, juste avant de remarquer qu'il avait inscrit deux fois le même numéro (le 2) sur deux croix différentes, ce qui l'a conduit à corriger le nombre total de croix obtenues de 19 à 20.

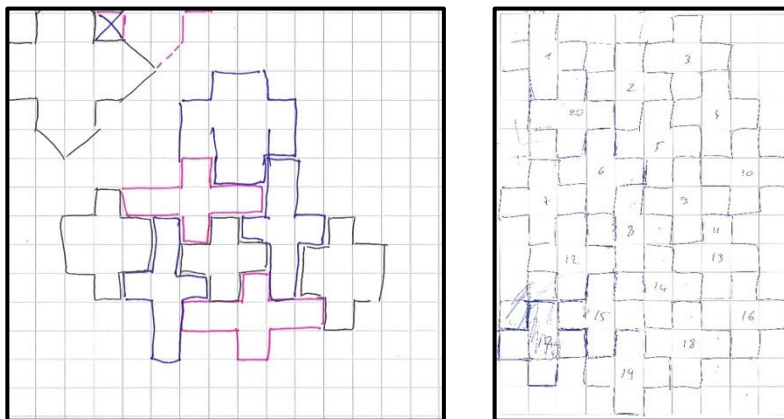


Figure 11. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, paver, en suivant les lignes, le quadrillage avec un grand nombre de croix

Dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier, nous avons trouvé d'autres essais de pavages comme on le voit dans les trois exemples de la figure 12 : le premier composé de croix irrégulières qui se stabilisent progressivement vers un pavage de croix régulières de dimension 2 ; le deuxième composé de croix régulières de dimension 2√2 placées en oblique sur la feuille ; et le troisième composé de croix irrégulières de dimension 1 et 5.

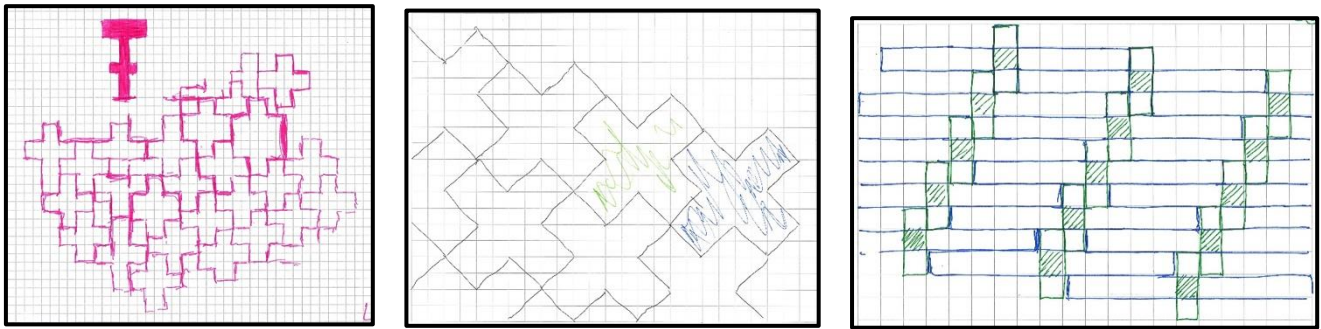


Figure 12. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, paver le quadrillage avec un grand nombre de croix

5° Aucun participant n'est en revanche parvenu à réaliser une quadrature de croix, c'est-à-dire de trouver (selon l'activité « Croix géniale » du manuel) une façon de partager une croix régulière en un certain nombre de morceaux qui, réarrangés d'une autre manière, permettent de constituer un carré ; un participant nous a dit qu'il avait dénombré les 180 carrés qui composaient sa croix régulière (de dimension 6), qu'il avait ensuite pris la racine carrée de 180, ce qui lui avait donné 13,416..., mais qu'il n'était pas ensuite parvenu à réaliser, géométriquement sur la croix, un segment de cette dimension ; un autre participant s'est mis à découper tous les carrés du quadrillage qui composaient la croix régulière qu'il avait dessinée tout en anticipant bien qu'il ne parviendrait pas (le nombre de carrés n'étant pas un nombre carré) à recomposer un carré avec eux. La figure 13 montre deux autres essais de quadrature que nous avons retrouvés dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier.

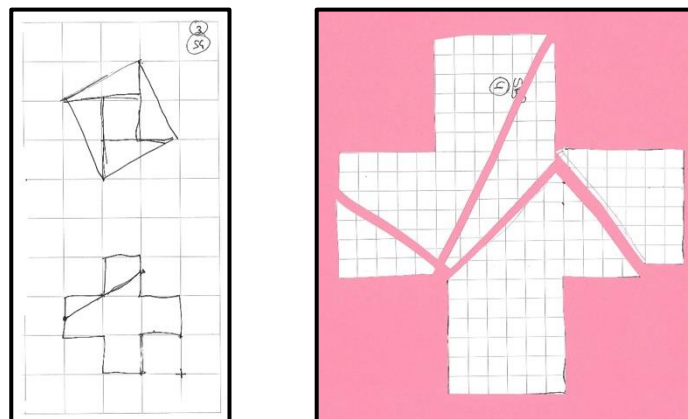
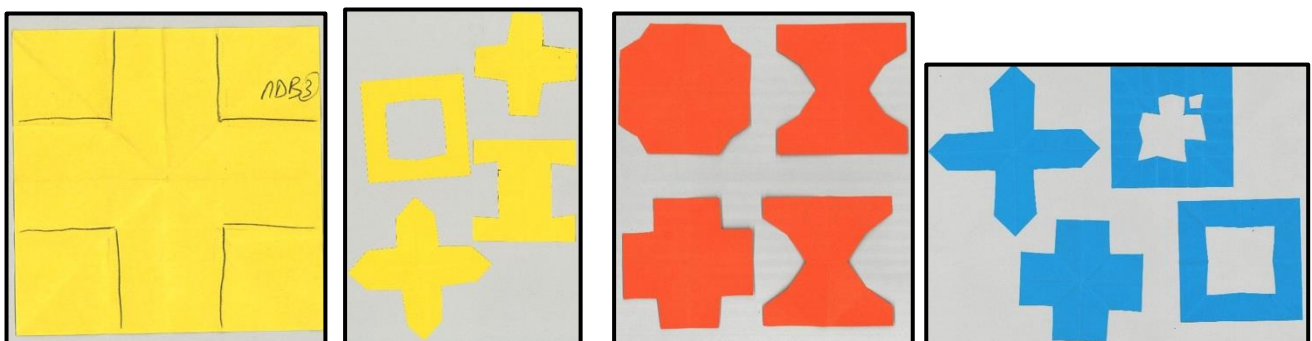


Figure 13. Productions issues de la tâche : trouver une manière de découper une croix régulière pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un carré

6° Enfin plusieurs participants se sont essayés à plier et découper un carré afin de produire une croix régulière (figure 14).



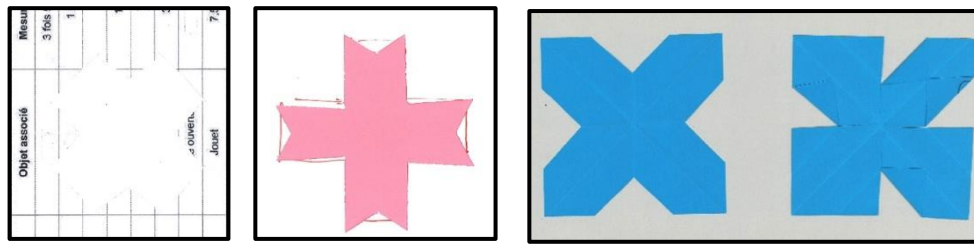


Figure 14. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 vierge, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir une croix régulière

Notons pour terminer que l'examen du corpus des productions récoltées en fin d'atelier a encore permis de révéler des productions qui n'étaient pas issues des tâches que nous avons soumises, ce qui montre que certains participants se sont constitués par et pour eux-mêmes d'autres tâches qu'ils ont essayé d'explorer. Nous observons (figure 15) dans l'ordre deux essais de pavages de croix dans une croix plus grande ; un essai de pavage de croix dans une croix en 3D ; et même un pliage de croix qui aboutit à un trapèze.

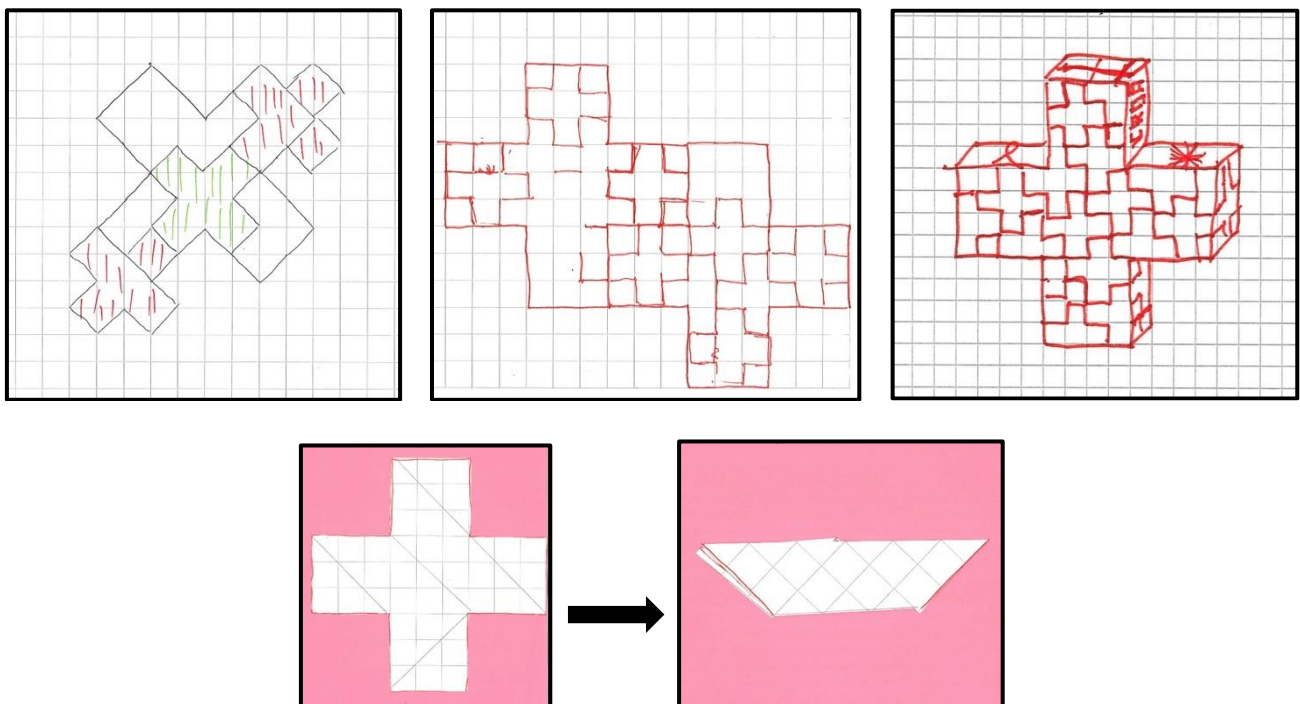


Figure 15. Productions issues d'autres tâches que certains participants se sont constitué eux-mêmes

Au cours de la mise en commun, nous avons également pu illustrer, partant d'une production d'élève et de celle d'une participante, les deux idées, pour nous centrales, de *réplique* (Conne, Favre, et Giroux, 2006) et de *surprise* (Conne, 2004a ; 2006) qui seront reprises dans la suite de l'atelier.

Un participant s'est en outre étonné de la relative pauvreté, en termes de créativité, des croix réalisées par les élèves de l'Es que nous avons présentées. Une pauvreté que nous avons considéré d'une part comme un phénomène récurrent dans le contexte de l'Es et qu'il s'agit précisément, au cours des échanges, de parvenir à dynamiser (le jeu de tâches constituant précisément un moyen pour le faire) ; et d'autre part que nous avons rapportée à certaines productions apparues durant l'atelier (figure 2) qui donnent à penser que la créativité n'est pas un donné, mais bien plutôt un construit qui se développe au cours de l'échange.

Une autre participante nous a enfin interpellés pour nous demander quel était notre objectif d'apprentissage, en termes de savoir visé, par un jeu de tâches. Une question que nous avons différée à la suite de notre présentation (voir plus avant section 4 : caractérisation du processus).

III - EXPLORATION DU MILIEU

1 De l'activité « Croix géniale » à la découverte d'Harry Lindgren

Après la mise en commun des productions apparues lors du jeu de tâches, nous avons expliqué aux participants comment nous nous y étions pris pour créer la liste de tâches (annexe 1) qui a tout à la fois servi de cadre et de support à l'animation du jeu. Il s'agissait de donner à voir un exemple d'*exploration du milieu* (Conne et al., 2004) telle qu'elle peut prendre forme au sein du groupe d'adultes.

À partir de l'activité Croix géniale figurant dans le manuel scolaire, nous nous sommes livrés, en groupe, à un travail d'exploration du milieu avec lequel cette activité nous amène à interagir. Ce travail exploratoire est organisé autour des questions suivantes à propos desquelles nous discutons librement :

- Quels sont les éléments constitutifs du milieu considéré ?
- Quelles sont les mathématiques susceptibles de s'y révéler ?
- Quelles sont les tâches que ce milieu nous donne à imaginer ?
- Quelles sont les effets attendus/inattendus que ces tâches sont à même de produire ?
- A-t-on quelques chances d'aménager quelques surprises aux élèves ?

Il s'agit de sonder le *potentiel du milieu* d'un point de vue mathématique, puis de sonder le *potentiel de tâches* que ces mathématiques nous permettent de concevoir, des tâches que nous utiliserons ensuite pour aller à la rencontre du *potentiel des élèves*.

Nous avons alors présenté certaines des découvertes que nous avons faites au cours de cette phase exploratoire⁴.

L'activité Croix géniale met en scène deux formes d'apparence très différentes : un carré et une croix régulière. La première forme est très investie scolairement, alors que la seconde ne l'est pratiquement pas (même en Suisse), au point que l'on sait, pour une majorité d'entre nous, qu'un carré comporte quatre côtés égaux, quatre sommets et quatre angles (droits); tandis qu'il est pour beaucoup nécessaire de se mettre à la tâche pour déterminer et vérifier qu'une croix régulière comprend elle aussi le même nombre (douze) de côtés, de sommets et d'angles.

Toutes différentes qu'elles soient d'un point de vue perceptif, le carré et la croix entretiennent cependant de nombreuses relations entre eux.

Une croix régulière se compose ainsi de cinq carrés égaux et, réciproquement, il faut cinq carrés égaux pour former une croix régulière. Il est également possible d'obtenir une croix régulière à partir d'un carré en lui ôtant dans les coins quatre carrés de longueur égale au tiers du carré de départ.

Le dessin de cette transformation d'un carré en croix régulière fait en outre apparaître une première manière d'inscrire une croix dans un carré (figure 16), mais elle n'est pas la seule :

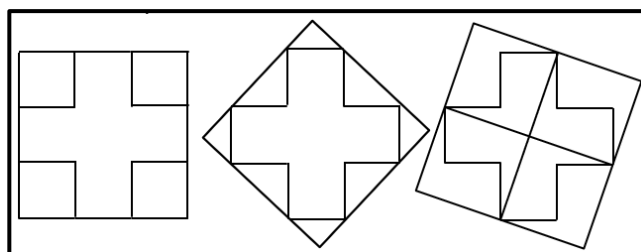


Figure 16. Trois manières d'inscrire une croix dans un carré

⁴ La chose ne s'est pas faite d'une seule fois et il ne s'agit pas là non plus des seules découvertes que nous avons réalisées (pour en savoir plus se référer à : Conne, 2003-2004 et Conne, 2004b) ; comme on le verra par la suite (voir plus avant section 4 : caractérisation du processus), ce travail d'exploration est le produit d'un processus en boucle qui s'enrichit au fur et à mesure de son développement.

Dans le premier dessin, l'aire du carré vaut $9/5$ de croix, alors que le côté vaut 3 fois la longueur du côté de la croix. Dans le deuxième dessin, l'aire du carré vaut $8/5$ de croix alors que le côté vaut $2\sqrt{2}$ fois la longueur du côté de la croix. Dans le troisième dessin, l'aire du carré vaut $10/5$ et donc 2 croix, alors que le côté vaut $\sqrt{10}$ fois la longueur du côté de la croix.

Le carré et la croix régulière possèdent une autre propriété commune : les deux figures possèdent quatre axes de symétrie passant par leur centre.

Comme on le voit dans l'activité Croix géniale, il est également possible de découper une croix régulière et d'en faire un puzzle qui permet ensuite de reconstituer un carré, autrement dit d'en réaliser la quadrature ; mais ce que ne dit pas le manuel, c'est qu'il est possible de réaliser deux puzzles différents (et non un seul) de forme carrée à partir du découpage de la croix qu'il propose (figure 17).

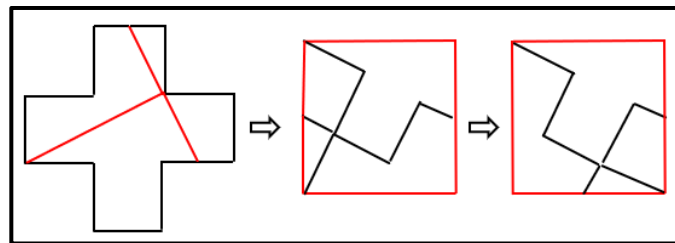


Figure 17. Deux façons de reconstituer un carré à partir d'un puzzle de croix régulière

Nous avons aussi remarqué qu'il n'était pas simple de réaliser la quadrature d'une croix régulière si l'on s'en tient seulement à considérer son pourtour (dans l'atelier, aucun participant n'est d'ailleurs parvenu à proposer une solution adéquate) ; en revanche, la chose devient plus aisée si l'on s'intéresse à son aire. Et là, le fait de pouvoir envisager qu'une croix régulière est composée de 5 carrés égaux s'avère déterminant : si chaque carré a un côté de longueur 1, son aire sera aussi égale à 1 et l'aire de la croix égale 5 ; le carré qui réalisera la quadrature devra en conséquence lui aussi posséder une aire de 5 et donc un côté égal à $\sqrt{5}$.

Ne reste dès lors plus qu'à trouver diverses façons d'obtenir un segment de longueur $\sqrt{5}$ sur le dessin de la croix régulière⁵. Et c'est précisément ce que réalise l'activité « Croix géniale » du manuel scolaire (figure 18) : les segments en rouge constituant les hypoténuses de deux triangles rectangles dont les cathètes en vert sont de dimension 1 et 2 (relativement à la longueur d'un côté de la croix).

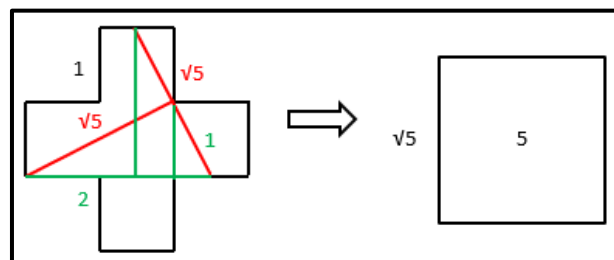


Figure 18. Obtenir des longueurs de $\sqrt{5}$ sur le dessin d'une croix régulière

Mais c'est aussi ce que réalisent d'autres découpes que nous avons découvertes. Ainsi le premier exemple de la figure 19 qui retranche quatre petits triangles rectangles de dimension $1/2$, 1 et $\sqrt{5}/2$ que l'on peut ensuite retourner et glisser dans les angles concaves de la croix ; ou encore le second exemple de la figure qui présente comme originalité de découper la croix en quatre morceaux identiques.

⁵ Relevons encore que la tâche inverse, à savoir la découpe d'un carré en un certain nombre de morceaux qui permettent ensuite de reconstituer une croix régulière, passe, elle aussi, par l'obtention de segments de longueur égale à $\sqrt{5}$.

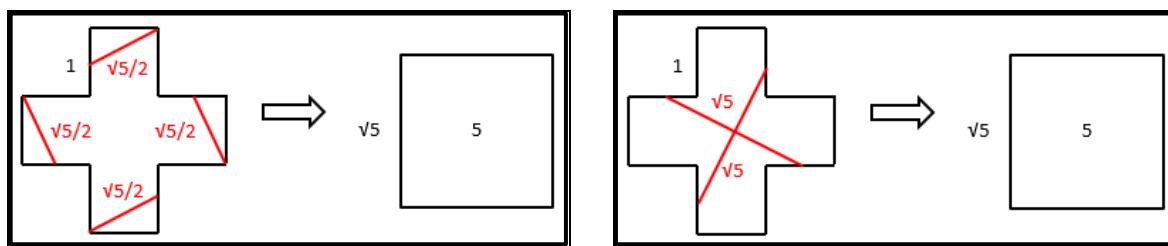


Figure 19. Deux autres formes de quadratures d'une croix régulière

Et nous avons même trouvé dans la brochure « Pythagore & Thalès » de Deledicq et Casiro (2009, p.16), la *géniale* (trouve-t-on ici la pleine signification du qualificatif utilisé dans le titre de l'activité du manuel ?) invention attribuée à Harry Lindgren (1961) d'une superposition de deux pavages - des croix régulières de dimension 1 et des carrés de dimension $\sqrt{5}$ - pour rendre compte de l'ensemble des découpes possibles (figure 20).

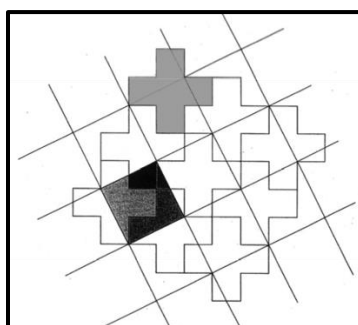


Figure 20. Pavages de carrés sur pavage de croix

IV - CARACTERISATION DU PROCESSUS

Parvenus au terme de la présentation de notre exploration mathématique du milieu qui a servi de fondement à la création des tâches que l'on retrouve dans l'annexe 1, nous avons poursuivi notre exposé pour caractériser le processus en trois temps - exploration du milieu - jeu de tâches - narration - sur lequel repose la réalisation d'un jeu de tâches. Un processus qui tourne en boucles récursives et s'enrichit au fur et mesure de son déploiement (figure 21).



Figure 21. Le processus de création et d'enrichissement d'un jeu de tâches

1 Exploration du milieu

À partir d'un objet mathématique particulier (carré, cercle, cube, ...), d'un matériel didactique (puzzle géométrique, polydrons, ...) ou d'une activité extraite d'un manuel, l'exploration du milieu débute en groupe afin de créer une liste de tâches. Ces tâches constituent diverses façons d'aménager des rencontres et des expériences à propos des objets mathématiques en jeu. Elles se réalisent sur divers supports et ne sont pas hiérarchisées. La liste de tâches sert ensuite de cadre et de support pour piloter l'interaction.

Dans l'atelier, nous sommes partis d'une activité tirée d'un manuel scolaire. Les deux objets mathématiques en jeu sont le carré et la croix régulière et les relations particulières qu'ils entretiennent. L'accent a en priorité porté sur les manières de produire des croix, de taille et d'orientation diverses, d'en réaliser des pavages ou de les transformer en carré.

2 Jeu de tâches

Si l'on parle de jeu de tâches, c'est que l'on va effectivement jouer ces tâches avec les élèves en étant guidé par leurs réponses et nos interprétations. Au cours du jeu, on s'intéressera tout particulièrement aux surprises que les tâches vont ménager aux élèves et aux surprises que les élèves sont susceptibles de nous ménager à leur tour. Pour les élèves, les surprises sont matière à des répliques qui vont, grâce aux connaissances qu'ils y engagent, leur permettre de mieux contrôler le milieu avec lequel ils interagissent. Pour le pilote, les surprises sont tout à la fois matière à des apprentissages sur le milieu avec lequel il propose aux élèves d'interagir et sur les mathématiques qui s'y révèlent.

Afin d'illustrer ce que peut être une surprise provoquée par une tâche, nous en avons proposé une aux participants à résoudre individuellement, mais simultanément. Il s'agissait, en suivant une marche à suivre que nous avons montrée pas à pas, de plier une feuille carrée, puis de la découper d'un seul coup de ciseaux de façon à obtenir une croix régulière. Nous avons évidemment senti que les participants n'étaient pas dupes de ce qu'on leur demandait de faire ; ils restaient méfiants, sur leur garde, ce d'autant plus qu'on leur avait annoncé vouloir leur aménager une surprise. Certains d'entre eux auraient bien voulu prendre un temps de réflexion avant d'opérer (surtout qu'il y en avait parmi eux qui s'était déjà essayé à réaliser cette même tâche en première partie d'atelier). Mais après quelques encouragements, la plupart d'entre eux se sont finalement laissés prendre au jeu, suivant nos indications de pliage et de découpage. Et au moment de déplier les feuilles, la surprise était bel et bien de mise : à partir d'une même marche à suivre, si certains avaient bel et bien obtenu une croix régulière, d'autres avaient produit, à leur dépens, une forme bien différente de celle qu'ils attendaient (figure 22).

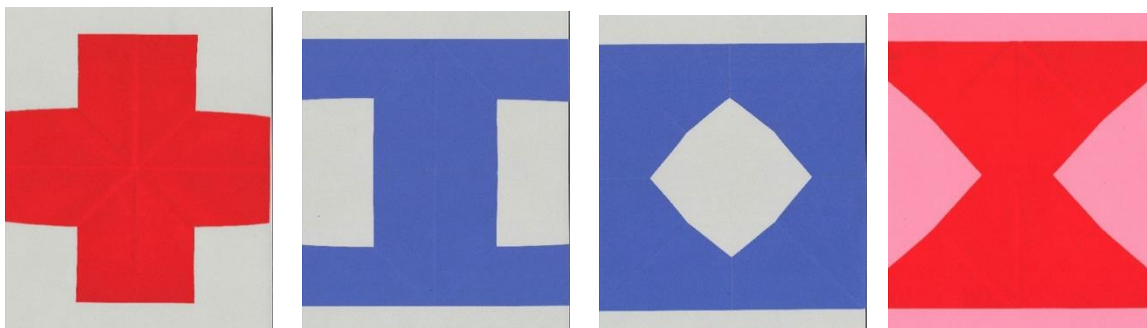


Figure 22. Productions issues de la tâche : plier une feuille carrée vierge, puis la découper d'un seul coup de ciseaux pour obtenir une croix régulière (en suivant une marche à suivre donnée collégalement)

3 Narration

Le déroulement de l'interaction est alors rapporté au groupe sous la forme d'un récit établi par celui qui a assuré le pilotage, partant des souvenirs qu'il en a conservés et des traces (productions) qu'il a récoltées au cours du jeu. Nous utilisons le terme de *narration* (Favre, 2011 ; groupe dmes, 2012 ; Favre, 2015 ; Favre, 2019) pour désigner ce récit fruit de l'interprétation du pilote et destiné au groupe. La narration suscite alors de nombreux échanges au sein du groupe, lesquels permettent de poursuivre encore plus avant l'exploration du milieu et d'aboutir à la création de nouvelles tâches. Ces tâches participent à l'élaboration et la réalisation de nouveaux jeux auprès des élèves.

Nous avons encore précisé que l'enjeu de l'ensemble du processus était au moins triple étant donné qu'il s'agissait de :

- installer, faire durer et dynamiser les interactions entre les élèves et le milieu considéré ;

- apporter des réponses didactiques aux productions imprécises, inexactes ou incorrectes des élèves en les enrôlant dans le développement du jeu ;
- aménager à l'intention des élèves des expériences mathématiques riches et constitutives des objets mathématiques en jeu.

Cet exposé de l'ensemble du processus qui, dans le groupe ddmes, nous conduit à développer un mode d'interactions dynamiques avec les élèves, nous a donné l'occasion de revenir sur la question qui nous avait été soumise précédemment (cf. fin de section 2) concernant l'objectif d'apprentissage, en termes de savoirs visés, que l'on poursuit dans un jeu de tâches. Nous avons dit alors que cet objectif ne peut pas être défini a priori puisque le déroulement du jeu, qui s'attache à prendre en compte et rebondir sur ce que produisent les élèves, ne nous permet pas d'anticiper les chemins qu'il nous conduira à emprunter : dans le jeu de tâches, il convient en effet de se départir de l'idée de vouloir constituer a priori un milieu devant favoriser la rencontre avec un savoir unique, pour s'engager dans l'exploration d'un milieu qui, progressivement, s'enrichira de savoirs multiples.

Nous avons également pu traiter une autre question nous demandant si le jeu de tâches n'avait pas tendance à restreindre les interactions entre les élèves, puisqu'il tendait à suivre, individuellement, ce que chacun d'entre eux produisait. Nous avons alors répondu en trois points. Premièrement que le jeu de tâches partait généralement d'une tâche commune, pour tous les élèves, quel que soit leur niveau scolaire ou leurs difficultés spécifiques (ce n'est jamais une préoccupation ou une donnée dont nous avons besoin pour initier un jeu de tâches), ce qui constituait un point de ralliement initial pour chacun d'entre eux. Deuxièmement que le déroulement du jeu qui va individualiser l'échange en fonction des réalisations de chaque élève n'empêchait nullement les interactions entre élèves de se produire, les uns venant montrer aux autres, parfois non sans une certaine fierté, ce qu'ils ont découverts (les participants avaient d'ailleurs pu l'expérimenter durant l'atelier). Et troisièmement qu'au terme d'un jeu de tâches (cela n'a pas forcément lieu d'être dans la même séance, ce qui donne la possibilité d'examiner les productions et de s'y préparer), il est non seulement possible, mais également généralement très favorable de rapporter à l'ensemble du groupe certaines découvertes effectuées - une participante a même évoqué une possible institutionnalisation d'un savoir révélé - qui pourraient faire office de relance et amorcer le lancement d'un nouveau jeu.

Enfin, nous avons lourdement insisté sur la condition qui nous semble indispensable au développement de l'ensemble du processus (et nous rend généralement fort réticents à donner à ceux qui nous le demandent des listes de tâches, clé en main, que l'on pourrait donner telles quelles en classe aux élèves) : à savoir de disposer pour le faire d'un groupe d'interlocuteurs, dont dans l'idéal certains sont « matheux » et/ou chercheurs en didactique des mathématiques (une denrée malheureusement bien trop rare dans le contexte de l'Es), au sein et avec lesquels il est à la fois possible d'initier des explorations, d'animer des jeux auprès des élèves et d'en rapporter le récit de ce qu'ils ont été en mesure de produire.

V - VERS DE NOUVELLES EXPLORATIONS

Au terme de cet exposé, et bien que le temps qui nous était imparti (du fait notamment qu'il avait débuté avec un quart d'heure de retard) était déjà bien avancé, nous avons proposé aux participants de se lancer à leur tour dans des explorations relatives à deux autres milieux bien contrastés. Un milieu numérique d'une part avec comme objet d'exploration une calculette (Favre, 2000 ; Del Notaro et Floris, 2005 ; Favre, 2006 ; Del Notaro et Floris, 2011 ; Favre, 2023) : nous en avons amenés de diverses grandeurs et de diverses marques ; et un milieu géométrique d'autre part avec comme objet d'exploration des feuilles recouvertes de différents réseaux (Vendeira, 2023a, 2023b, à paraître) : nous avons amenés des réseaux triangulaires, carrés, hexagonaux, des papiers pointés et quelques morceaux de nappes où figure un réseau de losanges que l'on retrouve sur de nombreux articles de décoration. Nous avons invité les groupes à choisir l'un des milieux (quatre groupes ont opté pour les calculettes et deux pour les réseaux)

et d'expérimenter ce travail exploratoire partant des cinq questions que nous avons reportées au début de la section 3. Nous leur avons rappelé qu'il s'agissait de : a) sonder le potentiel mathématique du milieu avec lequel ils allaient entrer en interaction, b) examiner le potentiel de tâches susceptibles de les étonner ou d'étonner leurs collègues, c) révéler ensuite le potentiel des élèves visant à leur aménager à leur tour quelques surprises. C'est avec passablement d'enthousiasme que les groupes se sont livrés à ce travail d'exploration que nous avons dû limiter à une vingtaine de minutes pour laisser la place à une mise en commun partielle des découvertes - chaque groupe a eu la possibilité d'en évoquer une - ainsi qu'à un moment de conclusion.

1 Exploration du milieu « calculette »

Voici donc en vrac quelques idées de tâches relatives au milieu « calculette », extraites du corpus des productions récoltées en fin d'atelier :

- Afficher des nombres sur l'écran de la calculette qui donnent un autre nombre (ou le même nombre) quand on la retourne ; chercher le plus long/grand nombre qu'il est possible d'afficher.
- Afficher des nombres sur l'écran de la calculette qui révèlent un mot (ayant du sens ou pas) lorsqu'on la retourne ; chercher le plus long mot ayant du sens qu'il est possible d'afficher.
- Faire afficher un nombre, par exemple 273, en utilisant seulement une touche numérique, par exemple 3, les quatre touches opérations (+, -, x, ÷) et la touche =.
- Chercher le résultat de $12345679 \times 27 =$; puis chercher d'autres façons de produire un nombre composé uniquement des mêmes chiffres en partant de 12345679 et avec les touches x et = ; puis chercher à le faire en partant d'un autre nombre que 12345679 ; puis avec d'autres touches que le x et le =.
- Chercher à produire le plus grand nombre possible en utilisant le même nombre à un chiffre, par exemple le 2, les quatre touches opérations (+, -, x, ÷) et la touche =.
- Chercher à produire le plus grand nombre possible en appuyant alternativement sur une touche jaune (touche numérique) et une touche bleue (touche opération) ; essayer d'utiliser le moins de touches possibles.
- Afficher un nombre⁶, par exemple 38 ; réaliser successivement plusieurs opérations identiques à partir de ce nombre par exemple + 9 ou x 2 ; observer, puis anticiper, puis contrôler ce qu'il advient du chiffre des unités.
- Remplir l'écran de la calculette de 1, appuyer sur la touche x, remplir à nouveau la calculette de 1, appuyer sur la touche = et observer le nombre ainsi produit ; remplir ensuite l'écran de la calculette de 2, appuyer sur la touche x, remplir à nouveau la calculette de 2, appuyer sur la touche = et observer le nombre ainsi produit ; chercher d'autres façons des nombres composés des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et des touches x et =.
- Afficher le chiffre 1 quatre fois de suite sur l'écran de la calculette, appuyer sur la touche x, afficher à nouveau le chiffre 1 quatre fois de suite sur l'écran de la calculette, appuyer le sur le signe = et observer le nombre ainsi produit ; répéter l'opération mais en affichant trois/cinq fois le chiffre 1 et observer les nombres ainsi produits ; chercher d'autres façons d'obtenir des nombres palindromes avec les touches x et =.

⁶ Le groupe qui a proposé cette tâche a eu la surprise de découvrir qu'en appuyant successivement sur les touches $7 \times 2 = = =$ de la calculette, on obtenait les résultats 14, 98, 686, 4802, 33614, 235298 et non pas 14, 28, 56, 112, 224, 448 ; la répétition mise en mémoire portait donc sur le premier et non sur le deuxième terme de la multiplication comme il l'avait anticipé. Pour obtenir 14, 28, 56, 112, 224, 448, il fallait donc appuyer sur $2 \times 7 = = = =$.

2 Exploration du milieu « réseaux »

Et voilà d'autres idées de tâches, également extraites du corpus des productions récoltées en fin d'atelier, relatives au milieu des « réseaux ».

2.1 Réseau cubes ou losanges

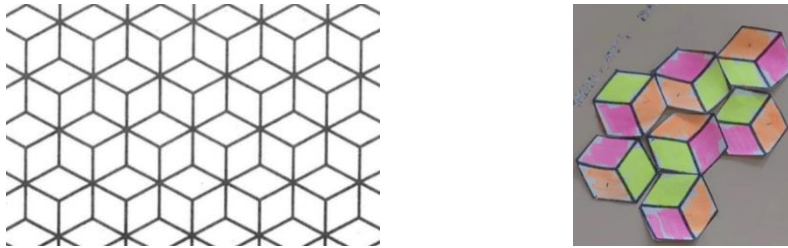


Figure 23. Réseau cubes ou losanges

- Identifier les sommets d'un cube et les colorier.
- Identifier les faces des cubes et les colorier (figure 23).
- Reproduire des cubes sur papier vierge avec les faces de la même couleur.
- Découper des cubes (séparément) et en recouvrir le réseau hexagonal.
- Faire apparaître différentes formes (symbole Mitsubishi, hexagone, losange, fleur, ...).
- Faire apparaître ces différentes formes (symbole Mitsubishi, hexagone, losange, fleur, ...) sur un/des autre(s) réseau(x).

2.2 Autres réseaux

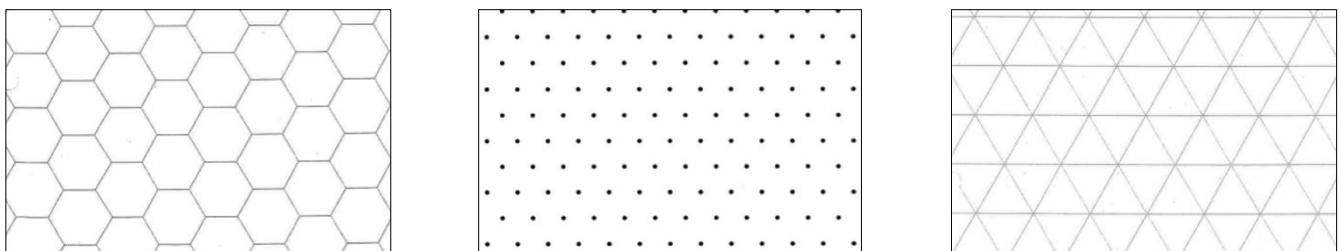


Figure 24. Réseau hexagonal - réseau pointé - réseau triangles

Réseau hexagonal :

- Créer différents motifs en coloriant x hexagones ($x \geq 3$), trouver toutes les possibilités à 3, 4, 5, ...
- Produire des puzzles sans trous à partir des motifs précédents découpés.

Réseau pointé :

- Tracer un hexagone, le plus petit, des plus grands, le plus grand.
- Tracer des rectangles, celui qui a la plus petite aire, la plus grande.
- Reproduire les motifs du réseau cubes ou losanges sur le réseau pointé.

Réseau triangles :

- Construire le développement d'un tétraèdre, d'un octaèdre ou d'un icosaèdre sur le réseau triangles
- À partir d'une feuille A4 vierge, tracer un réseau de droites parallèles à la base de la feuille puis en diagonale (selon deux directions) afin de reproduire le réseau triangulaire.
- Découper les triangles du réseau et les assembler (figure 25) de manière à obtenir un carré (et se rendre progressivement compte que la chose n'est pas possible).

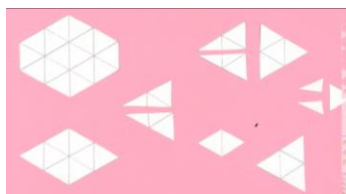


Figure 25. Production d'un groupe dans l'atelier avec le réseau triangles

Quel que soit le réseau :

- Ecrire des lettres, son prénom, ses initiales sur les différents réseaux, en coloriant les cases ou en repassant sur les traits du réseau.
- Colorier les différents morceaux de réseaux avec un minimum de couleurs sans qu'elles ne se touchent jamais.
- Essayer de créer un réseau de pentagones.

VI - CONCLUSION

En conclusion de l'atelier, nous sommes revenus sur la thématique du colloque consacrée à la question de l'éducation mathématique inclusive pour faire le lien avec le jeu de tâches.

Faute de temps, nous avons abordé sans doute un peu rapidement les faits que :

- du point de vue de la singularité des besoins, le jeu de tâches permettait bel et bien de différencier/piloter nos interventions en fonction des élèves et des expériences/surprises vécues par chacun ;
- du point de vue de la variété des dispositifs éducatifs d'aide et d'accompagnement, le jeu de tâches opérait une ouverture sur des contenus peu balisés, peu enseignés dans le contexte de l'Es et donc moins connotés par l'échec ;
- du point de vue de la formation des professionnels - qu'ils soient enseignants, formateurs ou chercheurs - le jeu de tâches les engageait prioritairement à s'intéresser à ce que font les élèves en réponse aux tâches qu'on leur propose, et à envisager, au-delà du seul critère de la réussite, si et comment il est possible d'enrôler leurs productions dans l'échange pour le dynamiser et le faire durer.

Pour terminer, nous avons quelque peu provoqué les participants en leur demandant en quoi notre dispositif pensé pour des élèves de l'Es, et donc hors des établissements scolaires ordinaires, pouvait relever ou non de l'éducation mathématique inclusive. L'interpellation n'était pas gratuite puisque, nous appuyant sur les propos de Assude (2019), nous faisons en effet le pari qu'avec le jeu de tâches, ce sont bien *via* les savoirs proposés que se joue l'inclusion et non *via* les structures que fréquentent les élèves :

[...] notre positionnement est bien celui du point de vue didactique, celui des savoirs, ce qui nous permet de dire qu'il peut y avoir des pratiques inclusives dans le milieu spécialisé comme il peut ne pas y en avoir dans le milieu ordinaire. (Assude, 2019, p. 16)

Nous développons d'ailleurs plus spécifiquement ce point dans Vendeira (2023b)⁷ et aurons encore ultérieurement l'occasion de le faire lors d'un travail dirigé (TD) du thème « Handicap et besoins éducatifs particuliers » qui aura lieu à la prochaine école d'été de didactique des mathématiques de l'ARDM en octobre 2023 à Bar-sur-Seine.

C'est alors qu'en réponse à la question posée au sujet de l'éducation mathématique inclusive, une participante nous a ménagé une agréable surprise⁸ (c'était bien notre tour, tiens donc) en affirmant que

⁷ Se référer également dans ces Actes à l'article de Jacinthe Giroux : « Esquisse d'une problématique pour l'enseignement des mathématiques en contexte d'éducation inclusive et propositions didactiques ».

⁸ Une ultime surprise est survenue alors que l'atelier était déjà clos, quand un participant s'est approché pour nous expliquer comment un élève était parvenu à confectionner une croix régulière à l'aide d'un coup de ciseaux initial dans une feuille A4,

le jeu de tâches lui paraissait tout à fait adéquat pour être mis en œuvre dans le contexte de l'enseignement ordinaire. Alors que nous nous en étions tenus à parler des expérimentations que nous avons menées dans le contexte exclusif de l'Es, le fait qu'une personne puisse envisager qu'un « produit » développé dans l'Es pouvait venir enrichir les pratiques de l'enseignement ordinaire⁹ nous est en effet apparu comme une fort belle perspective pour conclure.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. (2019). Dynamique inclusive, don et reconnaissance. *La nouvelle revue - Education et société inclusives*, 86, 13-26.

Auckenthaler, Y. (2004). Jouer la surprise, oui mais comment ? Analyses de jeux de tâches géométriques et de leurs moments de surprise. Genève : Mémoire inédit présenté à la FAPSE.

Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2018). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation. *Actes du 44^e colloque COPIRELEM* (191 – 207). ARPEME.

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, 41, 117-182.

Conne F. (2002) Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. Dans J.-L. Dorier et al. (eds.), *CDrom des actes de la XI^{ème} école d'été de didactique des mathématiques, Corps, France, août 2001*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissements de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. Dans C. Mary et S. Schmidt (eds.), *La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire. Education et francophonie, vol. XXXI (2) [Online]*, 82-102.

Conne, F. (2003-2004). *Sur le fil de nos expériences - saison 1* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : <https://shs.hal.science/halshs-01695004>.

Conne, F. (2004a). Jouer la surprise. *L'Éducateur*, 7, 35-37.

Conne, F. (2004b). *Sur le fil de nos expériences - saison 2* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : <https://shs.hal.science/halshs-01508950>.

Conne, F. (2006). La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante. *L'Éducateur, numéro spécial du 31 mars 2006 : « La recherche en éducation »*, 21-26.

Conne, F. (2010). Le groupe didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé (ddmes) : descriptif et perspectives actuelles (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : <https://shs.hal.science/halshs-01430801>.

Conne, F., Cange, C., Favre, J.-M., Del Notaro, L., Scheibler, A., Tièche Christinat, C., Bloch, I., et Salin M.-H. (2004). L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence. Dans V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (eds.), *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques* (77 – 185). Paris : IREM Paris 7.

Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques: le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. Dans P.-A. Doudin et L. Lafortune (eds.),

puis par une succession de pliages. Nous mettons volontiers le lecteur au défi d'en retrouver la marche à suivre, puis d'en vérifier l'exactitude dans les actes du 44^{ème} colloque de la COPIRELEM à Epinal (Billy, Cabassut, Petitfour, Simard et Tempier, 2018).

⁹ On peut mentionner ici le travail autour du jeu de tâches que mène Christine Del Notaro dans le cadre de la formation des enseignants primaires à Genève à partir de son travail de thèse (Del Notaro, 2010). Ainsi que deux autres travaux de fin de formation menés dans un contexte spécialisé, à Genève sous la direction de François Conne (Auckenthaler, 2004) et à Montréal sous celle de Jacinthe Giroux (Corbeil, 2008).

Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ? (118 – 151). Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

Corbeil, T. (2008). *Jeu de tâches portant sur la représentation graphique du cube pour des élèves ayant des incapacités intellectuelles légères*. Montréal : Mémoire inédit présenté à l'UQAM.

Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. et Villars-Kneubühler, F. (1998). *Mathématiques 3^{ème} année primaire - Livre du maître*. Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement).

Del Notaro, C. (2010). *Chiffres mode d'emploi : exploration du milieu mathématique et expérience à l'école primaire autour de quelques critères de divisibilité*. Thèse de doctorat [On Line] : <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:11825>. Université de Genève : FAPSE.

Del Notaro, L. et Floris, F. (2005). L'utilisation de la calculette à l'école élémentaire. *Math-Ecole*, 215, 4-18.

Del Notaro, L. et Floris, F. (2011). Calculatrice et propriétés arithmétiques à l'école élémentaire. *Grand N*, 87, 17-49.

Favre, J.-M. (2000). Calculette, coucou la revoilà ! *Math École*, 191, 10-20.

Favre, J.-M. (2004). Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. Dans V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (eds.), *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques* (109 – 126). Paris : IREM Paris 7.

Favre, J.-M. (2006). Intégrer des calculettes dans l'enseignement des mathématiques en classe spéciale : quelques idées de tâches, productions d'élèves et réflexions. *Revue suisse de pédagogie spécialisée*, 2/06, 20-27.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N*, 82, 9-30.

Favre, J.-M. (éd.) (2011). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes des deuxièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 26-27-28 mai 2011* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : <https://hal.science/halshs-03324376v1>.

Favre, J.-M. (2015). Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée. Thèse de doctorat [On Line] : <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939>. Université de Genève : FAPSE.

Favre, J.-M. (éd.) (2019). Expérience et interprétation. Faire des mathématiques avec des élèves de l'enseignement spécialisé *Actes des troisièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 3-4-5 mai 2019* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : <https://hal.science/halshs-03286007v1>.

Favre, J.-M. (2023). Jeu de tâches et calculettes dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée en Suisse romande. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 240, 115-125.

Groupe ddmes (2012). De l'expérience à la narration. *Math-Ecole*, 218, 46.

Vendeira, C. (2023a). Le dessin à main levée pour les apprentissages géométriques à l'école primaire. Dans C. Guille-Biel Winder et T. Assude (eds.), *Articulations espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation* (91 – 102). Londres : Iste Science Publishing.

Vendeira, C. (2023b). Comment "inclure" dans une structure séparée? Le cas du jeu de tâches comme pratique inclusive dans le contexte de l'enseignement spécialisé. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 240, 92-102.

Vendeira, C. (à paraître). Le dessin à main levée pour développer des connaissances géométriques en contexte d'enseignement spécialisé. Colloque EMF, Bénin 2022.

ANNEXE

Jeu de tâches utilisé dans l'atelier

Sur feuille A4 vierge, dessiner des croix, de diverses formes et de diverses grandeurs...
Sur feuille A4 quadrillée, reproduire certaines des croix dessinées en s'appuyant sur les lignes et/ou les intersections du quadrillage...
Sur feuille A4 vierge et/ou quadrillée, associer ou assembler des croix entre elles réaliser un pavage de croix...
Sur feuille A4 vierge et/ou quadrillée, réaliser un pavage de croix...
Sur feuille A4 vierge, dessiner une croix régulière et une croix droite non-régulière...
Sur feuille A4 vierge, dessiner diverses croix droites non-régulières...
Sur feuille A4 vierge, dessiner la plus grande croix régulière possible...
Sur feuille A4 vierge, réaliser un pavage de croix régulières...
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, la plus petite croix régulière possible, la plus grande croix régulière possible, et deux autres croix régulières de dimension intermédiaire...
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières dans différentes orientations...
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres...
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, le plus de petites croix régulières possibles...
A partir d'un pavage de croix régulières réalisé sur feuille A4 quadrillée, repérer des motifs qui se répètent susceptibles de vous aider à produire de manière rapide et efficace un pavage de croix régulières sur feuille vierge...
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner en suivant les lignes du quadrillage une croix régulière et une croix droite non-régulière de même aire...
Sur feuille A4 vierge ou quadrillée, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir un carré ...
Trouver une/diverses manière/s d'inscrire une croix régulière dans ce carré...
Trouver une/diverses manière/s de découper ce carré pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un croix régulière...
Sur feuille A4 vierge ou quadrillée, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir une croix régulière...
Trouver une/diverses manière/s de décomposer cette croix régulière en plusieurs carrés...
Trouver une/diverses manière/s de découper cette croix régulière pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un carré...