

LES GRANDEURS : COMMENT ACCOMPAGNER LA DIVERSITÉ DES ENSEIGNANTS POUR AIDER LES ÉLÈVES ?

Richard CABASSUT

IREM de Strasbourg

LISEC UR2310

richard.cabassut@gmail.com

Résumé

L'atelier se propose d'une part de réfléchir à des définitions différenciées des grandeurs suivant le destinataire (élève, professeur, RMC, formateur, mathématicien), et d'autre part de réfléchir à la prise en compte de la diversité des enseignants et des élèves dans des formations sur les grandeurs. On étudie différentes propositions de définitions sur les grandeurs (grandeur, mesure, mesurage, estimation ...) et la prise en compte de la diversité des professeurs et des élèves dans ces définitions.

Comment définir les grandeurs à différents auditoires (élèves, étudiants, enseignants, formateurs, mathématiciens) ? En effet plusieurs modalités sont possibles. On peut définir sous un pont le niveau d'eau et repérer les différents niveaux suivant les époques ; ou encore avec des élèves de maternelle, on peut repérer que la quantité d'eau écoulée pendant une durée est plus importante que pendant une autre durée. On aborde ainsi les grandeurs par l'action, avec des manipulations ou des expériences, sur des exemples. À l'opposé, on peut opter pour une définition formelle : pour Chamorro (2006, p.224), un ensemble de grandeurs mesurables est un monoïde commutatif archimédien. Faut-il recourir au point de vue du physicien pour lequel la mesure exacte d'une grandeur n'existe pas (Treiner 2011) ? ou bien aborder le point de vue des mathématiciens pour qui l'ensemble des grandeurs mesurables a pour modèle l'ensemble des nombres réels positifs (Perrin 2005, p.138) ? Nous proposons de réfléchir à la manière de définir les grandeurs à partir de différents exemples.

I - LA DIVERSITÉ DES PUBLICS : LES ÉLÈVES, LES PROFESSEURS, LES FORMATEURS

1 Chez les élèves

Le rapport Durpaire (2006) pointait les difficultés de conversions :

« Pour les mesures, plus d'un tiers des élèves des années 2000 ne savent pas convertir des kilogrammes en grammes ou des millimètres en centimètres. L'appel à l'écriture décimale fait encore chuter les résultats puisque seulement un sur deux convertit des mètres en kilomètres ».

Chambris (2012, p.64) rappelle les difficultés des élèves pour l'estimation de grandeurs :

Complète avec l'unité qui convient :
mètres, centimètres, grammes, kilogrammes, minutes, heures.

Au stade, Antoine a fait un saut en hauteur de 60

Il a réussi à soulever une caisse qui pesait 8

Il a lancé une balle lestée de 200 ... à une distance de 6

Il a fait un tour de piste en 4

	Réponses en %			
saut en hauteur	60 cm	60 m	autre	sans
	36,38	52,45	7,99	3,17
caisse soulevée	8 kg	8 g	autre	sans
	46,34	39,79	10,37	3,51
balle lestée	200 g	200 kg	autre	sans
	42,84	20,67	29,47	7,01
lancée à une distance de	6 m	6 cm	autre	sans
	36,63	25,12	24,76	13,50
un tour de piste en	4 min	4h	autre	sans
	61,10	16,66	11,82	10,42

Vingt ans après, on retrouve les mêmes faiblesses dans les évaluations d'entrée en 6^e de 2021 (Andreu S. & al.2021) où les cases grisées indiquent les réponses correctes et où les tableaux précisent le pourcentage de réponses de chaque choix de réponse.

1/ Sur une carte, 1 cm représente 4 km dans la réalité. Trouver la distance dans la réalité d'un segment de 10 cm sur le plan.

Cocher la bonne réponse.

☐ 0,4 km ☐ 400 km ☒ 40 km ☐ 4 km

0,4 km	400 km	40 km	4 km	Non réponse
5,9	7,6	77,3	5,6	3,6

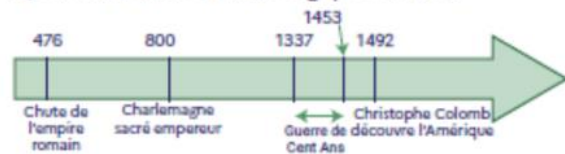
3/ Pour réaliser une mousse au chocolat pour quatre personnes, il faut 200 g de chocolat noir. Quelle est la quantité de chocolat pour sept personnes ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 200 g
☐ 300 g
☒ 350 g
☐ 400 g

250 g	300 g	350 g	400 g	Non réponse
7,5	9,5	58,3	21,7	3

2/ Observer la frise chronologique suivante.



La guerre de Cent Ans a duré en réalité

☒ 116 années.
☐ 861
☐ 324
☐ 977

116	324	861	977	Non réponse
76	6,6	4,9	7,3	5,2

5/ À la boulangerie, Kim a acheté 3 croissants à 1,20 € l'un et un pain aux raisins à 2 €. Elle donne 10 €. Combien va-t-on lui rendre ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 3,20 € ☐ 6,80 € ☐ 5,60 € ☒ 4,40 €

3,20 €	4,40 €	5,60 €	6,80 €	Non réponse
11,4	34,1	21,9	30,3	2,4

**4/Un rectangle a un périmètre de 500 m.
Sa longueur mesure 150 m.
Combien mesure sa largeur ?**

La largeur vaut ☒ 100 m.
☐ 125
☐ 200
☐ 350

100	125	200	350	Non réponse
31	11,4	14,6	37,1	5,9

**7/Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 80 km en une heure.
Quelle distance parcourt-elle en un quart d'heure ?**

Cocher la bonne réponse.

☒ 20 km
☐ 40 km
☐ 60 km
☐ 80 km

20 km	40 km	60 km	80 km	Non réponse
54,4	16,2	12,4	12,2	4,8

**6/Des élèves de CM2 étudient une situation que l'on admet être une situation de proportionnalité. Ils observent la distance parcourue par un cycliste en fonction du temps écoulé.
Un nombre manque dans le tableau suivant. Lequel ?**

Distance parcourue (en km)	Temps écoulé (en h)
60	2
120	4
	8

Cocher la bonne réponse.

☐ 180 km ☐ 194 km ☒ 240 km ☐ 480 km

180	194	240	480	Non réponse
28,6	4,9	54,7	7,6	4,2

1/Le cours de solfège de Mathis a commencé à 18 h 45 min et a duré 1 h 30 min.

Le cours de solfège s'est terminé à

☐ 19 h 15 min
☐ 20 h 05 min
☐ 19 h 75 min
☒ 20 h 15 min

19 h 15 min	19 h 75 min	20 h 05 min	20 h 15 min	Non réponse
23,8	19,2	9,5	45,9	1,7

On retrouve ces difficultés chez les enseignants et les formateurs.

2 Chez les enseignants et les formateurs

Sirieux (2020) dans une enquête de 2017 auprès de 200 enseignants du CE1 au CM2, observe : « Si les enseignants déclarent ne pas sous-estimer l'importance de l'enseignement de l'estimation, nous avons pu déterminer qu'ils sont globalement dans l'incapacité de définir l'estimation et de proposer des pistes pour l'enseigner ».

Lors du plan national de formation 2021-22 sur le thème « grandeurs et mesures », le retour¹ des formateurs d'enseignants de l'école primaire qui participaient à cette formation révélait les besoins suivants.

Les différents termes : objet, grandeur, mesure, mesurage et estimer n'étaient pas forcément bien définis par tous, et auraient probablement besoin d'être précisés lors de la formation.

Les participants ont débattu assez largement sur la notion de mesurage. Les avis des uns et des autres ne sont pas toujours en adéquation et une précision sur le terme serait judicieuse.

Disposer d'un lexique rigoureux mathématique (et non social) pour le domaine Grandeurs et Mesures.

Points de vigilance : il ne faut pas que la rigueur mathématique amoindrisse le sens et le bon sens chez l'élève, l'enseignant ou le formateur. Avoir des définitions éclairantes et ne pas donner les mêmes définitions à un élève, un enseignant, un formateur ou un mathématicien. Il faut affronter les différents registres sémiotiques et la polysémie et ne pas éviter les problèmes liés à ces différences.

Enfin lors de l'atelier, l'animateur exprimait son propre témoignage : « Sur le thème des grandeurs, dans les souvenirs de ma formation, reviennent le thème des équations aux dimensions en physique au lycée et un certificat de théorie de la mesure en troisième année de licence. Je ne me suis intéressé aux grandeurs que lorsque j'ai dû former des étudiants au professorat d'école et à l'estimation lorsque j'ai enseigné la théorie de l'estimation en statistique. J'ai alors été très surpris par l'absence du thème des

¹ Retours collectés par l'animateur de l'atelier qui a participé à cette formation du PNF.

grandeurs dans les ouvrages de mathématiques récents (les éléments d'Euclide n'étant pas considérés comme un ouvrage récent). J'ai trouvé des éléments de réponse dans des ouvrages entre mathématiques et didactique (brochures mots de l'APMEP, revue Petit x, ouvrages de Nicolas Rouche, documents d'accompagnement, ouvrages de Perrin (2005) ou Chamorro (2006)). Cette insatisfaction vis à vis des définitions sur les grandeurs était exprimée par le mathématicien Grothendieck (2021, p.20) « Ce qui me satisfaisait le moins, dans nos livres de maths, c'était l'absence de toute définition sérieuse de la notion de longueur (d'une courbe), d'aire (d'une surface), de volume d'un solide ». Réfléchissons donc aux définitions sur les grandeurs.

II - DÉFINITIONS À PROPOS DES GRANDEURS

1 Ce que ne disent pas les textes officiels

On observe la complexité de l'accès aux définitions pour l'élève, l'enseignant et le formateur. Les textes officiels en vigueur (MEN 2020) et les documents ressources (EDUSCOL 2016a, 2016b) discutent sur les notions de grandeurs sans jamais les définir. Ainsi le guide récent de la maternelle (DGESCO 2023 ; p.27) invoque « la grandeur des nombres » ou « les grandeurs des nombres » sans définir ces notions. La notion de grandeur repérable est évoquée dans le programme de cycle 2, mais n'est pas évoquée dans les autres programmes du cycle 1 au cycle 3, ni dans les documents ressources, à l'exception du guide du collège (DGESCO 2022, p.159). Même le document d'accompagnement de 2007 (DGESCO 2007), qui d'après (DGESCO 2022, p.161) « définit de manière claire et précise la notion de grandeur » ne précise pas comment les notions de grandeur repérable, d'estimation ou d'ordre de grandeur sont définies alors que ces notions sont présentes dans les programmes dès l'école primaire.

2 Ce que dit un texte de métrologie

Dans un cours d'introduction à la mesure, Schoefs & al. (2016) précisent :

« Une grandeur est définie comme attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance chimique, physique ou biologique, qui est susceptible d'être distinguée qualitativement et déterminée quantitativement (tirée de la Norme française NF X 07-001 de décembre 1994 "Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie").

La grandeur est caractérisée par une valeur numérique et une unité, qui sont indissociables. Ainsi, attribuer une valeur numérique à une grandeur sans en préciser l'unité n'a aucun sens.

On peut classer les grandeurs en deux catégories : les grandeurs mesurables et les grandeurs repérables.

Grandeur mesurable : une grandeur est dite mesurable si on peut lui affecter une valeur numérique à partir d'observations. En outre, la somme et/ou le produit de grandeurs mesurables ont une signification. Parmi les grandeurs mesurables, on peut citer la longueur, la température absolue, la résistance, ...

Grandeur repérable : une grandeur est dite repérable si la somme et le produit de cette grandeur n'ont pas de sens. Parmi les grandeurs repérables, on peut citer la température centésimale (°C), la date, le potentiel électrique, ... »

3 Ce que disent les textes officiels d'enseignement des mathématiques

(DGESCO 2022, p.161) rappelle la définition d'une grandeur : « Les grandeurs physiques ou mathématiques dépendent des objets d'étude qui peuvent porter plusieurs espèces de grandeurs (masse, longueur, durée, prix). Une grandeur met en relation des objets différents au sens des « relations d'équivalence » (tous les objets de même masse portent la même grandeur). Les grandeurs (d'une même espèce, par exemple, la masse) vérifient une relation d'ordre total (on peut comparer des masses), possèdent une addition (on peut additionner des masses) et par itération une multiplication par un entier (une masse trois fois plus lourde qu'une autre), une soustraction (si une masse est plus petite qu'une

autre, on peut trouver une masse différente), et généralement la division par un entier non nul (on parle alors de grandeur divisible). Certaines notions discrètes (habitant, voyageur, véhicule) sont traitées comme des grandeurs (discrètes) et en pratique comme des grandeurs (divisibles) dès que les cardinaux sont grands (le tiers d'une population de 3 500 habitants) ».

Ce document est le seul à évoquer explicitement les grandeurs repérables (DGESCO 2022, p.161): « Certaines grandeurs physiques ne sont pas mesurables, car l'échelle numérique associée, pour les caractériser, dépend du choix d'une origine (comme la température thermométrique Celsius, la date calendaire). Dans ce cas, ces grandeurs sont dites repérables, et on devrait dire au quotidien " repérer une température " plutôt que " mesurer une température ". Point de vigilance : passer de 10 °C à 20 °C, ce n'est pas doubler la température, car dans l'échelle Fahrenheit on passe de 50 °F à 68 °F qui n'est pas un doublement ».

Ce document renvoie à (EDUSCOL 2007) pour des définitions claires et précises des grandeurs. Nous proposons à partir de l'étude d'exemples de réfléchir à ces définitions.

III - DES EXEMPLES AUX DÉFINITIONS

Les participants à l'atelier sont invités à se répartir en groupes hétérogènes : chaque groupe essayant de rassembler des RMC, des formateurs en INSPE, des enseignants-chercheurs de mathématiques. Chaque groupe répondra aux questions concernant les exemples proposés et une mise en commun discutera les réponses.

1 Les tests d'intelligence

Soit un ensemble E de 8 personnes Alban, Béatrice, Charles, Denis, Elina, Françoise, Gérard et Hector soumis à des séries T1, T2 et T3 de tests d'intelligence et ayant obtenu les scores ci-contre.

Personnes	Score T1	Score T2	Score T3
A	1	1	2
B	1	1	2
C	1	1	1
D	2	2	1
E	2	2	1
F	2	2	3
G	2	2	3
H	4	5	3

Peut-on définir à partir de ces données une espèce de grandeur intelligence sur E en tenant compte des tests ? Est-elle repérable ? Est-elle mesurable ?

Discussion dans l'atelier :

A-t-on défini des espèces de grandeur ?

On s'accorde sur la définition suivante d'une grandeur inspirée de (EDUSCOL 2007).

Sur un ensemble X d'objets on définit une relation d'équivalence $\sim$ (la relation « avoir même grandeur que »). Sur l'ensemble G des classes d'équivalence, il existe une relation d'ordre total $\leq$ («est moins grand que») sur G , ce qui permet de dire pour 2 objets x et y de X , soit qu'ils ont même grandeur, soit que la grandeur de l'un est strictement plus grande que celle de l'autre.

Une classe d'équivalence par cette relation $\sim$ est une grandeur et l'ensemble de ces classes d'équivalence constitue une espèce de grandeur G (par exemple le volume, la longueur, la masse).

On peut définir pour chacun des scores T_i (où i vaut 1, 2 ou 3), une relation d'équivalence sur E : deux personnes ont la même intelligence si elles ont le même score. Et on définit une relation d'ordre total sur ces classes d'équivalence : une intelligence est inférieure à une autre si son score est inférieur au score de l'autre.

Ainsi on peut définir 3 espèces d'intelligence. On peut remarquer que T_1 et T_2 définissent les mêmes classes d'équivalence et la même relation d'ordre. On peut donc considérer que c'est la même espèce de grandeur à ce niveau-là (c'est à dire au niveau de la relation d'équivalence et de la relation d'ordre). Le score T_3 définit une autre espèce d'intelligence, distincte de la précédente.

Ces grandeurs sont-elles repérables ?

Pour le moment nous n'avons pas rencontré de définition de la notion de grandeur repérable. Observons les deux exemples classiques de grandeurs repérables non mesurables : la température et la date. Pour la température, on utilise une graduation régulière avec une origine. Pour la date, avec certains calendriers utilisent le jour comme unité et une origine est choisie (par exemple la naissance du Christ). On peut cependant observer que pour repérer un niveau de crue sous un pont il n'est pas nécessaire d'avoir une origine ou une unité.

On peut alors proposer la définition suivante :

Les grandeurs d'une espèce de grandeur donnée sont repérables numériquement s'il existe une application strictement croissante de l'ensemble des grandeurs dans l'ensemble des réels qui à toute grandeur associe un réel.

Cette définition peut être utilisée pour qualifier les exemples précédents (température, date, niveau de crue) d'exemples de grandeurs repérables. La stricte croissance permet la bijection entre l'ensemble des grandeurs et l'ensemble des repères de grandeurs. Cette numérisation des grandeurs permet certains calculs statistiques, comme le repère moyen d'un ensemble de grandeurs : c'est le cas de la température.

Par contre l'addition de repères ne signifie a priori rien. On ne sait pas interpréter une somme de température ou une somme de dates. Cependant pour les grandeurs mesurables, comme la longueur ou la masse, on peut, pour repère d'une grandeur, prendre sa mesure et dans ce cas la somme de ces repères aura une signification, qui provient du caractère mesurable de ces grandeurs.

Donc dans notre exemple des tests d'intelligence, ces grandeurs sont repérables. T_1 et T_2 pourraient définir en théorie la même espèce de grandeur, mais avec des repères différents qui ne sont pas égaux à un coefficient multiplicatif près.

Ces grandeurs sont-elles mesurables ?

Pour définir une grandeur mesurable, il faut définir une addition entre grandeurs qui va permettre des calculs entre grandeurs. Dans notre exemple sur les scores d'intelligence on peut additionner les scores.

Mais quel sens cela a-t-il ? De plus, pour T1, l'addition des scores 2 et 4 donne 6 qui n'est pas un score. Donc, sur cet exemple, nous ne voyons pas d'addition naturelle des grandeurs. Ces grandeurs ne sont pas a priori mesurables.

Examinons l'exemple suivant.

2 Température de réunions de récipients

On considère un ensemble fini de récipients remplis d'eau le dimanche 23 octobre 2022 à 12h² et toutes les parties possibles de cet ensemble (par exemple un récipient R1 avec 10cl d'eau à 10°, un récipient R2 20 cl d'eau à 5° etc). On insiste sur le fait qu'une partie de cet ensemble est constituée d'un ensemble de récipients mais n'est pas un mélange des contenus de ces récipients dans un récipient plus grand.

On définit la caractéristique température suivante :

caractéristique d'un récipient : mesure de la température indiquée par un thermomètre en degré Celsius plongé dans ce récipient le dimanche 23 octobre 2022 à 12h ;

Caractéristique d'un ensemble de récipients distincts deux à deux : somme des mesures des températures de ces récipients.

1) Cette caractéristique précédente d'un récipient ou d'une réunion est-elle une grandeur ? Est-elle repérable ? mesurable ? Pourquoi ?

2) Quelles définitions pour grandeur, grandeur repérable, grandeur mesurable et estimation proposeriez-vous à un élève de cycle 2, un élève de cycle 3, un étudiant préparant le concours de PE, un PE en formation continue, un RMC, un formateur de RMC ?

Discussion

Soit l'ensemble X des récipients et de toutes les réunions possibles de récipients.

La température précédemment définie est-elle une espèce de grandeur sur X ?

Soient x et y appartenant à X. $x \sim y$ si x et y ont même température. La relation $\sim$ est bien une relation d'équivalence sur X. Sur l'ensemble des classes d'équivalence on peut définir la relation d'ordre total suivante : une classe est inférieure à l'autre si la température commune des éléments de sa classe est inférieure à la température commune des éléments de l'autre classe. La température vérifie donc bien la définition d'une grandeur.

La température est-elle une grandeur repérable ?

Avec la définition adoptée dans l'exemple précédent, l'application de X dans l'ensemble des réels qui associe à un élément x de X sa température telle que définie au début de l'exemple est bien une application strictement croissante. Cette grandeur est donc repérable.

La température est-elle une grandeur mesurable ?

Pour cela il faut définir une addition entre températures.

Considérons des températures de parties disjointes. Alors la somme de ces températures est la température de la réunion de ces parties, réunion qui est bien un élément de X. Donc l'addition est interne dans ce cas.

Le problème se pose pour la somme des températures de parties non disjointes x et y. Si on note temp(x) pour la température de x on aura :

² La date et l'heure ont été choisis arbitrairement et n'ont aucune importance.

$$\text{temp}(x) + \text{temp}(y) = \text{temp}(x \cup y) + \text{temp}(x \cap y)$$

La question est de savoir s'il existe une partie de X de température $\text{temp}(x) + \text{temp}(y)$. On peut donner un contre-exemple. Si X a pour seul élément le récipient x , alors il n'existe pas de partie de X de température $\text{temp}(x) + \text{temp}(x) = 2 \text{ temp}(x)$.

(Eduscol 2007, p.5) signale cette difficulté avec un argument étrange : « Cette addition sur les objets n'est pas partout définie : il est en effet impossible d'ajouter un objet à lui-même [...] Pour la grandeur " longueur " par exemple, on ne peut pas mettre bout à bout un segment avec lui-même ; il faut disposer pour cela d'un autre segment de même longueur ». Cet argument est étrange car il mélange le monde mathématique et le monde extra-mathématique. Ce qui pose problème dans la somme des objets, ce n'est pas la faisabilité physique, manipulatoire, expérimentale de l'addition, c'est le fait que dans le passage à l'ensemble des classes d'équivalence, l'addition entre classes d'équivalence soit indépendante des représentants choisis pour effectuer la somme entre classes de ces objets.

Nous proposons la définition suivante de grandeur mesurable inspirée de (EDUSCOL 2007) ;

G est un ensemble de grandeurs mesurables si les conditions suivantes sont vérifiées :

- 1) *il existe une application m de X , ensemble non vide d'objets, dans $[0; +\infty[$. On définit sur X la relation d'équivalence $\sim$: $(x \sim y) \Leftrightarrow (m(x) = m(y))$.*
- 2) *G est l'ensemble des classes d'équivalence de $\sim$. On note $G(x)$ la classe d'équivalence de x .*
- 3) *on définit l'ordre total $\leq$ sur G par $G(x) \leq G(y)$ si $m(x) \leq m(y)$.*
- 4) *il existe une addition $+$ sur G vérifiant les propriétés suivantes :*
 - a) *$+$ est interne dans G , admet un élément neutre noté 0 , est associative et commutative,*
 - b) *l'application mes , de G dans $[0 ; +\infty[$, qui à $G(x)$ associe $\text{mes}(G(x)) = m(x)$, est compatible avec l'addition, c'est-à-dire que $\text{mes}(G(x) + G(y)) = \text{mes}(G(x)) + \text{mes}(G(y))$. $m(x)$ et $\text{mes}(G(x))$ sont respectivement appelées mesure de x et mesure de $G(x)$.*

Quelques remarques sur cette définition. Elle impose des conditions mais n'indique pas comment trouver l'application m ou la loi $+$. Il en était de même précédemment pour la relation d'équivalence $\sim$ et la relation d'ordre $\leq$: elles doivent exister pour définir une grandeur mais il n'y a pas d'indication comment les construire.

On remarquera que par définition, l'application mes est compatible avec l'ordre.

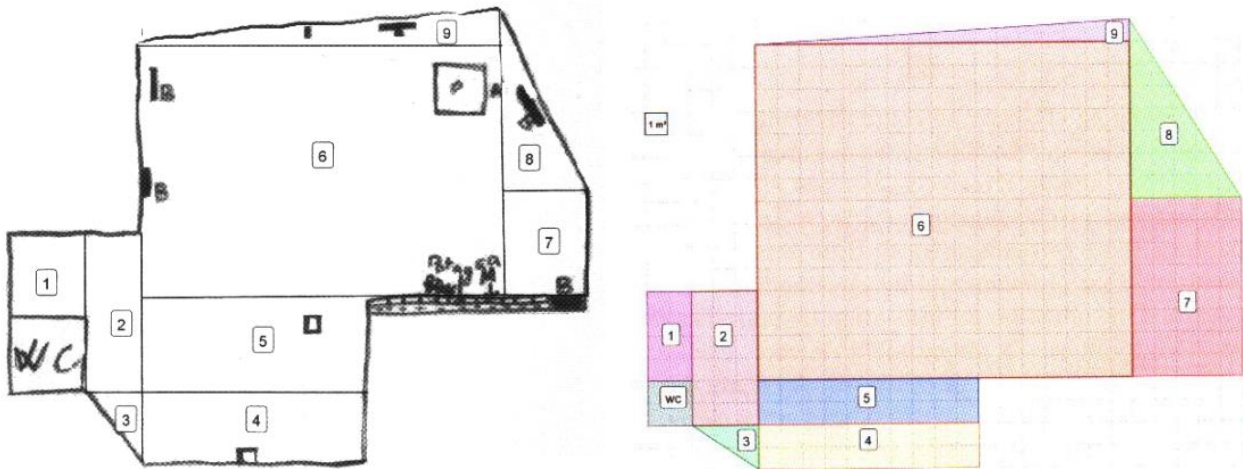
En effet si $G(x) \leq G(y)$ alors cela signifie que $m(x) \leq m(y)$ d'après 3), donc que $\text{mes}(G(x)) \leq \text{mes}(G(y))$.

Cette définition apparaît trop abstraite pour des professeurs d'école, en formation initiale ou continue. Pour ces publics l'addition $+$ et les applications m et mes seront présentées en fonction de l'espèce de grandeur étudiée. Par exemple pour la longueur les procédures de déplacement et de juxtaposition de segments introduiront l'addition. Le nombre de reports d'un étalon orienteront vers la mesure. Pour d'autres grandeurs comme la masse ou la durée on aura recours à un appareil de mesure type balance ou chronomètre.

Il a été souligné l'importance de la phase de comparaison des grandeurs sans recours à la mesure pour éviter de numériser trop rapidement le traitement des grandeurs.

3 La cour de l'école

(Moyon & al. 2018, p.185) propose une activité de mesure de l'aire de la cour d'une école.



Formules de calculs des aires :

Aire rectangle = $\text{longueur} \times \text{largeur}$

Aire triangle rectangle = $\text{base} \times \text{hauteur} \div 2$

Relevés effectués:

Découpage cour	longueur	largeur	Calcul de l'aire
Rectangle 1	14,19m	1,58m	$L \times l$
Rectangle 2	7,58m	3,16m	$L \times l$
Rectangle 3			
Rectangle 4	6,05m	3,2m	$L \times l$
Rectangle 5	10,90m	7,21	$L \times l$
Rectangle 6			
Rectangle 7	13,54m	10,30m	$L \times l$
Rectangle 8			
Rectangle 11			
Rectangle 12			
Rectangle 14	13,54m	3,2m	$L \times l$
Triangle rectangle 9			
Triangle rectangle 10			
Triangle rectangle 13	3,57m	3,85m	$B \times h \div 2$
Triangle rectangle 15			

Et si on mesurait la cour ? Comment définir les notions d'estimation et d'ordre de grandeur : pour un élève de cycle 2 ? un élève de cycle 3 ? un étudiant préparant le concours de PE ? un PE en formation continue ? un RMC ? un formateur de RMC ?

Discussion en atelier

Mathématiquement : soit x une valeur exacte (souvent inconnue ou inaccessible) $(a;b)$ est un encadrement à la précision p de x si $a \leq x \leq b$ et si $b - a \leq p$. Par exemple : $(3,1 ; 3,2)$ est un encadrement de π à la précision 0,1 car $3,1 \leq \pi \leq 3,2$ et $3,2 - 3,1 \leq 0,1$.

e est une estimation (ou approximation ou valeur approchée) de x à la précision p si $e - p \leq x \leq e + p$.

Par exemple : $3,14$ est une estimation de π à la précision $0,05$ car $3,14 - 0,05 = 3,09 \leq \pi \leq 3,14 + 0,05 = 3,19$

Un ordre de grandeur de x est un nombre simple arrondi proche de x (pas de définition consensuelle sur simple et arrondi).

Par exemple : 300, 100 ou 1000 sont des ordres de grandeur de 314,16. Plus l'unité est petite, et plus la mesure de la grandeur avec cette unité est grande, ce qui constitue un bon moyen de contrôle de mesures.

Au niveau des élèves il n'est pas envisagé de demander la précision d'une estimation. Les programmes de cycle 3 (MEN 2020) recommandent d'utiliser « les grands nombres (entiers) et les nombres décimaux pour exprimer ou estimer des mesures de grandeur (estimation de grandes distances, de populations, de durées, de périodes de l'histoire, etc.) [...] le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner un sens concret aux grandeurs étudiées et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueur et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre-poste, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait, etc.) ». Par contre il peut être important, en formation, d'introduire la précision pour comparer différentes estimations et justifier le choix des référents qu'on adoptera avec les élèves.

Le second temps de l'atelier sur différentes modalités de formation sur les grandeurs n'a pas pu être abordé faute de temps.

IV - CONCLUSION

Dans cet atelier, différentes définitions sur les notions de grandeur, de grandeur repérable, de grandeur mesurable, d'estimation et d'ordre de grandeur ont été proposées d'un point de vue mathématique. Ces définitions peuvent être abordées en formation initiale ou continue pour montrer le caractère problématique des définitions générales et pour aborder la complexité de ces notions. Mais une approche procédurale et pragmatique, spécifique à chaque espèce de grandeur, permettra de donner du sens aux comparaisons de grandeurs et à leurs mesures.

V - BIBLIOGRAPHIE

Chamorro, M. del C. (coord.) (2006) *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educacion. Madrid.

Chambris, C. (2012) *Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ?* Grand N n° 89, 2012, pp. 39 à 69. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01742650/document>

DGESCO (2023) *La construction du nombre à l'école maternelle*. Ministère de l'Éducation.

DGESCO (2022) *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*. Ministère de l'éducation nationale.

DGESCO (2021) *La résolution de problèmes mathématiques au collège*. Ministère de l'éducation nationale.

DGESCO (2020) *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. Ministère de l'éducation nationale.

Durpaire, J. L. & al. (2006) *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. Rapport de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale n° 2006-034. Ministère de l'Éducation Nationale. <https://www-vie-publique-fr.ezproxy.u-pec.fr/sites/default/files/rapport/pdf/064000859.pdf>

EDUSCOL (2007) *Ressources pour les classes de 6e, 5e, 4e, et 3e du collège - Grandeurs et mesures au collège*. Ministère de l'Éducation Nationale.

EDUSCOL (2016b) *Grandeurs et mesures au cycle 2*. Ministère de l'Éducation Nationale

EDUSCOL (2016a) *Grandeurs et mesures au cycle 3*. Ministère de l'Éducation Nationale

Grothendieck, A. (2021). *Récoltes et semailles*. Gallimard.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale) (2020) *Programmes d'enseignement*. Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020

Moyon Marc & al. (2018) *Passerelles Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*. Editions ARPEME.

Perrin, D. (2005) *Mathématiques d'école. Nombre, mesure et géométrie*. Edition Cassini.

Schoefs, O., Buiron, N., Favergeon, J. (2016). Chapitre 1 : *Grandeurs, dimensions et unités*. <https://ics.utc.fr/PS90/chapitre1/co/definition-grandeur.html>

Sirieux Pascal (2020) *Rôle de l'estimation de la mesure de longueur dans la compréhension des unités de mesure de longueur et des liens qui les unissent*. Actes du 46e colloque de la COPIRELEM Lausanne. pp. 327-337. <https://www.arpeme.fr/>

Treiner J. (2011). *Variabilité, incertitude, erreur*. In M. Gandit & B. Grugeon-Allys (Eds.) (2011) Actes des 18ème et 19ème colloques CORFEM (pp. 103-108). Université et IUFM de Franche-Comté. <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WF/IWF12020/IWF12020.pdf>