

UN OUTIL UTILISÉ EN FORMATION D'ENSEIGNANTS POUR ANALYSER LES ACTIVITÉS DES AXES THÉMATIQUES NOMBRE & OPÉRATIONS DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS EN CYCLE 2

Marie-Line GARDES

Professeure ordinaire, HEP VAUD
marie-line.gardes@hepl.ch

Manon DELETRA

Enseignante primaire et formatrice, HEP VAUD
manon.deletra@hepl.ch

Résumé

Dans le cadre d'une formation continue à grande échelle des enseignants vaudois de l'école primaire, nous avons conçu des contenus de formation sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes arithmétiques en cycle 2. Notre objectif était double : réactualiser les connaissances mathématiques sur ces notions et faire analyser, d'un point de vue didactique, des activités des moyens d'enseignement. Nous avons élaboré un outil d'analyse recensant, à partir du plan d'étude romand et des travaux en didactique, les apprentissages du début de l'école primaire concernant la numération, le calcul et la résolution de problèmes arithmétiques. Cet outil présente des potentiels intéressants pour accompagner les enseignants dans la planification de leur enseignement d'une part, et pour penser la différenciation d'autre part.

I - INTRODUCTION

Dans cet article, nous présentons un outil utilisé dans une formation continue des enseignants¹ aux nouveaux moyens d'enseignement romands (unique manuel scolaire officiel) en 3-4H (CP-CE1, élèves de 7 à 8 ans)².

Commençons tout d'abord par expliciter quelques éléments de contexte afin de comprendre la particularité de la Suisse en matière d'enseignement. En Suisse, il existe 26 cantons et autant de systèmes scolaires différents. En effet, chaque canton est souverain en matière d'éducation et dispose de ses propres lois sur l'enseignement. Il existe cependant une volonté d'harmonisation de ces législations. Pour la Suisse romande, c'est la Conférence Interantonale de l'Instruction Publique (CIIP) qui est l'institution de coordination. La coordination passe par un plan d'étude romand (PER) et des moyens d'enseignement romands (MER) qui sont communs aux cantons romands (CIIP, 2010). Le plan d'étude « recense un ensemble de connaissances et de compétences dont le développement est attendu chez tous les élèves de la scolarité obligatoire »³, les MER proposent des activités répondant aux objectifs du plan d'étude romand. Pour l'enseignement des mathématiques, les moyens d'enseignement sont conçus sous le mandat de la CIIP. Le processus de conception est très long, car tous les cantons doivent se mettre d'accord et approuver les moyens d'enseignement. De plus, une fois édités, ils entrent en vigueur selon les directives de chaque canton. Depuis 2019, de nouveaux moyens

¹ Afin de faciliter la lecture, nous n'utilisons pas l'écriture inclusive dans ce texte. En aucun cas cette décision révèle un quelconque rapport de genres, tous les termes rédigés par défaut au masculin concernent les deux genres.

² Une partie de cet article est repris de (Delétra et al., 2023).

³ <https://www.ciip.ch/Plans-detudes-romands/Plan-detudes-romand-scolarite-obligatoire-PER/Plan-detudes-romand-PER>

d'enseignement de mathématiques, sous format numérique (plateforme ESPER), ont été introduits progressivement dans les cantons romands. Pour le Canton de Vaud, ce déploiement a débuté en 2020 avec l'introduction des moyens d'enseignement pour les degrés 1-2H (école maternelle). La HEP Vaud a été mandatée pour accompagner ce déploiement par l'organisation de deux journées de formation continue pour l'ensemble des enseignants du canton.

Durant le déploiement de cette formation en 2021-2022, les formateurs et enseignants engagés ont créé, en parallèle, la formation pour les degrés suivants (3-4H, CP-CE1). Les deux journées de formation se sont construites selon le même modèle que celles de 1-2H avec une équipe formée de didacticiens et d'enseignants (pour plus de détails, voir Céria et al., 2023). L'utilisation de la carte des connaissances sur la construction du nombre, élaborée par Croset & Gardes (2020), a suscité un réel intérêt chez les enseignants de 1-2H lors des formations continues en 2021-2022. Nous avons donc eu envie de proposer une carte du même type pour les enseignants de 3-4H. C'est l'élaboration de cet outil et son utilisation que nous avons proposés lors de l'atelier à la COPIRELEM et dont nous rendons compte dans cet article.

II - CONSTRUCTION DE L'OUTIL

Dans la continuité du travail d'analyse des MER réalisé pour les deux premières années de scolarité (1-2H, enfants de 4-6 ans) lors de la préparation de la formation continue sur ces nouveaux moyens (Gardes et al., 2021), une démarche analogue a été mise en place pour ceux de 3-4H. La volonté, d'une part, de cartographier les savoirs visés sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes et, d'autre part, d'analyser les activités des domaines *Nombres* et *Opérations* pour examiner ce qu'elles permettent de travailler, nous a conduits à créer un outil. Cet outil prend la forme d'un tableau divisé en trois sections (détaillées ci-après) qui présente les principaux savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Fig. 1).

La section « Numération » (en orange) se divise en deux parties principales, selon les deux systèmes de numération (Mounier et al., 2020) : la numération orale qui concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique et la numération écrite (i.e. la construction de l'écriture chiffrée) qui est axée sur deux aspects à travailler en parallèle (Tempier, 2010), à savoir l'aspect positionnel (la valeur du chiffre dépend de sa position) et l'aspect décimal (la base de la numération est la base 10, pour passer au groupement supérieur on utilise l'échange 1 contre 10). En numération, le code oral et le code écrit, qui n'ont pas les mêmes régularités, doivent être articulés. En effet, si 10 chiffres sont suffisants pour écrire l'ensemble des nombres (numération écrite), bien plus de mots sont nécessaires pour les dire ou les écrire en toutes lettres (treize, vingt-deux, cent-dix-neuf...). Relevons encore que les exceptions sont nombreuses dans la numération orale (onze, douze, treize...) et que le chiffre zéro ne se dit pas lorsque l'on prononce un nombre (par exemple 2042 se dit deux-mille-quarante-deux et non deux-mille-zéro-quarante-deux).

La section « Calculs » (en vert) se divise aussi en deux parties : le calcul automatisé et le calcul réfléchi. Le premier comprend le répertoire mémorisé (résultats immédiatement disponibles) et les procédures élémentaires mémorisées (traitements rapides de calculs qui s'appuient sur des résultats mémorisés et mettent en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations). Quant au second, il s'agit de calculs pour lesquels l'élève doit mettre en place une procédure spécifique, s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations (par exemple, l'associativité et la commutativité de l'addition). Une partie des procédures automatisées passe d'abord par le calcul réfléchi : ces deux formes de calculs sont ainsi en constante interaction et permettent un équilibre entre sens et technique (Butlen & Charles-Pézar, 2007). L'ajout de 10, par exemple, est tout d'abord travaillé en calcul réfléchi. Puis, à force

d'entraînement, il intègre progressivement le répertoire mémorisé avant d'être totalement automatisé. Chaque élève augmente ainsi peu à peu, à son rythme, ses répertoires mémorisés, tout en élargissant les procédures de calcul réfléchi avec de nouveaux outils.

Enfin, la section « Résolution de problèmes » (en bleu) reprend les types de problèmes additifs et soustractifs, basés sur la typologie de Vergnaud (1990) :

- les problèmes de compositions d'états, qui se déclinent en composition de deux (ou plusieurs) états (noté EEE), avec la recherche du composé EEE (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?) ou d'un des états EEE (*p. ex.* : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?) ;
- les problèmes de transformation d'état, avec la recherche de l'état final ETE (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?), de la transformation ETE (*p. ex.* : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?) ou de l'état initial ETE (*p.ex.* : J'ai 22 billes, j'en ai gagné 7 à la récré. Combien en avais-je avant la récré ?) ;
- les problèmes de comparaison d'états, avec recherche de la comparaison ECE (*p. ex.* : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?) ou d'un des états ECE (*p. ex.* : Mon frère a 23 ans. Il a 11 ans de plus que moi. Quel est mon âge ?). A noter que seule la comparaison ECE est recherchée en 3-4P.

À ces types de problèmes s'ajoutent des problèmes visant une première approche de la multiplication (par addition itérée ou liée au produit cartésien) ainsi que des problèmes de recherche. Ces derniers correspondent aux problèmes que Houdement (2017, p.7) qualifie d'atypiques et définit « par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes ».

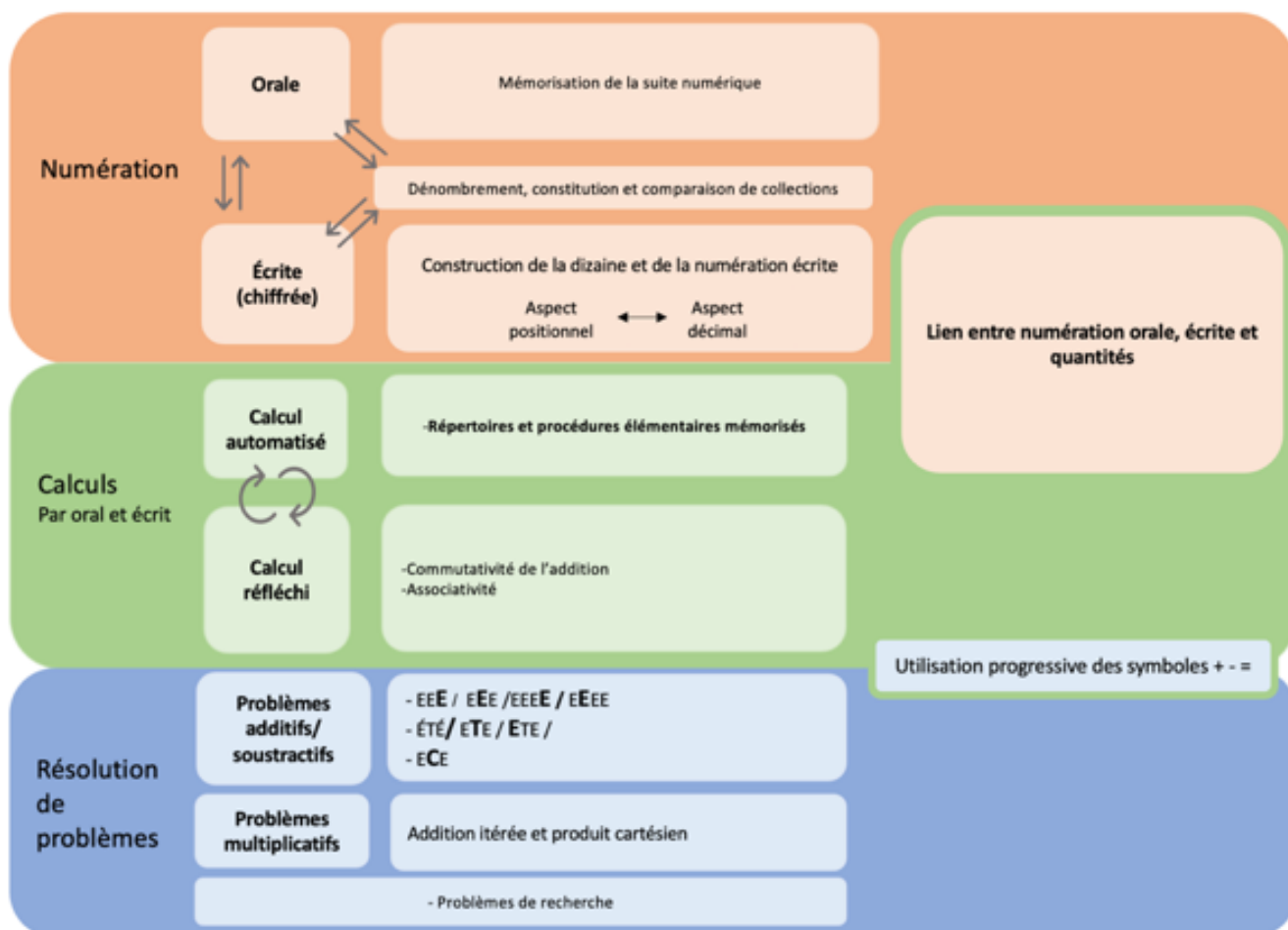


Fig. 1 – Structure globale du tableau des progressions s'appuyant sur la cartographie des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes

Pour identifier les apprentissages liés à ces savoirs et leurs progressions pour les degrés 3-4H, nous nous sommes basés, d'une part sur la proposition du guide français (MEN, 2021), et d'autre part sur la progression des apprentissages du Plan d'Études Romands (PER) (CIIP, 2010). Dans ce dernier, pour le cycle 1, les deux objectifs d'apprentissage concernés sont *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) pour ce qui concerne la construction de la numération et *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) pour ce qui concerne le calcul et la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, nous avons repris la progression proposée (sous forme de listes) par le guide et l'avons insérée dans la structure globale du tableau. Cette présentation a permis de mettre en évidence leur évolution au fil du demi-cycle (3-4H) – autrement dit de se représenter visuellement leur progression – et leurs liens. Dans un deuxième temps, nous avons repris et adapté cette progression pour en assurer une cohérence avec les objectifs du PER (CIIP, 2010). Par exemple, pour la section « Numération », le travail sur la petite comptine (de un à dix) et la grande comptine (de un à dix-neuf), spécifique à la numération orale française (de soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf) a été supprimé. Pour la section « Calculs », le calcul posé (algorithme de l'addition en colonnes), déjà travaillé en France en CP, n'est abordé en Suisse romande qu'en cinquième année. Pour la section « Résolution de problèmes », les problèmes additifs de comparaison, à aborder en 4H selon le PER, ont été ajoutés. Par ailleurs, certaines adaptations ont également été nécessaires au niveau du vocabulaire utilisé, ou encore du domaine numérique afin qu'il soit en adéquation avec les attentes curriculaires.

Sur certains aspects, le tableau des progressions élaboré (Fig. 2) présente l'avantage d'être plus détaillé que les progressions des apprentissages du PER. Dans son chapitre « Calculs » (MSN 13) par exemple, ce dernier mentionne uniquement l'« utilisation d'outils de calcul appropriés : calcul réfléchi avec possibilité d'utiliser un support (bande numérique, tableau des nombres,...), répertoire mémorisé, calculatrice ». Le tableau des progressions, quant à lui, spécifie explicitement des procédures à travailler avec les élèves en calcul réfléchi telles que l'ajout et le retrait de 1, 2 et 10, l'ajout et le retrait d'un nombre à 10 ou encore les presque doubles. Quant au MSN 12, seul le « dénombrement d'une collection d'objets, par comptage organisé, par groupements de 10 » fait référence à la construction de la dizaine, alors que le tableau précise que celle-ci se travaille sur deux aspects : positionnel et décimal. À l'inverse, le PER donne des précisions, dans le MSN 13, sur l'utilisation de matériel « en jouant (magasin, jeux de cartes, jeu de dés, ...) », élément qui n'apparaît pas dans notre tableau.

Le tableau élaboré offre une lecture plus large que celle du PER et met en relation des objectifs d'apprentissage et chapitres différents. En effet, le PER décrit les apprentissages des MSN 12 et 13 de manière disjointe alors que notre tableau les articule, en les présentant parallèlement sur trois sections (Fig. 2). À titre d'illustration, cela permet de voir qu'un travail sur la mémorisation du répertoire additif enrichit la construction de la numération, en élargissant par exemple le domaine numérique. Réciproquement, l'extension du domaine numérique et la construction de la numération permettent d'enrichir le répertoire mémorisé et le calcul réfléchi. Ces compétences peuvent ensuite être réinvesties lors de la résolution de problèmes, de même que la résolution de problèmes étoffe les procédures de calcul réfléchi. Ces multiples liens, si importants, sont plus difficiles à voir dans le PER au vu du cloisonnement des compétences qu'impose sa structure.

Suite à l'ensemble des réflexions menées et adaptations réalisées, le tableau a finalement pris la forme suivante :

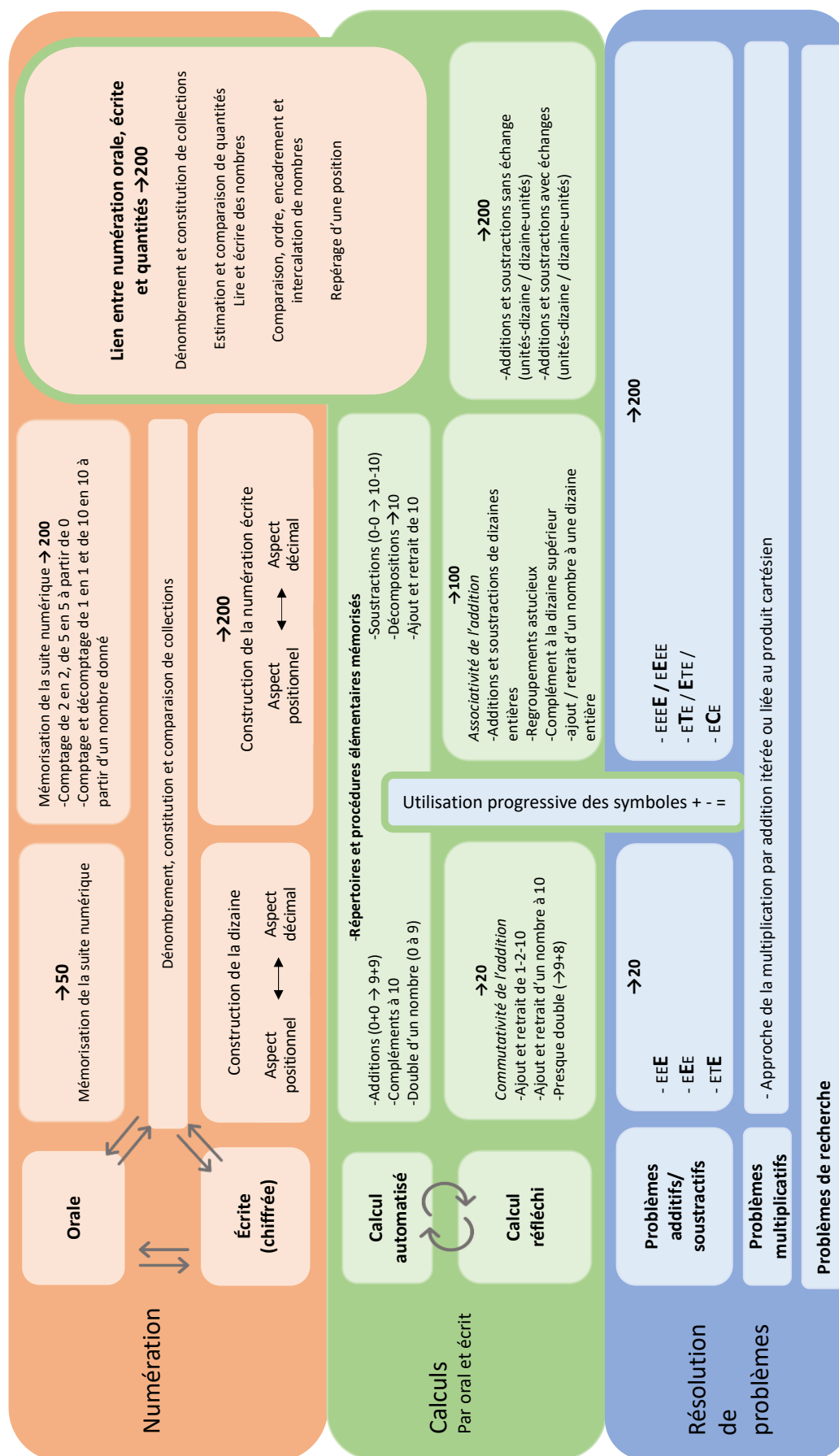


Fig. 2 : Tableau des progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes en 3-4H

Dans ce tableau, la progression de gauche à droite est à considérer de manière évolutive. Les apprentissages et savoirs travaillés en premier – soit ceux de gauche – doivent continuer à l’être au fil de l’année, en étendant progressivement le domaine numérique. Concomitamment, les apprentissages ayant déjà fait l’objet d’un travail sont élargis. Par exemple, en résolution de problèmes, ce sont tout d’abord des problèmes de types EEE (composition d’états) et ETE (transformation d’états) qui sont abordés en classe dans le domaine numérique de 0 à 20. Puis ils continuent à être traités, mais avec des nombres plus grands (jusqu’à 200), et de nouveaux types de problèmes, tels que les ECE (comparaison d’états), s’y ajoutent. Notons encore que deux éléments sont à cheval sur deux sections. En effet, l’« utilisation progressive des symboles » est autant travaillée dans la section « Calculs » que dans la section « Résolution de problèmes » et permet de lier ces deux sections. De même, la partie intitulée « lien entre numération écrite, orale et quantité » permet d’articuler le travail spécifique relevant de chacune des sections « Numération » et « Calculs ».

Ainsi, la présentation sous forme de tableau permet d’identifier rapidement, d’une part, les savoirs à travailler dans chacune des trois sections et la progression des apprentissages au fil de ces deux années de scolarité et, d’autre part, les liens entre ces sections. La lecture du tableau est donc double : horizontalement pour comprendre la progression d’une des sections et verticalement pour identifier les savoirs et progressions des apprentissages à travailler en parallèle. Relevons qu’il est important de ne pas rester uniquement dans l’une ou l’autre de ces lectures, mais de les lier pour comprendre la continuité et l’évolution. À titre d’illustration, les activités « Jouons avec la bande », « Les cibles » et « Les petits billets » (Annexe 2) couvrent les trois sections du tableau (respectivement *Numération orale*, *Calcul réfléchi* et *Résolution de problèmes EEE, ETE*). Travaillées en parallèle, elles permettent de lier la numération, le calcul et les problèmes, tout en les enrichissant mutuellement.

Notons encore que, le tableau se voulant très synthétique, une annexe à ce dernier a été rédigée (Annexe 1), précisant et exemplifiant certains apprentissages présentés lors de la formation. Le but de ce complément est de permettre aux enseignants de revenir sur un ou plusieurs savoirs, en fonction de leurs besoins.

III - PRÉSENTATION DES MER

Les moyens d’enseignement romands pour les degrés 3-4H se structurent selon quatre axes thématiques du PER : *Espace*, *Nombres*, *Opérations* et *Grandeurs et mesures*. S’y ajoute une partie intitulée *Aide à la résolution de problèmes*. Chaque axe est ensuite découpé en un ou plusieurs chapitres, dans lesquels différents apprentissages sont visés. Par exemple, l’axe thématique *Nombres* est relié à l’objectif *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) du PER et se compose de deux chapitres : *Dénombrement et extension du domaine numérique* et *Comparaison et représentation du nombre*. Le premier propose quatre apprentissages visés (AV) et le second deux (Fig. 3).

Depuis 2020, les MER sont disponibles pour les enseignants sur une plateforme en ligne (plateforme ESPER). Cette plateforme regroupe toutes les activités disponibles, le matériel des élèves (livre et fichier) et le corrigé des activités. Elle offre également la possibilité de s’informer sur des aspects plus théoriques autour d’un sujet général (ex. la gestion de l’hétérogénéité des élèves), en lien avec une thématique liée directement au cycle concerné (ex. Le nombre - premiers apprentissages - cycle 1) ou à l’intérieur d’un chapitre en lien avec les apprentissages visés (indications pédagogiques).

Indications pédagogiques

Nombres 3^e - Dénombrement - Chapitre 1 - Commentaires

Introduction à l'axe thématique Nombres

En tenant compte du PER, les rédacteurs ont fait le choix de deux chapitres distincts.

- Chapitre 1 - Dénombrement et extension du domaine numérique
- Chapitre 2 - Comparaison et représentation de nombres

Pour le troisième champ du PER, Ecriture des nombres, il s'est avéré que les éléments de ce champ sont étroitement liés à l'extension du domaine numérique et qu'un regroupement était judicieux.

Le système de numération est un élément commun à ces deux champs. La construction d'un chapitre uniquement pour l'écriture de nombres n'aurait pas permis une rédaction conforme à la structure du moyen : les particularités des activités d'introduction et des problèmes de synthèse étant incompatibles avec les progressions de ce champ.

Les rédacteurs ont fait le choix de définir dans ces chapitres six apprentissages visés qui reprennent les éléments de la progression d'apprentissage du PER.

Fig. 3 : Extrait d'indications pédagogiques pour le chapitre Nombre 3H, dénombrement

Pour chaque activité les enseignants ont des informations sur l'objectif de l'activité, son déroulement, le matériel utilisé. De plus, ils ont des indications sur les procédures possibles des élèves ainsi que les erreurs et blocages fréquents. Pour certaines activités ils ont en plus des précisions sur les variables didactiques, la différenciation possible et les activités en lien avec celle travaillée (Annexe 3). Pour finir, une mise en commun et une institutionnalisation sont parfois proposées.

IV - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

Après une rapide présentation du contexte Suisse, des moyens d'enseignement romands et du tableau (Figure 2), nous avons mis les participants en atelier. Celui-ci s'est déroulé en 3 temps que nous vous présentons ici. Nous avons utilisé la technique du groupe puzzle afin de pouvoir découvrir des activités à l'intérieur d'un groupe pour ensuite les mutualiser au sein d'un nouveau groupe.

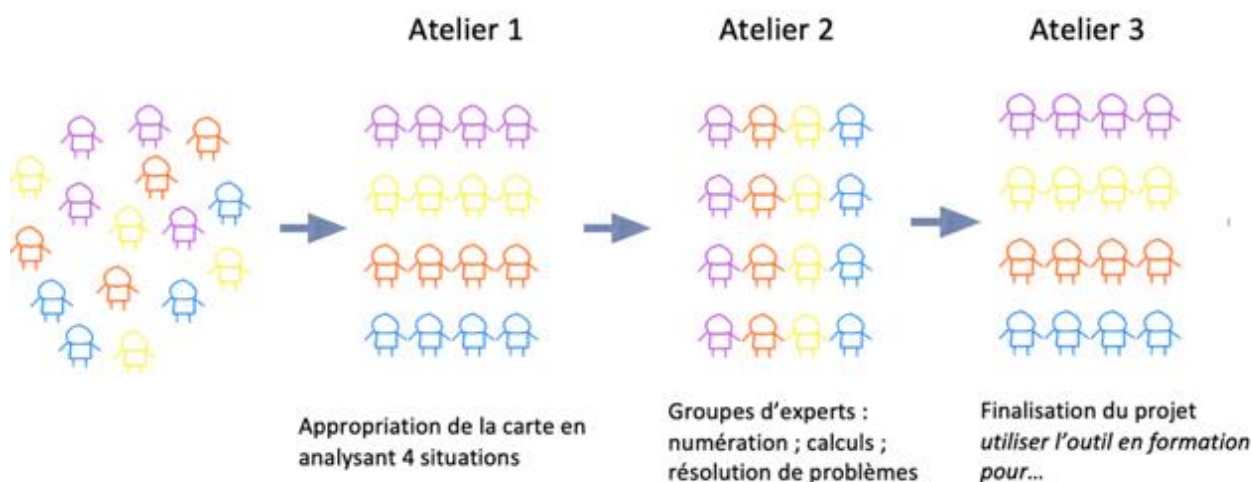


Fig. 4 : Illustration du fonctionnement de l'atelier

1 Atelier 1 : découvertes de quatre tâches communes par groupe d'apprentissage

Les participants étaient répartis en 5 groupes de 6 personnes. Chaque groupe a reçu l'ensemble des documents pour découvrir 4 activités des moyens d'enseignement romands. Tous les groupes ont reçu les mêmes activités. Ils avaient à disposition les documents des élèves, le matériel ainsi que les commentaires de l'activité pour l'enseignant, disponibles sur la plateforme.

Le but de ce moment était de prendre connaissance de l'activité dans son ensemble puis d'identifier les savoirs mathématiques visés et travaillés dans les activités en les positionnant dans une case du tableau. Ainsi les participants pouvaient, durant 25-30 minutes, approfondir les activités et s'approprier l'outil présenté.

Durant ce moment, les échanges ont porté sur plusieurs aspects au sein des groupes. D'une part, sur l'emploi de matériel et sur la compréhension des activités. La clarté ou non des consignes et le manque d'information dans certains cas ont été soulevés. D'autre part, les débats ont porté sur la nature des apprentissages travaillés en lien avec le tableau. Des justifications, des variantes et des clarifications ont été nécessaires entre les participants pour se mettre d'accord pour placer certaines activités dans le tableau. Il a été souligné qu'il est difficile de placer une activité dans une case, car souvent elle permet de faire des liens entre plusieurs cases du tableau. Les échanges ont été très riches et ont soulevé certaines limites dans les activités. Par exemple, dans « En Egypte » (annexe 4) nous avons apporté des cartes en plus du matériel proposé initialement. Cela a permis de mettre en évidence que l'aspect décimal du système de numération n'est pas travaillé avec le matériel de base mais qu'il est possible de rendre l'activité plus en adéquation avec le travail sur l'aspect décimal.

Pour donner suite aux discussions au sein des groupes, nous avons proposé une discussion commune autour du placement des activités dans le tableau. Le but de ce moment était de nous mettre d'accord sur les quatre activités ainsi qu'éclaircir les derniers points flous autour du matériel.

Pour placer l'activité dans le tableau, l'analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, elle se focalise sur l'apprentissage visé dans l'activité. Pour mentionner que d'autres savoirs sont en jeu, notamment selon les procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre ou dans les potentialités de l'activité, nous les avons signifiés avec une étoile rose (Fig. 5).

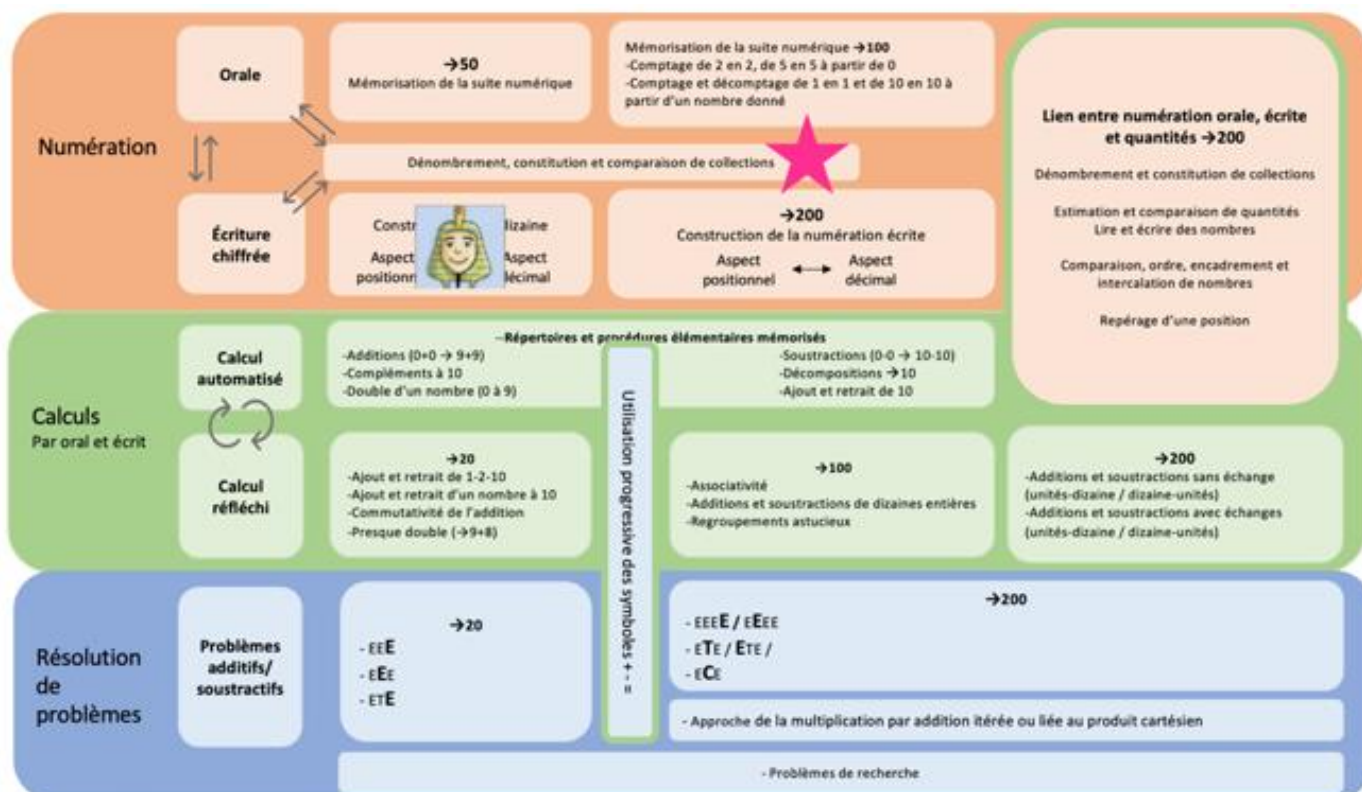


Fig. 5 : Exemple de retour sur l'activité En Egypte (Annexe 4)

Les quatre activités avaient été choisies afin de balayer les trois domaines du tableau (Fig. 6).

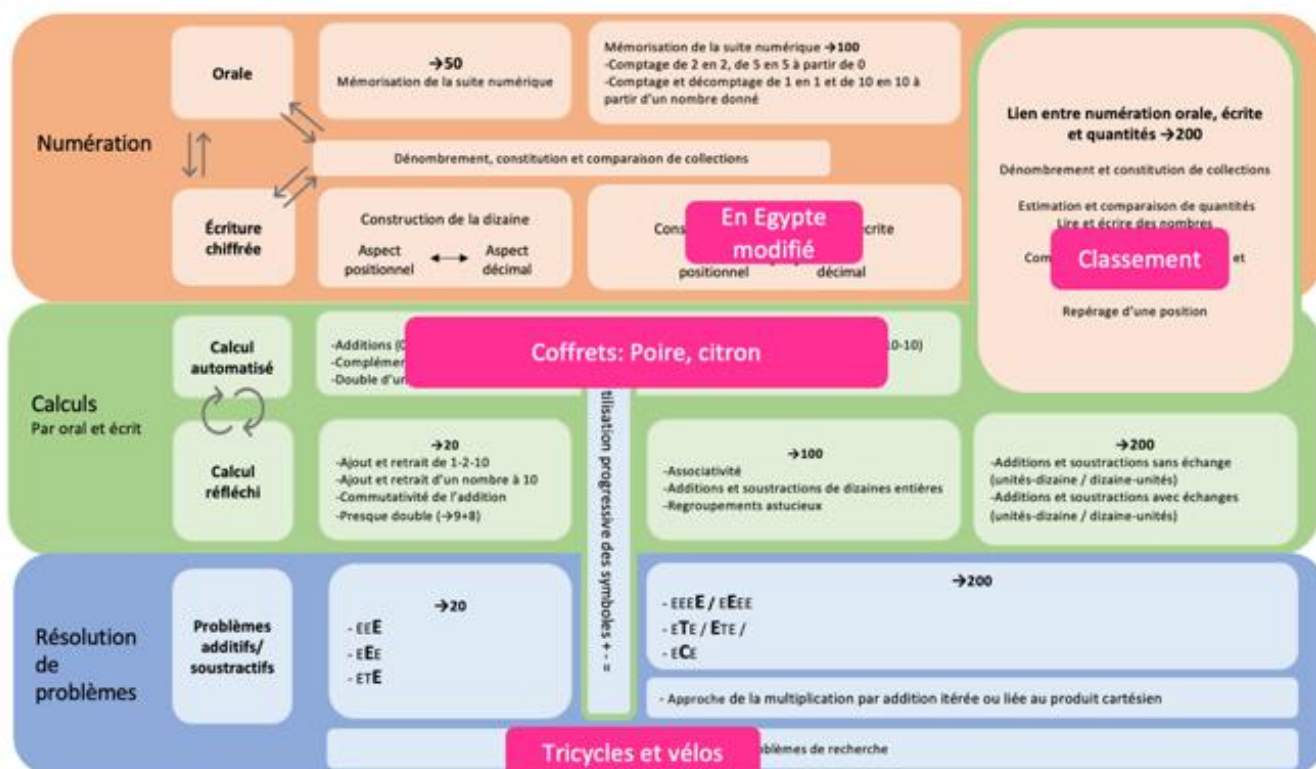


Fig. 6 : Placement des quatre activités dans le tableau

2 Atelier 2 : Groupe d'experts

Dans ce deuxième temps de 20 minutes, nous avons fait 6 nouveaux groupes de 5 personnes pour constituer des groupes d'experts dans un des domaines du tableau. Ces nouveaux groupes se composaient d'une personne de chaque groupe initial afin de mélanger au maximum les participants et d'enrichir les discussions. Chaque groupe a reçu une nouvelle enveloppe avec de nouvelles activités tirées des MER en fonction de son domaine d'expertise (Tableau 1). Deux groupes avaient des activités de numération, deux groupes des activités portant sur le calcul et deux groupes sur la résolution de problèmes. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée, il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisia et al., 2018). Comme dans l'atelier 1, l'objectif était de découvrir les activités ainsi que de questionner les objectifs de chacune en les plaçant dans le tableau.

Numération (1 groupe)	Numération (1 groupe)	Calculs (2 groupes)	Problèmes (2 groupes)
Furet	Jouons avec la bande	Les Cibles	Les bus
Chutes	Pinceaux	Les trios	Les petits billets
Chaque jour compte	Chaque jour compte	Cal-Cubes	Pavés de bonnes intentions
Devinettes	Les balles	Coffrets de calculs séries : raisin, pastèque, Kiwi, Autruche, Lapin, Girafe, Tigre, Éléphant	Menu à la carte

Tableau 1 : Répartition des activités dans les 6 groupes

Durant cet atelier, la mise en route a été beaucoup plus rapide, car on sentait une familiarité dans la façon d'appréhender le matériel et dans l'objectif à atteindre. Les échanges ont été de différentes natures selon le domaine travaillé.

Par exemple dans les groupes traitant de la numération, un moment de discussion avec nous autour des régularités de la comptine en Suisse a suscité de l'intérêt. En effet, dans la plupart des cantons francophones la suite des dizaines est régulière, cinquante, soixante, septante, huitante et nonante, et met en évidence les groupements de 10 unités. Cette régularité permet également d'éviter le travail spécifique à mener avec les élèves (ou en formation) sur la petite et la grande comptine (Mounier et. al., 2020).

Dans les groupes sur les problèmes, les participants ont soulevé l'utilité du brassage des problèmes selon la typologie de Vergnaud et l'importance de laisser le choix aux élèves des modes de représentation des solutions (par exemple, ne pas imposer un calcul, un dessin ou une écriture formalisée). Les différents modes de représentation (schéma en barre, arbre, etc.) et la manière dont ils sont utilisés en Suisse ont été discutés. Par exemple, le schéma en barre n'est plus utilisé ou préconisé davantage qu'un autre mode de représentation dans la résolution de problèmes dans les MER.

Dans les groupes sur le calcul, les coffrets ont très vite été placés dans le tableau en repérant les procédures spécifiques de chaque série ainsi que la progression au travers de ces dernières. La tâche « cible » (annexe 2) a été beaucoup discutée, car l'objectif peut varier en fonction de la manière dont l'enseignant va présenter le problème et de ce qu'il en fera durant la mise en commun.

Durant ce deuxième temps, le tableau est un peu passé en second plan, car il était très simple pour les participants de rattacher les activités à une case. Par contre, les discussions ont pu aller plus loin dans la mise en œuvre des tâches, sur les possibles mises en commun, sur les procédures de résolution et sur les différents liens que l'on peut faire entre les tâches.

Pour clore ce moment, nous avons affiché la répartition des activités dans le tableau telle que nous l'avons réfléchi à partir de l'apprentissage visé (Fig. 7). Les participants ont parfois ajouté des précisions sur les liens qu'ils avaient faits ou sur des activités qu'ils avaient placées sur deux voire trois cases. Par exemple, l'activité « Chaque jour compte », touche autant la comptine orale au moment du comptage de 1 en 1 que l'écriture chiffrée. Le lien avec la quantité est aussi présent dans cette activité si les jours sont représentés avec du matériel.

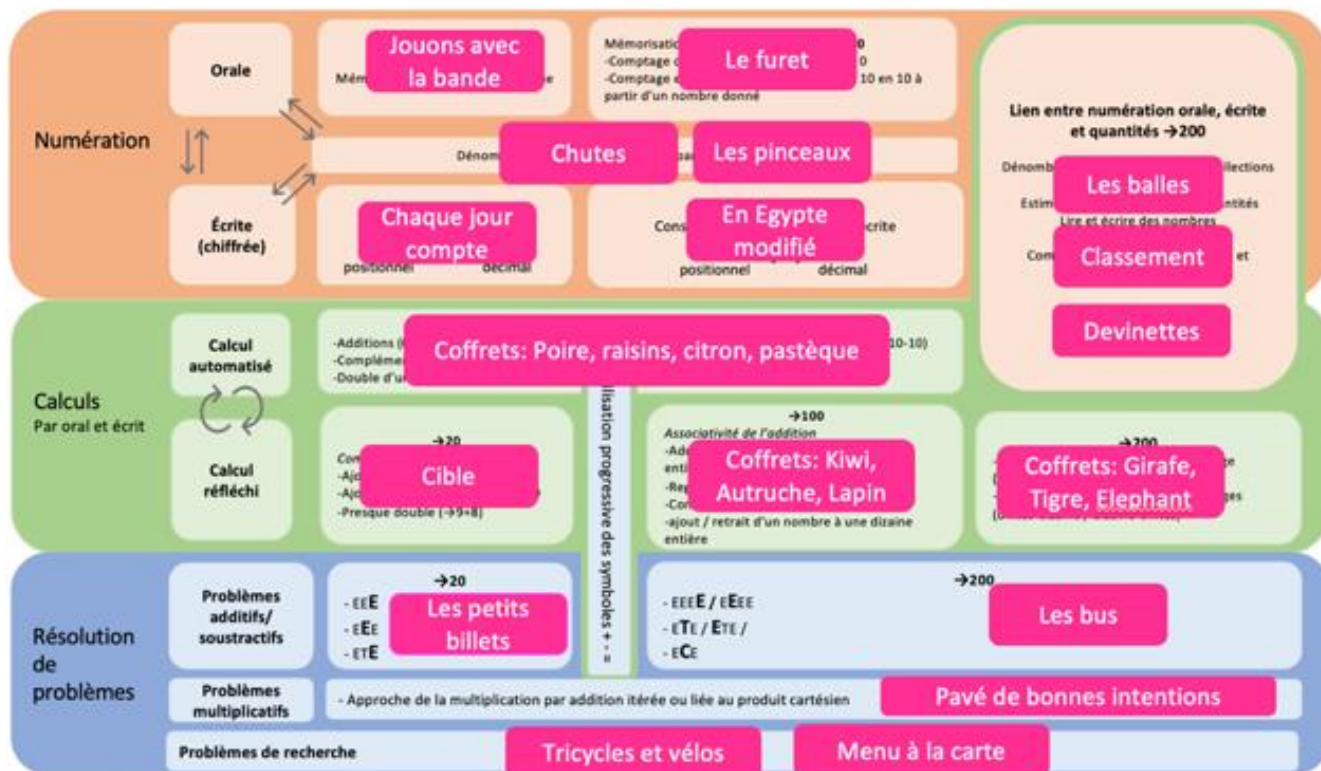


Fig. 7 : Placement de toutes les activités dans le tableau

3 Atelier 3 : Retour en groupe d'apprentissage

Ce dernier temps d'atelier en groupes avait pour but de réfléchir à l'utilisation de cette carte en formation sous différents angles. Les participants sont retournés dans leur groupe de départ afin de pouvoir échanger sur tous les domaines du tableau. Chaque groupe avait un objectif spécifique (Fig. 8). Le but étant de s'appuyer sur les différentes discussions au sein des groupes d'experts pour imaginer différents scénarios de formation. Nous avons laissé à nouveau 20 minutes pour ces échanges.



Fig. 8 : Digipad et objectif des groupes

Les participants ont d'abord pris le temps de parler des tâches qu'ils avaient vues et de les partager avec le reste du groupe. Cela a pris plus de temps qu'imaginé et il a été difficile de les ramener à l'objectif de groupe et de sortir de l'analyse des activités. Un seul groupe a pris le temps de mettre par écrit ses idées sur le padlet, les autres ont surtout discuté oralement sans garder de traces écrites.

4 Discussion commune

Pour terminer, chaque groupe a partagé ses réflexions quant à l'objectif qui leur était fixé.

Le groupe 1 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil d'analyse de situations - a relevé tout d'abord la difficulté à identifier l'objectif principal d'une activité et se questionne sur ce que les enseignants ont à disposition. L'ensemble du groupe a trouvé les activités intéressantes et touchant à plusieurs objectifs selon la manière dont on choisit de l'appréhender. Ils relèvent l'utilité de l'outil pour analyser les prérequis et planifier son enseignement.

Le groupe 2 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour élaborer des progressions - s'interroge sur la progression au niveau du domaine numérique proposée par ESPER. Il trouve que le tableau n'est pas suffisant pour planifier son enseignement, mais qu'une fois la planification effectuée, elle permet d'analyser et d'affiner sa planification. Elle pourrait également servir à critiquer des planifications ou des contenus de manuels scolaires.

Le groupe 3 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil d'analyse de pratique - utiliserait le tableau pour que les étudiants analysent des gestes professionnels. Ils pourraient mettre en lien les gestes professionnels avec les savoirs enseignés ou faire le lien avec les savoirs du tableau et ceux développés effectivement durant un cours.

Le groupe 4 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour penser la différenciation - trouve cet outil intéressant pour faire parler et réfléchir les enseignants. Pour penser la différenciation, ils proposeraient une réserve d'activités en lien avec chaque apprentissage visé. La différenciation pourrait ensuite être pensée en mettant en lien les activités avec le tableau et ses progressions.

Le groupe 5 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour évaluer les élèves - exploiterait le tableau pour analyser les évaluations. Plus précisément pour voir si l'ensemble des évaluations balaie les objectifs de l'année. De plus, il s'intéresserait à l'analyse des difficultés des élèves en lien avec le tableau. Les erreurs sont-elles spécifiques aux difficultés d'une case, d'un domaine ? Dans quelle mesure le type de difficultés en lien avec le tableau aide-t-il à situer l'élève dans ses apprentissages ?

Pour conclure, l'ensemble des groupes a trouvé cet outil intéressant pour amorcer des discussions et mettre en évidence certains éléments de savoir. Il permet également de montrer que certains savoirs s'enseignent avec des tâches qui ne sont pas présentées sous forme de fiche et de reparler de l'importance de la manipulation et du matériel. Cet outil renforce le travail d'analyse *a priori* et lui donne du sens. Plusieurs groupes ont émis l'idée d'adapter ce tableau au contexte et aux objectifs des programmes français afin de poursuivre la réflexion. Ces discussions ont aussi suscité plusieurs questions sur l'utilisation effective que nous avons fait de ce tableau en formation d'enseignants. Comment a-t-il été utilisé ? Quel était le suivi une fois la formation terminée ? Avons-nous effectué une analyse des moyens d'enseignement ? Ces différentes questions nous ont permis de faire le lien avec la dernière partie dans laquelle nous exposons l'utilisation effective de cet outil en formation des enseignants.

V - UTILISATION DE L'OUTIL EN FORMATION

1 Atelier avec les enseignants

Durant les deux journées de formation continue pour les enseignants de 3-4H, un éclairage théorique sur la numération, les calculs et la résolution de problèmes arithmétiques leur est présenté. Le tableau des progressions représente une synthèse de ces apports et se veut donc un rappel théorique, mais surtout un outil utile pour la pratique des enseignants, en particulier pour la planification de l'enseignement des contenus mathématiques.

Lors de la formation, ce tableau est utilisé à plusieurs reprises. Les enseignants sont par exemple amenés à y positionner une sélection de 12 activités extraites des nouveaux MER de 3-4H, en fonction des savoirs travaillés à travers chacune d'elles. Ils ont à réaliser une analyse didactique de chaque activité (en prenant appui sur le tableau des progressions) pour en ressortir le ou les objectifs d'apprentissage mathématiques travaillés (comme proposé aux participants dans l'atelier 2). Tant l'objectif principal que les autres savoirs et savoir-faire nécessaires pour réaliser l'activité sont à identifier. L'activité « Les petits billets » (Annexe 2), par exemple, permet de travailler en premier lieu la résolution de problèmes additifs et soustractifs (de type EEE et ETE), mais aussi le calcul réfléchi et automatisé (regroupements astucieux en mobilisant les répertoires mémorisés tant additifs que soustractifs). Précisons que le choix des activités à analyser a été fait de façon à ce que chaque case du tableau soit représentée par une activité et de manière à ce que l'activité illustre explicitement au moins un des apprentissages de la case en question. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée pour pallier le manque d'activités permettant de construire la dizaine. Il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisia et al., 2018).

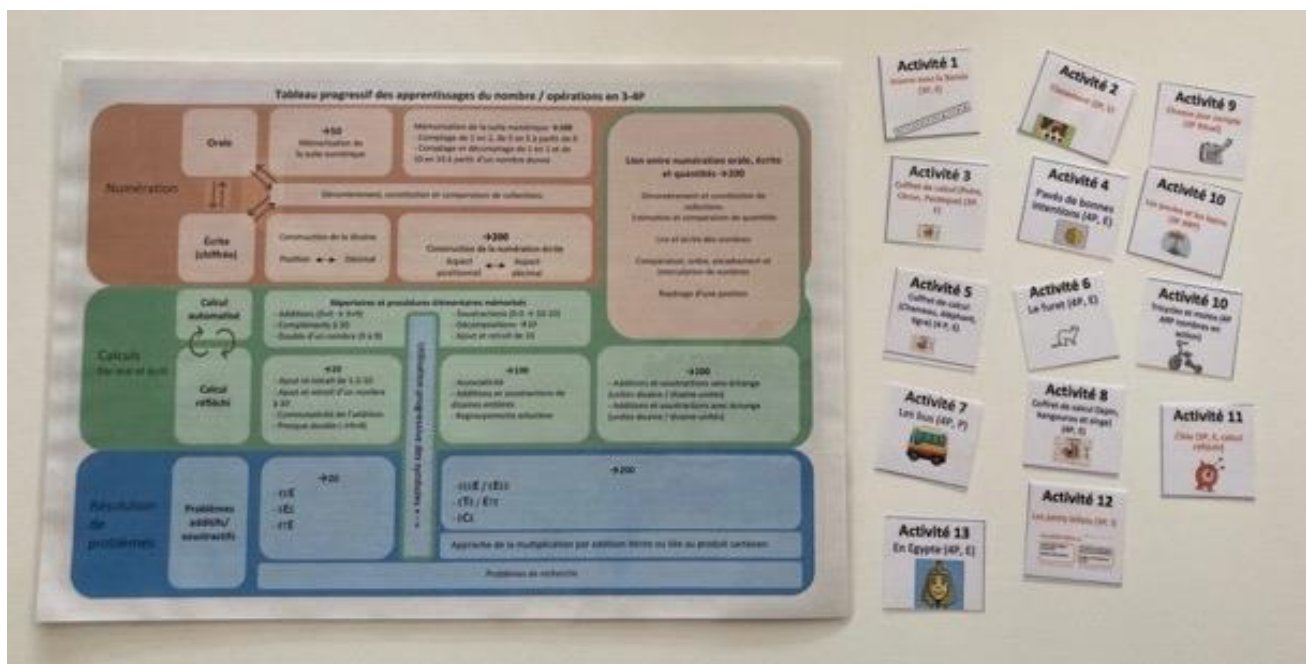


Fig. 9 : Matériel utilisé en formation

Notre objectif, en formation, était que les enseignants s'approprient l'outil, identifient les savoirs mathématiques en jeu et précisent certains savoirs par rapport à ceux mentionnés par ESPER.

Dans un deuxième temps, les enseignants devaient élaborer une progression des apprentissages uniquement sur la base des 12 activités proposées. Le but était de questionner l'articulation et la progression des apprentissages, puis d'engager une discussion plus globale sur l'appropriation et l'élaboration de planifications sur l'année. Les progressions étaient diverses et permettaient une discussion sur les choix effectués (Fig. 10).

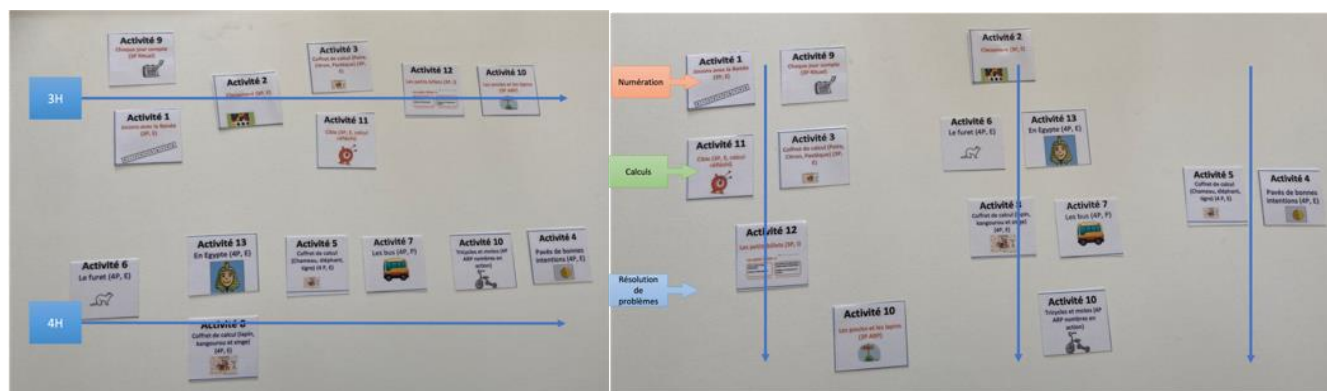


Fig. 10 : Deux exemples de progression proposée par les enseignants

Dans la figure 10 (à gauche), nous retrouvons une progression surtout basée sur le degré d'enseignement avec les activités de 3H en haut et celles de 4H en bas et sans liens entre elles. Dans la figure 10 (à droite), la progression proposée est liée aux domaines du tableau des progressions. La colonne de gauche reprenant les trois domaines de haut en bas avec des liens à faire entre les activités. Puis les enseignants proposaient de passer à la deuxième colonne toujours en faisant des liens de haut en bas. Les deux activités sur la droite avaient été identifiées comme des activités à faire en fin de 4H.

Des discussions sur la différenciation et les variables didactiques se sont engagées de ce moment de formation. En effet, en fonction des choix des enseignants sur la valeur des variables, les activités n'ont pas été placées au même moment dans la progression. Par exemple, l'activité « le furet » a été placée à différents endroits en fonction du domaine numérique choisi. De plus, des précisions sur l'utilisation des activités rituelles à différents moments de l'année en fonction des choix que l'on peut faire ont suscité des discussions intéressantes.

Nous avons également abordé la nécessité de faire des choix pour des raisons didactiques et pédagogiques mais également d'ordre organisationnel et institutionnel.

A ce jour, les retours des enseignants sont positifs. La visualisation, sous forme de tableau et sur une seule page, claire et facile de lecture, des progressions des apprentissages est appréciée. La nécessité de collaborer et se coordonner entre collègues d'une même classe et travaillant chacun de son côté une des sections avec les élèves a aussi été relevée pour pouvoir tisser des liens entre ces domaines. Les précisions données dans l'annexe du tableau (Annexe1) sont aussi pointées comme un apport. Nous ne disposons cependant pas d'informations quant à son utilisation effective sur le terrain, tant pour la planification que l'analyse des activités proposées aux élèves.

2 Analyse des activités proposées pour les axes *Nombres* et *Opérations* dans les MER 3-4H à l'aide du tableau des progressions

Lors de la préparation de la formation continue, nous avons analysé les activités des MER 3-4H avec le tableau des progressions. Pour cela, nous avons étudié chaque activité proposée dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des nouveaux MER. Nous avons identifié le ou les savoirs visés dans l'activité, ainsi que la ou les progressions des apprentissages. Cette analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, nous n'avons pas caractérisé les différentes procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre pour résoudre la tâche ainsi que les potentialités de l'activité. Par exemple, pour l'activité « La couleur gagnante », dont la consigne est de « Préparez une collection avec un nombre d'objets plus petit que (plus grand ou égal à) celle que j'ai préparée », nous avons identifié le « lien entre numération orale, écrite et quantités » comme savoir visé et « estimation et comparaison de quantités » comme progression d'apprentissage. En effet, la collection témoin étant éloignée, le recours au nombre est nécessaire. Le dénombrement, en tant que procédure, elle n'a pas été caractérisée comme savoir visé.

Pour donner suite à l'analyse de l'ensemble de ces activités de 3-4H, nous avons comptabilisé, pour chaque degré, le nombre d'activités concernées pour chaque case du tableau (Fig. 11).

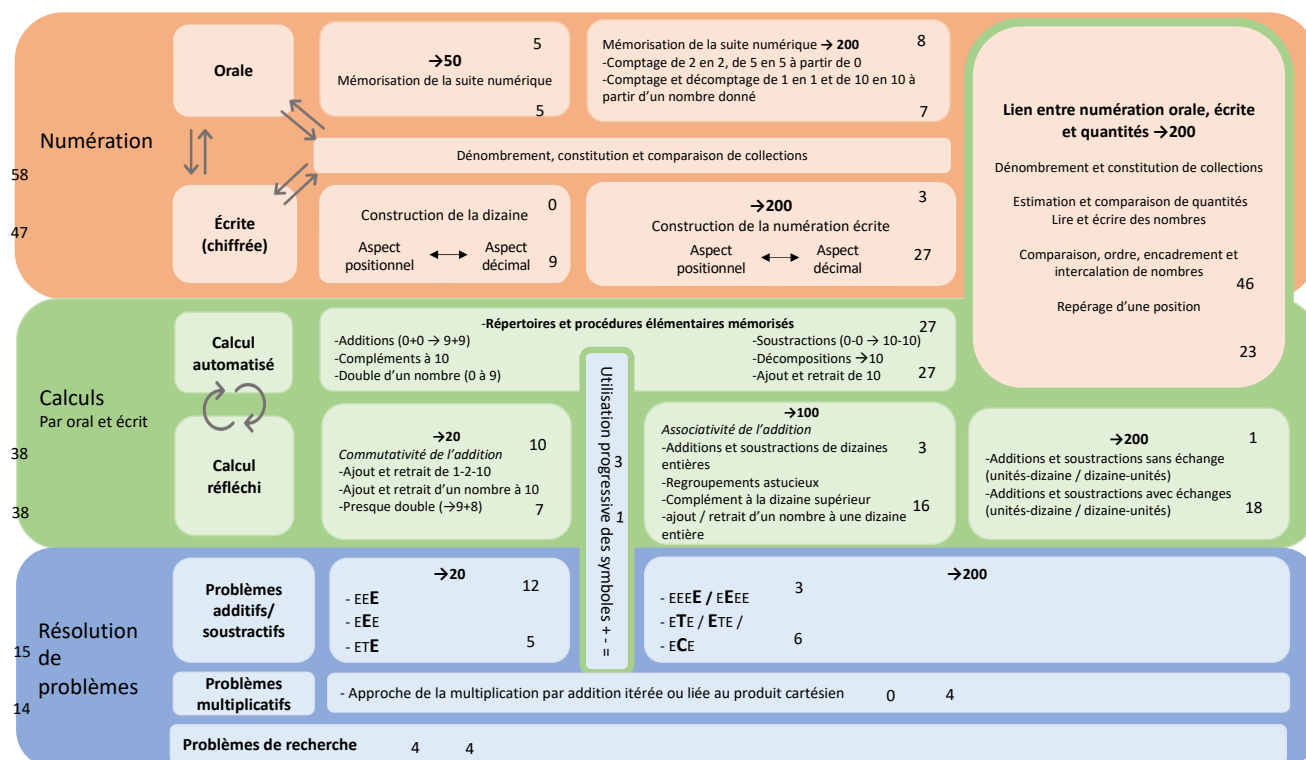


Fig. 11 : Répartition des activités des MER en fonction des savoirs et progressions des apprentissages visés et de l'année (en rose pour la 3H et en violet pour la 4H).

La figure 11 présente le nombre d'activités de 3H (en rose) et de 4H (en violet) en fonction des savoirs et progressions des apprentissages de chacune des cases du tableau. Il convient de souligner qu'une même activité a été comptée plusieurs fois si cette dernière touchait simultanément différentes cases. Par exemple, l'analyse de l'activité « Les petits billets » (Annexe 2), proposée en 3H, relève de la section « Résolution de problèmes », pour les problèmes additifs et soustractifs suivants : EEE/EEE/ETE et EEEE. Cette activité se retrouve ainsi comptabilisée dans les deux cases du tableau relatives aux problèmes additifs et soustractifs. Cela explique que la somme des activités en rose et en violet est plus grande que le nombre d'activités analysées. L'analyse met en lumière que l'ensemble des savoirs visés en 3-4H est travaillé à travers les activités proposées sur ESPER, selon la répartition suivante : 105 activités travaillent spécifiquement la numération (58 en 3H et 47 en 4H), 76 activités portent sur le calcul (38 en 3H et 38 en 4H) et 29 sur la résolution de problèmes (15 en 3H et 14 en 4H).

En ce qui concerne la section « Numération », l'analyse permet de constater que le « lien entre numération orale, écrite et quantités » est fortement représenté (69 activités soit 46 en 3H et 23 en 4H). Ce résultat n'est pas étonnant étant donné qu'il s'agit de la continuité du travail effectué en 1-2H où le lien entre quantités et numération orale se construit fortement. En 1-2H, 78 activités sur 194 travaillaient déjà cet aspect (Gardes et al., 2021). L'analyse met également en évidence que la construction de la numération écrite relève essentiellement d'apprentissages de 4H.

Pour la section « Calculs », l'analyse montre que les répertoires et les procédures mémorisés sont travaillés dès la 3H. Une analyse qualitative plus fine nous a permis de constater une évolution dans les types de répertoires et procédures travaillés. En 4H, par exemple les activités proposent un travail davantage sur le répertoire soustractif et ajouter ou retirer 10 à un nombre. Pour le calcul réfléchi, nous remarquons une évolution entre les apprentissages visés en 3H et en 4H en regard du domaine

numérique (qui augmente) et des procédures travaillées. Par exemple, l'ajout-retrait d'un nombre à une dizaine entière et le complément à la dizaine supérieure sont uniquement travaillés en 4H. Ceci est cohérent avec le fait que l'introduction de la dizaine et la construction de la numération écrite se font à ce degré-là.

Quant à la section « Résolution de problèmes », l'analyse met en évidence que le travail sur la résolution de problèmes additifs et soustractifs évolue entre la 3H et la 4H en fonction des types de problèmes proposés et du domaine numérique. Par exemple, les problèmes de comparaison ECE sont surtout travaillés en 4H, de même que les problèmes de type EEEE. L'approche de la multiplication est uniquement proposée dans certaines activités de 4H. Proportionnellement, cette section comporte moins d'activités que les deux premières, mais il convient de souligner que certaines activités, à l'image de "Problème du jour", proposent une cinquantaine de problèmes (avec une progression sur l'année) pouvant être utilisés comme rituel.

De manière générale, les MER semblent couvrir l'essentiel des savoirs relevés comme fondamentaux dans les recherches. Si l'on regarde un peu plus finement les savoirs concernant la numération écrite, l'aspect décimal, à savoir le rôle de « dix » dans la constitution des unités de numération successives (dix unités = une dizaine, dix dizaines = une centaine) (Tempier, 2010), ne figure pas explicitement dans les objectifs visés et pas réellement travaillé à travers les activités proposées, tant en 3H qu'en 4H. Seules deux activités, à savoir « Jeux avec la calculatrice » (4H) et « Les devinettes » (3H), touchent en partie cet apprentissage. Dans ces deux activités, une consigne permet de mobiliser le savoir « une dizaine = dix unités ». À l'aide de la calculatrice, l'élève doit afficher un nombre à deux chiffres puis changer le chiffre des dizaines en utilisant le moins de touches possibles et sans utiliser la touche « Efface » ni le « 0 ». Cela contraint l'élève à comprendre qu'une dizaine = 10 unités puis à décomposer 10. Ces tâches étant peu nombreuses, similaires et assez spécifiques (avec utilisation de la calculatrice), elles ne peuvent suffire, à elles seules, à comprendre et entraîner l'aspect décimal de la numération écrite. Cela rejoint des constats déjà pointés par plusieurs recherches (Bednarz & Janvier, 1984 ; Tempier, 2010 ; Batteau & Clivaz, 2016). Paradoxalement, les textes disponibles sur ESPER soulignent l'importance d'un travail autour de l'aspect décimal du nombre, notamment pour :

- écrire en chiffres le nombre d'objets d'une collection ;
- constituer une collection dont on connaît l'écriture en chiffre du nombre d'objets ;
- comparer deux nombres écrits dans notre système de numération écrite ;
- repérer et placer des nombres sur une droite graduée.

Bien que l'aspect décimal soit peu travaillé dans les activités de 3-4H telles que proposées sur ESPER, il convient toutefois de souligner que plusieurs d'entre elles ont le potentiel, moyennant quelques modifications souvent minimes, de couvrir cet aspect. C'est le cas de l'activité de 4H « En Egypte » (Annexes 4), dont l'enjeu mentionné est « décomposer un nombre en unités et dizaines et inversement jusqu'à 99 ». Telle que proposée initialement, seul l'aspect positionnel est travaillé, ce qui s'observe à travers les « cartes cubes » (Annexe 4). En effet, le nombre d'unités (cubes individuels) et de dizaines (barres de 10 cubes individuels) de ces cartes atteignant au plus 9, l'élève doit uniquement dénombrer les cubes individuels et/ou barres de 10 cubes. Elles ne permettent ainsi pas de mobiliser l'aspect décimal, aucun échange entre unités et dizaines n'étant nécessaire.

Nous avons alors fait évoluer les « cartes cubes » de manière à travailler aussi l'aspect décimal. En proposant plus de 10 cubes individuels (unités), cette adaptation requiert de la part de l'élève le passage par des regroupements d'unités en dizaines et, ainsi, un travail autour de l'aspect décimal. Dans ce même but et selon la même logique, d'autres cartes encore ont été élaborées (Annexe 4). À travers cet exemple, on constate donc que l'adaptation de certaines tâches permet d'intégrer un travail autour de l'aspect décimal. Cependant, ces adaptations sont à la charge de l'enseignant. Lors de la formation, nous

avons travaillé sur cet aspect et rendu les enseignants attentifs aux adaptations souvent minimales que l'on peut effectuer au sein des tâches pour travailler de manière spécifique l'aspect décimal.

3 Construction d'un outil de tri pour les enseignants

L'analyse des activités, réalisée à l'aide de cet outil, est mise à disposition des enseignants, dans le but de leur permettre de rechercher rapidement des activités permettant de travailler un apprentissage visé en particulier. Cet outil de tri prend la forme d'une page internet (Fig. 12) permettant de choisir son degré d'enseignement, le domaine et l'objectif. Les enseignants ont accès à la liste des activités dont l'apprentissage visé correspond au choix effectué préalablement. Un lien actif vers la plateforme ESPER est accessible pour chaque activité. Le lien vers cette page Internet est accessible depuis le site dédié aux formations continues pour les nouveaux moyens d'enseignement conçu par la HEP Vaud⁴.

Analyse des MER 3-4, nombres et opérations

Cette base de données contient toutes les activités des axes thématiques « Nombres » et « Opérations » des MER 3-4P. Elles ont été analysées par une équipe de formateurs et formatrices de la HEP Vaud, à partir de plusieurs entrées : degré de scolarité (3 ou 4P), selon une catégorie et selon un apprentissage. Les catégories et les apprentissages sont présentés sous forme d'une carte, disponible ici. Le résultat de la recherche vous permet d'avoir la liste des activités selon leurs apprentissages principaux (seconde colonne). Les objectifs secondaires sont mentionnés dans la troisième colonne.

Degré: 3 et 4 v Catégorie: Toutes v Apprentissage: Tous

Légende: Numération Calculs Résolution de problème
 utilisation de la calculatrice activité rituelle

Activités	Apprentissages principaux	Autres apprentissages travaillés
Pour la route	mémorisation de la suite numérique → 50	
Vu	Lire et écrire des nombres	
La réussite	Comparaison, ordre, encadrement et intercalation de nombres	mémorisation de la suite numérique → 50 Lire et écrire des nombres
La bande numérique	Construction de la numération écrite jusqu'à 200.	Lire et écrire des nombres Comparaison, ordre, encadrement et intercalation de nombres

Fig. 12 : Aperçu de la page internet

VI - CONCLUSION

L'outil que nous avons élaboré dans le cadre de la formation aux nouveaux moyens d'enseignements 3-4H (CP-CE1) se présente sous la forme d'un tableau présentant les progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Figure 2). Dans l'atelier, nous avons montré en quoi cet outil était pertinent pour la formation des enseignants. Premièrement, il permet d'apporter des (re)mises à jour des connaissances mathématiques et didactiques aux enseignants, par exemple la distinction des aspects décimal et positionnel du système de numération et l'identification d'exercices permettant de travailler spécifiquement l'aspect décimal. Deuxièmement, il constitue un support pour

⁴ <https://sites.google.com/view/fcmermathshepl/home/home-3p-4p/tri-des-t%C3%A2ches?authuser=0>

approfondir l'analyse a priori d'une tâche, du point de vue des savoirs mathématiques en jeu et des connaissances mobilisées par les élèves pour résoudre la tâche, selon les procédures utilisées. Troisièmement, il permet d'engager une réflexion sur l'articulation des tâches proposées aux élèves pour élaborer une progression des apprentissages pertinente du point de vue didactique (ce qui n'est pas proposé dans les moyens d'enseignements, ni dans le plan d'étude romand). Cette réflexion est particulièrement riche au sein d'un duo d'enseignants qui se partagent une classe. Quatrièmement, cet outil peut permettre aux enseignants de réaliser une évaluation de leur enseignement (ce qui est enseigné, ce qui reste à enseigner, ce qui n'est pas enseigné) et des apprentissages de leurs élèves (où en sont-ils, où doivent-ils aller, par quel chemin les y emmener). Cela pourrait constituer un point de départ pour penser la différenciation de leur enseignement.

Nous voulons également souligner que l'élaboration de ce tableau a été un moyen puissant de co-formation entre formateurs d'origines variées (enseignant primaire, chercheur, formateur à 100%). La réflexion menée pour sa construction a permis de développer une culture commune des pratiques des enseignants du canton, de renforcer les savoirs mathématiques et didactiques (notamment par la lecture d'articles de recherche), d'acquérir une connaissance approfondie des moyens d'enseignement romands et d'analyser finement leur lien avec le plan d'étude romand. Plus spécifiquement, pour les collègues enseignantes-formatrices, cela leur a permis de développer des compétences dans la rédaction d'un article (Delétré et al., 2023) et dans l'animation d'un atelier de formation de formateurs. Cette modalité de co-formation entre formateurs étant fructueuse, nous continuons de la mettre en place pour construire les prochaines formations aux nouveaux d'enseignement romands pour les enseignants des degrés suivants, 5-6H en 2023-2024 et 7-8H en 2024-2025.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Batteau, V. & Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study: travail autour d'une leçon de numération. *Grand N*, 98, 27-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n2_1552555015011-pdf

Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N*, 33, 5-31. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/33n1_1563266854879-pdf

Butlen, D. & Charles-Pézar, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N*, 79, 7-32. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf

Ceria, J., Daina, A., Hanssen, L., Hugli, C., Javet-Schegel, S. & Gardes, M.-L. (2023). De l'enseignement en classe à la formation d'enseignants : présentation d'un dispositif de formation de formateurs. In *Actes du Colloque COPIRELEM 2022, Toulouse, France, 14-16 juin 2023 (pp.534-545)*. <https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf>

CIIP (2010). Plan d'études romand. Repéré à www.plandetudes.ch

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé*, 233, 117-127. <https://www.revue-mathematiques.ch/files/4315/9195/2640/RMe-233-Croset.pdf>

Deletra, M., Ruf, I., D'Alba, A., Schlegel-Javet, S., Haan, D. & Gardes, M.-L. (2023). Nombres et opérations en 3-4P : analyse des activités des moyens d'enseignement romands. *RMé*, 239, 40-56. <https://www.rme.swiss/article/view/3477/3616>

Divisa, A., Mastrot, G., Stoffel, H. & Croset, M. (2018). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? In *Actes du 45^e colloque de la Copirelem : Manipuler, représenter,*

communiquer. Juin 2018, Blois. <http://www.circ-ien-strasbourg3.ac-strasbourg.fr/wp/wp-content/uploads/2021/06/ActesCopirelem.pdf>.

ESPER CIIP (sd). Espace des moyens d'enseignement romands. Repéré à www.ciip-esper.ch

Gardes, M.-L., Déglon, A., Javet-Schlegel, S., Turcotte, C. & Croset, M.-C. (2021). Analyse des activités proposées dans « Nombres & Opérations » des MER 1-2H. *RMé*, 235, 39-49. <https://www.rme.swiss/article/view/1725/1487>

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78. <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/GN/IGR17017/IGR17017.pdf>

MEN (2021). *Un guide fondé sur l'état de la recherche. Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. <https://eduscol.education.fr/media/3738/download>

Mounier, E, Grapin, N. & Pfaff, N. (2020). Lire, écrire les nombres : Quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2 ? *Grand N*, 106, 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N*, 86, 59-90. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86n4_1554197732886-pdf

Vergnaud, G. (1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 22, 51-69. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/22x4_1570439024060-pdf

ANNEXE 1- ANNEXE AU TABLEAU DES PROGRESSIONS DES APPRENTISSAGES DU NOMBRE/OPÉRATIONS EN 3-4H

- Le domaine numérique en 3-4P s'étend progressivement de 0 à 200, tant pour la numération orale qu'écrite.
 - La numération orale concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique :
 - le comptage et le décomptage de 1 en 1 et de 10 en 10 à partir d'un nombre donné ;
 - le comptage de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0.
 - La numération écrite (construction de l'écriture chiffrée) est axée sur deux plans en lien constant qui doivent être travaillés en parallèle :
 - l'aspect positionnel : la valeur du chiffre dépend de sa position ;
 - l'aspect décimal : la base de notre numération est la base 10. Les différentes unités de numération (unité, dizaine, centaine, etc.) sont liées entre elles par des « relations » décimales. 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc. Sa construction passe par un travail autour des échanges, notamment les règles d'échanges 10 contre 1 / 1 contre 10.
 - La mise en lien de la numération orale, écrite et de la quantité permet de travailler divers aspects du nombre dans le domaine numérique jusqu'à 200 : le dénombrement ; la lecture et l'écriture de nombres ; la comparaison, l'estimation, la constitution de collections ; l'encadrement, etc.
- Ainsi, la compréhension de la numération orale et écrite facilite également l'acquisition du répertoire mémorisé, les procédures de calcul réfléchi et la résolution de problèmes.

- Le calcul automatisé comprend :
 - le répertoire mémorisé qui correspond à des résultats (de sommes, de différences ou de produits de deux termes) immédiatement disponibles. Il se construit au travers de situations et de matériel qui donnent du sens aux nombres. Des exercices rituels permettent notamment la mémorisation du répertoire sans passer par le calcul réfléchi. Exemples : répertoire additif, répertoire soustractif, compléments à 10, etc.
 - les procédures élémentaires mémorisées qui sont des traitements rapides de calculs s'appuyant sur des résultats mémorisés et mettant en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations. Exemples : +1, -1, +10, -10, 20+7, décomposer un nombre (24=20+4 ou 2 dizaines et 4 unités), commuter les termes d'une addition, calculer un presque-double, etc.
- On parle de calcul réfléchi à partir du moment où l'élève doit, pour exécuter le calcul demandé, mettre en place une procédure spécifique. Le calcul réfléchi fait appel à la fois aux propriétés des nombres, aux propriétés des opérations et au répertoire mémorisé. Par exemple :
 - Soustraire un nombre à 10 : 10-6 / 10-4
 - Presque double (additionner 2 nombres qui ont 1 d'écart) : 7+6 / 12+13
 - Addition / soustraction de dizaines entières : 40+50 / 60-20 / 30+60
 - Commutativité : 4+3=3+4 / 6+25=25+6
 - Associativité : (3+4)+6 = 3+(4+6)
 - Regroupements astucieux (utilisation combinée de plusieurs techniques) : 6+7+4=6+4+7 (commutativité) = 10+7 (compléments à 10) = 17 (addition d'un nombre à 10)
- Le calcul réfléchi doit, dans un premier temps, se faire sans échanges unités-dizaine ou dizaine-dizaine (p. ex. : 29-7 / 45+3 / 78-5 / 91+8), puis avec échanges (p. ex. : 29+8 / 45-9 / 74+17 / 58-19).
- Le calcul automatisé et le calcul réfléchi se nourrissent mutuellement. Le calcul automatisé se construit en partie avec le calcul réfléchi. Ce dernier utilise le répertoire et les procédures mémorisées pour gagner en efficacité.
- Le domaine numérique s'étend progressivement de 0 à 200 et cela enrichit ainsi la compréhension du système de numération et la résolution de problèmes.

- Il existe différents types de problèmes additifs et soustractifs :
 - EEE : Composition de deux états (p. ex. : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?). Rechercher le composé EEE est plus facile que de rechercher un des états EEE (p. ex. : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?).
 - ETE : Transformation d'état : état initial → transformation → état final (p. ex. : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?). Rechercher l'état final ETE est plus facile que de rechercher l'état initial ETE ou la transformation ETE (p. ex. : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?). Il est possible d'avoir plusieurs transformations successives (p. ex. : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 puis j'en perds 9. Combien ai-je de billes ? 15+7=22 (1^{er} ETE) et 22-9=13 (2nd ETE)).
 - ECE : Comparaison d'états (p. ex. : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?). Seule la comparaison ECE est recherchée en 3-4P.
- L'approche de la multiplication est travaillée en 4P avec :
 - L'addition itérée : il s'agit de l'addition répétée d'un même terme, pouvant être remplacée par une multiplication (p. ex. : 5+5+5+5+5=6x5).
 - Le produit cartésien : le nombre de cases d'une grille avec a lignes et b colonnes = a x b.

Numération, calcul et problèmes se travaillent en parallèle et s'enrichissent mutuellement.

ANNEXE 2 ACTIVITÉS « LES PETITS BILLETS », « LES CIBLES » ET « JOUONS AVEC LA BANDE » (3H)

Les petits billets (1)

Aline a 4 jetons rouges et 8 jetons bleus.

Combien a-t-elle de jetons ?

Sur la table, il y a 5 jetons jaunes, 3 jetons rouges et 7 jetons bleus.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

Il y a 9 jetons rouges et 4 jetons bleus par terre.

Combien y a-t-il de jetons par terre ?

J'ai 12 jetons, je perds 6 jetons.

Combien de jetons me reste-t-il ?

J'ai 11 jetons dans ma main droite et 6 jetons dans ma main gauche.

Combien ai-je de jetons ?

Je mets 5 jetons sur la table et je mets encore 9 jetons.

Combien y a-t-il de jetons sur la table ?

J'ai 13 jetons, je donne 5 jetons à mon ami.

Combien me reste-t-il de jetons ?

J'ai 15 jetons, mon ami me prend 6 jetons.

Combien me reste-t-il de jetons ?

Aline a 7 jetons, Ali a 6 jetons et Marie a 4 jetons.

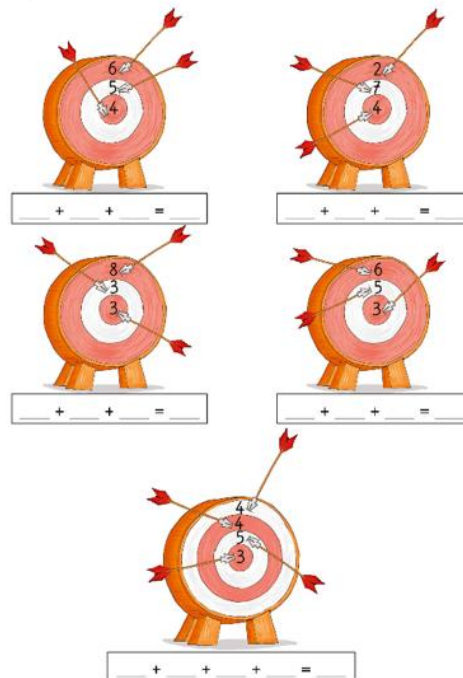
Combien les enfants ont-ils de jetons ensemble ?

14 jetons sont sur la table. Il y en a 5 qui tombent par terre.

Combien de jetons reste-t-il sur la table ?

Les cibles – Calcul réfléchi

Complète les additions sous les cibles en tenant compte de l'emplacement des flèches.



Jouons avec la bande

Le nombre caché

L'enseignant cache un nombre sur la bande numérique de la classe et les élèves notent sur une feuille ou sur leur ardoise le nombre caché. La validation se fait en découvrant le nombre caché.

Certains enfants peuvent nommer le nombre caché et d'autres peuvent écrire le bon nombre par déduction (en tenant compte de la régularité de la suite écrite des nombres), mais ne savent pas son « nom ». Par exemple, ils peuvent dire que le « quatre - sept » vient après le « quatre - six », mais ils ne savent pas dire « quarante-sept » ou « quarante-six ».

Pour cet exercice, l'enjeu est de s'approprier la règle de régularité de la suite numérique écrite en chiffres et non pas de nommer oralement le nombre caché.

Je m'arrête

Un élève récite la suite numérique et s'arrête. Il interroge un autre élève qui doit nommer le nombre qui continue la suite. Le groupe valide la réponse.

Tu m'arrêtes

Un élève propose un nombre à un camarade, celui-ci récite la suite numérique et doit s'arrêter au nombre indiqué. Le groupe valide l'exercice.

ANNEXE 3 UN EXEMPLE DE DÉROULEMENT ESPER POUR L'ACTIVITE DEVINETTES

C. Devinettes

Nombre d'élèves : 8 à 12 élèves ou une demi-classe

Durée de l'activité / Fréquence : Cette activité peut devenir un rituel durant certaines périodes de l'année (en changeant le domaine numérique).

Matériel : bande numérique de classe de 0 à 50, une bande par élève de 0 à 30, jetons transparents, F24.

Consigne (ou règle) :

1^{er} temps

« Répondez aux devinettes que je vous pose en mettant un jeton sur la case correspondante de votre bande numérique. »

2^e temps

Voir F24 « Entoure la troisième fleur. Ajoute une feuille sur la septième fleur. Colorie le cœur de la fleur qui est entre la quatrième et la sixième. Entoure le septième fruit en partant de la grappe de raisin. Barre le premier fruit. Fais une croix au-dessus du neuvième fruit en partant de la grappe de raisin. »

Gestion de l'activité

1^{er} temps : L'enseignant pose des devinettes auxquelles les élèves répondent en recouvrant le bon nombre de leur bande avec un jeton.

Exemple

« Pose ton jeton sur le nombre qui vient juste après « 5 », juste avant « 9 », qui est entre « 1 » et « 3 », sur le premier nombre, sur le cinquième, sur l'avant dernier, sur un nombre avant le « 24 »,... »

La correction se fait de manière collective. Un élève donne la réponse et les autres la valident ou non.

L'enseignant peut poser plusieurs devinettes avant la correction.

Il peut y avoir plusieurs devinettes ayant la même réponse : « Pose ton jeton sur le « 8 », sur le nombre juste avant « le 9 », sur celui juste après « le 7 », sur celui entre « le 7 » et « le 9 »,... » Les élèves peuvent entasser plusieurs jetons sur le même nombre.

Une mise en commun validera les notions de vocabulaire : avant et après, entre, le premier, le quatrième, le dernier,...

2^e temps, F24. Pour beaucoup d'élèves, la lecture pose des problèmes. L'enseignant peut lire à la classe ou à une partie de la classe une consigne après l'autre.

Éléments de différenciation

L'enseignant peut déterminer un groupe de deux à quatre élèves et choisir un domaine numérique qui correspond aux connaissances de ce groupe ou travailler plus spécifiquement certaines notions de vocabulaire.

Erreurs / Blocages

- Les erreurs de compréhension de vocabulaire (je ne sais pas ce que veut dire « entre ») seront travaillées en remédiation pour les élèves concernés.

Exemple

Disposer une ligne de jetons de différentes couleurs et poser des questions sur les termes non assimilés : « Quel est le jeton entre le rouge et le bleu ? »

Institutionnalisation

Institutionnaliser les termes « avant » et « après ». → Fiche **Ce que j'ai appris**

u

Nombres

Prénom _____

Quelle place ? – Devinettes

Entoure la troisième fleur.

Ajoute une feuille sur la septième fleur.

Colorie le cœur de la fleur qui est entre la quatrième et la sixième.



Entoure le septième fruit en partant de la grappe de raisin.

Barre le premier fruit.

Fais une croix au-dessus du neuvième fruit en partant de la grappe de raisin.



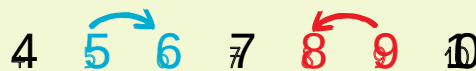
24 vingt-quatre

Ce que j'ai appris

Prénom _____

Avant – après

Nombres : CRN : La couleur gagnante et Devinettes



5 est avant 6

9 est après 8

Plus petit que

5 est plus petit que 6

Plus grand que

9 est plus grand que 8

ANNEXE 4 EN EGYPTE MATÉRIEL DE BASE ET CARTES AJOUTÉES

Règle du jeu « En Égypte »

Matériel pour 4 à 6 élèves

- Un plan de jeu
- Un dé
- Des pions
- Des cartes nombres de 0 à 99
- 90 cartes cubes

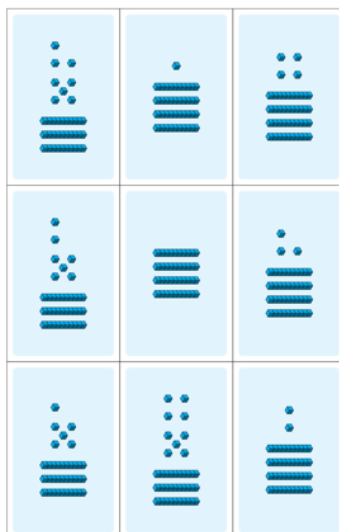


Déroulement

Lancez le dé.

- Si vous arrivez sur :
- Prenez une carte nombre et dites le chiffre de dizaines et le chiffre des unités.
 - Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.
 - Prenez une carte cube et dites le nombre de cubes.
 - Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.
 - Rejouez.
 - Retournez sur la case « Départ ».

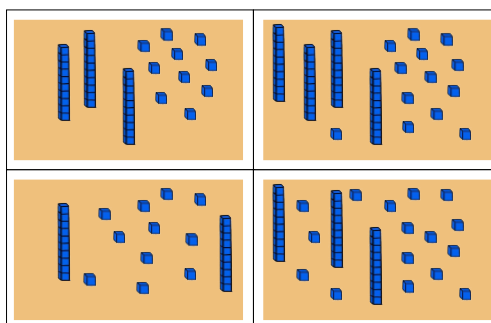
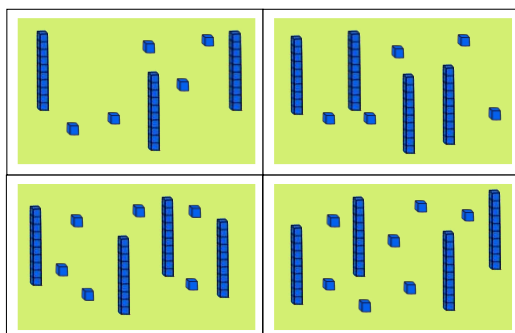
Le premier joueur qui arrive exactement sur la case « Arrivée » a gagné.



« Cartes Cubes » (90 cartes différentes)



« Cartes Nombres » (1-99)



44U et 1D	33U et 3D
5D et 32U	5D et 17U

4U et 6D	2U et 7D
5D et 4U	5U et 7D

Cartes créées par les formateurs HEP Vaud