

AIDER LES ÉLÈVES A COMPRENDRE DES ENONCES PAR L'ÉCRITURE

Annie CAMENISCH

MCF Sciences du langage, Université de Strasbourg, INSPE
LiLPa, UR 1339
annie.camenisch@unistra.fr

Serge PETIT

Professeur de Mathématiques honoraire, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Résumé

Faire écrire à partir d'une situation mathématique concrète, vécue par les élèves, engage ces élèves dans une attitude réflexive sur les mathématiques, prenant en charge la singularité de chacun. Ce travail d'écriture vise à mieux (se) représenter la situation mathématique et à mieux comprendre les énoncés de problème de tous types. Les élèves sont ainsi confrontés aux nuances langagières d'une variété d'écrits de nature mathématiques : description, énoncé de problème, phrase réponse. L'obstacle érigé par le langage est levé par un travail explicite sur le lexique et les structures syntaxiques spécifiques utilisées dans les énoncés de problèmes.

Dans quelle mesure un travail d'écriture en situation mathématique permet-il aux élèves de lever certaines difficultés de compréhension d'énoncés de problème textuels ? Cette question centrale à l'atelier a, en guise d'introduction, engagé les participants à réfléchir sur ces difficultés et à les cerner à partir de l'analyse de quelques énoncés. Dans un premier temps, après une rapide présentation de la littérature scolaire dans laquelle s'inscrit la démarche proposée, les participants ont été invités à représenter une situation mathématique en écrivant de courts textes. Cela a permis de questionner la notion de « représentation » et de repérer les variables langagières des productions. Un second temps de l'atelier s'est intéressé à montrer les relations entre langue et mathématiques à travers ces activités d'écriture en mathématiques, et notamment les applications pratiques en classe. Un dernier temps a rapidement évoqué les autres écrits impliqués dans les énoncés de problème.

I - REPRÉSENTER UNE SITUATION MATHÉMATIQUE

Certains énoncés de problème utilisés lors de recherches menées dans des classes (Camenisch et Petit, 2018 et 2022) ont été source de difficulté pour des élèves d'école primaire, de la classe de CP au CM2. Quatre énoncés de problème issus de ce corpus (annexe 1) ont été proposés aux participants en guise d'introduction. Une première question visait à comparer deux énoncés de problème représentant la même situation, en fonction de leur difficulté pour des élèves de cycle 2. La seconde portait sur la source principale de difficulté de deux autres énoncés, pour des élèves de CM. Les réponses des participants ont convergé vers le même constat, à savoir que la formulation des énoncés influait sur la représentation que les élèves pouvaient se forger sur la situation mathématique. Un énoncé écrit peut ainsi constituer un obstacle à une représentation d'ordre mathématique.

1 Ecrire pour apprendre

Un axe de travail pour développer la capacité de représentation *mathématique* des élèves consiste à les faire écrire, et donc à utiliser l'écrit comme outil pour penser. Nous nous situons dans le courant de recherche autour de la littérature scolaire, initiée par Jack Goody (2006), pour qui l'écriture modifie les processus cognitifs. Les énoncés de problèmes appartiennent à cette littérature scolaire, communément

définie comme le versant positif de l'illettrisme. Il ne s'agit donc pas, dans cette perspective, de remédier aux difficultés rencontrées par les élèves mais de penser, en amont, des dispositifs qui permettent aux élèves d'entrer dans la lecture des énoncés de problème (Camenisch et Petit, 2021). Une piste de travail pour faciliter la compréhension des énoncés de problème utilise des écrits qui sont considérés comme des pratiques réflexives « qui permettent de penser, d'apprendre et de se construire » (Chabanne et Bucheton, 2000, p. 24). L'écriture constitue donc une activité engageante pour les élèves, qui s'inscrit dans la perspective de mieux comprendre les énoncés de problème, notamment en mettant en évidence les informations implicites, en se forgeant une image mentale de la situation mathématique, tout en développant des compétences langagières.

2 Ecrire à partir d'une situation concrète

Une situation concrète est une situation vécue par de vraies personnes, avec de vrais objets issus du monde réel. Cette situation concrète a été mise en scène par les deux animateurs, appelons-les Serge et Annie, en silence, sans aucun commentaire. Nous pouvons la décrire de la manière suivante : dans un sac rempli de noix, Serge a saisi cinq noix et a montré les cinq noix dans sa main, Annie a pris trois noix. Les deux animateurs ont montré aux participants les noix qu'ils avaient chacun dans leurs mains. La consigne suivante a été affichée : représentez cette situation du point de vue des mathématiques en langue française. Les participants, regroupés en binômes, devaient produire un écrit sur une feuille A 4, à partir de cette injonction. Ce premier travail d'écriture permettait, à travers l'analyse des productions réalisées, d'interroger la notion de représentation ainsi que la situation mathématique sous-jacente, et forcément implicite. Un second travail d'écriture visait à reformuler les écrits afin de se centrer sur les variables langagières autour d'une même situation.

2.1 Représenter la situation

La formulation de l'injonction suscitait trois questionnements : Pourquoi la précision « en langue française » ? Qu'est-ce que « représenter une situation » ? Pourquoi la précision « du point de vue des mathématiques » ?

En français dans le texte

La précision « en langue française » visait à éliminer d'autres types de représentations, dessins, schémas, tableaux, graphiques, etc. Elle contraignait la réalisation d'une production écrite compréhensible. Toutes les productions étaient ainsi des phrases complètes, comprenant les marques habituelles des phrases (ponctuation, majuscules, correction syntaxique).

Représenter ou représenter ?

Chaque production a été analysée pour vérifier si elle représentait bien la situation qui avait été montrée. Mais que signifie le verbe « représenter » utilisé en contexte mathématiques ? Une petite digression lexicale avec une analyse morphologique a permis de mieux comprendre le sens de ce mot. Ainsi le verbe *représenter* est formé du préfixe « re- ». Or, il existe au moins deux préfixes « re- » dont le plus connu signifie « à nouveau », sens généralement convoqué, et qui détermine le sens de « se représenter », à savoir « se présenter à nouveau » (pour des élections par exemple). Cependant ce n'est pas le sens du préfixe « re- » dans l'expression « représenter une situation », ou « se représenter une situation ». La formation du mot est plus complexe et il faut le décomposer davantage en ses différents éléments : si le suffixe « -er » renvoie à la nature verbale du mot, la partie « -présent- » est elle-même formée de l'élément « pré- » qui signifie « devant » et « -sent » qui est une forme du verbe « être ». Être « présent », c'est littéralement « être devant » quelqu'un (par opposition à « absent », où « ab » renvoie à la notion d'éloignement). Le préfixe « re- » a dans ce cas une valeur intensive. « Représenter une situation », c'est donc la rendre « pleinement présente » par l'intermédiaire de la langue française. Ainsi les phrases produites doivent susciter une image mentale de la situation vécue.

Une seule production n'a pas permis de se représenter la situation :

Serge et Annie ont des noix. S'ils en avaient 15, Serge en aurait $\frac{1}{3}$ et Annie en aurait $\frac{2}{5}$.

Outre la formulation hypothétique difficilement compréhensible, et rejetée par la plupart des participants, dans cette configuration, Annie aurait 6 noix.

Vous avez dit mathématiques ?

L'image mentale qui doit être évoquée par les mots n'est pas quelconque, elle ne porte pas, par exemple sur le déplacement des animateurs ou sur leurs gestes, mais elle doit être représentée « du point de vue des mathématiques ». Cela a été perçu de différentes façons par les participants.

Certains ont produit un écrit qui s'apparente davantage à un énoncé de problème, comportant une question :

Production 1 : Annie et Serge se promènent. Serge a 5 noix dans ses mains tandis que Annie en a 3. Que s'est-il passé ?

Production 2 : Serge a 5 noix. Annie a 3 noix. Ils veulent avoir autant de noix chacun. Comment faire ?

Ces deux productions ne représentent pas la situation. La première évoque une promenade qui n'est pas pertinente du point de vue des mathématiques, d'autre part, elle s'interroge sur un évènement qui n'a pas eu lieu, puisqu'il ne s'est rien passé, et qu'il s'agit d'un état. La seconde production invente une intention qui n'était pas exprimée par les animateurs. Dans ces deux productions, seule une phrase décrit véritablement la situation, portant sur le nombre de noix et leur répartition.

Le point de vue « mathématique » a été saisi encore différemment par les formateurs ou professeurs de mathématiques qui composaient l'essentiel des participants. Ainsi, les données numériques ont été exprimées de manière variée, le plus souvent sous forme chiffrée :

Production 3 : Serge a la moitié de 10 noix dans sa main gauche. Annie a la moitié de 6 noix dans sa main gauche.

Production 4 : Annie et Serge ont 8 noix. Si Serge en donne une à Annie, ils en auront le même nombre (chacun).

Production 5 : Serge a 3 noix et encore 2. Annie a 2 noix et encore 1.

L'aspect « mathématique » a porté sur la formulation des données numériques qui nécessitent un calcul, certes sommaire, mais qui porte soit sur la connaissance de la notion de moitié (production 3), soit sur une opération plus complexe, énoncée de manière hypothétique (production 4). La production 5 se centre davantage sur le dénombrement. Mathématiquement juste, cette expression pourrait traduire une signification erronée, montrant les noix de chacun en deux prises distinctes où Serge aurait d'abord pris trois noix, et ajouté deux, par exemple.

Enfin, d'autres productions jouant sur l'expression de fractions, ont nécessité un petit calcul de vérification, notamment pour l'animatrice qui n'était pas professeur de mathématiques :

Production 6 : Annie et Serge ont des noix. Annie a 3 noix. Serge a les $\frac{5}{8}$ du total des noix.

Production 7 : Annie a 3 noix. Serge a $\frac{5}{3}$ des noix d'Annie.

Production 8 : Serge a cinq noix. Annie a trois huitièmes de leurs noix.

Seule la production 8 proposait une écriture en lettres des nombres évoqués, mais cette variante aurait pu apparaître dans toutes les productions comportant des données numériques. Cette première situation d'écriture a donc fait émerger une grande variété d'écrits, en particulier du point de vue de l'expression des nombres, que l'on peut faire émerger par une infinité de calculs, qui ne permettent pas tous de se représenter immédiatement la situation.

2.2 Reformuler un écrit épuré

Cependant, certaines productions n'ont retenu que l'essentiel de la situation sous la forme de deux phrases, avec une expression directe des nombres. La situation est ainsi représentée de la manière la plus épurée possible, sans fioritures ni détails superflus.

Production 9 : *Annie a 3 noix. Serge a 5 noix.*

Ces deux phrases représentent parfaitement la situation et favorisent des images mentales focalisées sur le nombre de noix de deux individus. C'est cette situation épurée qui a été à la source d'une nouvelle production, avec la consigne : « Trouvez une autre formulation pour cette situation ».

Les nouvelles productions réalisées ont permis de les comparer à la phrase épurée en se centrant sur les différences langagières, qui ont été mises en évidence.

Production 10 : *Serge a 5 noix. Annie a 3 noix.*

Production 11 : *Serge a cinq noix. Annie en a trois.*

Ces deux productions ont réalisé une permutation avec la production 9. En effet, l'ordre d'énonciation peut se faire en commençant par l'un ou l'autre des protagonistes. La production 11, outre l'expression en lettres des nombres, utilise le pronom personnel substitut « en », pronom particulièrement complexe, puisqu'il se substitue uniquement au nom « noix » dans le groupe nominal « trois noix ».

Une autre production fait apparaître une information implicite, qui induit un problème additif de type partie-tout.

Production 12 : *Annie et Serge ont 8 noix ensemble. Annie en a 3.*

Cet implicite rend la situation plus opaque, car elle nécessite un traitement du point de vue de la représentation. C'est aussi le cas d'autres formulations qui utilisent des comparatifs.

Production 13 : *Annie a 3 noix. Elle a 2 noix de moins que Serge.*

Production 14 : *Serge a 5 noix. Il en a 2 de plus qu'Annie.*

Production 15 : *Serge a 5 noix. Annie en a 2 de moins.*

La production 14 constitue une permutation de la production 13 en changeant de sujet grammatical ou de point de vue. Si le sujet reste constant, il peut être pronominalisé dans la phrase suivante, cumulé ou non avec la pronominalisation avec « en ». Le changement de sujet nécessite aussi une reformulation de la phrase comparative, où l'expression « de moins que » doit être renversée en « de plus que ».

Ces productions épurées mettent en évidence les variables langagières qui peuvent être combinées pour exprimer, avec plus ou moins d'informations implicites, une même situation mathématique. Elles montrent aussi que les difficultés des élèves pour se représenter cette situation dépendent justement de ces variables langagières.

2.3 Les variables langagières d'une situation comparative

Les problèmes comparatifs peuvent engendrer des difficultés spécifiques de compréhension aux élèves (Camenisch et Petit, 2018). En effet, plusieurs variables langagières peuvent moduler une situation de problème comparatif, en se combinant ou non, à partir de son expression la plus explicite et simple :

Variable langagière	Exemple de réalisation	
Phrases simples : situation explicite	Serge a 5 noix.	Annie a 3 noix.
Information implicite : phrase comparative	Serge a 5 noix.	Annie a 2 noix de moins que Serge.
Reformulation de la phrase comparative	Serge a 5 noix.	Serge a 2 noix de plus qu'Annie.
Permutation : ordre d'énonciation des phrases.	Annie a 2 noix de moins que Serge.	Serge a 5 noix.
Pronominalisation : sujet et objet.	Annie a 2 noix de moins que Serge.	Elle en a 3 en tout.
Information implicite : partie-tout	Annie a 2 noix de moins que Serge.	Ils en ont 8 en tout.

Tableau 1. Principales variables langagières d'une situation comparative

Toutes ces formulations, mettant en œuvre reformulation, permutation, pronominalisation, comprennent des informations implicites, qui ne changent pas la situation, mais qui influent sur la compréhension. En effet, les résultats de tests réalisés avec des élèves de cycle 2 et 3 (Camenisch et Petit, 2018) montrent que les élèves n'obtiennent pas la même réussite en fonction des formulations. Certaines formulations ne permettent pas de se représenter immédiatement la situation et demandent un traitement informatif, comme tout texte comprenant des informations implicites.

Les variables langagières n'ont pas toutes le même impact sur la résolution de problème. Certaines de ces variables sont liées à la langue, d'autres sont inhérentes au type de problème à résoudre. Lever l'implicite lié à la pronominalisation ou à la permutation ne permettra pas de résoudre le problème mais favorisera une meilleure représentation des sujets et des objets de la situation. Cependant, rendre explicite l'information cachée d'une phrase comparative peut, dans certains cas, conduire directement à la résolution d'un problème comparatif.

Une posture d'évitement consisterait à ne présenter aux élèves que des textes épurés, qui faciliteraient un accès plus direct à la représentation de la situation mathématique. Mais cette approche cantonnerait les élèves à une compréhension explicite sans leur donner les moyens d'accéder à une compréhension des informations implicites et donc de développer leur autonomie face à l'écrit en contexte mathématique. De nombreuses évaluations, qu'elles soient nationales, comme CEDRE, ou internationales, comme PIRLS, montrent la faiblesse des élèves français dans la compréhension des informations implicites. Une autre solution consiste donc à saisir toute occasion pour développer ces capacités et à donner aux élèves les moyens de réaliser par eux-mêmes cette opération de simplification des textes afin d'accéder à une claire représentation des situations, en leur apprenant à procéder à des reformulations langagières et donc à passer par l'écriture pour les mettre en œuvre.

II - ECRIRE EN MATHÉMATIQUES : LA LANGUE EN ACTIONS

Le rôle des écrits intermédiaires a été explicité dans différents contextes scolaires par Chabanne et Bucheton (2002). Un écrit intermédiaire peut se définir comme un écrit de réflexion qui ne répond pas directement à la tâche principale attendue, mais permet de développer la réflexion par l'acte même d'écrire.

1 Manipuler la langue pour mieux comprendre une situation

Une pratique scolaire courante consiste à réaliser des apprentissages en langue de manière décontextualisée, posant alors le problème du transfert des compétences. Une autre démarche consiste à réaliser des apprentissages sur la langue, intégrés aux situations où ils sont nécessaires, leur conférant ainsi un sens explicite. Les élèves font ainsi varier des éléments langagiers et manipulent la langue pour mieux comprendre des situations mathématiques dans le cadre de la résolution de problème. Ce travail sur la langue consiste en un préalable à la résolution proprement mathématique, poursuivi explicitement, éventuellement de manière différenciée, jusqu'à ce que les élèves se soient appropriés ces compétences. L'activité langagière constitue alors un travail portant sur la discipline « français » intégrée en contexte mathématique. Cette démarche intégrée favorise le développement de compétences de reformulation, qui semblent produire un certain effet sur la réussite en mathématiques, et de stratégies de lecture utilisant l'écrit.

1.1 Le pouvoir de la reformulation

Une recherche menée en 2017 (Camenisch et Petit, 2018), s'appuyant en particulier sur la notion de congruence définie par Raymond Duval (1995), a révélé une corrélation entre reformulation et résultats en mathématiques dans le cadre de la résolution de problèmes comparatifs en classe de CP. Rappelons-en les principales conclusions. Dans le cadre d'évaluations menées en juin 2017 sur une vingtaine de

classes, des élèves de CP devaient résoudre des problèmes comparatifs dont certains présentaient des données non congruentes avec les opérations à réaliser pour trouver la solution.

Problème	Non congruences	Réussite
1. Macha a 2 bonbons de moins que Léa. Macha a 5 bonbons. Combien de bonbons a Léa ?	Entre le mot <i>moins</i> dans l'énoncé et l'opération à réaliser ($2 + 5$).	49 %
2. Billy a 4 cubes de plus que Sami. Billy a 6 cubes. Combien de cubes a Sami ?	Entre le mot <i>plus</i> dans l'énoncé et l'opération à réaliser ($6 - 4$). Entre l'ordre d'énonciation des données (4, 6) et l'ordre des nombres dans la soustraction ($6 - 4$).	40 %

Tableau 2. Réussite en mathématiques en CP (Problèmes non congruents)

A cette non-congruence entre données et résolution du problème, s'ajoute la difficulté inhérente à l'implicite propre au problème utilisant une phrase comparative et celle liée à une autre variable langagière, à savoir l'ordre dans lequel les phrases sont énoncées. En effet, il est malaisé de se représenter la situation de la première phrase comparative, sans avoir lu la seconde phrase, difficulté pointée par les participants dans l'introduction de l'atelier. Cela pourrait expliquer partiellement l'absence de réussite de la majorité des élèves. Comme il n'est pas possible de vérifier la représentation mentale que les élèves se faisaient de la situation mathématique, un autre moyen a été mis en œuvre pour en recueillir quelques indices. En effet, outre la tâche de résolution, on a demandé aux élèves de produire une phrase intermédiaire qui jouait sur une des variables langagières, à savoir la reformulation de la phrase comparative. Ainsi on a proposé aux élèves d'écrire « autrement » cette phrase en en donnant l'amorce, par exemple :

Ecris autrement : Macha a 2 bonbons de moins que Léa.

Léa a

En effet, si la réussite des élèves en mathématiques peut résulter du hasard, ce n'est pas le cas de la reformulation de la phrase comparative, qui donne un indice fort de la compréhension de la situation comparative, quel que soit le sujet de la phrase. Cet écrit intermédiaire permet donc de croiser les résultats en mathématiques des élèves avec ceux portant sur la capacité de reformuler. Les résultats montrent une différence notable dans la réussite en mathématique en fonction de la réussite ou de l'échec dans la reformulation.

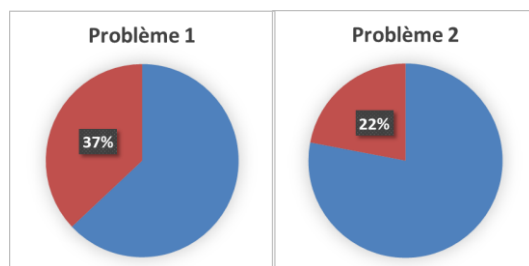


Figure 1. Réussite en mathématiques avec reformulation échouée

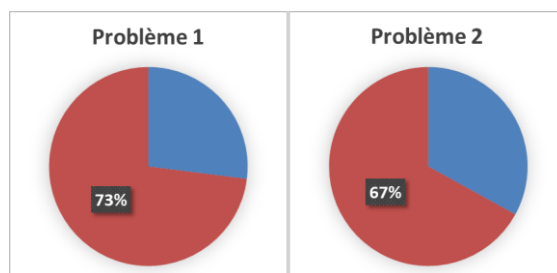


Figure 2. Réussite en mathématiques avec reformulation réussie

Cette étude montre que les élèves qui parviennent à reformuler la phrase comparative réussissent plus massivement que ceux qui n’y parviennent pas. Cette évaluation a été réalisée sur des élèves de CP sans qu’il y ait eu d’apprentissage de la reformulation ni des opérations mentales qui en découlent. Un travail explicite permettant à tous les élèves à développer des stratégies pertinentes pour mieux se représenter la situation ne peuvent être que bénéfiques.

1.2 Reformuler et développer une stratégie de lecture adaptée

Plutôt que de réaliser des séquences décontextualisées pour apprendre à reformuler, la démarche intégrée favorise une réflexion sur la langue menée en contexte, c’est-à-dire au moment où les élèves en ont besoin. Une séquence d’apprentissage visera à expliciter une stratégie pertinente selon le type d’énoncé de problème (Camenisch et Petit, 2021) et à en garder une trace écrite. Les élèves disposent ainsi d’un outil qu’ils peuvent utiliser selon les besoins. Reprenons, en guise d’exemple, un problème d’une structure particulièrement peu explicite.

Etienne a trois billes de moins que Lucie. Il a six billes. Combien en a Lucie ?

Pour tout énoncé de problème, le premier implicite à interroger est celui lié à la pronominalisation, par exemple en réécrivant la phrase pour remplacer le pronom par son substitut. Ce travail de reformulation par l’écriture permet à chaque élève de chercher et de s’interroger sur le sens du pronom, que ce soit pour identifier les référents, notamment pour des pronoms complexes comme le pronom « en », où la reformulation demande une modification de la syntaxe.

Exemple de consignes : Qui est « il » ? Récrire la phrase sans utiliser « en ».

Reformulation : Etienne a six billes. Combien de billes a Lucie ?

Un énoncé de problème textuel est généralement composé de deux types de textes différents : une partie informative qui comporte les données numériques et une partie injonctive qui énonce une question ou une injonction. La partie injonctive questionne les informations implicites contenues dans la partie informative. Pour que le problème soit soluble, toutes les informations doivent être présentes dans le texte.

Partie informative : Etienne a trois billes de moins que Lucie. Il a six billes.

Partie injonctive : Combien de billes a Lucie ?

La stratégie de lecture consiste à lever tous les implicites et à se forger une représentation mentale de la situation. Après une première lecture de l’énoncé, l’élève va le passer au crible d’un questionnement ciblé qui le contraint à reformuler l’énoncé. Pour prendre conscience que la lecture doit lui permettre de comprendre une situation d’ordre mathématique, l’élève doit repérer et reformuler ce qu’il cherche. Cette reformulation lui permet d’exprimer exactement l’objet du travail mathématique.

Exemple de consigne : Souligner la phrase qui indique ce que je cherche. Expliquer ce que je cherche.

Reformulation : Je cherche le nombre de billes de Lucie.

Anticiper la phrase réponse attendue en écrivant une phrase à trou consiste, le plus souvent, d’une part à transformer une phrase interrogative en phrase déclarative, d’autre part à rester centré sur l’objet de la recherche.

Exemple de consigne : Ecrire une phrase réponse à trou.

Reformulation : Lucie a ____ billes.

Relire le reste de l’énoncé permet de se centrer sur les informations connues et éventuellement les reformuler en jouant sur les variations langagières.

Exemple de consigne : Relire ce que l’on sait. Le formuler autrement.

Reformulation : Etienne a six billes. Lucie a trois billes de plus qu’Etienne.

L’élève se forge ainsi une représentation de la situation en relisant l’énoncé de manière orientée. Cette explicitation méticuleuse de la stratégie ne se fera que le temps que l’élève intègre ces procédures jusqu’à

les automatiser, mais elles restent à disposition de manière différenciée ou partiellement pour les énoncés plus difficiles ou les élèves moins à l'aise avec la langue.

2 Des dispositifs et des outils pour se représenter les situations

Si l'écriture peut se considérer comme un moyen de mieux comprendre, elle peut aussi constituer un obstacle pour les élèves qui ont des difficultés liées à la production d'écrit. Or il est possible avec certaines démarches de faire écrire les élèves dès la classe de CP et d'accompagner cette entrée dans l'écriture de manière dynamique, faisant de l'écrit un moyen explicite de représenter une situation. Elle peut s'accompagner d'autres systèmes de représentation que nous avons développés ailleurs (Camenisch et Petit, 2016 ; Camenisch et Petit, 2022).

2.1 D'une situation concrète à des représentations

Pour permettre aux élèves de se forger les premières représentations mentales, la démarche est proche de celle vécue par les participants. En effet, un nouveau type d'énoncé de problème gagnera à se vivre de manière concrète avec des objets concrets avec les élèves. Pour une situation comparative, on pourra ainsi prendre des objets facilement manipulables, comme des noix, des marrons, des billes et faire jouer la scène par des élèves. On peut aussi utiliser des marottes ou des personnages manipulés par des élèves. Les élèves se saisissent d'un petit nombre d'objets et verbalisent la situation. L'enseignant leur propose de comparer leur nombre d'objets en étayant leur production orale pour aboutir à l'expression complète d'une phrase comparative.

Exemple de verbalisations :

Marie : J'ai pris 6 billes. J'ai le plus de billes. J'ai deux billes de plus que Liam.

Liam : J'ai 4 billes. J'ai moins de billes. J'ai deux billes de moins que Marie.

Cette mise en scène avec verbalisation doit se réitérer avec plusieurs élèves pour que les structures syntaxiques soient intégrées à l'oral. Une première représentation de la situation accompagne cette mise en scène, par des aimants au tableau, des papiers ou des cubes, objets qui *représentent* les objets réels quels qu'ils soient. Progressivement, on pourra ainsi se détacher de l'objet réel pour passer à une représentation où l'aimant peut potentiellement représenter n'importe quel objet. Les élèves pourront alors jouer une situation à partir de sa représentation.

Un travail explicite d'écriture s'ajoute progressivement. En effet, après la verbalisation des élèves acteurs, les autres élèves de la classe doivent écrire la situation. Cette transposition nécessitera le choix d'un point de vue et donc la production de deux phrases qui représentent la même situation avec des formulations différentes.

Situation du point de vue de Marie : Marie a deux billes de plus que Liam.

Situation du point de vue de Liam : Liam a deux billes de moins que Marie.

Les élèves peuvent ainsi prendre conscience qu'une même situation, qui ne change pas, peut être traduite par des phrases différentes. Certains ouvrages proposent des activités de reformulation de ce type, comme *J'apprends à résoudre des problèmes* (Petit et Camenisch, 2013) (figure 3).

La multiplication de ce genre de situation vécue va permettre aux élèves de s'approprier les formulations. Des outils spécifiques, sur les mots et les structures, accompagnent ce travail d'écriture afin que les élèves réalisent, en même temps, des apprentissages sur la langue.

1 Qui a le plus, qui a le moins ?

Nathan et Luc comparent leur nombre de billes. Luc a deux billes de plus que Nathan. Nathan a moins de billes que Luc.

Je comprends le texte et le dessin

a Complète les phrases avec *plus* ou *moins*.

Luc a _____ de billes que Nathan.
Nathan a deux billes de _____ que Luc.

Luc a _____ de billes que Nathan.
Nathan a deux billes de _____ que Luc.

Figure 3. Extrait de *J'apprends à résoudre des problèmes*. Niveau 1.

2.2 Du côté de la langue : mots et structures syntaxiques

Le travail sur la langue portera sur l'apprentissage de mots et des structures syntaxiques. En effet, avec peu de mots et des structures récurrentes, les élèves peuvent écrire des phrases syntaxiquement et orthographiquement justes s'ils disposent d'outils pour le faire. Ainsi, si l'on reprend les productions réalisées par les participants, on constate que les noms utilisés se limitent à des noms propres et à un nom commun, ici le nom *noix*. Ces noms constituent ce que l'on appelle couramment des *variables muettes*, que l'on peut remplacer par n'importe quel autre nom, en fonction de l'objet manipulé ou représenté. Pour pouvoir écrire dès le CP, les élèves peuvent disposer d'un modèle du nom qu'ils doivent scrupuleusement copier, afin d'en fixer l'orthographe. Pour le mot *noix*, qui ne varie pas en nombre, un modèle suffira, mais la majorité des noms variant en nombre, on proposera deux modèles, l'un avec le nombre 1, par exemple *1 marron* et l'autre avec d'autres nombres, selon les rencontres, par exemple *4 marrons*, *6 marrons*, etc. Ces mots peuvent d'ailleurs être collectés sur des fiches dans des boîtes à mots pour tout usage ultérieur.

Du point de vue de la syntaxe, les phrases utilisées dans des situations comparatives se réalisent en suivant deux structures. La première structure correspond à ce qu'on appelle la phrase canonique, composée d'un sujet, d'un verbe et d'un complément, formé d'un groupe nominal (soit un déterminant, le plus souvent numéral et d'un nom) : *Serge a 5 noix. Ils ont 8 noix.*

La seconde structure est celle de la phrase comparative qui prend deux formes :

Nom A – verbe – GN – de moins que – Nom B (Annie a deux noix de moins que Serge)

Nom B – verbe – GN – de plus que – Nom A (Serge a deux noix de plus qu'Annie)

Avec ces outils, les élèves disposent ainsi de modèles pour produire leur écrit en respectant la syntaxe et l'orthographe. L'ouvrage *J'apprends à résoudre des problèmes* (Petit et Camenisch, 2013) propose ainsi explicitement les variables muettes et les structures syntaxiques comme modèle à utiliser pour les productions (figure 4).

J'apprends les mots et les phrases

- **comparer** : **compare**, ils **comparent**
- **bille** : 0 bille, une bille, 2 billes, 3 billes, 4 billes, des billes
- Nathan a deux billes de moins que Luc. Luc a deux billes de plus que Nathan.

Figure 4. Fiches langue de *J'apprends à résoudre des problèmes*.

Avec ces outils, les élèves disposent ainsi de modèles pour produire leur écrit en respectant la syntaxe et l'orthographe. Ils apprennent donc à écrire tout en se représentant les situations mathématiques.

2.3 Ecrire à partir d'une situation ordinaire

Après l'exploration de ces outils, l'atelier s'est terminé par l'analyse de pages de manuels portant sur des problèmes comparatifs. Les participants devaient proposer des situations à faire vivre aux élèves avant de proposer les exercices, notamment en relevant les variables muettes et en proposant des reformulations utilisant les mêmes structures syntaxiques. Les activités réalisées peuvent en effet se transposer à tout manuel portant sur les mêmes apprentissages.

III - CONCLUSION

Écrire en mathématique à partir d'une situation concrète consiste à partir d'une situation vécue par les élèves en utilisant des objets manipulables. Les élèves apprennent alors progressivement à verbaliser cette situation et à la représenter par des phrases écrites. Ce travail d'écriture permet de mettre en évidence les variables langagières, qui ne changent pas la situation, mais dont la formulation influe sur la compréhension. Elle entraîne les élèves à produire des reformulations en changeant de sujet, à permuter des phrases, à comprendre la pronominalisation en cherchant les référents des pronoms, à rendre explicite les informations implicites. Ils vont pour cela utiliser des modèles portant sur les noms et sur les structures syntaxiques dont ils ont besoin pour écrire. Tout ce travail conduit les élèves à mieux se représenter la structure profonde mathématique et les problèmes à énoncés verbaux, tout en développant des compétences langagières – par la production de phrases – et orthographiques.

Cet atelier a pris pour exemple une situation comparative, mais elle est tout à fait transposable, avec des structures textuelles et syntaxiques différentes à d'autres types d'énoncés de problème, comme les problèmes additifs à transformation, qui ont été l'objet d'autres études (Camenisch et Petit, 2016) ou les problèmes multiplicatifs.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Camenisch, A. et Petit, S. (2016). Écrire en mathématiques : le rôle des écrits intermédiaires. Dans *Recherches en écritures : regards pluriels*, (201-224). Université de Lorraine : Recherches Textuelles 13.

Camenisch, A. et Petit, S. (2018). *Congruence et résolution de problèmes de comparaison*, in Actes du 45^e colloque de la COPIRELEM (557-570). Blois.

Camenisch, A. et Petit, S. (2021). *Quelles pratiques enseignantes pour quelle formation des élèves en résolution de problèmes ?* in Actes du 47^e colloque de la COPIRELEM (828-843). Grenoble.

Camenisch, A. et Petit, S. (2022). *Représenter, modéliser, quelles conséquences sur les résultats d'élèves en résolution de problèmes additifs ?* in Actes du 48^e colloque de la COPIRELEM (492-505). Toulouse.

Chabanne, J.-C. et Bucheton, D. (2002). *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire. L'écrit et l'oral réflexif*. Paris : PUF.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée humaine*. Peter Lang.

Goody, J. (2006). La littératie, un chantier toujours ouvert, *Pratiques* (131-132), 69-75.

Petit, S. et Camenisch, A. (2013). *J'apprends à résoudre des problèmes*, Cycle 2, Niveau 1, Manuel et guide pédagogique, Paris : Nathan.

ANNEXE 1 : DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES EN RESOLUTION DE PROBLEMES

A votre avis, lequel de ces deux problèmes est le plus difficile pour des élèves de CE1-CE2. Pourquoi ?

1. Luc a 2 pains de plus que Badi. Luc a 7 pains. Combien de pains a Badi ?
2. Rémi a 3 pommes de plus que Lina. Lina a 5 pommes. Combien de pommes a Rémi ?

A votre avis, quelle difficulté principale des élèves de CM peuvent-ils rencontrer pour résoudre ces problèmes ?

1. Pol a 18 billes de moins que Karim. Pol a 4 billes de plus que Sarah. Compare le nombre de billes de Karim et de Sarah.
2. Après la récréation, Léa a 9 billes. Pendant la récréation, elle a joué une première partie de billes, puis une deuxième. Elle a perdu 4 billes à la deuxième partie. Elle en a gagné 5 à la première. Combien de billes avait-elle au début de la récréation ?