

ESQUISSE D'UNE PROBLÉMATIQUE POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN CONTEXTE D'ÉDUCATION INCLUSIVE ET PROPOSITIONS DIDACTIQUES

Jacinthe GIROUX

Professeure associée, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Giroux.jacinthe@uqam.ca

Résumé

Le texte est organisé, selon la structure de la conférence, en deux temps. S'appuyant sur des études dans le domaine, il éclaire d'abord la genèse de l'éducation inclusive et ses principes de justice sociale, tout en veillant à identifier des enjeux parfois occultés qui la caractérisent. Ce premier moment de problématisation permet de cibler des questions vives qui traversent le paradigme inclusif et la didactique des mathématiques, notamment sur les processus de catégorisation des élèves. La deuxième partie du texte s'appuie sur un projet mené avec la collaboration du milieu scolaire sur l'évaluation des connaissances mathématiques d'élèves en difficulté scolaire. Si ce projet n'a pas été conçu pour implanter une approche d'éducation inclusive, les enseignements que nous en tirons permettent d'apporter un éclairage didactique aux défis posés par l'éducation inclusive auprès d'élèves en difficulté scolaire en mathématiques et de formuler des propositions didactiques pour les relever. L'approche développée cible, d'une part, une meilleure intégration de l'évaluation et de l'intervention et, d'autre part, le développement d'une culture didactique commune pour intensifier la communication et la collaboration des enseignants, parents et intervenants qui gravitent autour des élèves en fragilité scolaire.

I - INTRODUCTION

Au début des années 2000, j'ai eu à développer une séquence de cours, pour un total de 135 heures, en didactique des mathématiques spécialisée dans le cadre d'un programme de formation continue de second cycle universitaire en orthopédagogie (évaluation et intervention auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage)¹. Cette séquence devant comporter un important volet sur l'évaluation des connaissances mathématiques d'élèves de l'ordre primaire, il m'a paru essentiel de la fonder sur une lecture critique de la problématique de l'échec scolaire, en particulier, sur la question de la prégnance de l'approche médicale ou déficitaire des difficultés scolaires.

Le Conseil supérieur de l'éducation du Québec² s'inquiétait en 2017 que :

Faute de ressources suffisantes au sein du réseau de l'éducation, on assiste au développement d'un « marché » des difficultés scolaires, non seulement pour l'établissement du diagnostic, mais aussi pour l'offre des séances de remédiation qui s'ensuivent. (CSÉ, 2017, p. 3)

¹ Il s'agit d'un programme de maîtrise de l'Université du Québec à Montréal. Chaque cours de ce programme comprend 45 heures de formation, ce qui fait 135 heures pour la séquence de trois cours.

² Le Conseil supérieur de l'éducation est un organisme indépendant de l'état québécois qui formule des avis au ministre de l'Éducation sur des enjeux actuels et sensibles de l'éducation. Il est un des piliers de la création du ministère de l'Éducation du Québec en 1964. Le 7 décembre 2023, le dossier de l'école obligatoire lui a été retiré, ce qui a suscité de vifs débats sociaux.

Ce constat est d'autant plus préoccupant que le CSÉ prône l'abandon d'une approche médicale et catégorielle depuis plus de 20 ans. C'est dans cette perspective que j'ai engagé une réflexion sur l'approche et les moyens didactiques à développer pour que les orthopédagogues (enseignants spécialisés) se réapproprient l'expertise de l'évaluation et de l'enseignement en mathématiques au primaire. Ce travail réflexif a abouti au développement d'une approche orthopédagogique qui a, par ailleurs, fait l'objet d'un projet de recherche³ en partenariat avec le milieu scolaire⁴. Bien que ce projet n'ait pas été conçu pour implanter une approche inclusive, les collaborateurs issus du milieu scolaire ont jugé qu'il s'inscrivait dans le paradigme de l'éducation inclusive. C'est la raison pour laquelle j'ai accepté l'invitation de la COPIRELEM à présenter une conférence sur cette thématique. Ce texte, prenant appui sur la conférence, comprend deux grandes parties. La première présente, sur la base d'études dans le domaine, le paradigme de l'éducation inclusive ainsi que des perspectives critiques sur ses orientations et les propositions pédagogiques qui en découlent. À l'issue de cette première partie, quelques éléments de réponse aux questions soulevées par ce paradigme sont discutés.

En deuxième partie, des propositions didactiques tirées du projet de recherche sont formulées. Les fondements de l'approche d'investigation des connaissances, au regard des défis posés par l'évaluation/intervention en mathématiques auprès d'élèves en difficulté scolaire, sont d'abord présentés. Ensuite, la structure des instruments d'investigation est exposée suivie d'une brève illustration de leur fonctionnement sur le thème des rationnels. Enfin, des retombées du projet sur le développement d'un répertoire d'objets didactiques communs qui favorise une action concertée auprès des élèves sont discutées.

II - PREMIÈRE PARTIE : L'ÉDUCATION INCLUSIVE

L'inclusion est un enjeu d'actualité dans plusieurs sphères de la société que ce soit l'architecture, le secteur des ressources humaines, le milieu culturel, etc. Selon l'UNESCO (2006), l'éducation inclusive est une éducation pour tous, quelles que soient les caractéristiques des individus. L'accès à la participation sociale et citoyenne est donc au fondement du paradigme inclusif.

1 Le paradigme de l'éducation inclusive

Présente dans la plupart des réformes des systèmes éducatifs d'Europe francophone et d'Amérique du Nord, il ne s'agit plus, avec l'éducation inclusive, d'intégrer ou d'inclure des élèves qui ont des besoins particuliers en classe ordinaire, au cas par cas, mais plutôt de répondre aux besoins de chacun quels que soient ses capacités. C'est ce qui est visé par la participation sociale et citoyenne, notamment par le concept d'accessibilité (Ramel et Vienneau, 2016) auquel on peut rattacher celui d'accessibilité au savoir (Assude, Perez, Suau et Tambone, 2015). Le défi à relever consiste donc à penser les adaptations globalement tout en cherchant à répondre à des besoins communs, plutôt que d'envisager les adaptations à la pièce, en fonction du profil de chaque élève (CSÉ, 2017). Le paradigme d'éducation inclusive est assez large et ses fondements peuvent être aussi distendus que la sociopolitique, les pratiques efficaces appuyées de données probantes (Bonvin et al., 2013) ou encore les neurosciences⁵.

³ Avec la collaboration précieuse d'Oumama Ghailane, coordonnatrice de recherche et des collègues chercheuses, Anik Ste-Marie, Virginie Houle et Raquel Barrera. Ce projet a été subventionné par le programme *Actions concertées* du *Fonds de recherche du Québec – Science et Culture* (2016-2019).

⁴ Le projet a été réalisé avec la collaboration de quatorze conseillers et conseillères pédagogiques et vingt-et-un orthopédagogues dans le cadre d'un partenariat avec sept centres de services scolaires des régions de Laval, Laurentides et Lanaudière du Québec.

⁵ On peut consulter, à ce propos, la page du comité *Équité, diversité et inclusion* de l'Association canadienne des neurosciences : <https://can-acn.org/fr/equite-diversite-et-inclusion-en-neuroscience/>

Si le caractère polysémique de l'éducation inclusive est important, on peut toutefois admettre qu'elle poursuit deux grandes finalités. La première est l'équité et la seconde, la transformation sociale pour y parvenir (Bauer et Borri-Anadon, 2021; Potvin, 2018).

Des modifications institutionnelles importantes pour atteindre l'équité en matière d'éducation sont ciblées par les tenants de l'éducation inclusive. Il s'agirait de transformer les établissements scolaires pour en faire des communautés ouvertes à une plus grande participation des acteurs sociaux. On pense, par exemple, à l'accès à une école de quartier considérée comme le lieu de scolarisation le plus adéquat au regard des finalités de l'éducation inclusive (Chatenoud et al., 2018). Le rapprochement des institutions scolaires avec les communautés est primordial dans la mesure où les grands principes universels d'inclusion et de respect de la diversité ne peuvent s'appliquer sans considérer les spécificités culturelles des communautés. L'exemple qui s'impose au Québec est celui de l'intégration de savoirs traditionnels des peuples autochtones dans le programme scolaire. Au Nunavik⁶, la couture des habits, la chasse et la pêche sont maintenant des savoirs ancestraux enseignés aux élèves. Cette intégration connaît des succès mitigés au regard de l'assiduité et de la persévérance scolaire ; le modèle scolaire du *Sud* étant plus ou moins adapté à l'organisation culturelle, sociale et économique des communautés nunavikoises.

L'éducation inclusive appelle des ruptures avec la culture scolaire dominante. Selon Fortier, Noël, Ramel et Bergeron (2018), l'éducation inclusive ne peut advenir qu'au prix d'un changement de paradigme commandé par les transformations suivantes :

- le passage d'une perspective individuelle à une perspective communautaire ;
- l'engagement des communautés éducatives dans un processus réflexif et transformationnel ;
- l'abandon d'une conception médicale au profit d'une approche plus globale ;
- la dénormalisation au regard notamment du curriculum tout en maintenant des exigences élevées.

1.1 Le chemin de l'éducation inclusive au Québec

Au Québec, le paradigme de *l'éducation pour tous* ne s'est posé qu'en 1960 lors de la démocratisation de l'éducation. La thématique de la réussite pour tous a émergé dans les années 1970, notamment avec le lancement de programmes visant à compenser les déficits culturels d'enfants de milieux dits défavorisés⁷. Dans le processus de démocratisation de l'enseignement, la création de la catégorie d'élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDA) a permis l'intégration des élèves des écoles spécialisées privées dans le système public. Un ensemble de dispositifs scolaires a été mis en œuvre pour les accueillir (création de classes spéciales, soutien individuel ou en sous-groupe, formation universitaire spécialisée, etc.). Les savoirs scientifiques issus de la psychologie et de la médecine ont servi d'assises à la création de ces dispositifs (Gonçalves et Lessard, 2014). Les savoirs scientifiques développés dans le champ de l'éducation, au cours des cinquante dernières années, donnent maintenant accès à des dispositifs spécifiques aux missions de socialisation et d'instruction de l'école publique pour les élèves en posture de fragilité scolaire.

⁶ Le Nunavik, territoire québécois situé au-delà du 55^e parallèle nord, est peuplé continuellement depuis 4000 ans. Le territoire québécois sous le 48^e parallèle nord, grosso modo, est désigné « Le Sud » par les habitants du Nord-du-Québec. Ce territoire, plus particulièrement les basses terres du Saint-Laurent, est majoritairement occupé depuis 400 ans par des allochtones.

⁷ Pour inscrire cette information dans l'histoire de l'éducation au Québec, je me permets de rappeler qu'en 1829, le mouvement politique des Patriotes, inspiré par le courant de pensée des Lumières, a adopté un système scolaire d'écoles publiques et laïques. En 1836, le régime colonial anglais a aboli ce réseau conduisant à la fermeture de 70% des 1462 écoles existantes. En 1839, les chefs patriotes seront pendus. Il faudra attendre 125 ans pour recréer un système scolaire public; le ministère de l'Éducation du Québec n'a en effet été créé qu'en 1964.

Puisqu'ils sont régulièrement confondus, nous rappelons brièvement les principales caractéristiques des trois concepts qui ont jalonné la politique d'adaptation scolaire au cours des vingt dernières années. Le premier concept est celui de **d'intégration scolaire**. En situation d'intégration, l'élève ayant des besoins particuliers est intégré à la classe ordinaire, mais doit cependant s'y adapter. L'intérêt pour la question de l'exclusion et des inégalités vécues par les élèves marginalisés s'est ensuite développé et conduit aux situations de **d'inclusion scolaire**; dans ce cas, c'est l'école qui s'adapte à l'élève ayant des besoins particuliers pour que celui-ci puisse participer pleinement aux activités d'apprentissage au sein de la classe ordinaire. Cette inclusion peut être à temps partiel ou à temps plein (Cherel et Giroux, 2002). Plus récemment, les processus de catégorisation sociale et d'étiquetage des élèves comme construction sociale ont été un objet de préoccupation et ont donné lieu au discours inclusif. Dans les situations de **d'éducation inclusive**, l'école vise, *a priori*, à s'adapter à la diversité des élèves en cherchant à lever les obstacles, qu'ils soient intentionnels ou non, pouvant nuire à la participation et à la contribution de chaque élève (CSÉ, 2017).

La pédagogie universelle vise à offrir des principes pédagogiques qui encadrent les pratiques d'éducation inclusive. Inspirée par la conception universelle d'espaces physiques avec l'accessibilité comme principe central (rampe d'accès, par exemple), cette pédagogie a émergé pour répondre à l'exigence d'enseigner à une importante diversité de personnes tout en maintenant des standards d'éducation élevés. Selon Desmarais et Flanagan (2023), l'expression « pédagogie universelle » permet de mieux tenir compte de la notion de pédagogie pour tous et d'universalité d'accès à l'apprentissage que *l'Universal Design for Learning*, courant pédagogique duquel elle est issue. La pédagogie universelle a donc comme spécificité la prise en compte des différences de tous les élèves dans une perspective de dénormalisation selon une approche qui peut être ajustée selon les besoins de l'individu. Cette pédagogie s'appuie sur trois principes selon Bergeron, Rousseau et Leclerc (2011) :

- 1) recourir à plus d'une méthode de présentation de l'information et de concepts ;
- 2) offrir des voies alternatives de participation et des chemins différents pour s'engager dans la tâche ;
- 3) favoriser une variété de moyens d'expression faisant appel aux habiletés et aux intérêts de l'élève.

Une lecture didactique de ces principes peut soulever un certain scepticisme. À titre d'exemple, considérons le cas du recours au matériel de manipulation visant à soutenir les élèves en difficulté. C'est une mesure largement utilisée, comme nous avons pu le constater, par les orthopédagogues. Le fait de recourir ou de modifier un matériel est nécessairement une modification de la situation d'enseignement dont l'effet sur l'enjeu de savoir est souvent mal évalué. Toute modification du matériel doit être envisagée en considérant la fonction du matériel dans la logique didactique de la situation (est-ce un matériel visant l'exploration ? La communication ? Ou encore la validation ?). Si cette vigilance apparaît comme une évidence pour les chercheurs en didactique, elle pénètre peu le milieu scolaire québécois où l'idée de *manipuler pour rendre concrets les savoirs mathématiques et faciliter la compréhension*, sans égard pour la fonction didactique du matériel, est tenace. Le recours au matériel fait pourtant partie des propositions de la pédagogie universelle comme moyen de varier la présentation, en particulier, pour répondre aux besoins spécifiques de certains élèves⁸. Les intentions de la pédagogie universelle sont sans aucun doute louables. Les applications concrètes qu'elle propose doivent cependant faire l'objet d'un examen attentif puisque, comme toutes propositions pédagogiques générales, elles peuvent tendre à oblitérer les considérations didactiques nécessaires au projet de transmission de savoirs, au cœur de la mission scolaire.

⁸ <https://acelf.ca/francophonie/la-pedagogie-universelle-enseigner-selon-les-besoins-des-eleves/>

1.2 Inclusion et éducation mathématique dans l'espace anglo-saxon

Cette section s'attarde sur la relation entre inclusion et éducation mathématique dans l'espace anglo-saxon. La recension publiée en 2019 par Roos est très instructive à ce propos. Cette chercheuse s'est concentrée sur les définitions et les rôles de l'inclusion dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Une méthodologie d'analyse du discours a été utilisée pour analyser soixante-seize études publiées entre 2010 et 2016. Elle distingue les études qui portent sur l'inclusion des mathématiques dans la société de celles portant sur l'inclusion des mathématiques dans les classes.

Les résultats montrent que le terme *inclusion* désigne à la fois une idéologie et une pédagogie et que ces deux usages sont le plus souvent traités indépendamment l'un de l'autre. Lorsque la notion d'inclusion est utilisée comme idéologie, le discours le plus répandu concerne l'équité dans l'enseignement des mathématiques ; lorsqu'il est utilisé comme mode d'enseignement, le discours le plus développé porte sur les interventions pédagogiques pour susciter l'engagement mathématique. Selon l'auteure, *être inclus* peut ainsi être vu comme un processus de participation. Si peu d'études sur les interventions ont été répertoriées, elles suggèrent cependant la mise en œuvre de stratégies de bonification d'interactions, que ce soit entre pairs ou directement avec les contenus, notamment par la résolution de problèmes. Il est également proposé que soient mises en place des stratégies pédagogiques qui stimulent la participation des groupes vulnérables. En conclusion, la participation de tous les élèves est considérée comme une occasion de rendre l'enseignement des mathématiques inclusif.

Cette recension ne doit pas faire écran au fait que l'approche catégorielle et déficitaire⁹ est particulièrement présente dans la tradition anglo-saxonne. L'article intitulé *Mathematical Learning difficulties sub-types classification*, paru en 2014, connaît un succès certain avec plus de 5500 téléchargements de sa version électronique (Karagiannaki, Baccaglini-Grank et Papadatos, 2014). Il est une illustration puissante de ce courant de recherches en proposant une classification des troubles en mathématiques selon qu'ils se rapportent au nombre, à la mémoire, au raisonnement ou encore au traitement visuo-spatial. Pour chacune de ces sous-catégories, sont précisés les systèmes cognitifs déficitaires et les difficultés mathématiques associées (voir annexe 1). Par exemple, si les difficultés se rapportent au nombre, les systèmes déficitaires seraient la représentation et l'encodage numérique, alors que les manifestations des difficultés s'observeraient notamment dans le passage d'une représentation numérique à une autre, dans l'estimation ou encore dans le repérage d'un nombre sur une droite numérique.

Deux discours contrastés se déploient donc actuellement au regard des difficultés scolaires. D'un côté, les études visant à spécifier les déficits cognitifs à l'origine des difficultés se multiplient et alimentent une perspective déficitaire des difficultés scolaires en formation initiale et continue des enseignants. De l'autre côté, c'est le discours sur l'inclusion et la diversité qui est relayé en formation et en milieu scolaire. Les tenants de ce dernier discours appellent des transformations sociales et scolaires afin de mieux répondre aux besoins de tous les élèves. Ils visent également une transformation des représentations des acteurs scolaires au regard des difficultés (Fortier, Noël, Ramel et Bergeron, 2018).

2 Perspectives critiques sur l'éducation inclusive

Les approches déficitaires s'opposent-elles nécessairement au paradigme de l'éducation inclusive ? On pourrait imaginer un cas de figure où, d'une part, sont identifiés très spécifiquement les déficits à l'origine des difficultés scolaires d'un élève et que, d'autre part, des mesures soient prises pour que cet élève participe avec sa *différence* pleinement à la vie de classe.

⁹ Cette approche est traitée à la section suivante. Elle repose sur la catégorisation des élèves selon les déficits (intrinsèques) dont ils seraient affectés.

Mais alors, ne faudrait-il pas que soient mises en place des mesures pour répondre aux besoins spécifiques liées à sa *différence* ? Pour lui et pour tous les autres avec leurs différences propres ? Comment penser alors l'enseignement pour tous adapté aux besoins de chacun ? Qu'advient-il de la logique de l'éducation inclusive basée sur la réponse aux besoins d'un ensemble d'élèves et non pas aux cas particuliers ?

La réponse aux besoins des élèves est complexe et les réponses sont développées tantôt partant d'une perspective déficitaire, tantôt d'une perspective inclusive. Les discours critiques développés par un certain nombre de chercheurs en éducation sur la logique de l'éducation inclusive permettent de repérer certains de ses pièges. Un pas de recul pour considérer dans une perspective plus large (macro) les principes et orientations pédagogiques liées à l'inclusion est, pour cela, nécessaire.

2.1 Les marqueurs de la diversité scolaire

À partir d'une perspective critique et intersectionnelle, Bauer et Borri-Anadon (2021) se sont inspirées du carré dialectique de la différence culturelle de Ogay et Edelman (2011) pour créer le carré des marqueurs de la diversité dans la perspective de justice poursuivie par l'éducation inclusive. Le schéma de ces marqueurs est reproduit à la figure 1.

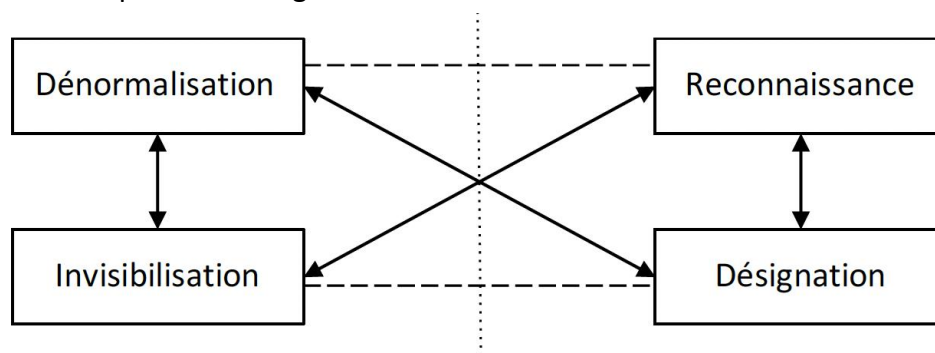


Figure 1. Le carré des marqueurs de la diversité scolaire de Bauer et Borri-Anadon (2021, p. 49)

La lecture verticale du schéma permet de mettre en évidence les enjeux relatifs à la visibilité/invisibilité des marqueurs. Sur la droite, on retrouve la tension relative à leur visibilité entre reconnaissance et désignation. Ce sont des marqueurs que la sociologie a déjà bien identifiés. Quand une différence est nommée, désignée, elle devient un fait social et elle est mobilisée par ceux qui s'y identifient. Cela ouvre donc sur une reconnaissance de la différence. À gauche, le carré identifie les marqueurs invisibles qui y sont associés, entre dénormalisation et invisibilisation. Le pôle dénormalisation marque le fait de vivre pleinement avec une différence. En éducation, l'ensemble conceptuel regroupant – diversité, besoins et pédagogie universelle – en est la manifestation. Le pôle Invisibilisation traduit quant à lui, la création de métacatégories que Frandji et Rochex (2011) désignent comme des catégories « fourre-tout » telles que la catégorie des *besoins particuliers*.

(...) les flèches croisées témoignent du fait que la reconnaissance met souvent en lumière une seule facette de l'expérience (par exemple, la situation d'un élève à partir d'un seul marqueur), mais invisibilise du même coup les autres marqueurs la traversant. (Bauer et Borri Anadon, 2021, p. 51).

Ces flèches témoignent de l'intersectionnalité, autrement dit, de la nécessité d'analyser la situation selon les rapports que les marqueurs entretiennent entre eux (immigration et handicap par exemple). Ce qui me semble digne d'être relevé de cette analyse est que si le paradigme inclusif remet en question l'approche catégorielle, la nouvelle catégorie de public *d'élèves à besoins éducatifs particuliers* incorpore une diversité d'expériences qui se trouveraient invisibilisées. Cette invisibilité peut renforcer en retour une perspective psycho-médicale des *besoins* des élèves si elle ne s'accompagne pas, selon les auteures de l'étude, de modifications profondes dans les représentations des acteurs scolaires et dans l'organisation des services. Si, autrement dit, des transformations socio-scolaires ne sont pas réalisées.

2.2 Les besoins particuliers représentent-ils une catégorie ?

La notion de *besoins particuliers* est une proposition terminologique qui visait au départ à dépasser l'approche médicale (Doré, Wagner et Brunet, 1996). Elle est cependant, pour d'aucuns, un concept de classement social pouvant contribuer à la discrimination (Frاندji et Rochex, 2011). Selon Ebersold et Datraux, la notion de *besoins particuliers* a dégagé la condition du handicap de sa dimension corporelle pour inclure « tout élève susceptible de déroger aux normes scolaires ou d'être confronté à l'échec » (op. cit., 2013, p. 107). Elle aurait ainsi donné lieu à la création de ce que Frاندji et Rochex (2011) nomment des métacatégories qui, par ricochet, renouent avec une lecture individualisante et essentialiste des difficultés. Ebersold et Datraux (2013) le disent en d'autres termes : le travail éducatif est réduit à une prestation de services et renforce la médicalisation de l'échec scolaire. Cette perspective consommatoire qui confond le besoin éducatif et le besoin de services reflète, selon ces auteurs, la difficulté qu'éprouve une perspective centrée sur le sujet à satisfaire les pédagogies innovantes et à ancrer la scolarisation des élèves à besoins particuliers dans un système coopératif fondé sur une logique d'action commune. C'est ainsi qu'ils proposent une perspective écologique qui entrevoit le besoin éducatif non pas comme intrinsèque à l'élève en difficulté, mais comme mis en partage par chaque acteur (parents, professionnels, élèves). Si la posture de ces chercheurs ne renie pas la reconnaissance de besoins spécifiques à certains élèves, elle se met à distance d'une perspective essentialiste qui attribue la difficulté scolaire strictement aux caractéristiques de l'élève.

2.3 Perspective déficitaire des compétences du corps professionnel enseignant

À la perspective déficitaire des difficultés scolaires s'est substituée une perspective déficitaire des compétences professionnelles (connaissances mathématiques et didactiques, évaluation des élèves, sélection et animation des situations d'enseignement). En didactique des mathématiques, les interactions didactiques ont fait l'objet d'études fines et ont permis de comprendre les dynamiques par lesquelles s'estompe le savoir en situation, particulièrement en contexte d'éducation spécialisée : effets Topaze et Jourdain, morcellement de savoirs, algorithmisation, étirement du temps didactique, cécité didactique, etc. (Roiné, 2009). Cette analyse de la difficulté scolaire en termes de phénomènes contractuels est une manière pour les didacticiens de se détacher des caractéristiques personnelles des élèves pour s'attacher aux conditions d'enseignement. Études à l'appui, les responsabilités et les risques que l'enseignant doit assumer dans sa mission d'enseignement des savoirs, par le biais notamment des processus de dévolution et d'institutionnalisation, sont mieux cernés et intégrés aux dispositifs de formation des enseignants. Une éducation *juste* ne peut, en effet, advenir dans un contexte où les effets de contrat se multiplient parce qu'ils restreignent l'espace de travail mathématique des élèves, la mise à l'essai de leurs connaissances et leur désir de rechercher des solutions¹⁰.

Cependant, même si l'analyse contractuelle est riche en enseignement, elle n'épuise pas la compréhension de la difficulté scolaire en mathématiques. De plus, le traitement et la diffusion des analyses contractuelles participent, *a contrario* de l'effet recherché par les chercheurs, au développement d'une perspective déficitaire des compétences des enseignants. Une telle perspective rend l'enseignant professionnellement et individuellement responsable des résultats de ses élèves. Alderton et Gifford, dans une étude sur l'enseignement des mathématiques aux élèves faibles sont éloquents sur cette question :

Nous ne souhaitons pas ajouter à un ensemble déjà important de publications gouvernementales, d'articles de presse et de résultats de recherche qui, comme Hardy (2009, p. 191) a souligné, considèrent les enseignants du primaire comme fautifs, n'ayant pas les connaissances mathématiques nécessaires pour développer des stratégies pédagogiques efficaces. Au lieu de cela, nous espérons souligner comment la politique fonctionne pour encadrer les pratiques discursives en termes de compétence professionnelle

¹⁰ Ce qui ne veut pas dire que toutes les situations d'enseignement impliquent la résolution de problèmes.

des enseignants, rendant l'enseignant individuellement responsable des résultats des élèves et détournant l'attention de la remise en question du système actuel. (Alderton et Gifford, 2018, p. 58 ; traduction libre).

Pour soutenir l'action enseignante, il importe de rendre visibles et intelligibles les formes d'inégalités scolaires, et surtout de les situer au regard de différentes focales (macro, méso, et micro), afin de mieux saisir les rapports que ces focales entretiennent entre elles. C'est là tout un défi, difficile, mais nécessaire à poursuivre pour aller au-delà des perspectives déficitaires du côté soit de l'élève, soit de l'enseignant (Giroux, 2013a)¹¹. Borri-Anadon, Prud'homme, Ouellet et Boisvert (2018) contribuent à éclairer ces rapports en identifiant un déséquilibre entre les finalités d'équité et de transformation sociale associées à l'éducation inclusive dans la formation. Les pratiques de formation à l'enseignement au Québec privilégieraient la finalité d'équité en matière d'éducation inclusive en mettant l'accent par exemple sur des valeurs ou des attitudes qui sont reconnues importantes et centrales dans l'établissement d'une relation pédagogique et interpersonnelle harmonieuse comme la tolérance, l'empathie et la décentration. Ces pratiques privilégient également une individualisation de l'enseignement. La finalité d'équité se trouverait ainsi en tension avec celle de la transformation sociale puisqu'elle conduirait à une approche individualisante peu compatible avec une lecture critique des processus d'identification des publics scolaires jugés vulnérables pourtant nécessaire pour engager le changement social et scolaire.

Cette analyse nous rappelle ce que Frelat-Kahn (2009) nomme le malaise des enseignants. Ce malaise est décrit comme un dilemme découlant d'injonctions paradoxales, en particulier, pour le travail auprès d'élèves désignés en difficulté scolaire. Il faudrait tout à la fois transmettre les valeurs de l'organisation de vie commune, enseigner les savoirs prescrits à l'identique pour tous pour répondre à des principes d'unité, d'égalité et de mérite. Mais, en revanche, il faudrait aussi différencier la pédagogie, prendre en compte les processus cognitifs et les difficultés de chacun, aider l'élève à construire son projet personnel, construire avec les familles et autres instances, un partenariat. Il y aurait donc dilemme entre un projet global d'éducation du citoyen et des considérations plus spécifiques liées à la construction de l'individu. Y a-t-il nécessairement une contradiction entre ces deux injonctions ? On trouve chez Cornu (2004) quelques éléments de réponse à cette question. Selon notre compréhension, la transmission de savoirs permettrait de transcender le dilemme car il ne s'agirait pas de fabriquer un sujet, mais de le faire sujet de la connaissance en éveillant sa curiosité et son esprit et ainsi « l'instituer comme sujet du connaître » (Cornu, 2004, p. 47). Nous sommes alors au cœur même de la finalité des didactiques.

3 Conclusion de la première partie

Une multiplicité d'enjeux liés à l'éducation inclusive appelle des transformations socio-scolaires qui dépassent largement les compétences des enseignants et des didacticiens et qui, par ailleurs, nécessite des débats locaux et sociaux. Les enseignants n'ont pas à porter le lourd fardeau des transformations scolaires alors que les conditions de leur métier ne leur fournissent pas les moyens de le faire. Mais au terme de cette première partie, nous dégageons tout de même trois questions sensibles sur le rapport entre éducation inclusive et enseignement des mathématiques.

- 1) Est-ce que les principes de la pédagogie universelle, voire d'une conception universelle de l'apprentissage entrent en contradiction avec ceux destinés à l'enseignement/apprentissage d'un contenu spécifique ?

On ne peut qu'adhérer aux principes d'équité, de démocratisation de l'enseignement dans un contexte où chaque individu se sent accueilli et respecté. Ces principes sont cependant des guides, et les moyens d'action doivent relever des expertises de chacun des secteurs de l'éducation.

¹¹ Une telle orientation n'empêche par ailleurs en rien l'amélioration des dispositifs de sélection, de formation et d'évaluation des candidats à la profession enseignante.

Ainsi la levée d'obstacles à l'apprentissage comme proposition de la pédagogie universelle est en accord avec les objectifs des didactiques disciplinaires. Mais ce sont à ces dernières que revient la responsabilité d'étudier et de formuler les propositions les plus adéquates. Il me semble nécessaire de réitérer la nécessité d'adopter une posture de vigilance au regard des propositions universelles qui ne prennent pas en compte la spécificité des objets de savoir. À ce propos, Leder et Lubienski précisent qu'« une analyse détaillée des lacunes peut aider les spécialistes de l'enseignement des mathématiques à cibler plus efficacement leurs efforts pour promouvoir l'équité » (op. cit., 2015, p. 37). Autrement dit, le travail didactique doit se poursuivre pour favoriser l'engagement mathématique des élèves et c'est bien ce à quoi, il me semble, se consacrent toutes les formes de diffusion des travaux de la didactique des mathématiques.

2) Est-ce qu'une didactique orientée sur l'aide aux élèves en difficulté scolaire en mathématiques alimente les inégalités et la ségrégation scolaires ?

C'est une question qui n'a pas attendu l'éducation inclusive pour être soulevée. Je l'entends depuis le début de ma formation en enseignement sous une forme ou une autre. C'est une question délicate et importante qui m'a interpellée vivement tout au long de mon carrière universitaire. Je répondrais plutôt par la négative, ne serait-ce que parce que les travaux didactiques réalisés auprès de populations vulnérables, marginalisées ou à risque rendent visible ce qui peut rester invisible ou implicite en classe ordinaire (Lavoie et al., 2013). Mais aussi parce que beaucoup de ces élèves en difficulté, ainsi que leurs enseignants et leurs parents, sont en souffrance scolaire. Même si on considère que les difficultés scolaires relèvent d'une construction sociale, elles n'en sont pas moins vécues, traversées par des sujets qui portent, entre autres choses, le poids de dysfonctionnements soit des classes, soit des systèmes scolaires. En tant que collectivité, nous avons une responsabilité éthique à leur égard. Je partage ici avec d'autres l'idée qu'une prise de distance vis-à-vis du diagnostic médical pour se pencher davantage sur l'analyse des difficultés d'apprentissage en contexte est nécessaire (CSÉ, 2017). Les didactiques disciplinaires ont les outils théoriques et méthodologiques pour le faire.

3) Comment l'enseignant spécialisé peut-il contribuer à la lutte contre une approche catégorielle et médicale de la difficulté scolaire ?

Les enseignants résistent à l'approche catégorielle en s'intéressant notamment aux connaissances des élèves et en favorisant leur engagement mathématique. C'est un point délicat car s'intéresser aux connaissances évoque la posture d'une approche individualisante. L'approche que nous avons tenté de développer vise plutôt à se détacher des caractéristiques attachées aux catégories ou aux diagnostics pour s'intéresser *individuellement* aux élèves référés en orthopédagogie du point de vue de leurs connaissances mathématiques en situation et des moyens pour stimuler leur activité mathématique.

III - DEUXIÈME PARTIE : PROPOSITIONS DIDACTIQUES¹²

Dans cette seconde partie, la perspective habituelle sur l'adaptation de l'enseignement aux besoins spécifiques d'élèves est renversée pour considérer les *besoins* de l'enseignement face aux défis que posent les élèves dont les performances ne sont pas celles attendues. Les propositions didactiques sont issues d'un projet de recherche mené en collaboration avec plus d'une cinquantaine d'orthopédagogues et de conseillers pédagogiques, sur une durée totale de cinq ans, et portant sur l'évaluation/intervention des connaissances mathématiques d'élèves identifiés en difficulté¹³.

¹² Nos remerciements à Oumama Ghalaine et Sophie René de Cotret pour leurs lectures attentives de cette section.

¹³ Le projet ayant bénéficié du soutien du Fonds de recherche du Québec- Société et Culture (FRQSC), on peut accéder au rapport sur le site suivant : <https://frq.gouv.qc.ca/histoire-et-rapport/evaluation-orthopedagogique-en-mathematiques-selon-une-approche-didactique-une-recherche-action/>. Ce rapport est formaté par le FRQSC pour favoriser la diffusion des résultats dans les milieux scolaires.

Le projet n'a pas été pensé pour développer des pratiques inclusives. Cependant, si adopter une posture inclusive c'est viser la participation des élèves (Roos, 2019) et donc leur engagement cognitif et mathématique, on peut affirmer que l'approche orthopédagogique de ce projet s'inscrit dans une telle perspective. Elle s'y inscrit aussi en adoptant une posture souple au regard du curriculum, mais exigeante sur les savoirs mathématiques visés par l'enseignement auprès d'élèves en difficulté.

C'est sous le poids de contraintes institutionnelles, caractéristiques d'une approche catégorielle et déficitaire, que le milieu scolaire a sollicité ce projet de recherche en partenariat. L'obligation pour les orthopédagogues de planifier une intervention à la suite d'un diagnostic de dyscalculie, déclaré en cabinet privé par un neuropsychologue, est l'une de ces contraintes. Le contenu de ces rapports est plutôt étranger à la culture scolaire et n'offre d'ailleurs pas de réelle piste pour l'enseignement : « le personnel enseignant est en quelque sorte dépossédé de son rôle d'expert de l'enseignement et de l'apprentissage ; parfois même, des solutions lui sont plus ou moins 'prescrites' » (CSÉ, 2017, p. 25). Les enseignants sont d'autant plus dépossédés que, contrairement au domaine de l'écrit, il n'existe pas en mathématiques, un langage, des objets culturels communs à l'orthopédagogie pour nommer les difficultés scolaires, discuter à leur propos et agir de manière concertée. Ce projet vise donc à répondre aussi à ce besoin professionnel.

Il peut paraître paradoxal de présenter une démarche orthopédagogique, conduite à l'extérieur de la classe, dans le contexte de l'éducation inclusive. Le soutien orthopédagogique, qu'il soit individuel ou en sous-groupes, est une modalité souvent jugée peu efficace, mais aussi en contradiction avec le paradigme de l'éducation inclusive, pour sa logique d'évaluation/remédiation, ses effets de morcellement du savoir, de dépendance à l'adulte et aussi de stigmatisation (Connac, 2021; Houle, 2016). Devant les difficultés ou échecs des élèves, plusieurs études en didactique des mathématiques montrent en effet que les enseignants prévoient généralement de reprendre l'explication initiale, donner des exercices d'entraînement ou encore, de segmenter le savoir en savoirs plus simples et donc plus fermés (Brousseau, 2007 ; Brousseau et Warfield, 2009 ; Mary, 2003 ; Salin, 2007). Ces types d'intervention sont typiques de ceux répertoriés en adaptation scolaire et connus pour générer un certain nombre d'effets de contrat (Favre, 2015 ; Giroux, 2013a ; Marlot et Thoullec-Théry, 2011) freinant la progression du savoir. Des études didactiques réalisées en contexte orthopédagogique (Houle, 2016 ; Houle et Giroux, 2015, 2017) montrent cependant qu'il est possible de mettre en place des conditions didactiques qui favorisent la progression des élèves en mathématiques. Aussi, dans un article récent, Roos (2023) révèle que des élèves faibles disent préférer le travail mathématique en petits groupes à l'extérieur de la classe parce qu'il leur permettrait, entre autres, un meilleur engagement ainsi qu'une plus grande participation (formulation de questions, échanges sur des éléments spécifiques, etc.). C'est ce que peut permettre le contexte orthopédagogique.

Ainsi, dans cette deuxième section, les *besoins* d'enseignement dont il est question concernent d'abord les dispositifs d'évaluation et d'enseignement aux élèves référés en orthopédagogie pour leurs difficultés. Ensuite, ce sont les effets du projet sur les *besoins* relatifs au développement d'une culture didactique en milieu scolaire pour agir auprès des élèves selon une logique commune qui sont présentés.

1 Articulation de l'évaluation et de l'intervention : une approche d'investigation des connaissances

L'approche didactique développée part du principe que le soutien à apporter aux élèves dits en difficulté, qui comptent parmi les moins favorisés de l'institution scolaire, est spécifique du double point de vue des savoirs (qui relèvent de la dimension didactique) et du profil dynamique des connaissances de l'élève (qui relève de la dimension cognitive des apprentissages).

Le projet se tient ainsi à l'écart d'une approche catégorielle, mais également normative (jugement sur l'écart à la norme)¹⁴. Le contexte d'évaluation de type question/réponse en mode frontal ainsi que le support papier/crayon favorisent peu l'engagement cognitif de l'élève peu performant et donc la manifestation de ses connaissances. De plus, les instruments d'évaluation à fonction normative, comme le K-Maths (Connolly, 1988), n'offrent pas de pistes pour interpréter les stratégies (connaissances qui se manifestent en action) ou les difficultés des élèves ; ils sont ainsi très peu utiles pour articuler l'évaluation et l'enseignement. Une question sensible pour la didactique, et qui participe à la problématisation de l'évaluation en contexte orthopédagogique, est celle du caractère dynamique des connaissances. Cette question concerne le lien étroit entre connaissances et situations. Si les situations sollicitent et font évoluer les connaissances, en retour, la situation se transforme par les actions réalisées et donc, par les connaissances qui sont mises en œuvre (Conne, 1992). Proposer une tâche, qu'elle soit à visée évaluative ou non, peut donner lieu à une adaptation des connaissances et donc à un *apprentissage*, ce qui témoigne du caractère dynamique de la connaissance. Il est alors intéressant de stimuler les interactions, en relançant l'élève par une modification des valeurs de variables ou en lui proposant une tâche proche¹⁵ (Giroux, 2021), pour voir les adaptations possibles et identifier les conditions sous lesquelles elles opèrent. Cherchant à stimuler les interactions avec la tâche, la frontière s'amenuise alors entre l'évaluation et l'intervention. Nous avons choisi de nommer ce travail d'articulation, l'investigation des connaissances.

1.1 La structure des instruments d'investigation et leurs outils

Pour mettre en place une démarche d'investigation, quatre instruments¹⁶ portant sur des contenus mathématiques différents ont été élaborés. Ces contenus sont : 1. Nombre et structures additives ; 2. Numération de position décimale et positionnelle ; 3. Structures multiplicatives ; 4. Rationnels. Chacun des instruments est construit selon une même structure pour articuler trois documents sur lesquels s'appuie le travail interprétatif de l'orthopédagogue. Ces documents sont en somme les outils de travail de l'orthopédagogue dans sa démarche d'investigation (voir figure 2).

Le premier outil présente les fondements théoriques d'une chronologie d'enjeux à la fois pour l'enseignement et l'apprentissage du contenu mathématique visé. Le mot « enjeu » a été retenu pour l'évocation de ce qui est « en jeu » sur le plan des connaissances dans les interactions didactiques. Il évoque aussi, sur la base de nos données de recherche, les passages particulièrement sensibles dans l'appropriation d'un contenu mathématique pour des élèves en difficulté. Ce modèle, élaboré spécifiquement pour chacun des instruments, a été construit sur la base d'une recension d'écrits scientifiques et intègre des données empiriques issues du projet de recherche¹⁷. Chacun des enjeux de la chronologie témoigne d'une certaine structuration ou coordination de connaissances et caractérise ainsi ce que les connaissances, selon leur niveau de coordination, permettent ou non de réaliser à un ensemble de tâches. L'hypothèse derrière le modèle est que les connaissances se coordonnent progressivement, tirées en quelque sorte par les exigences des tâches et situations mathématiques auxquelles l'élève est confronté. La coordination des connaissances propre à un même enjeu est cependant une vue théorique. En réalité, un même élève devrait mettre en œuvre des connaissances

¹⁴ Nos remerciements à Jeanne Bilodeau pour ses commentaires constructifs sur cette partie.

¹⁵ Cette idée se rapproche du jeu de tâches de l'équipe DDMES qui a présenté un atelier dans ce congrès sous les soins de Jean-Michel Favre et Céline Vendeira.

¹⁶ L'expression *instrument d'investigation* est préférée à *instrument d'évaluation* pour marquer l'articulation recherchée entre l'évaluation et l'intervention. De plus, à la suite de Bruillard (1998), entre autres, *instrument* est ici considéré plus général et moins concret qu'*outil*.

¹⁷ Environ 80 études de cas ont été analysées et des épreuves écrites, recueillies auprès d'environ 1800 élèves de la 1^e à la 6^e année, ont fait l'objet d'analyses statistiques descriptives et de quelques analyses implicatives.

qui relèvent de plus d'un enjeu, ce qui est en accord avec le caractère dynamique des connaissances. Les chronologies ne s'inscrivent donc pas dans une perspective strictement développementale et, par conséquent, les enjeux ne sont pas à considérer comme des niveaux, des étapes ou des stades de développement¹⁸. Aussi, nous considérons que l'apprentissage n'est possible qu'en situation et que les situations d'apprentissage sont mises en œuvre dans le cadre d'un système d'enseignement qui les choisit, les pilote et en évalue les effets. Autrement dit, l'investigation ne porte pas uniquement sur les connaissances de l'élève, mais aussi sur le système d'enseignement (classes, programmes, activités, etc.) dont l'élève est le sujet. C'est là une autre distinction de notre proposition au regard des instruments d'évaluation standardisés et des modèles développementaux.

Le deuxième outil est un répertoire de tâches à partir duquel les entretiens sont menés. Il est composé d'une trentaine de tâches pour chacun des quatre instruments d'investigation. Chaque tâche est décrite du point de vue du savoir en jeu, des caractéristiques de la tâche (consignes, matériel, relances possibles, etc.), de conduites mathématiques possibles (stratégies efficaces ou non, mésinterprétation de la tâche, etc.). Le descriptif inclut également l'identification de tâches parentes à la tâche décrite, au sein du répertoire. Ce lien entre les tâches vise notamment à relancer, s'il y a impasse, un échange ou encore à le prolonger s'il y a progression des connaissances.

Le troisième outil vise à articuler les enjeux d'enseignement/apprentissage aux exigences des tâches du répertoire. Il s'agit en quelque sorte d'un canevas pour interpréter les conduites mathématiques des élèves et les situer au regard de la chronologie des enjeux. Les conduites ne sont donc pas interprétées seulement par tâche ; un travail de croisement d'informations à différentes tâches est donc réalisé pour dégager un profil de connaissances. Ce profil identifie où se situent les coordinations et les décalages de connaissances au regard de la chronologie d'enjeux.

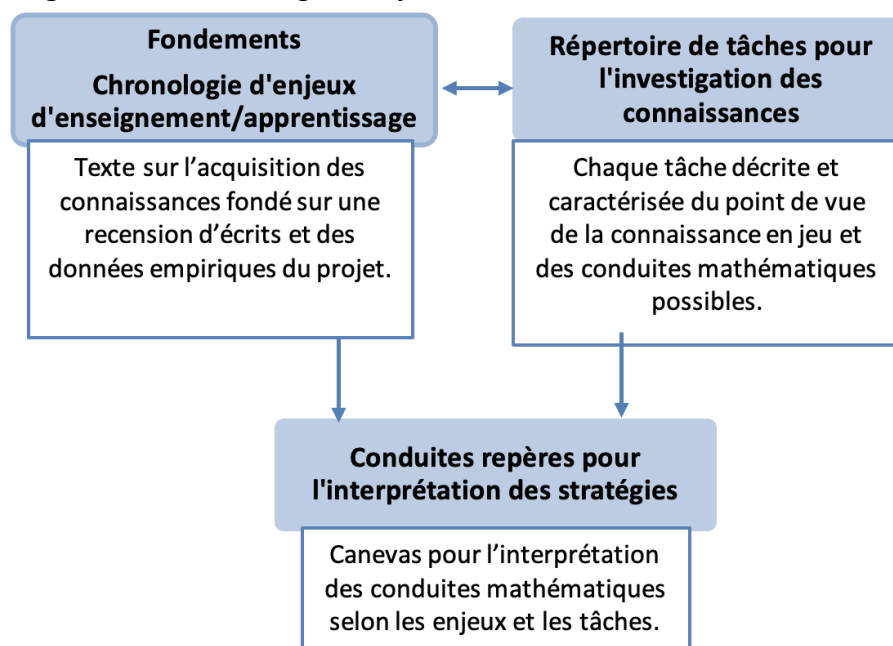


Figure 2. Les trois outils de chacun des instruments d'investigation

L'entretien didactique est le moyen d'investigation des connaissances retenu. Cette investigation vise à renseigner non seulement sur le rapport d'adéquation de la conduite mathématique au savoir en jeu, mais également sur la variation des stratégies en fonction des caractéristiques des tâches. Sans protocole fixé *a priori*, l'orthopédagogue sélectionne des tâches dans un répertoire et les ordonne selon ses observations, son jugement.

¹⁸ Justifiant ainsi un vocable différent (enjeu).

Ces instruments se distinguent, selon nous, des instruments normatifs qui ont plutôt tendance à enfermer les orthopédagogues dans un protocole rigide et des jugements préétablis par l'instrument lui-même. Les instruments que nous avons construits ne sont donc pas uniquement conçus pour obtenir un *résultat* d'évaluation, mais pour offrir un cadre interprétatif des conduites engagées par un élève et servir comme guide dans le choix et l'animation des activités à proposer à l'élève.

1.2 Une illustration à partir de l'instrument sur les Rationnels

Pour donner un très bref aperçu du contenu des outils et de leur articulation au sein d'un même instrument d'investigation, nous donnons quelques informations sur l'instrument relatif aux rationnels, en particulier, sur ses outils Fondements et Répertoire de tâches¹⁹.

La chronologie d'enjeux d'enseignement/apprentissage (Fondements)

Les rationnels, et plus particulièrement la notion de fraction, occupent une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (Ministère de l'éducation, 2006) du fait, entre autres, que les mesures anglaises sont encore en usage dans certains secteurs d'activités (la construction, notamment). C'est un contenu marqué fortement non seulement sur le plan mathématique, mais aussi sur le plan culturel. Emblématique de la transition de l'ordre primaire à l'ordre secondaire, il est un objet particulièrement sensible pour les élèves en difficulté. Un certain nombre de chercheurs ont proposé, au cours des dernières décennies, des modèles visant à rendre compte de la construction de la notion de fraction (Adjage, 1999 ; Desjardins et Hétu, 1974), le plus connu étant sans aucun doute celui de Kieren (1993). Ces modèles proposent une perspective développementale relative à la coordination des connaissances sur la notion de fraction. S'appuyant sur ces modèles ainsi que sur des travaux récents sur l'enseignement et l'apprentissage de la fraction menés au sein de notre équipe (Ghailane, 2015 ; Giroux, 2013b ; Houle, 2016 ; Houle et Giroux, 2015, 2017, 2018), la chronologie proposée repose sur le principe que chacune des interprétations de la fraction du modèle de Kieren (1993) (partie/tout, mesure, opérateur, quotient et rapport) peut être considérée comme une mesure, ce que rappelle notamment Lamon (2005). La chronologie repose également sur le principe que la coordination des connaissances sur la fraction donne lieu à une compréhension de la fraction en tant que structure multiplicative. Elle se décline en cinq grands enjeux de connaissances particulièrement sensibles dans les processus d'enseignement et d'apprentissage auprès d'élèves en difficultés scolaires de l'ordre du primaire²⁰.

Enjeu I : La fraction détachée du tout de référence

Les premières rencontres avec la notion de fraction ne donnent accès à aucune articulation entre les termes de la fraction (numérateur et dénominateur). Ces termes sont alors essentiellement liés à des quantités et traitées, sur le plan des objets, en tant que deux collections disjointes. Ainsi, la fraction n'est pas intrinsèquement liée à son unité de référence. Cela se manifeste notamment par des stratégies de partition qui ne s'appuient pas sur une coordination de l'égalisation des parties et de l'épuisement du tout. Autrement dit, les partitions sont soit inégales soit incomplètes. Ces connaissances correspondent au niveau pré-fraction du modèle de Desjardins et Hétu (1974).

¹⁹ L'étude d'un cas est une autre entrée pour voir le fonctionnement des outils et comment il est possible de faire progresser les élèves dans le cadre de cette démarche. Une étude de cas d'un élève de 4^e année sur les structures multiplicatives et la numération a été diffusée dans une autre publication (Giroux, 2021).

²⁰ Le texte *Fondements de rationnels* compte une cinquantaine de pages, on comprendra donc que nous en présentons un très bref résumé.

Enjeu II : La fraction comme quantification d'une relation partie/tout

L'interprétation partie/tout domine les connaissances spécifiques à cet enjeu. Cette interprétation s'appuie sur les schèmes de partition, d'équivalence et d'unité. La fraction quantifie alors la relation entre une partie et le tout de référence (Kieren, 1988). Sur un tout continu, les stratégies donnent lieu, selon le nombre de parties retenues, à des fractions de ce tout. Ces stratégies coordonnent à la fois l'égalité des parties et l'épuisement du tout²¹. Une autre spécificité de cet enjeu est que l'unité est considérée divisible ($1 \div b = \frac{1}{b}$). C'est un passage sensible dans l'apprentissage de la fraction comme le soulignent notamment Kieren (1993) et Lamon (2005). Dans cette perspective, la fraction est une composition additive de parties ($\frac{1}{b}$) issues d'un fractionnement d'un tout. Par exemple, la fraction $\frac{3}{4}$ est associée à $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Selon Kieren (1993), les connaissances permettent alors de reconnaître que la taille des parts ($\frac{1}{b}$) diminue tandis que le nombre de parts (b) augmente. Sur un tout collection, l'identification d'une fraction engage une stratégie de double comptage pour épuiser le tout et assurer l'égalité des parties. Il peut ainsi identifier $\frac{a}{b}$ d'une collection si $b = n$ (n est le nombre d'éléments de la collection) ou si b est facteur de n . L'élève prend a sur b objets autant de fois que nécessaire pour épuiser le tout. Par exemple, pour identifier les $\frac{3}{5}$ de 10 éléments, la stratégie consiste à prendre 3 éléments sur 5 et ce, jusqu'à épuisement des 10 éléments, c'est-à-dire à 2 reprises. Le nombre d'éléments correspondant à $\frac{3}{5}$ de 10 éléments est donc 6.

Enjeu III : la fraction $\frac{1}{b}$ comme unité de mesure

Le titre de cet enjeu s'inspire de l'interprétation « mesure » du modèle de Kieren (1993) puisque la fraction $\frac{1}{b}$ peut agir en tant qu'unité de mesure. La fraction $\frac{1}{b}$ s'inscrit ici en relation multiplicative avec son tout de référence. Cela revient à considérer que $1 \div b = \frac{1}{b}$ si et seulement si $\frac{1}{b} \times b = 1$. C'est un premier pas vers l'appropriation de la fraction en tant que structure multiplicative allant ainsi au-delà de la fraction comme résultat d'un fractionnement d'un tout. Si un tout est divisé en b parts égales, la reconstitution du tout est rendue possible en prenant la part correspondante à $\frac{1}{b}$, b fois. C'est ainsi que la fraction $\frac{1}{b}$ en tant qu'unité de mesure permet la construction du tout de référence.

L'émergence de la structure multiplicative permet d'appréhender la fraction ordinaire, $\frac{a}{b}$ où $a < b$, à la relation multiplicative $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$. Ce n'est donc plus l'itération additive de $\frac{1}{b}$ qui prime pour construire une fraction $\frac{a}{b}$, mais sa transformation par un opérateur multiplicatif entier tel que $\frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b}$, où $\frac{a}{b} < 1$ (avec $b \neq 0$). Ainsi, $\frac{3}{4}$ est associée à la multiplication $3 \times \frac{1}{4}$. À la suite de Lamon (2005), nous considérons que la coordination d'au moins deux types d'unités de comptage différentes se réalise. À titre d'exemple, considérons le cas de $\frac{1}{5}$ de 10 jetons. Pour qu'une fraction unitaire, telle $\frac{1}{5}$, puisse être attribuée à 2 jetons, il faut considérer deux types d'unités soit l'unité simple qu'est l'élément (1 jeton) et l'unité d'ordre supérieur, soit une sous-collection (2 jetons). Cette connaissance permet ainsi de considérer que 2 jetons est $\frac{1}{5}$ d'un tout de 10 jetons et ce, même en l'absence du tout de référence. Il est alors possible, par exemple, d'associer $\frac{1}{5}$ à une collection de 2 jetons pour construire le tout de référence. La stratégie consiste à dégager de la relation $\frac{1}{5} \times 5 = 1$, l'opérateur ($\times 5$) qu'il faut appliquer à 2 pour obtenir 10.

²¹ Autrement dit, les parts obtenues permettent une reconstruction fidèle du tout continu.

Enjeu IV : La fraction comme structure multiplicative

La coordination entre les structures multiplicatives et la fraction est établie. L'interprétation *opérateur* de la fraction en tant que composition de deux opérateurs entiers sert cette coordination. L'entrée sur la fraction en tant qu'opérateur composé nous paraît liée aux connaissances en-acte de l'inverse multiplicatif. Cette connaissance est en effet sollicitée dans la mise en œuvre de stratégies de reconstruction d'un tout partant d'une fraction de type $\frac{a}{b}$. À titre d'exemple, pour construire un tout partant des $\frac{2}{3}$ de ce tout, la stratégie consiste à partager en deux la quantité associée à $\frac{2}{3}$ pour identifier celle associée à $\frac{1}{3}$ ($\frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$) et, finalement, la multiplier par 3 pour construire le tout ($\frac{1}{3} \times 3 = 1$) ; ces deux opérateurs s'appuient implicitement sur la relation $\frac{a}{b} \div a \times b = 1$.

À cet enjeu, il y a donc possibilité de construire le tout à partir de fractions non unitaires. C'est le cas, par exemple, lors de la construction d'un tout, partant de ses $\frac{2}{3}$ représentés par 14 jetons ($14 \div 2 = 7$; $7 \times 3 = 21$).

Les connaissances sur la structure multiplicative de la fraction sont mises à profit dans les situations de rapport, mais également dans les situations de comparaison de fractions par la prise en compte de la relation multiplicative entre le numérateur et le dénominateur de chaque fraction.

Enjeu V : La fraction comme élément de l'ensemble des nombres rationnels

Cet enjeu marque l'achèvement de la construction de la notion de fraction à l'image du dernier modèle de Kieren (1993). La fraction est intégrée comme un élément de l'ensemble des nombres rationnels. La technique du produit croisé a une signification telle que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $a \times d = b \times c$ (avec b et d non nuls), donnant lieu à une compréhension aboutie de la fraction équivalente. Des connaissances spécifiques à cet enjeu sont nécessaires pour résoudre des situations typiques du programme de secondaire. Considérant le public scolaire auquel s'adresse l'instrument, les caractéristiques de ce dernier enjeu sont peu développées.

Le tableau synoptique

Un tableau synoptique a été construit en réponse aux demandes des praticiens. Ce tableau, bien qu'approximatif, met en relation les enjeux chronologiques des différents instruments. Il est utile dans l'investigation des connaissances d'un élève sur plusieurs contenus, ce qui est fréquent en milieu scolaire. Les études de cas réalisées dans le cadre du projet ont permis de procéder à différents ajustements pour préciser les coordinations de connaissances entre les différents champs conceptuels. Par exemple, le tableau synoptique permet aux praticiens d'établir des liens entre les nombres rationnels, les structures multiplicatives et la numération positionnelle et décimale. La schématisation proposée favorise ainsi un certain décloisonnement des contenus arithmétiques du primaire.

Le répertoire de tâches sur les rationnels

Le *Répertoire de tâches* sur les rationnels comprend quatre collections de tâches :

1. *Traitement de la fraction en tant que partie/tout et mesure* (selon le modèle de Kieren, 1993) ;
2. *Énoncés de problèmes multiplicatifs* qui impliquent différentes interprétations de la fraction ;
3. *Fraction comme nombre* regroupant des tâches de comparaison, de repérage sur la suite, etc. ;
4. *Calculs sur les fractions et énoncés de problèmes additifs*.

Chaque collection est elle-même organisée en groupes de tâches. La tâche présentée à la figure 3 est tirée d'un groupe de sept tâches sur la construction d'un tout. Cette tâche porte sur la construction d'un tout étant donné que $\frac{1}{5}$ de ce tout est représenté par 2 jetons.

TÂCHE A10. CONSTRUCTION D'UN TOUT COLLECTION CONSIDÉRANT $\frac{1}{b}$ DE CE TOUT

Consigne :

Deux jetons sont sortis du sac et présentés à l'élève. *C'est le $\frac{1}{5}$ d'une collection de jetons.*

Remettre les jetons dans le sac.

L'élève doit d'abord anticiper la mesure de la collection totale :

Combien il y a de jetons dans la collection totale ?

Cette question vise à faire **anticiper le nombre de jetons total** et ainsi susciter la relation entre $5 \times \frac{1}{5} = 1$ et $5 \times 2 \text{ jetons} = 10 \text{ jetons}$.

Relance possible :

La relance vise à simplifier le calcul numérique pour favoriser un raisonnement multiplicatif.

4 jetons sont présentés et l'élève doit former la collection totale :

C'est $\frac{1}{2}$ de ma collection. Combien il y a de jetons en tout dans ma collection ?

Caractéristiques de la tâche :

Repose sur la propriété de l'inverse multiplicatif : $\frac{1}{b} \times b = 1$. Investigue la construction d'un tout collection considérant $\frac{1}{5}$ de ce tout et faisant appel, implicitement, à son inverse multiplicatif comme opérateur ($\times 5$) à appliquer sur la mesure donnée.

Type de tout : collection de jetons réels

Type de fraction : unitaire $\frac{1}{5}$

Mesure de la sous-collection représentant $\frac{1}{5}$: 2

(À remarquer que le numérateur de la fraction est «1» et que la mesure associée à la fraction est 2. L'élève doit faire correspondre à 2 jetons, la fraction $\frac{1}{5}$).

Conduites possibles :

1. Interprétation erronée. La quantité (2) n'est pas associée à la fraction $\frac{1}{5}$. L'élève peut sortir 2 jetons, par exemple.
2. Interprétation erronée. Former une collection de 5 jetons considérant que le dénominateur correspond nécessairement au nombre de jetons de la collection et/ou que le numérateur (1) correspond à un jeton.
3. Interprétation multiplicative et non anticipatrice. Prendre 5 fois une sous-collection de 2 et former ainsi une collection de 10 jetons.
4. Interprétation multiplicative avec anticipation numérique. Sur la base de la relation multiplicative $5 \times \frac{1}{5} = 1$, calculer qu'il faut 5×2 jetons. Prendre 10 jetons.

Liens potentiels avec d'autres tâches :

A11, A12 → Construction d'un **tout collection** à partir d'une fraction donnée.

A5, A6, A8 → Construction d'un tout à partir d'une **fraction unitaire**.

C6 (contexte numérique) → Relation multiplicative $\frac{1}{b} \times b = 1$.

Figure 3. Tâche A10 du répertoire sur les rationnels

Nous avons évoqué plus haut la possibilité de se servir des tâches comme relance (Conne, Favre et Giroux, 2006 ; Favre, 2008, 2015) pour stimuler l'apprentissage. Des séquences de tâches²² ont été expérimentées au cours du projet pour agir comme relance ou intervention.

Sur la notion de fraction, une séquence s'est révélée pertinente pour aller au-delà d'une interprétation de la fraction en tant que partie/tout, une connaissance qui agit comme un frein dans l'apprentissage de la notion de fraction chez plusieurs élèves. La séquence expérimentée vise à s'appuyer sur la structure multiplicative de la fraction dans la résolution de tâches qui portent sur la construction d'un tout de référence à partir d'un ou plusieurs quantités de ce tout. La séquence permet, en quelque sorte, de jouer sur différentes variables : type de tout (continu : surface, segment ou discret : collections) ; type de fraction (unitaire ou non) ; relation entre fraction et mesure (2 représente $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ d'une collection, par exemple) (Giroux, 2015). La séquence se décline ainsi :

1. Construction d'un tout « rectangle », étant donné $\frac{1}{5}$ de ce tout. Le rectangle fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{5}$, mesure 2 cm x 8 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b} \times b = 1$.
2. Construction d'un tout « segment », étant donné $\frac{1}{3}$ de ce tout. Le trait fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{3}$, mesure 4 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b} \times b = 1$.
3. Construction d'un tout « segment » n'étant donné $\frac{1}{8}$ de ce tout. Le trait fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{8}$, mesure 2 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b} \times b = 1$.

²² Des séquences ont été élaborées en séminaire et peuvent être adaptées selon le jugement de l'orthopédagogue en fonction du déroulement de l'entretien.

4. Construction d'un tout « segment », étant donnés les $\frac{2}{3}$ de ce tout. Le trait donné à l'élève, représentant $\frac{2}{3}$, mesure 8 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.
5. Construction d'un tout continu « rectangle », étant donnés les $\frac{2}{3}$ de ce tout. Le rectangle fourni à l'élève, représentant $\frac{2}{3}$, mesure 4 cm x 4 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.
6. Construction d'un tout « collection », étant donné $\frac{1}{5}$ de ce tout. Deux jetons, représentant $\frac{1}{5}$, sont fournis à l'élève. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b} \times b = 1$.
7. Construction d'un tout « collection », considérant les $\frac{3}{4}$ de ce tout. Quinze jetons, représentant $\frac{3}{4}$, sont fournis à l'élève de manière désordonnée. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.

Si la construction d'un tout plutôt que l'identification d'une fraction stimule la recherche d'une solution, c'est la construction d'un tout « segment » qui, partant d'une fraction de ce tout, semble fournir les conditions nécessaires pour franchir les limites d'une interprétation partie/tout (Giroux, 2013b, 2015)²³. Le segment, représentant le *tout*, présente des caractéristiques qui relèvent à la fois du tout continu (comme le rectangle ou toute autre figure) et du tout discret. En effet, d'une part, le trait qui représente la fraction de ce tout est un rapport au tout. D'autre part, il est, pourrions-nous dire, discrétisé par sa mesure de longueur si celle-ci est entière dans une unité donnée, par exemple, le centimètre. Spontanément, les élèves mesurent le trait et s'interrogent ensuite sur la manière d'utiliser ce nombre pour résoudre la tâche. Par exemple, dans le cas où le trait mesure 4 cm et représente $\frac{1}{3}$ du tout à construire, la stratégie consiste à répliquer 3 fois cette mesure. Dans les tâches suivantes (numéros 3 et 4), l'orthopédagogue demande d'anticiper la mesure totale du segment à construire avant de le tracer, ce qui conduit à établir, implicitement, des relations entre $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ et 4 cm x 3 = 12 cm. Le passage à des fractions non unitaires permet de composer deux opérations multiplicatives. Ainsi, dans le cas où le trait mesure 8 cm et représente les $\frac{2}{3}$ du tout, il faut rechercher la mesure du tiers du tout, en divisant par 2, et multiplier par 3 cette valeur pour obtenir la mesure totale (8 cm ÷ 2 x 3 = 12 cm) tout comme $\frac{2}{3} \div 2 \times 3 = 1$ ou encore $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$. Ces stratégies sont ensuite mises à profit dans des tâches impliquant des tous discrets dans lesquelles le nombre d'objets ne correspond pas au numérateur (15 jetons représentent les $\frac{3}{4}$ d'une collection).

Selon l'avancement des élèves, des écritures mathématiques correspondantes peuvent être enseignées. Cette séquence a, selon plusieurs orthopédoques, servi de véritable tremplin pour les élèves dont les connaissances, pour des raisons cognitives, didactiques ou systémiques, étaient bloquées à l'interprétation partie/tout, spécifique à l'enjeu 2 de la chronologie.

L'investigation, à travers cette séquence, a joué son rôle dans la mesure où l'entretien a permis aux élèves d'élargir leurs connaissances pour contrôler de nouvelles situations. Ce type d'ordonnement de tâches peut donc agir sur la progression des connaissances des élèves. On peut témoigner sans gêne du réel plaisir des élèves à contrôler ces tâches qui sont souvent nouvelles pour eux, et qui les libèrent en quelque sorte de comportements attendus à des situations très emblématiques comme celles portant sur la partition d'un tout continu. Surtout, nous avons remarqué que l'anticipation est un processus très valorisant car certains ont l'impression de *tricher* en calculant avant de *manipuler* ! Ce sentiment de tricherie témoigne en fait du contrôle que leurs connaissances mathématiques leur permettent maintenant d'exercer sur la situation.

²³ On trouvera une analyse a priori sur ce type de tâches dans un article récent (Guille-Biel Winder et al., 2023).

2 Un répertoire commun d'objets didactiques et ses effets.

Dans cette dernière partie, nous discutons des effets de la participation des orthopédagogues et conseillers pédagogiques au projet sur leurs pratiques de collaboration en milieu scolaire. C'est un impact du projet qui n'avait pas été prévu, mais les échanges et les commentaires des collaborateurs obligent à s'attarder sur les conditions qui semblent avoir favorisé des changements de pratiques. La première condition est sans doute l'importance du temps investi dans le projet. Chaque participant a été déchargé d'enseignement pour participer à sept journées de séminaire par année sur une durée de cinq ans²⁴. Il faut, de plus, prendre en compte le temps personnel consacré par chaque collaborateur à des lectures de textes et d'articles ainsi qu'à la préparation et l'analyse des entretiens menés auprès d'élèves. Le projet s'est échelonné sur deux phases, l'une de deux ans et, l'autre, de trois ans. Si le projet a été suspendu entre les deux phases, le travail d'appropriation des instruments s'est poursuivi au cours de cet arrêt²⁵. Ainsi, l'investissement s'est étalé, pour la grande majorité des collaborateurs, sur une période de sept ans. Ce temps d'investissement a favorisé l'appropriation d'un répertoire commun d'objets didactiques par un collectif de praticiens et donné lieu à une intensification de la communication et de la collaboration au bénéfice d'une action mieux concertée auprès des élèves.

2.1 Un répertoire qui bonifie les niveaux d'interaction

Au cours du projet, nous avons analysé, dans les séminaires, des séances filmées d'interactions orthopédagogue/élève(s). Les effets de contrat décrits plus haut y sont nombreux, ce qui rend difficile l'émergence des connaissances mathématiques de l'élève et leur analyse.

De l'analyse de ces séances, on peut dégager deux grandes catégories d'intervention orthopédagogique. La première consiste à faire parler les élèves sur leurs erreurs et leurs échecs. C'est un terrain extrêmement glissant car la verbalisation exige des connaissances que l'action ne connaît pas nécessairement (Giroux, 2008). De plus, ce type d'intervention suscite beaucoup d'effets de contrat parce que l'élève cherche à se sortir de l'embarras et l'enseignant à remonter à la source de l'erreur. Les interactions sont alors « aspirées » dans une spirale descendante, bien décrite par Cange et Favre (2003), qui s'éloigne du savoir. Enfin, ce type d'intervention est très chronophage. S'il existe des conditions pour traiter l'erreur de manière à faire progresser l'élève, elles sont rarement réunies. La deuxième catégorie d'interventions est orientée vers la réussite de la tâche par une stratégie très ciblée par l'orthopédagogue qui, souvent, s'appuie sur la manipulation d'un matériel. Après un temps d'identification de ces types d'interventions *classiques* et pour se placer en rupture avec elles, nous avons réfléchi, en séminaire, à des stratégies d'enseignement fondées à la fois sur les caractéristiques des tâches et les connaissances engagées par les élèves. Les outils de chaque instrument sont alors très utiles pour mettre à profit ces stratégies.

La transformation des pratiques d'enseignement est un processus long, parfois frustrant et laborieux (pour nous tous). C'est un processus difficile, car il oblige à une remise en question de pratiques *habituelles* qui cherchent, pour leur part, à éloigner le doute (Peirce, 1986). Mais, il est en même temps très valorisant car il permet aux enseignants d'être plus *fins*, plus *astucieux* dans leurs interactions et leurs analyses. En fait, il permet d'accepter les prises et les pertes de contrôle (Conne, 2002) dans les interactions avec les élèves et favorise des échanges satisfaisants avec les élèves. Ainsi, le projet a permis aux collaborateurs de se centrer davantage sur l'activité mathématique en situation et sur leur participation à cette activité.

²⁴ Prenant en compte un séminaire collectif, cela correspond à 22 journées complètes de séminaire par année.

²⁵ Dans certains milieux, les praticiens ont travaillé en duo ou en sous-groupes sur des instruments du projet.

À l'issue des séminaires du projet, les équipes ont répertorié quelques repères pour mettre en place des stratégies d'enseignement qui bonifient les interactions de l'élève avec la tâche. Nous en déclinons ici quelques-unes :

- 1) favoriser l'anticipation du résultat et une validation (matériel concret, calculatrice, etc.);
- 2) limiter l'investissement direct des erreurs;
- 3) mettre à profit l'écriture mathématique (peu investie à l'ordre primaire) comme *modélisation d'une situation*, et non seulement comme calcul (Mercier et Quilio, 2018), ainsi que pour fixer des connaissances;
- 4) miser sur des tâches qui permettent une rétroaction relativement rapide pour relancer et maintenir l'activité de l'élève;
- 5) aider l'élève à finaliser une stratégie pertinente mais non-aboutie pour qu'il puisse juger de l'efficacité de la connaissance investie;
- 6) prendre en compte des objets de savoirs investis par les élèves, mais non prévus (Giroux, 2013a).

2.2 Un répertoire qui favorise la communication et la collaboration

S'inspirant de Turmel (2013) pour qui la cognition n'est pas qu'une affaire individuelle, mais plutôt une affaire de processus dynamiques dans une communauté, nous pensons qu'il importe que les professionnels de l'enseignement (enseignants de classes ordinaires, enseignants spécialisés et orthopédagogues, conseillers pédagogiques), partagent un certain nombre d'objets didactiques et un langage pour penser et agir de manière concertée auprès des élèves en difficulté scolaire. Le projet de recherche a favorisé l'émergence d'une telle culture comme en témoigne un certain nombre de manifestations. Par exemple, des communautés de pratique ont été mises en œuvre par des conseillers pédagogiques sur des contenus mathématiques traités dans le projet en s'inspirant de l'approche et de ses outils. Aussi, à la suite du projet, des orthopédagogues ont sollicité des collaborations avec des enseignants de classes, notamment en proposant des co-animations de situations didactiques. Les praticiens ont également mentionné que les communications avec d'autres professionnels, mais également avec les parents et les élèves, ont été bonifiées par les savoirs didactiques développés au sein des séminaires du projet.

Une autre retombée inattendue est la fonction que les orthopédagogues ont dévolue au tableau synoptique. À l'étonnement des chercheuses²⁶, il a été utilisé comme outil de consignation et de communication des profils de connaissances des élèves auprès des enseignants des classes ordinaires ou des parents. Les orthopédagogues nous ont signifié que le tableau était un support utile pour parler des savoirs de l'élève autrement qu'en termes de manques (ou de déficits). Nous donnons un exemple, en annexe 2, d'un tableau synoptique utilisé pour communiquer à propos du profil de connaissances d'un élève de 4^e année. En rouge, ce sont des marqueurs du profil de connaissances révélées par une analyse croisée à différentes tâches et, en bleu, les marqueurs des pistes de travail à engager avec l'élève. Dans ce cas, le travail sur les structures multiplicatives est à prioriser en particulier pour stimuler la connaissance du quotient comme rapport à l'unité (articulation entre deux grandeurs). Le travail sur la structure mixte de la numération devrait s'en trouver facilité.

2.3 Une mise à distance d'une logique essentialiste des difficultés

Dans les écrits critiques sur l'éducation inclusive, il est souvent question du caractère essentialiste associée aux difficultés scolaires. Comment cela se vit-il du côté des enseignants ? Comment cela affecte-t-il leurs décisions et leur jugement professionnel ?

²⁶ Et aussi, avec une note d'inquiétude pour la systématisation, plutôt que la flexibilité, que ces pratiques peuvent générer.

Au cours des premiers séminaires du projet, les collaborateurs référaient spontanément au rapport diagnostique de l'élève pour expliquer les difficultés observées : « c'est un élève dyspraxique ou dyscalculique ou ayant un trouble de l'attention, ... ». Ce type de commentaires était formulé par défaut, pourrions-nous dire, d'outils didactiques pour identifier les stratégies, les connaissances mises en œuvre par des élèves en situation mathématique. Si on ne peut nier que certaines caractéristiques associées au diagnostic se manifestent dans les conduites mathématiques des élèves diagnostiqués, le diagnostic en tant que tel n'explique en rien les mathématiques investies par l'élève. Il peut d'ailleurs masquer certaines observations didactiques, par exemple la variation des stratégies en fonction des valeurs des variables de la situation, ou encore des conduites stéréotypées qui n'ont rien à voir avec un diagnostic²⁷.

Au terme du projet²⁸, les orthopédagogues ont formulé clairement que c'est l'analyse de la tâche et des interactions qui domine leur lecture des productions mathématiques des élèves. Elles ajoutent qu'elles sont en mesure de repérer, chez un élève, des connaissances qui sont invisibles, pour différentes raisons, à l'enseignant de la classe ordinaire. Ce changement de perspective modifie également, selon certaines, leurs représentations de l'intervention orthopédagogique en français.

Au regard de la problématique des difficultés scolaires, les orthopédagogues ont intégré quelques *principes*. Le premier est que le diagnostic d'un élève n'est pas nécessairement la cause de ses difficultés en mathématiques. Le second concerne l'hétérogénéité d'individus au sein d'une même catégorie; en effet, des élèves étiquetés d'un même diagnostic ne se comportent pas nécessairement de la même manière dans une même situation. Enfin, le troisième principe est que le profil de connaissances d'un élève est le produit d'interactions multiples au sein du système scolaire. Il faut donc considérer avec circonspection le profil de connaissances qui se dégage d'une investigation et l'interroger au regard des systèmes didactiques et du système d'enseignement qui traversent l'élève.

IV - CONCLUSION

Les études sur les effets de contrat mettent en lumière des phénomènes didactiques qui favorisent l'« évanouissement du savoir » dans l'échange didactique, alors que l'intention d'enseignement demeure présente. Nos observations en contexte d'adaptation scolaire nous inclinent à penser que de tels phénomènes entraînent à plus ou moins long terme une forme d'apathie à l'égard des savoirs chez les élèves en difficulté. En effet, l'envie de s'engager, d'oser, de prendre des risques pour résoudre une tâche pour laquelle la solution n'est pas connue *a priori* cède le pas à la peur de ne pas connaître la réponse ou le moyen de la produire (Blouin et Lemoyne, 2002), et le besoin de répondre aux attentes de l'enseignant (Brousseau et Warfield, 2009). Notre projet a cherché à développer des moyens didactiques qui stimulent et maintiennent l'activité mathématique de l'élève en difficulté et celle de l'enseignant en contexte orthopédagogique. En cela, il correspond aux finalités de l'éducation inclusive qui vise une plus grande participation de tous les élèves. L'approche montre qu'il est possible d'intensifier les interactions entre l'élève et la tâche (ou une suite de tâches) en contexte orthopédagogique. Cela nous semble plus aisé à réaliser si l'orthopédagogue est sollicité, dans l'action, pour interpréter l'interaction élève/tâche et intervenir selon les hypothèses qu'il formule. Il n'est plus ainsi, lui-même, dans une posture d'attente d'une réponse de la part de l'élève, mais en mode interactif pour interpréter les conduites de l'élève et le relancer.

²⁷ Par exemple, le bâillement est très fréquent et manifeste, selon nos nombreuses observations, un stress de ne pas savoir, de ne pas réussir et de décevoir l'orthopédagogue. C'est pourquoi il est important d'offrir à l'élève un milieu dans lequel il se sent encadré et jamais *abandonné* en cours de route. Son ultime filet de sécurité est l'orthopédagogue ou l'enseignant.

²⁸ Nous avons fait de rencontres collectives de mise en commun, mais aussi un sondage anonyme auprès des orthopédagogues et des conseillers pédagogiques sur les apports du projet à leur formation continue.

Les quatre instruments d'investigation élaborés outillent l'orthopédagogue à exercer son jugement professionnel et à orienter ses interventions. L'approche expérimentée repose sur une posture non déficitaire, axée à la fois sur une vision fine, par un examen éclairé des connaissances engagées par l'élève à chaque tâche et une vision large, par une analyse croisée des conduites obtenues à différentes tâches qui se rapportent à un même contenu ou à différents contenus. L'orthopédagogue tient compte bien sûr dans son analyse des conditions d'enseignement et d'apprentissage de l'élève dans sa classe. L'espace nous manque dans ce texte pour présenter les avantages de cette approche pour le travail en sous-groupes d'élèves. Au cours de la dernière année du projet, les praticiens (en duos formés d'un orthopédagogue et d'un conseiller pédagogique) ont animé des séances orthopédagogiques avec des sous-groupes de deux ou trois élèves. Ces rencontres ont souvent été plus stimulantes que les rencontres individuelles grâce à une dynamique qui favorise assez naturellement la verbalisation des stratégies et leur validation.

La perte d'autonomie des enseignants au profit d'autres experts dans l'évaluation des troubles de l'arithmétique convainc de la nécessité de développer des approches spécifiques à la fonction enseignante. Elles doivent également bonifier la collaboration entre les praticiens (orthopédagogues, enseignants de classes ordinaire, conseillers pédagogiques, autres spécialistes) en fournissant un répertoire commun d'objets didactiques favorable à la prise de parole et de position au sein du système scolaire.

V - BIBLIOGRAPHIE

- Adjiage, R. (1999). *L'expression des nombres rationnels et leur enseignement initial*. Thèse de doctorat. Strasbourg : Université Louis Pasteur. [En ligne] <https://www.theses.fr/1999STR13150>
- Alderton, J. et Gifford, S. (2018). Teaching mathematics to lower attainers: Dilemmas and discourses. *Research in Mathematics Education*, 20(1), 53–69.
- Assude, T., Pérez, J.-M., Suau, G. et Tambone, J. (2015). Conditions d'accessibilité aux savoirs. Dans Z. Zaffran (éd.), *Accessibilité et handicap* (209-224). Grenoble : Presses universitaires de Grenoble.
- Bauer, S. et Borri-Anadon, C. (2021). De la reconnaissance à l'invisibilisation : une modélisation des enjeux conceptuels de la diversité en éducation inclusive. *Alterstice*, 10(2), 45–55.
- Bergeron, L., Rousseau, N. et Leclerc, M. (2011). La pédagogie universelle : au cœur de la planification de l'inclusion scolaire. *Éducation et francophonie*, 39(2), 87–104.
- Blouin, P. et Lemoyne, G. (2002). L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficulté d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets. *Petit x*, 50, 7-23.
- Bonvin, P., Ramel, S. Curchod-Ruedi, D., Albanese, O. et Doudin, P.-A. (2013). Inclusion scolaire : de l'injonction sociopolitique à la mise en œuvre de pratiques pédagogique efficaces. *European Journal of Disability Research*, 7, 127-134.
- Borri-Anadon, C., Prud'homme, L., Ouellet, K. et Boisvert, M. (2018). La formation à l'enseignement dans une perspective inclusive : de l'hégémonie du cloisonnement à une approche holistique. Dans C. Borri-Anadon, G. Gonçalves, S. Hirsch et J. Queiroz Odino (eds.), *La formation des éducateurs en contexte de diversité : une perspective comparative Québec-Brésil* (206-224). Deep Education Press.
- Brousseau, G. (2007). *Les utilisations abusives des évaluations. Une étude en théorie des situations*. Texte de conférence inédit, Seattle. Mars 2007.
- Brousseau G. et Warfield, V. (2009). *Monographie d'un enfant en difficultés : l'enfant Gaël*. Version française d'origine et commentée de l'article de Brousseau, G. et Warfield, V. (1999). The case of Gaël, *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 1-46.

- Bruillard, E. (1998). L'ordinateur à l'école : de l'outil à l'instrument. *Sciences et technologies de l'information et de la communication pour l'éducation et la formation*, 5(1), 63-80
- Cange, C. et Favre, J.-M. (2003). L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs ? *Éducation et francophonie*, 31(2), 199–217.
- Chatenoud, C., Ramel, S., Trépanier, N. S., Gombert, A. et Paré, M. (2018). De l'éducation inclusive à une communauté éducative pour tous. *Revue des sciences de l'éducation*, 44(1), 3–11.
- Cherel, C. et Giroux, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : une problématique didactique. *Instantanés mathématiques*, 39, 37-48.
- Connac, S. (2021). Pour différencier : individualiser ou personnaliser ? *Éducation et socialisation*. DOI : <https://doi.org/10.4000/edso.13683>
- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(2/3), 221-270.
- Conne F. (2002) Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. Dans J.-L. Dorier et al. (eds.), *CDrom des actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. Dans P.-A. Doudin et L. Lafortune (eds.), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* (118-151). Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.
- Connolly, A.J. (1988). *Key Math Revised: A diagnostic inventory of essentials mathematics*. Circle Pines, MI: American Guidance Service.
- Conseil supérieur de l'éducation (2017). *Pour une école riche de tous ses élèves : s'adapter à la diversité des élèves, de la maternelle à la 5^e année du secondaire*. Avis au ministre de l'Éducation, du loisir et du sport. Gouvernement du Québec : Bibliothèque nationale du Québec.
- Cornu, L. (2004). Transmission et institution du sujet. *Le Télémaque*, 26(2), 43-54.
- Desjardins, M. et Hétu, J.-C. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions*. Montréal : Presses de l'Université de Montréal.
- Desmarais, M.-É. et Flanagan, T. (2023). La pédagogie universelle : la recherche au service de la pratique. *Éducation et francophonie*, 51(1). [En ligne] Repéré à <https://acelf.ca/wp-content/uploads/2021/10/La-pedagogie-universelle-web.pdf?id=29>
- Doré, R., Wagner, S. et Brunet, J.P. (1996). *Réussir l'intégration scolaire. La déficience intellectuelle*. Montréal : Les Éditions Logiques.
- Ebersold, S. et Detraux, J.-J. (2013). Scolarisation et besoin éducatif particulier : enjeux conceptuels et méthodologiques d'une approche polycentrée. *European Journal of Disability Research*, 7, 102-115.
- Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N*, 82, 9-30.
- Favre, J.-M. (2015). *Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée*. Thèse de doctorat. Genève : Université de Genève. [En ligne] <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939>.
- Fortier, M.-P., Noël, I., Ramel, S. et Bergeron, G. (2018). Intégration scolaire, éducation inclusive et représentations des enseignants : de la formation initiale à la communauté éducative. *Revue des sciences de l'éducation*, 44(1), 12–39.

Frاندji, D. et Rochex, J.-Y. (2011). De la lutte contre les inégalités à l'adaptation aux « besoins spécifiques ». *Éducation et formations*, 80, 95-108.

Frelat-Kahn, B. (2009). Entre nature et contingence : de la normalité à la normativité. *Le Télémaque*, 36(2), 45-56.

Ghailane, O. (2015). *Les connaissances sur les fractions d'élèves de troisième cycle du primaire*. Mémoire de maîtrise. Montréal : Université du Québec à Montréal. [En ligne] <https://archipel.uqam.ca/8125/1/M13921.pdf>

Giroux, J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire. *Recherches en didactique des mathématiques*. 28(1), 9-62.

Giroux, J. (2013a). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Revue Éducation et didactique*. 7(1), 59-86.

Giroux, J. (2013b). Entretiens didactiques sur la fraction auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. Dans L. Bacon (ed.), *Actes du colloque du GDM 2013* (52-61). Trois-Rivières : Université du Québec à Trois-Rivières.

Giroux, J. (2015). Variations sur les processus interprétatifs dans l'étude des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans D. Butlen (ed.), *Rôles et place de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif* (211-235). Grenoble : Éditions La pensée sauvage.

Giroux, J. (2021). Cadres interprétatifs pour l'investigation des connaissances mathématiques d'élèves en difficultés scolaires. Dans P. Marchand, J. Koudogbo, A. Adihou, D. Gauthier (eds), *La recherche en didactique des mathématiques et les élèves en difficulté : quels enjeux et quelles perspectives ?* (123-159). Montréal : Éditions JFD.

Gonçalves, G., & Lessard, C. (2014). L'Évolution du champ de l'adaptation scolaire au Québec : politiques, savoir légitimes et enjeux actuels. *Canadian Journal of Education/Revue Canadienne de l'éducation*, 36(4), 327-373.

Guille-Biel Winder C., Assude T., Theis L., Millon-Fauré K., Koudogbo J., Thibault, M. et Marchand P. (2023). Analyse du continuum d'un dispositif d'aide préventif – le cas de l'enseignement du concept de fraction au primaire. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 23, 96–119.

Hardy, T. (2009). Qu'est-ce qu'un examen axé sur le discours a à offrir au développement des enseignants ? Dans L. Black, H. Mendick, et Y. Solomon (eds.), *Relations mathématiques en éducation : Identités et participation* (186 -197). Abingdon : Routledge.

Houle, V. (2016). *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction*. Thèse de doctorat. Montréal : Université du Québec à Montréal. Repéré à <http://archipel.uqam.ca/id/eprint/10649>

Houle, V. et Giroux, J. (2015). Intervention orthopédagogique en mathématiques fondée sur une approche didactique. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit et C. Lajoie (eds.), *Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques 2015* (95–108). Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

Houle, V., et Giroux, J. (2017). Conception et pilotage de situations à dimension adidactique en contexte orthopédagogique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 36(3), 275–306.

Houle, V., Giroux, J. (2018). Interprétations de la fraction et enseignement/apprentissage des fractions équivalentes au primaire. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, 19, 321–333. <https://doi.org/10.1007/s42330-018-0033-0>.

Karagiannaki, G., Baccaglini-Grank, A., et Papadatos, Y. (2014). Mathematical Learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience, Sec. Cognitive Neuroscience*, 8. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00057>

Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. Dans J. Hiebert et M. Behr (eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (162-181). Hillsdale: Éditions Lawrence Erlbaum Associates.

Kieren, T.E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. Dans T. P. Carpenter, E. Fennema et T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers: An integration of research* (49–84). Hillsdale : Editions Lawrence Erlbaum Associates.

Lamon, S. (2005). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (2nd ed.). New York : Lawrence Erlbaum Associates.

Lavoie, G., Thomazet, S., Feuilladiéu, S., Pelgrims, G. et Ebersold, S. (2013). Construction sociale de la désignation des élèves à « besoins éducatifs particuliers » : incidences sur leur scolarisation et sur la formation des enseignants. *Alter-European Journal of Disability Research*, 7(2), 93-101.

Leder, G. et Lubieński, S. (2015). Large scale test data : Making the invisible visible. Dans A. Bishop, H. Tan, et T.N. Barkatsas (eds.), *Diversity in Mathematics Education. Towards inclusive practices* (17-40). New-York, USA : Springer. DOI:10.1007/978-3-319-05978-5_2

Marlot, C. et Thoullec-Théry, M. (2011). Caractérisation didactique des gestes de l'aide à l'école élémentaire : une étude comparative de deux cas didactiques limite en mathématiques. *Éducation et didactique*, 5(2), 7-32.

Mary, C. (2003). Interventions pédagogiques sous l'angle du contrat didactique. *Éducation et francophonie*, 31(2), 103-124.

Mercier, A., Quilio, S. (2018). *Mathématiques élémentaires pour l'école*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Ministère de l'Éducation (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire. Éducation primaire*. Gouvernement du Québec : Bibliothèque nationale. Repéré à https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PFEQ_presentation-primaire.pdf

Ogay, T. et Edelmann, D. (2011). Penser l'interculturalité dans la formation des professionnels : L'incontournable dialectique de la différence culturelle. Dans A. Lavanchy, A. Gajardo et F. Dervin (eds.), *Anthropologies de l'interculturalité* (47-71). Paris, France : L'Harmattan.

Peirce, C. S. (1986). Comment se fixe la croyance [1878]. Dans *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition*. Bloomington: Indiana University Press.

Potvin, M. (2018). *Guide pour les intervenants scolaires : Pour des milieux éducatifs inclusifs, démocratiques et antidiscriminatoires*. Observatoire sur la Formation à la Diversité et l'Équité, UQAM. [En ligne] https://numerique.banq.qc.ca/patrimoine/details/52327/4011706?docref=MM-ZvrgVowQ_cgamBSPxAQ.

Ramel, S. et Vienneau, R. (2016). Des fondements sociologiques de l'inclusion scolaire aux injonctions internationales. Dans L. Prud'homme, H. Duchesne, P. Bonvin et R. Vienneau (eds.), *L'inclusion scolaire : ses fondements, ses acteurs et ses pratiques* (25-38). Bruxelles, Belgique : De Boeck Supérieur.

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A.* Thèse de doctorat. Bordeaux : Université Bordeaux II. [En ligne] Repéré à <https://www.theses.fr/2009BOR21629>

Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 25-41.

Roos, H. (2023). Students'voices of inclusion in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 113, 229-249.

Salin, M.-H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en « grande difficulté scolaire », dans J. Giroux et D. Gauthier (eds.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques* (195-218), Montréal : Éditions Bande didactique.

Turmel, A. (2013). *Une sociologie historique de l'enfance. Pensée du développement, catégorisation et visualisation graphique*. Laval : Presses Universitaires de Laval.

UNESCO (2006). *Principes directeurs pour l'inclusion : assurer l'accès à « l'éducation pour tous »*.

UNESCO. Repéré à https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000140224_fre

ANNEXE 1 - TABLEAU DE LA CLASSIFICATION DES TROUBLES D'APPRENTISSAGE EN MATHÉMATIQUE DE KARAGIANNAKI, BACCAGLINI-GRANK, ET PAPADATOS, Y. (2014).

Table 1 | Classification model for MLD, proposing 4 subtypes, possible specific systems involved, and typical mathematical difficulties encountered.

Subtype	Specific systems involved	Mathematical difficulties ¹
1. Core number	Internal representation of quantity: • ANS • OTS • Numerosity-Coding • representation of symbols • Access deficit	Arithmetical domain: 1. Basic sense of numerosity (Butterworth, 2005), and estimating accurately a small number of objects e.g., 4–5 (subitizing) (Butterworth, 2010; Piazza, 2010) 2. Estimating approximately different quantities (Piazza et al., 2010) 3. Placing numbers on number lines, SNARC effect (Zorzi et al., 2002, 2005; Menon et al., 2000; Siegler and Opfer, 2003) 4. Managing Arabic symbols (Ansari et al., 2006; Rousselle and Noël, 2007) 5. Transcoding a number from one representation to another (analog-Arabic-verbal) (Wilson and Dehaene, 2007) 6. Grasping the basic counting principles (Gallistel and Gelman, 1992; Geary et al., 1996; Geary and Hoard, 2005) 7. Capturing the meaning of place value (including in decimal notation) (Russell and Ginsburg, 1984; Geary, 1993); 8. Capturing the meaning of the basic arithmetic operation symbols (+, −, ×, ÷).
2. Memory (retrieval and processing)	• Working memory² (WM) • Inhibition of irrelevant information from entering WM • Semantic memory	All mathematical domains: 1. Retrieving numerical facts (Geary, 1993, 2004; von Aster, 2000; Woodward and Montague, 2002) 2. Decoding—confusing terminology (numerator, denominator, isosceles, equilateral,...) (Geary, 1993; Hecht et al., 2001) 3. Transcoding verbal rules or orally presented tasks (Rourke and Finlayson, 1978; Rourke, 1993; Brysbaert et al., 1998; Andersson, 2007; Swanson et al., 2008) 4. Performing mental calculation accurately (Campbell, 1987a,b, 1991; Ashcraft, 1992; Andersson and Östergren, 2012) 5. Remembering and carrying out procedures as well as rules and formulas (Pellegrino and Goldman, 1987; Gerber et al., 1994) 6. (Arithmetic) problem solving (keeping track of steps) (Jitendra and Xin, 1997; Passolunghi and Siegel, 2001, 2004; Fuchs and Fuchs, 2002, 2005; Andersson, 2007; Swanson et al., 2008).
3. Reasoning	Various executive mechanisms: • Entailment • Inhibition (not connected to WM) • Updating relevant information, shifting from one operation-strategy to another • Updating and strategic planning • Decision-making	All mathematical domains: 1. Grasping mathematical concepts, ideas and relations (Schoenfeld, 1992; Geary, 1993) 2. Understanding multiple steps in complex procedures/algorithms (Russell and Ginsburg, 1984; Bryant et al., 2000; Geary, 2004) 3. Grasping basic logical principles (conditionality—"if... then..." statements—commutativity, inversion,...) (Núñez and Lakoff, 2005) 4. Problem solving (decision making) (Schoenfeld, 1992; Desoete and Roeyers, 2006).
4. Visual-Spatial	• Visuo-spatial (VS) WM³, • Visuo-spatial reasoning/perception	Domains of written arithmetic, geometry, algebra, analytical geometry, calculus: (Geary, 1993, 2004; Rourke and Conway, 1997; Venneri et al., 2003; Mammarella et al., 2010) 1. Interpret and use spatial organization of representations of mathematical objects (for example, numbers in decimal positional notation, exponents, or geometrical figures) 2. Placing numbers on a number line (Cooper, 1984; Dehaene and Cohen, 1997) 3. Recognizing Arabic numerals and other mathematics symbols (confusion in similar symbols) (Venneri et al., 2003) 4. Written calculation, especially where position is important (e.g., borrowing/carrying) (Heathcote, 1994; Mammarella et al., 2010; Szucs et al., 2013) 5. Controlling irrelevant visuo-spatial information (Mammarella and Cornoldi, 2005; Mammarella et al., 2013) 6. Visualizing and analyzing geometric figures (or subparts of them), in particular visualizing rigid motions such as rotations (Thompson et al., 2013) 7. Interpreting graphs, understanding and interpreting when the math information are organized visual-spatially (tables)⁴.

ANNEXE II - ILLUSTRATION D'UN USAGE DU TABLEAU SYNOPTIQUE PAR DES ORTHOPÉDAGOGUES

