

# COMPARAISON DE DEUX SÉANCES D'UN DISPOSITIF PRÉVENTIF VISANT LA PRÉPARATION A LA MODELISATION D'UNE SITUATION-PROBLEME

**Christophe DRACOS**

Conseiller pédagogique départemental mathématiques  
Zone Marseille  
Laboratoire ADEF  
Christophe.dracos@ac-aix-marseille.fr

**Karine MILLON-FAURÉ**

MCF, AMU  
Laboratoire ADEF  
karine.millon-faure@univ-amu.fr

**Claire GUILLE-BIEL WINDER**

MCF, AMU  
Laboratoire ADEF  
claire.winder@univ-amu.fr

**TERESA ASSUDE**

PU,  
AMU  
Laboratoire ADEF  
teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr

## Résumé

Notre communication présente l'analyse comparée de deux séances d'APC (Activités pédagogiques complémentaires) mises en œuvre par deux enseignantes de CM1 dans le cadre d'un dispositif préventif (Assude et al., 2016 a et b ; Millon-Fauré et al., 2018a et b) : contrairement aux séances de soutien habituelles qui consistent à mettre en place une remédiation par rapport à des difficultés constatées, il s'agit ici de préparer, avant la séance en classe, un groupe d'élèves qui, d'après les enseignantes, risquent de rencontrer des difficultés lors de la résolution du problème en classe entière. Les deux enseignantes observées ont participé avant cela à une même formation concernant ce dispositif préventif et la situation-problème qui sera traitée en classe est par ailleurs identique. Pourtant des différences apparaissent dans les choix effectués par chacune d'elles, notamment en ce qui concerne la préparation des élèves à la modélisation de la situation. Nous cherchons à analyser ces variations et à étudier les répercussions qu'elles pourraient avoir sur l'activité mathématique des élèves.

## I - INTRODUCTION

Les programmes d'enseignement soulignent le rôle central de la résolution de problèmes comme étant « au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire. ». (MEN, 2018, p.15), en lien avec de nombreuses autres disciplines. De plus, le guide sur la résolution de problèmes mathématiques au cours moyen indique « quatre phases fondamentales pour la résolution de problèmes : comprendre, modéliser, calculer et répondre. ». (MENJS, 2022, p.42). La modélisation apparaît ainsi comme un élément incontournable pour résoudre un problème. Pourtant, son enseignement s'avère parfois difficile à organiser pour les enseignants autant dans la mise en œuvre que dans les aides à apporter aux élèves. Par exemple au moment de la séance en classe entière, l'enseignant essaie d'aider les élèves face aux difficultés qui peuvent émerger : compréhension de la consigne, difficultés organisationnelles de planification, mobilisation d'objets anciens, utilisation défaillante d'un matériel, etc. Or ces aides sont parfois peu efficaces compte tenu de leurs origines diverses et du manque de temps que

peut accorder l'enseignant à une aide individualisée au moment d'une séance en classe entière. Notre recherche porte sur l'étude de l'aide qui peut être apportée aux élèves en difficultés en mathématiques, dans le cadre de la résolution de problèmes et plus exactement la modélisation d'un problème, au cours de séances d'activités pédagogiques complémentaires (APC). Habituellement ces séances en petits groupes, qui viennent s'ajouter aux 24 heures hebdomadaires d'enseignement, constituent une forme de remédiation suite à des difficultés constatées lors de la séance avec le groupe classe. Elles interviennent a posteriori par rapport à la séance de classe et amènent par conséquent l'élève à travailler sur des situations et des objets de savoir qui ne sont pas nécessairement repris dans les séances suivantes. Nous cherchons au contraire à préparer un groupe restreint d'élèves à la séance de classe qui va suivre, en mettant en place, lors des APC, des « dispositifs préventifs ». Pour cela nous menons un travail collaboratif avec des enseignantes d'une même école.

Nous présentons ici le travail proposé par deux de ces enseignantes pour préparer à une séance de résolution de problèmes additifs. Ces enseignantes ont suivi la même formation concernant le dispositif préventif et elles ont choisi ensemble la situation qu'elles allaient présenter en classe entière. Pourtant des différences sont apparues, notamment au cours de la préparation des élèves dans la séance d'APC. Après avoir présenté nos appuis théoriques et notre méthodologie, nous cherchons dans cet article à analyser ces variations et à étudier les répercussions qu'elles pourraient avoir sur l'activité mathématique des élèves.

---

## II - CONTEXTE THEORIQUE

---

### 1 Les systèmes didactiques

Notre recherche se place dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1998). Notre dispositif d'aide s'organise autour d'un Système Didactique Principal (SDP), et de Systèmes Didactiques Auxiliaires (SDA). Le SDP comprend un enseignant, le groupe classe et des enjeux de savoir tandis que les SDA sont composés d'un intervenant (généralement l'enseignant de la classe), d'un groupe d'élèves et de certains des savoirs identifiés. Les SDA sont au service du SDP et dépendent de ce dernier, tant au niveau de l'enjeu de savoir que du temps didactique. En effet, l'avancée du temps didactique (Chevallard et Mercier, 1987, p.3) correspond à celle du savoir enseigné qui progresse par l'introduction successive de nouveaux objets d'enseignements et celle-ci ne peut s'effectuer qu'en classe entière, dans le SDP. Nous mesurons les avancées dans le SDA en étudiant la progression du temps praxéologique (Assude et al., 2016b) qui rend compte du travail effectué sur l'une au moins des composantes de la praxéologie (Chevallard, 1999) : le type de tâches, les techniques, les technologies ou la théorie.

Notre dispositif préventif se compose d'un SDP et de deux SDA (figure 1) : un SDA pré, en amont de la séance de classe qui permet de préparer les élèves à la séance qui va suivre en classe entière et un SDA post, après la séance de classe, afin de s'assurer que les savoirs rencontrés ont bien été assimilés et peuvent être transférés dans une autre situation. Dans notre étude, les SDA sont mis en œuvre lors des temps d'activités pédagogiques complémentaires, dont l'objectif est d'organiser un accompagnement différencié pour un groupe restreint d'élèves identifiés par l'enseignant de la classe comme susceptibles de rencontrer des difficultés lors de la rencontre avec la situation-problème en classe entière. Par ailleurs, pour cet article, nous nous focaliserons exclusivement sur le SDA pré et le SDP.

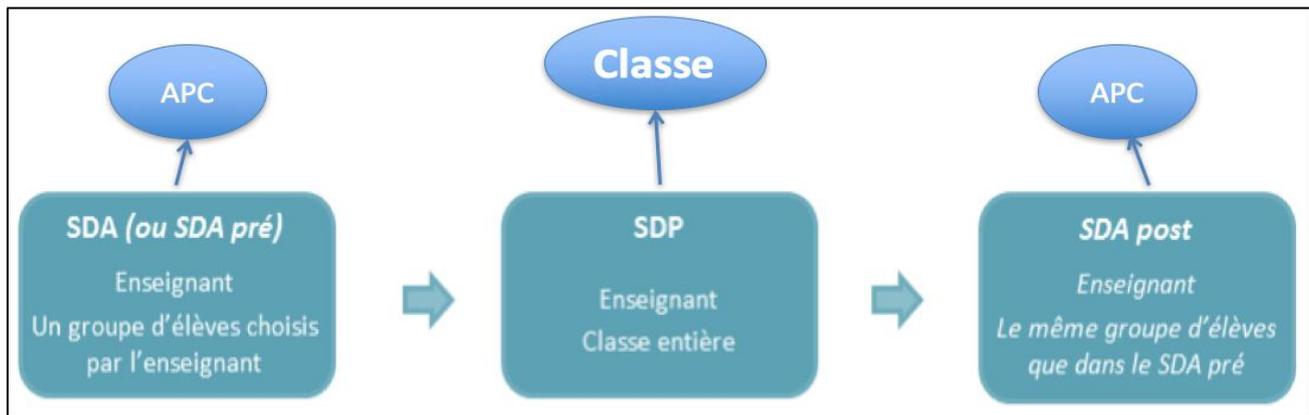


Figure.1 : Organisation globale des dispositifs préventifs.

## 2 Les fonctions du SDA pré

Notre dispositif remplit plusieurs fonctions (Theis et al., 2014 et 2016 ; Assude et al., 2016a et b ; Millon-Fauré et al., 2018a et b) que nous décrivons en nous appuyant sur le triplet de genèse (Sensevy et al., 2000). Pour le SDA pré, nous distinguons notamment trois fonctions : mésogénétique, chronogénétique et topogénétique. Nous les présentons dans ce qui suit.

**Fonction mésogénétique.** Durant le SDA pré, les élèves travaillent sur les objets du milieu qui vont apparaître dans la séance avec le groupe classe, notamment la consigne : « De quoi s'agit-il ? Que doit-on faire ? » Les élèves ne « font » pas encore mais ils commencent à réfléchir aux diverses techniques possibles. Les objets de savoirs anciens peuvent être réactivés pour être mobilisables lors du SDP. En effet, même si ces savoirs devraient être maîtrisés par les élèves pour servir de points d'appui, ce n'est pas toujours le cas. Ainsi, le travail effectué lors du SDA peut permettre aux élèves en difficulté de disposer de ces savoirs anciens nécessaires à la résolution des problèmes.

**Fonction chronogénétique.** L'un des objectifs du SDA pré est de donner plus de capital-temps (Assude, 2005) aux élèves en difficulté pour qui le rythme du SDP est trop rapide, mais la spécificité du dispositif préventif réside dans le fait que ce temps est donné en amont de la séance de classe afin de leur donner un peu d'avance par rapport à leurs camarades. La rencontre « avant » avec les problèmes peut leur permettre de s'engager en classe dans la résolution des problèmes, comme les autres. Cependant, le temps didactique ne doit pas avancer durant la séance d'APC, sinon la séance de classe aurait peu d'intérêt pour les élèves du SDA. Pour ce faire, il ne doit pas y avoir de rétroactions, ni du milieu, ni de l'enseignant, pas plus que d'institutionnalisation des objets de savoir qui sont en jeu lors du SDP. À l'inverse, le temps praxéologique doit progresser pour les élèves du groupe restreint : durant l'APC, les élèves présents vont découvrir la situation, réfléchir aux techniques associées à ce type de tâches, ce qui leur permet de mieux appréhender la praxéologie visée dans le SDP.

**Fonction topogénétique.** Ce dispositif aide les élèves à (re)prendre « une place d'élève » non seulement dans le SDA en amont de la séance de classe mais surtout dans le SDP. Les élèves passent d'une attitude passive et attentiste à un comportement actif. Ils prennent une position dans le groupe classe, en proposant, par exemple, des techniques possibles. Tout ceci semble contribuer à redonner à l'élève en difficulté de la « valeur sociale... dans le cadre de la classe ». (Tambone, 2014, p.54), en étant synchrones avec le temps didactique de la classe, voire en le faisant progresser.

## 3 Modéliser

Dans le cadre des enseignements mathématiques, le verbe « modéliser » peut se définir de différentes manières. Nous présentons ici notre acceptation de ce terme et nous tentons de mieux cerner les différences qui peuvent exister entre modélisation et représentation lors des résolutions de problèmes.

Nous reprenons à notre compte la définition de Laborde qui explicite qu'« Une modélisation met en jeu une certaine abstraction du domaine de réalité concerné en en retenant de ce dernier qu'un certain ensemble d'objets et de relations qui sont représentés dans le modèle. ». (Laborde, 1992, p. 3). De cette

citation, nous retenons l'idée d'identification de certains objets et surtout des relations entre ces objets. En ce sens, Chevallard (1989) pointe schématiquement trois étapes dans le processus de modélisation :

1. Identification des variables pertinentes.
2. Construction d'un modèle en établissant les relations entre ces variables.
3. Production de connaissances sur le système en « travaillant » sur le modèle (phase mathématique).

Ainsi, à partir de ces deux auteurs, nous définissons le terme modéliser comme l'identification des *variables pertinentes* pour l'étude du problème et l'établissement des *relations* (mathématiques ou autres) entre ces variables qui permettront ensuite de résoudre le problème.

---

### III - METHODOLOGIE

---

#### 1 Organisation générale

Notre travail collaboratif avec quatre enseignantes de cycle 3, s'est déroulé durant l'année scolaire 2021 - 2022, et il a été décidé de se centrer sur la résolution de problèmes. L'échantillon est constitué de quatre classes avec des élèves de CM1 et CM2, soit 80 élèves au total. Un pré-test a tout d'abord été proposé afin de mieux cerner les difficultés des élèves concernant la résolution de problèmes. Les enseignantes ont suivi la même formation d'une durée de trois heures concernant le dispositif préventif dans le cadre d'une constellation<sup>1</sup> du plan mathématique. Cette dernière est une modalité de formation continue d'une durée de 30 heures sur une année scolaire dont 18 heures hors temps de classe pour des apports didactiques et pédagogiques, de l'analyse de pratiques, etc. Ce temps de formation a été pris en charge par les chercheurs avec l'appui d'un support visuel. Les chercheurs ont répondu à l'ensemble des questions sur les problèmes mathématiques (types de problèmes, difficultés des élèves, etc.), sur la modélisation et sur les dispositifs préventifs. Des exemples de ce type de dispositif ont quelquefois été donnés pour aider à la compréhension. Suite à cette formation, les enseignantes ont alors choisi les situations qu'elles voulaient mettre en place dans le SDP et le travail qu'elles voulaient proposer dans le SDA afin de préparer certains élèves à cette séance de résolution de problème. Deux d'entre elles (exerçant en classes de CM1 et CM2) ont accepté que leurs séances de classes et les séances d'APC correspondantes soient enregistrées et ces films ont été analysés. Les productions des élèves ont également été recueillies, ce qui a permis de compléter les données étudiées pour cette communication.

#### 2 Les pré-tests comme indicateur des difficultés

Pour mettre en place des dispositifs préventifs centrés sur la résolution de problèmes, deux questions se posent : quels problèmes numériques proposer en classe ? Quel contenu proposer en APC pour aider les élèves en difficultés sans résoudre le problème lui-même ? Le choix a donc été fait de proposer aux élèves un pré-test afin de mieux cerner les difficultés et ainsi pouvoir les préparer en APC à la séance de résolution de problèmes en groupe classe. Les pré-tests portent dans un premier temps sur des problèmes du champ additif puis, dans un second temps, sur des problèmes du champ multiplicatif. En effet, les classes se situent en REP et il semblait utile de revenir sur des problèmes du champ additif en début d'année. Ces tests se basent sur les catégories de problèmes définies par Vergnaud (1990) en déclinant toutes les situations possibles : composition de mesures (ou partie et tout), transformation d'état, comparaison d'état, composition de transformation (Annexe 1).

#### 3 Résultats des pré-tests

Le tableau ci-dessous (Figure 2) illustre les résultats obtenus en présentant trois exemples de problèmes proposés avec le taux de réussite moyen obtenu par l'ensemble des élèves.

---

<sup>1</sup> Ce dispositif émanant du rapport de Cédric Villani et Charles Torossian « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » (2018) permet de proposer un accompagnement des pratiques d'un groupe d'enseignants de l'école primaire en mathématiques et en français à l'échelle d'une année scolaire.

Type de problème	Recherche de ...	Énoncé	Taux réussite
Transformation d'état	État final	P3 : Le compteur de la photocopieuse marque 132. La maîtresse tire 16 photocopies. Maintenant, que marque le compteur ?	12,4 %
Comparaison d'état	Un des états	P11 : Au cycle 2 de mon école, il y a 12 élèves de moins qu'au cycle 3. Il y a 59 élèves au cycle 2. Combien y en a-t-il au cycle 3 ?	20,2 %
Composition de transformation	Transformation composée	P16 : Pierre a gagné 27 billes en deux parties. Il en a gagné 15 dans une des parties. Que s'est-il passé à la deuxième partie ?	36,4 %

Figure 2. Résultats obtenus sur trois exercices du pré-test.

Ces résultats montrent des difficultés particulièrement marquées lors des situations de transformations d'un état et c'est la raison pour laquelle le collectif (enseignantes et chercheurs) a décidé de mettre la focale sur cette catégorie de problèmes.

#### 4 La situation choisie pour le SDP

Les deux enseignantes observées ont choisi la même situation pour la séance de classe, à savoir un problème de transformation d'état où des passagers montent ou descendent d'un bus. Plusieurs problèmes sont ensuite déclinés à partir de cette situation avec recherche de l'état final, initial ou de la transformation. La ligne de bus est composée de noms d'arrêts familiers des élèves. Les formulations des énoncés ne sont pas identiques mais sont très proches. Les variables numériques sont toujours des nombres inférieurs à 100. Nous considérons donc que ce qui est proposé aux élèves dans le SDP est équivalent dans les deux classes observées. Les SDA, par contre, ont été construits par les enseignantes seules, séparément et sans intervention des chercheurs et nous avons pu constater qu'alors de grandes différences apparaissaient dans les choix effectués pour préparer les élèves à la même séance de classe.

## IV - COMPARAISON DES CLASSES 1 ET 2

### 1 La classe 1

Regardons tout d'abord les choix effectués par la première enseignante.

#### 1.1 Les choix du SDA de la classe 1

Cette séance d'APC concerne quatre élèves et a été menée trois jours avant la séance du SDP. L'enseignante fait le choix de proposer le problème 1 (figure 3).

Représente le nombre cherché

**Problème 1 :**  
 Le bus n°49 relie les terminus Vauban à Réformés Canebière. Il y a actuellement 10 personnes dans le bus. A l'arrêt Joliette 7 personnes montent dans le bus. Combien y a-t-il de personnes dans le bus, maintenant ?

représente .....

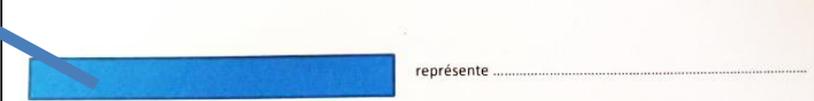


Figure 3. Problème 1 du SDA (classe 1).

Les élèves ont déjà eu une première séance en APC durant lequel le nombre cherché était représenté par une bande bleue. C'est donc la deuxième séance dans laquelle les élèves utilisent une telle représentation. Pour ce premier problème, l'enseignante travaille tout d'abord, lors d'une première phase orale, sur la compréhension de la situation avec diverses reformulations : à cette occasion, tous les éléments de l'histoire du problème sont mis en évidence ainsi que leurs relations. Puis dans une deuxième phase de recherche, il y a tout un travail autour du schéma en barres. Ces derniers ont déjà été présentés mais uniquement aux élèves du SDA lors d'une séance précédente d'APC. Dans ces schémas, une bande est

identifiée en particulier par une couleur bleue. Lors du SDA, elle est présentée aux élèves comme représentant ce que l'on cherche. L'enseignante s'appuie sur deux bandes imprimées l'une au-dessus de l'autre sur la feuille des élèves mais également disponibles en papier : une bande bleue et une bande blanche. Lors de ce travail, nous pouvons noter un guidage fort de l'enseignante pour représenter le schéma en barres mais sans aller jusqu'à la résolution. (Figure 4)

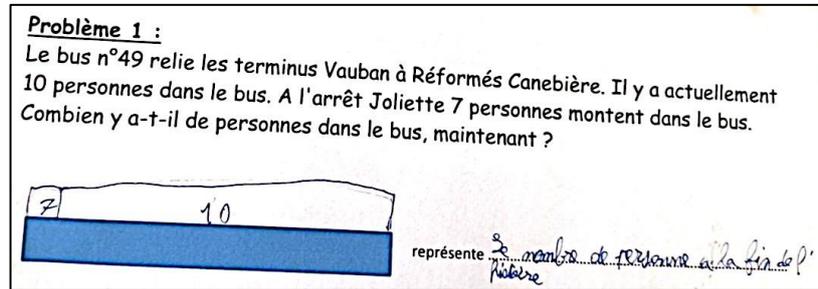


Figure 4. Écrit d'un élève pour le problème 1 du SDA (classe 1).

Par une série de questions, elle amène les élèves à compléter la bande bleue et les bandes blanches pour obtenir un schéma en barres représentant les situations de chaque énoncé de problème.

Enseignante (PE) : « Elle représente quoi cette bande bleue alors ? » (Silence de quelques secondes), « On a dit que c'est ce que l'on cherche et ce que l'on cherche c'est ? »

Élève (E) : Le total »

PE : « Le total de quoi ? » (Réponse inaudible d'un élève)

PE : « C'est des billes ? »

E : « Non »

PE : « C'est des bonbons ? »

E : « Non »

PE : « Alors c'est quoi ? »

E : « C'est des personnes. »

PE : « C'est des personnes qui sont ? »

E : « Dans le bus »

PE : « Au début, au milieu ou à la fin de l'histoire ? ... Dans la question, on cherche à quel moment ? »

E : « On cherche à la fin de l'histoire »

PE : « Alors cette bande elle représente »

E : « Le total. »

PE : « Le total de »

E : « de personnes. »

PE : « qui sont »

E : « qui sont dans le bus »

PE et E : « à la fin de l'histoire. »

Les élèves écrivent sur la bande ou sur leur feuille, la phrase dictée par l'enseignante. « Le nombre de personnes dans le bus à la fin de l'histoire. ».

Pour le deuxième problème, l'enseignante propose un modèle à recopier par les élèves. Ce problème est similaire au premier avec la recherche de l'état final lors d'une transformation positive. Cette fois, les élèves complètent seuls le schéma avec réussite mais, dans le problème 3, la transformation est négative. Les élèves sont en difficulté car ils essaient de reproduire un schéma similaire aux deux précédents en ajoutant deux petites bandes blanches au-dessus de la bande bleue, sans réaliser que cette fois, une des bandes blanches doit être positionnée à côté de la bande bleue (figure 5). L'enseignante reprend et guide les élèves vers la réalisation d'un schéma en barres correspondant au nouvel énoncé en prenant à sa charge le dessin des bandes. Sur la figure 5, nous pouvons voir le premier tracé de cet élève (à moitié effacé) où il a tenté d'utiliser la bande bleue en positionnant les nombres de l'énoncé comme dans le problème 1.

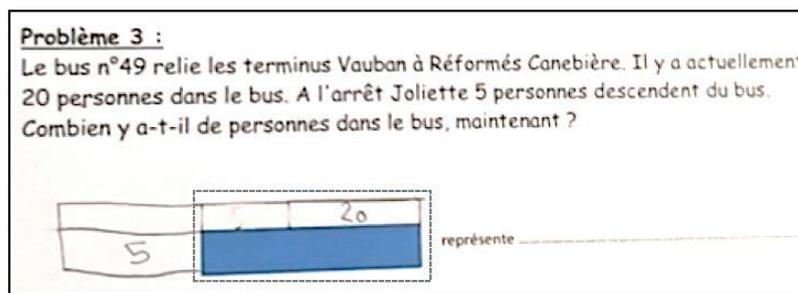


Figure 5. Feuille d'un élève pour le problème 3 du SDA (classe 1).

Tous les problèmes présentés lors du SDA pré correspondent à la recherche de l'état final. Pour chaque problème, une bande bleue est dessinée sur les feuilles pour aider l'élève à représenter la situation. Lorsque la transformation est positive, l'enseignante dessine sur l'énoncé une grande bande bleue, lorsque la transformation est négative, la bande bleue est petite (figure 6). Ainsi l'état final est représenté par des bandes bleues différentes selon la transformation. La bande bleue étant donnée à l'élève, il pourrait associer la longueur de cette bande avec l'opération à effectuer sans une réelle compréhension de la situation : une addition lorsque la bande est longue et une soustraction lorsqu'elle est courte. Ce schéma semble difficilement accessible, lors de cette séance, pour ces élèves en difficultés avec des problèmes de transformation.



Figure 6. Schémas en barres proposés par l'enseignante pour les problèmes de recherche de l'état final.

Notons que dans cette première classe, les élèves représentent les problèmes avec des schémas en barres lors du SDA pré mais ne les résolvent pas, conformément aux modalités du dispositif préventif.

### 1.2 Les choix du SDP de la classe 1

Dans le SDP, tous les élèves ont les mêmes énoncés de problèmes. Cependant, les élèves du SDA ont en plus des bandes bleues dessinées. Ils sont donc incités à faire un schéma en barres pour résoudre les problèmes. Nous observons que les élèves du SDA produisent un travail comparable à celui des autres élèves. Ils entrent dans la résolution des problèmes et leurs productions sont similaires à celles de l'ensemble du groupe classe. Nous pouvons noter un temps de résolution des problèmes similaire également au reste de la classe. Sur les quatre élèves du SDA, seuls deux utilisent les bandes pour réaliser des schémas en barres. Le premier les trace systématiquement pour les quatre problèmes qu'il résout (sur les huit proposés), le second les trace seulement pour les deux premiers problèmes. Une analyse plus fine du film de la séance montre que ce deuxième élève résout tout d'abord le problème en trouvant le résultat exact et en écrivant la phrase réponse ; il ne complète le schéma en barres qu'à la fin (effet de contrat). Les deux autres élèves du SDA n'utilisent pas de schéma en barres et n'essaient pas de les construire à partir de la bande bleue donnée. Ils résolvent directement les problèmes. L'un d'eux a d'ailleurs résolu correctement la totalité des problèmes.

### 1.3 Les témoignages des élèves

Après la séance de classe, l'enseignante demande aux élèves leur ressenti. Les élèves expriment le fait que la préparation avant la séance de classe les a aidés. Les observations des élèves montrent qu'ils sont entrés dans la situation contrairement aux séances habituelles où ils sont passifs, peu concentrés lors des phases collectives de début de séance et n'osent pas se risquer à donner une réponse erronée. Or la plupart des élèves disent ne pas avoir utilisé de schéma en barres et le seul qui affirme qu'ils lui ont été utiles, ne les a tracés qu'après avoir résolu les problèmes. Il semble donc que ce soit plutôt la rencontre avec le milieu en amont de la séance de classe que le travail sur les schémas en barres qui a permis à ces élèves de mieux comprendre le contexte du problème et de rentrer plus facilement dans la situation lors du SDP.

## 2 La classe 2

Regardons à présent les choix effectués dans la deuxième classe.

### 2.1 Les choix du SDA de la classe 2

L'enseignante fait le choix de proposer le problème 1 (figure 7). Les énoncés utilisés ont tous le même contexte et sont composés de deux parties : le texte du problème et une partie « Calcul ». Nous pouvons noter quelques implicites du texte qui peuvent être source de difficultés pour certains élèves. Tout d'abord l'utilisation de termes différents pour désigner le même lieu : « arrêt » / « départ », « terminus » / « arrêt Réformés-Canebière ».

Problème 1

Le bus n°49 relie les terminus Vauban à Réformés Canebière en passant par l'arrêt Joliette.  
46 personnes montent dans le bus à l'arrêt Vauban, 16 personnes descendent à l'arrêt Joliette. Combien de personnes descendent du bus au terminus ?

Calcul :

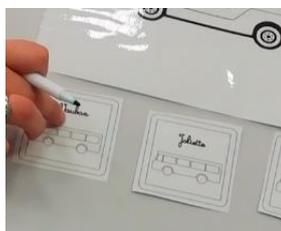
Figure 7. Problème 1 du SDA (classe 2).

Par une série de questions ouvertes, l'enseignante interroge les cinq élèves du SDA sur la situation, les amène à reformuler les informations données par l'énoncé, à raconter l'histoire du problème mais sans les résoudre : « De quoi parle cette histoire ? », « Qu'est-ce qui se passe avec ce bus ? », « Il va y avoir des personnes qui descendent, qui descendent où ? Quel est le trajet de ce bus ? », « Il part, il part d'où ? », « Quel est le premier arrêt ? ».

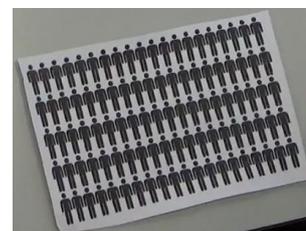
Lors des échanges, elle associe également une descente du bus à une soustraction et une montée à une addition. Elle introduit par ailleurs du matériel tangible dans le milieu matériel des élèves du SDA (figure 8). La durée de traitement du premier problème est d'environ 9 min, et approximativement 7 min pour les deux problèmes suivants.



Un bus



Des arrêts



Des passagers

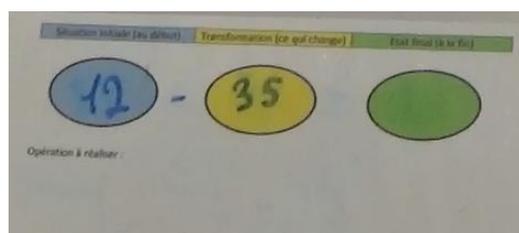


Schéma avec des bulles associées à des rectangles de couleur : situation initiale (au début), transformation (ce qui change), état final (à la fin) et une ligne « Opération à réaliser »

Figure 8. Matériel tangible introduit dans le milieu du SDA (classe 2).

Le matériel est uniquement pris en charge par l'enseignante qui découpe les personnages, les place dans le bus et effectue les transformations après déplacement du bus jusqu'au terminus. Elle questionne les élèves sur le déroulé de l'histoire. Le procédé prend du temps (passage par le dénombrement, recomptage...), mais il permet à tous les élèves d'entrer dans l'activité et de comprendre la situation. Le schéma (situation initiale, transformation, état final) a été choisi par l'enseignante car il est plus compréhensible pour elle que le schéma en barres. D'après elle, il permet de représenter la situation afin que l'élève soit capable d'identifier l'opération permettant de résoudre le problème. De plus, elle explique que ce schéma permet « de reprendre le problème à l'envers » : il conserve la chronologie des événements (début, milieu, fin) et représente les différents états de la situation ainsi que la transformation. Cependant, son utilisation du schéma est plus complexe. Rappelons que c'est la première fois que les élèves

rencontrent ce type de schéma. Ils éprouvent des difficultés à positionner les nombres, identifier le calcul puis l'effectuer. Contrairement à ce qui avait été observé dans la classe précédente, les élèves doivent, dans le SDA, réfléchir à l'opération à faire pour résoudre le problème, même s'ils n'effectuent pas véritablement le calcul. Le lien entre la ligne du temps représenté en haut de la feuille, la chronologie de ce problème de transformation et le schéma « état initial – transformation - état final » est difficile pour une première utilisation mais les élèves s'y essaient tout de même. Même s'ils n'ont pas manipulé le matériel (bus, arrêts et personnages), ils déclarent, à la fin du SDA, qu'ils en auront besoin lors de la séance en classe entière. Celui-ci sera donc à leur disposition lors du SDP.

## 2.2 Les choix du SDP de la classe 2

Nous observons que les élèves du SDA ont des résultats sensiblement identiques au reste du groupe classe qui en devient alors plus homogène. Ils entrent tous dans la tâche de résolution. Le dispositif préventif leur a permis de se rapprocher des élèves qui n'ont pas besoin de l'APC, de se rassurer, de connaître la situation. Contrairement à ce que nous aurions pu penser, le matériel proposé ne s'est pas révélé d'une grande aide pour les élèves. Au lieu d'utiliser des procédures de dénombrement, tous recourent à des calculs. L'utilisation du matériel perturbe même certains élèves et crée des hésitations. À titre d'exemple, un élève pose la soustraction attendue puis revient au matériel en cours de calcul et hésite de longues minutes, comme nous pouvons le voir dans les différentes étapes détaillées figure 9 concernant la résolution du problème « 34 passagers qui montent dans le bus, 16 qui en descendent » (transformation négative d'état, recherche de l'état final). Après la résolution du problème, cet élève reprend le matériel, soit pour comprendre comment l'utiliser et faire le lien avec la réponse trouvée par le calcul, soit par effet de contrat didactique (l'élève doit utiliser tout ce que l'enseignant lui donne) puis, au bout de quelques minutes d'hésitation, il complète la fiche du problème (figure 10). Ainsi, le matériel que les élèves avaient observé, mais sans pouvoir véritablement le manipuler durant le SDA, s'est révélé difficile à utiliser et n'a pas apporté une réelle aide pour cet élève.

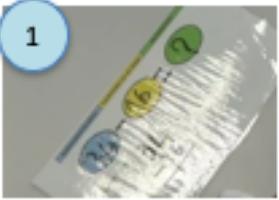
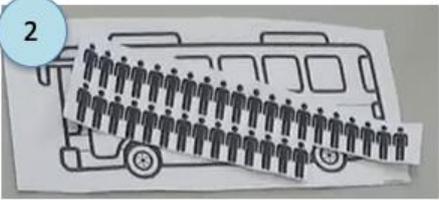
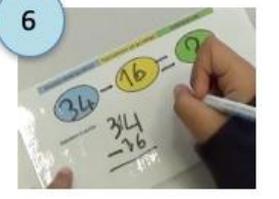
 <p>1</p> <p>L'élève complète le schéma-bulles et pose la soustraction : <math>34 - 16</math></p>	 <p>2</p> <p>L'élève découpe les 34 personnages en recomptant deux fois.</p>	 <p>3</p> <p>Puisque 16 personnes descendent, l'élève découpe 4 personnages.</p>
 <p>4</p> <p>L'élève ne sait que faire des 4 personnages découpés et essaie de les mettre avec la deuxième ligne.</p>	 <p>5</p> <p>L'élève sépare les deux bandes.</p>	 <p>6</p> <p>Puis l'élève délaisse le matériel pour résoudre correctement la soustraction posée en colonnes.</p>

Figure 9. Procédure de l'élève E1 au problème 1 du SDP (classe 2).

**Problème 1**

Le bus n°49 relie les terminus Vauban à Réformés Canebière en passant par l'arrêt Joliette. 34 personnes montent dans le bus à l'arrêt Vauban, 16 personnes descendent à l'arrêt Joliette. Combien de personnes descendent du bus à l'arrêt Réformés Canebière ?

Je cherche : 
$$\begin{array}{r} 34 \\ -16 \\ \hline 18 \end{array}$$

Je réponds : 18 personnes descendent à l'arrêt Réformés Canebière

Figure 10. Réponse de l'élève E1 au problème 1 du SDP (classe 2).

Nous notons également qu'un élève (E2) découpe ces lignes de 20 personnages en bandes plus petites avec des nombres de personnages différents pour éviter de recompter à plusieurs reprises les personnages découpés. Cet élève a ainsi créé des bandes proportionnées de valeurs différentes (figure 11), proche de schémas en barres utilisés dans l'autre classe. Cette adaptation du matériel aurait pu être reprise par l'enseignante pour d'autres types de problèmes additifs.

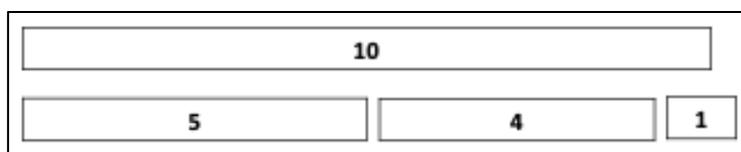


Figure 11. Bandes créées par l'élève E2 lors du SDP (classe 2).

Par ailleurs, alors qu'ils disposent du matériel nécessaire pour résoudre ce problème par dénombrement, tous les élèves se lancent dans des calculs. Certainement pouvons-nous voir ici l'effet de l'enseignement de la résolution de problèmes qui a souvent tendance à associer problèmes et opérations (effet de contrat). Enfin un élève (E3) écrit une addition à trous pour calculer le résultat d'une transformation, trouve le nombre manquant mais conclut que la réponse au problème est le résultat de l'addition. Tout était réuni pour qu'il résolve le problème mais il se trompe (figure 12). Peut-être est-ce le reflet d'une habitude donnée aux élèves, à savoir que le résultat recherché se trouve systématiquement après le signe égal.

**Problème 5**

Le bus n°49 relie les terminus Vauban à Réformés Canebière en passant par l'arrêt Joliette. On sait que 12 personnes sont montées dans le bus à l'arrêt Joliette et que 35 personnes sont descendues du bus à l'arrêt Réformés Canebière. Combien de personnes sont montées dans le bus à l'arrêt Vauban ?

Je cherche : 
$$\begin{array}{r} 23 \\ +12 \\ \hline 35 \end{array}$$

Je réponds : 35 personnes sont montées

Figure 12. Réponse de l'élève E3 au problème 5 du SDP (classe 2).

### 2.3 Les témoignages des élèves

Lorsque l'enseignante leur pose la question de l'utilité du matériel distribué, certains élèves du SDA affirment l'avoir utilisé alors qu'un autre explique que « c'était dur avec les bonhommes parce que, en fait, il fallait encore recompter et après recompter ». L'élève explique que cela l'a aidé mais lui a demandé beaucoup de temps dans le comptage du nombre de passagers. On peut s'étonner de constater que ces affirmations ne correspondent pas à ce que nous avons pu observer durant le SDP. Il est possible que les élèves aient cherché à donner à l'enseignante la réponse qu'elle attendait d'eux. Par la suite, l'enseignante pose des questions afin de faire émerger le fait que le matériel aide à se représenter la situation mais n'est pas une nécessité pour trouver le nombre de passagers recherché. Un nouvel énoncé est donné avec le

même matériel. Par un jeu sur les valeurs des variables didactiques, le dénombrement des passagers est rendu fastidieux et donc l'utilisation du matériel devient inadéquate. Les élèves utilisent alors efficacement le schéma avec les bulles, guidés par un fort étayage de l'enseignante.

## V - ÉLÉMENTS DE CONCLUSION

### 1 Bilan pour les classes 1 et 2

En plus du matériel et du type de modélisation choisi, nous pouvons noter une dernière différence entre les deux classes : dans la classe 1, le texte indique le nombre de passagers présents avant l'arrêt ainsi que la transformation qui s'effectue à ce moment-là ; la question porte alors sur le nombre de passagers présents dans le bus après l'arrêt. Les terminus ne sont pas évoqués. Alors que, dans la classe 2, l'énoncé du problème indique le nombre de personnes au départ du bus puis la transformation lors de l'arrêt et la recherche porte sur le nombre de passagers qui descendent du bus au terminus. Cette différence peut être source de difficultés pour des élèves fragiles en mathématiques qui pourraient se demander ce qu'il se passe entre le point de départ et le terminus de la ligne (N'y-a-t-il pas d'autres arrêts où les passagers peuvent monter ou descendre ?). À cela s'ajoute un implicite dans les énoncés où rien n'indique que le bus est vide avant la montée des passagers au départ, ni que tous les passagers soient obligés de descendre au terminus.

Dans les deux classes, la rencontre avec le milieu en amont du SDP paraît avoir permis aux élèves en difficulté de rentrer plus facilement dans la situation lors de la séance de classe et de se retrouver finalement synchronisés avec leurs camarades, ce qui s'avère déjà un point essentiel. Regardons à présent si la préparation proposée a facilité la modélisation en elle-même. Dans la classe 1, nous pouvons dire que le modèle en barres est peu utilisé spontanément par les élèves et ne paraît pas être un réel appui à la résolution dans cette mise en œuvre. L'enseignante a pris à sa charge une partie importante de la modélisation en proposant une grande bande bleue lorsque l'opération attendue est une addition et une petite bande bleue lorsque c'est une soustraction. L'aide apportée pour la modélisation des problèmes ne semble pas vraiment concluante. Pour la classe 2, l'utilisation des personnages a permis aux élèves d'entrer dans la situation. Les manipulations faites, d'abord par l'enseignante puis par les élèves dans le SDP, les ont aidés à se représenter le problème, à mieux comprendre l'histoire de problème mais ils en ont vite éprouvé les limites, notamment lors des multiples (re)comptages. Les élèves n'utilisent pas vraiment le matériel pour résoudre le problème. Lors du SDA post, des nombres plus grands ont été utilisés. Les élèves ont été dans l'incapacité d'utiliser les personnages et ont exploité davantage le schéma avec les bulles de couleur. D'ailleurs, nous pouvons remarquer que, dès le SDP, quelques élèves paraissent s'appuyer dessus pour résoudre les problèmes. Pour ceux-ci, le schéma *état initial - transformation - état final* nous a paru pertinent. Toutefois, son appropriation est difficile et demande du temps. Cette deuxième préparation à la modélisation n'a donc pas été convaincante non plus.

### 2 Des modélisations à l'initiative des élèves

Dans les pré-tests, nous avons trouvé des schématisations spontanées conçues par les élèves qui nous paraissent dignes d'intérêt (deux exemples sont présentés figure 13). Ces schémas sont basés sur le dénombrement mais sont pertinents par rapport à la situation et ils ont permis aux élèves de trouver la solution du problème. Certes, ces schémas se révéleraient insuffisants pour résoudre le problème si les nombres étaient plus grands. Cependant, ces modélisations « spontanées » auraient pu être discutées en classe dans l'objectif d'être améliorées. En effet, en agissant sur des variables didactiques de temps ou de quantité, l'enseignante aurait par exemple pu amener les élèves à éprouver les limites de leurs représentations.

<p><b>Problème 15 :</b> A un arrêt de bus, 16 personnes descendent et 9 montent. Le nombre de voyageurs a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?</p> <p>Phrase réponse : <u>Diminué de 7 personnes</u></p>	<p>Calcul ou schéma :</p> 
<p><b>Problème 15 :</b> A un arrêt de bus, 16 personnes descendent et 9 montent. Le nombre de voyageurs a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?</p> <p>Phrase réponse : <u>Le nombre de voyageurs a diminué</u></p>	<p>Calcul ou schéma :</p> 

Figure 13. Représentations spontanées issues des pré-tests.

### 3 Que retirer de cette expérimentation ?

#### 3.1 Du point de vue de l'enseignement

Cette étude de cas montre à quel point il est difficile de préparer les élèves à la résolution de problèmes de transformation d'un état, même en s'appuyant sur des dispositifs tel que le dispositif préventif qui avait pourtant produit des résultats intéressants lors de précédentes mises en œuvre sur d'autres objets d'étude (Millon-Fauré, 2018a, 2018b). Le travail réalisé dans les deux classes a aidé les élèves à entrer plus facilement dans la situation, donc a joué un rôle dans la résolution de problèmes, mais les outils proposés (schémas, matériel) n'ont pas constitué une réelle aide à la modélisation. Ceci illustre toutes les difficultés que peuvent rencontrer les enseignants pour accompagner ce processus. Même si cela ne constitue pas une réponse exhaustive, il nous semble que cette expérimentation nous apporte certaines pistes de réflexion susceptibles d'améliorer les pratiques en classe. Il nous semble notamment que cet apprentissage du processus de modélisation doit s'inscrire sur un temps long et qu'il doit concerner l'ensemble des élèves : il ne peut donc être cantonné à quelques séances d'APC avec un groupe restreint d'élèves. Le travail sur l'intérêt de la modélisation et le type de représentation choisi pour un type de problèmes donné doit s'effectuer en classe entière et ne peut donc faire l'objet du travail mené lors du dispositif préventif (même si, une fois que ces outils ont été introduits en classe entière, ils peuvent ensuite être retravaillés en APC avec les élèves qui en ont besoin). Par ailleurs, pour réellement éprouver les limites des techniques de dénombrement et l'intérêt de recourir à une modélisation plus efficiente, les élèves ont besoin de manipuler le matériel, de dessiner les éléments de la situation et cette première étape peut prendre du temps. Enfin, il nous paraît plus intéressant de partir des représentations spontanées des élèves pour réfléchir en classe entière à un ou plusieurs types de schémas qui pourraient s'avérer efficaces pour une classe de problèmes donnée. Ainsi, les élèves pourraient choisir un type de modélisation sans qu'un modèle ne soit imposé. Un exemple d'expérimentation de ce type est d'ailleurs proposé par Girmens (2003) dès la classe de CP.

#### 3.2 Du point de vue de la recherche

Ce travail collaboratif s'est révélé fructueux, dans la mesure où il a permis aux enseignantes de réfléchir à l'accompagnement de la modélisation chez leurs élèves et d'affiner leur catégorisation des problèmes. Quant aux chercheurs, ils ont étudié les difficultés rencontrées par les enseignants lors de l'enseignement

de la résolution de problèmes. Cette étude montre également que pour une même situation en classe entière plusieurs dispositifs préventifs s'avèrent possibles (les deux enseignantes observées ont réalisé des choix très différents durant la séance d'APC alors qu'elles avaient pourtant choisi ensemble la tâche qui allait être proposée dans le SDP). Nous avons ainsi pu repérer plusieurs différences entre ces deux mises en œuvre : le type de modélisation choisi, le matériel (ou l'absence de matériel), certains implicites des énoncés. Ceci montre que même si le SDP contrôle en grande partie ce qui peut se jouer dans le SDA (notamment au niveau du temps didactique), il reste encore une marge de décision concernant le travail qui sera effectué dans le dispositif préventif.

---

## VI - BIBLIOGRAPHIE

---

- Assude, T. (2005). Time management in the work economy of a class, a case study : integration of CABRI in primary school mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 183-203.
- Assude, T., Koudogbo, J., Millon-Fauré, K., Morin, M.-P., Tambone, J. & Theis, L. (2016 a.). Mise à l'épreuve des fonctions d'un dispositif d'aide aux élèves en difficultés en mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 16(1), 1-35.
- Assude, T., Millon-Faure, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J. & Theis, L. (2016 b.). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(2), 197-226.
- Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit x*, 19, 43-72.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'Université d'été*, 4 - 11 juillet 1998, La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, 91-120.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. et Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. Éditions de l'IREM d'Aix-Marseille.
- Girmens, Y. (2003). Dis, fais-moi un dessin. *Carnets de route de la COPIRELEM*. T.1, 115-120.
- Laborde, C. (1992). Enseigner la géométrie : permanences et révolutions, *conférence plénière au 7<sup>e</sup> congrès international sur l'enseignement des mathématiques, ICME 7*, Québec, Canada, août 1992.
- Millon-Fauré, K., Theis, L., Assude, T., Koudogbo, J., Tambone, J. & Morin, M.-P. (2018a). Comparaison des mises en œuvre d'un même dispositif d'aide dans des contextes différents. *Éducation et didactique*, 12(3), 43-64.
- Millon-Fauré, K., Theis, L., Tambone, J., Koudogbo, J., Assude, T. & Hamel, V. (2018b). Appropriation par un enseignant d'un dispositif d'aide pour l'enseignement des mathématiques. *Spirale, revue de recherches en Éducation*. Supplément électronique au N°61, 41-56.
- Ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des Sports. (2018). *Bulletin officiel spécial n°3 du 26 avril 2018*.

Ministère de l'Éducation nationale, de la jeunesse et des Sports. (2022). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen. *Les guides fondamentaux pour enseigner*.

Sensevy, G., Mercier, A. & Schubauer-Leoni, L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. À propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(3), 263-304.

Tambone, J. (2014). Enseigner dans un dispositif auxiliaire : le cas du regroupement d'adaptation et de sa relation avec la classe d'origine de l'élève. *Les sciences de l'Éducation – pour l'ère nouvelle*, 47(2), 51-71.

Theis, L., Assude, T., Tambone, J., Morin, M.-P., Koudogbo, J. & Marchand, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Éducation et Francophonie*, 42(2), 160-174.

Theis, L., Morin, M.-P., Tambone J., Assude T., Koudogbo J., & Millon-Fauré, K. (2016). Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation- problème mathématique ? *Annales de didactique et de sciences cognitives. Revue Internationale de Didactique des Mathématiques*, 21, 9-38.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.

## VII - ANNEXE 1 : PRE-TESTS POUR LES PROBLEMES ADDITIFS

Élaboration de l'épreuve d'évaluation sur les problèmes additifs (typologie de Vergnaud)

Types de problèmes	Recherche		Problèmes
Composition de mesures (ou partie et tout)	Le tout	P1	Dans une école, il y a 68 filles et 52 garçons. Combien y a-t-il d'enfants dans cette école ?
	Une partie	P2	Dans une classe, il y a 28 enfants. Le maître a compté 12 garçons. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?
Transformation d'un état	État final (transformation positive)	P3	Le compteur de la photocopieuse marque 132. La maîtresse tire 16 photocopies. Maintenant, que marque le compteur ?
	État initial (transformation positive)	P4	Jean avait des billes. Anne lui en a donné 3 autres. Jean a maintenant 8 billes. Combien Jean avait-il de billes au début ?
	Transformation (positive)	P5	La maîtresse a 42 cahiers dans l'armoire. Le directeur lui apporte un carton de cahiers. La maîtresse a maintenant en tout 67 cahiers. Combien le directeur a-t-il apporté de cahiers ?
	État final (transformation négative)	P6	Corinne a 37 images dans une boîte. Elle en colle 12 dans son album. Combien y en a-t-il dans la boîte maintenant ?
	État initial (transformation négative)	P7	Pierre avait des billes. Il a joué et perdu 5 billes. Il a maintenant 16 billes. Combien avait-il de billes avant d'avoir joué ?
	Transformation négative	P8	Pierre avait 18 billes avant de jouer et maintenant il y en a 11. Combien de billes a-t-il perdu ?

Types de problèmes	Recherche		Problèmes
<b>Comparaison d'états</b>	Un des états 1	P9	Dans ma classe, il y a 27 élèves. Dans la classe de CP, il y a en 5 de moins. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de CP ?
	Un des états 2	P10	Marie a 39 ans, elle a 23 ans de plus que son fils Thomas. Quel est l'âge de Thomas ?
	Un des états 3	P10 bis	Jean a 8 billes. Il en a 3 de plus qu'Anne. Combien Anne a-t-elle de billes ?
	Un des états 4	P11	Au cycle 2 de mon école, il y a 12 élèves de moins qu'au cycle 3. Il y a 59 élèves au cycle 2. Combien y en a-t-il au cycle 3 ?
	Un des états 5	P11 bis	Jean a 5 billes. Il en a 3 de moins qu'Anne. Combien Anne a-t-elle de billes ?
	Comparaison	P12	Marc a 38 billes. Pierre a 25 billes. Marc a plus de billes que Pierre. Combien en a-t-il de plus ?
<b>Composition de transformations</b>	État final	P13	Dans mon porte-monnaie, j'avais 45 euros. J'ai dépensé 5 euros pour un livre et 8 euros en nourriture. Quelle somme d'argent y a-t-il maintenant dans mon porte-monnaie ?
	État initial	P14	Dans un sac de jetons, j'en enlève d'abord 17 puis j'en remets 6. Il reste alors 45 jetons dans le sac. Combien y en avait-il au départ ?
	Transformation composée	P15	À un arrêt de bus, 16 personnes descendent et 9 montent. Le nombre de voyageurs a-t-il augmenté ou diminué ? De combien ?
	Transformation composée	P16	Pierre a gagné 27 billes en deux parties. Il en a gagné 15 dans une des parties. Que s'est-il passé à la deuxième partie ?