

ANALYSER DES CONNAISSANCES EN CALCUL MENTAL ADDITIF AU DEBUT DU CYCLE 2 POUR MIEUX COMPRENDRE L'ACTIVITE DE L'ELEVE EN RESOLUTION DE PROBLEMES

Françoise CHENEVOTOT

INSPE Lille

LDAR

francoise.chenevotot@univ-lille.fr

Laurence LEDAN

INSPE Toulouse

laurence.ledan@univ-tlse2.fr

David BEYLOT

INSPE Créteil

david.beylot@u-pec.fr

Aline BLANCHOUIN

INSPE Bretagne

CREAD

aline.blanchouin@inspe-bretagne.fr

Eric MOUNIER

INSPE Créteil

LDAR

eric.mounier@u-pec.fr

Nadine GRAPIN

INSPE Créteil

LDAR

nadine.grapin@u-pec.fr

Résumé

Notre équipe (Groupe de recherche et de production de ressource pour la formation G2R - IREM Paris Nord) a conçu une grille d'analyse didactique organisant différentes catégories de procédures selon les savoirs en jeu et les représentations du nombre utilisées en calcul mental additif. Nous montrons à l'aide de cette grille la diversité de ces procédures en début de cycle 2. Nous discutons l'aide qu'elle pourrait apporter aux enseignants pour évaluer les connaissances de leurs élèves impliquées dans la résolution d'un problème arithmétique à énoncé verbal.

I - INTRODUCTION

L'atelier a pour objectifs de partager nos résultats concernant les procédures de calcul mental¹ additif au début du CE1 (élèves âgés de 6 à 7 ans) et de discuter des potentialités de la grille d'analyse didactique qui les organise pour accompagner l'enseignant dans le repérage de savoirs mathématiques en résolution de problèmes arithmétiques (Grapin, Chenevotot, Ledan, Beylot, Mounier et Blanchouin, en révision). Nous nous intéressons à la résolution de problèmes à énoncé verbal (RPAV), c'est-à-dire des « *problèmes numériques, résolubles avec une (ou plusieurs) des quatre opérations usuelles et dont l'énoncé est un texte, plutôt écrit* » (Houdement, 2011). Nous considérons plus particulièrement certains problèmes de la structure additive (Vergnaud, 1990) : problèmes de transformation avec recherche de l'état final après une transformation positive ou négative ; problèmes de transformation avec recherche de la transformation positive ou négative ; problèmes de réunion avec recherche d'une partie ; problèmes de réunion avec recherche du tout.

Nos² réflexions et questionnements sont le fruit du partenariat que nous avons en tant que formateurs en INSPE (Bretagne, Créteil, Lille, Toulouse) avec une dizaine d'enseignants exerçant en cycle 2 dans l'école Danton située en REP en Seine Saint Denis (circonscription de Montreuil 1). La recherche/formation qui nous réunit a été initiée en septembre 2020 à la suite d'un Lieu d'Education Associé (EvalNumC2, Blanchouin, Grapin, Mounier et Sayac, 2021). Elle se déroule dans le cadre d'une formation continue entre pairs concernant la résolution de problèmes, conçue à partir des principes formulés par le rapport « *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques* » (Villani et Torossian, 2018). Nous menons ainsi régulièrement (quatre à six fois dans l'année scolaire) des analyses collectives de séances de résolution de problèmes, motivés par des préoccupations spécifiques à chacun des deux groupes d'acteurs (formateurs-chercheurs & professeurs des écoles (PE)). La figure suivante (Figure 1) spécifie ce qu'il en est pour l'année scolaire 2021-2022, dans la continuité de l'année précédente.

Pour répondre aux objectifs de l'atelier, nous avons choisi d'exploiter du matériel recueilli en CE1 au tout début de notre collaboration en novembre 2020 : un extrait filmé d'une séance d'évaluation diagnostique en résolution de problèmes ; huit courts enregistrements d'entretiens individuels avec des élèves menés par l'un ou l'une d'entre nous, consistant à demander à l'élève de réaliser un calcul mental avec les mêmes données numériques que celles présentes dans les problèmes à résoudre. Ces deux types de traces d'activité d'enseignement/apprentissage sont issues d'un dispositif évaluatif, les « défis maths » (Annexe 1), négocié avec les PE pour les aider à débiter en CE1 leur enseignement en résolution de problèmes avec leurs anciens élèves de CP.

Le déroulement effectif de l'atelier a été repris pour structurer le contenu de ce texte à partir de prises de notes, de photos et de l'enregistrement audio de deux des sept groupes constitués avec les 35 participants.

¹ Il s'agit en fait de déterminer la somme de deux nombres qui, nous le verrons, peut se faire via un comptage ou un calcul (Conne, 1989). Dans cet article, nous utilisons le terme de calcul mental pour désigner ce type de tâche car c'est l'appellation la plus commune dans la sphère professionnelle des enseignants et des formateurs.

² Dans cet article le « nous » désigne les six auteurs.

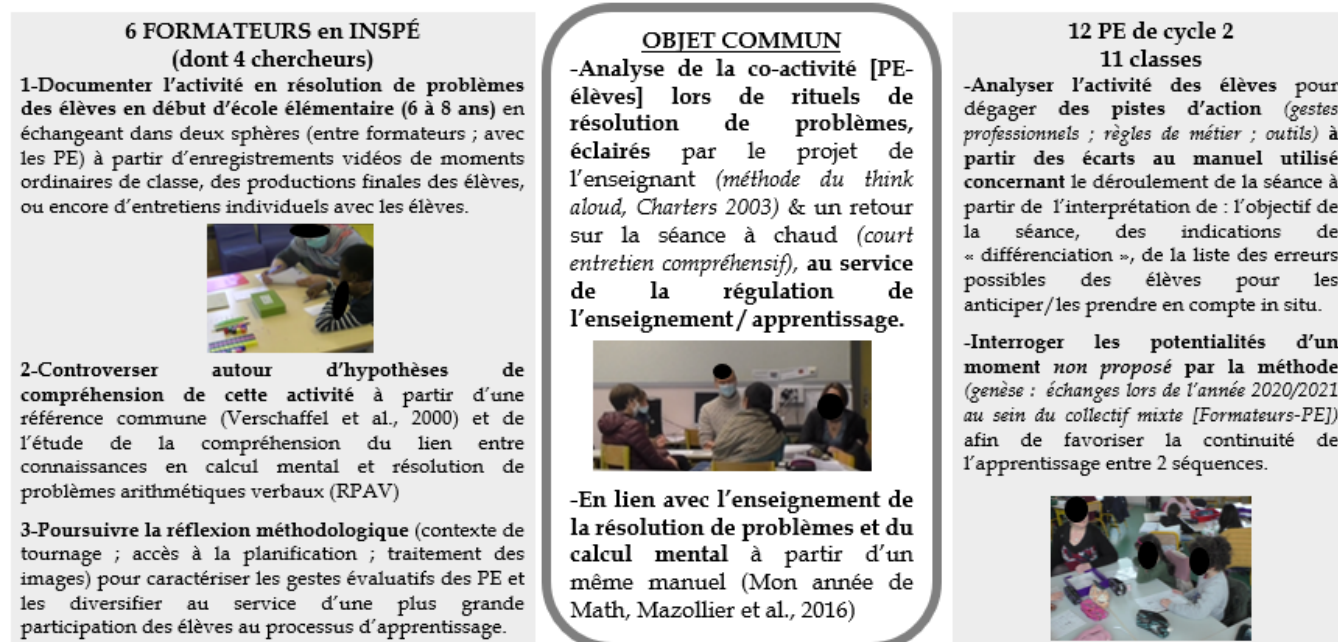


Figure 1. Les motifs des acteurs du collectif mixte de la recherche/formation

La partie II qui suit est consacrée à la problématisation et correspond au lancement de l'atelier qui a duré une cinquantaine de minutes. Nous y présentons des éléments théoriques qui permettent de relier la RPAV aux connaissances en calcul mental (dont certaines sont étudiées ensuite) ainsi que l'extrait de classe visionné en grand groupe pour illustrer ces liens dans le vécu de la classe. Nous clôturons cette partie II de l'article par le questionnement qui a introduit l'étude des procédures de calcul additif d'élèves de début de cycle 2. Nous relatons ensuite cette étude dans la partie III en introduisant puis testant une grille d'analyse didactique que nous avons élaborée. Cette partie III, d'une durée effective d'une heure 10 min, correspond à l'activité principale de l'atelier. Dans une dernière et IVème partie, nous revenons sur les potentialités et les limites de la grille pour analyser l'activité des élèves, puis sur les retombées pour la formation des PE. Nous terminons par des perspectives de recherche.

II - PROBLEMATISATION

Dans cette partie, nous exposons les éléments qui permettent de relier la RPAV aux connaissances en calcul mental. Ils sont issus d'un travail de recherche développé depuis plusieurs années dont certains aspects vont être précisés.

Afin de saisir ce que « font » les élèves et les enseignants lors de séances dédiées à la RPAV, nous distinguons tâche et activité en les définissant de manière dialectique.

La tâche est ce qu'il y a à faire ; le « but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions ». [...] L'activité est ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi des inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, la manière dont il gère son temps, mais aussi son état personnel – sa fatigue, son stress, le plaisir pris à l'interaction avec les élèves dans telle situation de classe, etc. (Rogalski, 2003, p. 349-350).

Concernant un élève, la tâche mathématique initiale est le plus souvent prescrite par l'enseignant. Elle peut être redéfinie de manière diverse par l'élève et cette redéfinition n'est pas toujours cohérente avec la tâche attendue par l'enseignant. Ainsi, résoudre un problème peut se réduire à une tâche consistant à trouver l'opération en jeu « cachée » dans le texte et (bien) faire un calcul ; autrement-dit c'est essentiellement une tâche de calcul ou de dénombrement, le contexte n'étant qu'un prétexte (Van Dooren,

Verschaffel, Greer, De Bock et Crahay, 2015). Nous utilisons le terme de « procédure » (au sens de la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau, voir par exemple Bessot (2003)) pour nommer l'activité cognitive qui recourt à des connaissances mathématiques concernant les traitements des nombres et des quantités (calculs et comptages en particulier). Comme nous allons le voir, l'activité cognitive déployée en RPAV fait cependant potentiellement appel à un ensemble varié de connaissances et de ressources cognitives et métacognitives. Dans cet article, sans les oublier, nous mettons en arrière-plan d'autres types de ressources citées par Rogalski (2003), par exemple sociales ou psychologiques. Signalons enfin que la distinction entre tâche et activité est également mobilisée pour regarder et comprendre « ce que fait l'enseignant » des tâches prescrites dans les textes institutionnels et comment il s'empare de ressources diverses (manuels scolaires, sites internet).

1 Une référence théorique pour appréhender l'activité en résolution de problèmes

Le schéma (Figure 2) de Verschaffel, Greer et De Corte (2000) permet de considérer la résolution de problèmes comme une activité dans laquelle intervient un processus de modélisation mathématique. Cette approche a été convoquée dans des recherches postérieures (Houdement, 2011 ; Van Dooren et al., 2015 ; Fagnant, 2018) mais aussi prise comme référence dans le récent document institutionnel concernant la résolution de problèmes destiné aux enseignants de l'école élémentaire (MENJS, 2022).

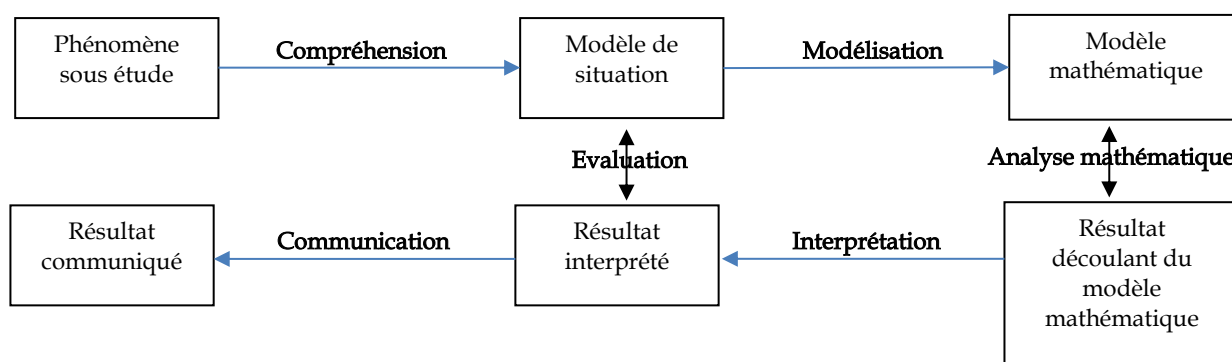


Figure 2. Schéma du processus de résolution de problèmes (Verschaffel et al., 2000)

Le schéma de la figure 2 ne doit pas laisser penser que l'activité déployée pour résoudre un problème est un processus linéaire. Les composantes de ce schéma ne sont pas à considérer comme des étapes à suivre de manière successive et encore moins comme une méthode pour résoudre un problème. Verschaffel et al. (2000) considèrent que leur modélisation du processus de résolution de problèmes peut être utilisée pour appréhender l'activité d'élèves d'âges divers et pour une diversité de problèmes arithmétiques. Nous présentons alors comment nous l'exploitons dans le contexte particulier d'élèves de cycle 2 (élèves âgés de 6 à 9 ans) qui sont au début de l'apprentissage scolaire de la RPAV et des opérations.

Prenons l'exemple de la résolution d'un problème relevant des structures additives (Vergnaud, 1990) avec recherche de la transformation positive dont l'énoncé est : « Au début Pierre a 2 billes. A la fin, il a 5 billes. Combien en a-t-il gagnées ? » et de sa résolution par l'opération $5-2$, fournissant la réponse 3. Le texte du problème donne accès au phénomène sous étude. Le modèle mathématique est une soustraction ($5-2=?$) ou une addition à trou ($2+?=5$). L'analyse mathématique conduit à une procédure amenant au résultat « 3 » dérivant du modèle mathématique (par un calcul mental par exemple) qui permet de formuler le résultat communiqué : « Pierre a gagné 3 billes ». Pour rendre compte de ces éléments et aussi des éléments non encore cités de la figure 2 (le modèle de situation et le résultat interprété ainsi que l'évaluation), nous avons pris le parti de considérer trois sous-processus (Figure 3).

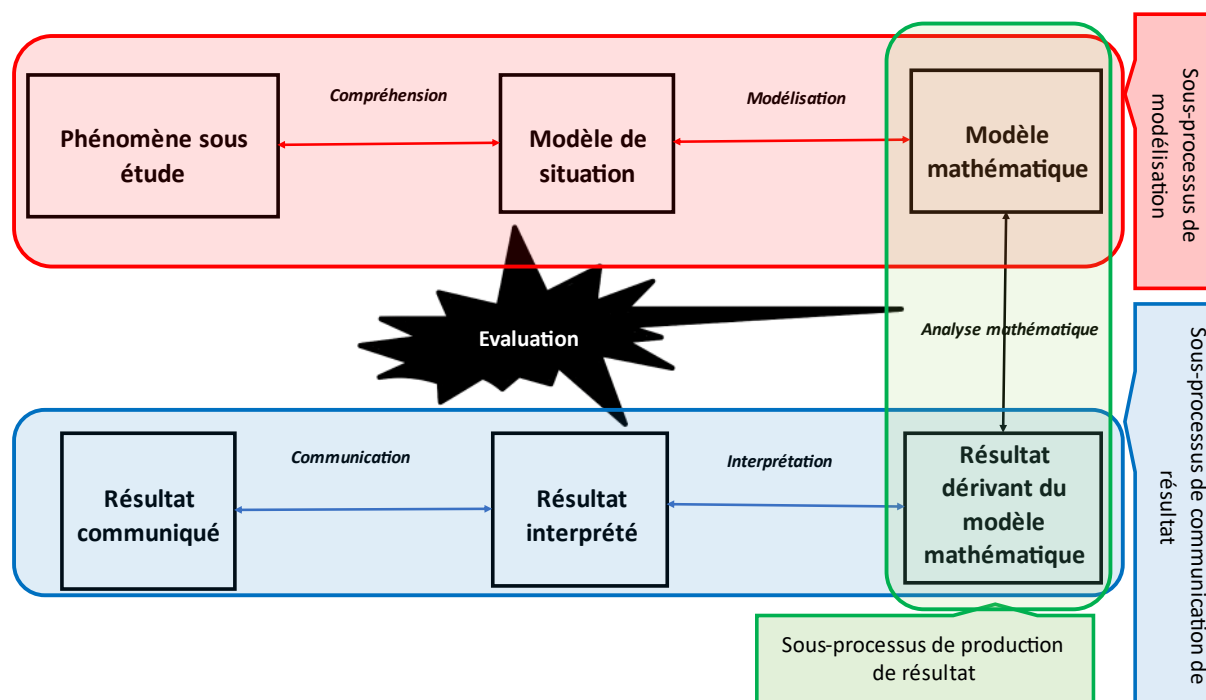


Figure 3. Interprétation du processus de modélisation en RPAV d'après le schéma de Verschaffel et al. (2000)

Le premier nommé est le « sous-processus de modélisation ». Il concerne toute l'activité de compréhension de l'énoncé dirigée dans le but de répondre aux questions du type : « A quoi me fait penser ce problème ? De quoi s'agit-il ? A quelle question dois-je répondre ? » et finalement « comment puis-je m'y prendre ? ». C'est ce qui permet de passer du phénomène sous-étude au modèle mathématique³. Nous nommons le deuxième sous-processus, « sous-processus de production de résultat ». Sa fonction est de répondre à « Comment obtenir un résultat à partir du modèle produit ? ». Ici le problème à résoudre est en arrière-plan et c'est avant tout une tâche de traitement numérique interne aux mathématiques qui motive l'activité, qui est donc essentiellement réduite à une procédure concernant les nombres et/ou les quantités. Nous appelons « sous-processus de communication de résultat » le troisième sous-processus. Il permet de répondre aux questions : « Est-ce que le résultat numérique obtenu est la réponse au problème ? Comment me permet-il de répondre au problème ? ». Il s'agit alors d'interpréter le résultat dérivant du modèle mathématique en revenant au modèle de situation du phénomène sous-étude, via une évaluation rétrospective, c'est à dire une vérification a posteriori (Burgermeister et Coray, 2008 ; Coppé, 1995). L'évaluation du résultat dérivant du modèle mathématique peut aussi être prospective, c'est-à-dire avoir lieu avant l'obtention d'un résultat, via une estimation (Burgermeister et Coray, 2008), ce qui montre qu'il existe une possible activité évaluative intervenant à différents moments de la résolution d'un problème. C'est cette activité d'évaluation, qui ne concerne pas forcément le résultat⁴, qui selon nous éclaire sur la

³ Les recherches de Jean Julo et Emmanuel Sander nous semblent éclairer ce sous-processus ; voir par exemple Julo (1995) et Sander (2016). Citons aussi Voyer, Beaudoin et Goulet (2012) sur les habiletés en lecture, spécifiques aux textes des problèmes arithmétiques.

⁴ Margolinas (1993) utilise le terme de contrôle qui concerne également l'ensemble de la résolution. Houdement (2011) parle d'inférences et contrôles en RPAV. Nous gardons le terme « évaluation » pour se référer à Verschaffel et al. (2000) mais aussi pour souligner d'autres aspects : ceux qui relèvent de l'auto-évaluation - apprendre à l'élève à

non-linéarité du processus de résolution de problème de la figure 3. Par ailleurs la dimension non linéaire est également relevée par Julio (1995) :

Il existe nécessairement des liens étroits et une dynamique commune entre la manière dont on cherche la solution et la manière dont on interprète le problème, entre les procédures ou les stratégies que l'on élabore et la représentation que l'on se construit peu à peu, entre les connaissances qui vont servir à agir et celles qui vont servir à comprendre le problème (p. 24).

Dans l'activité déployée en RPAV, nous nous intéressons plus particulièrement au rôle joué par les connaissances à l'œuvre dans les procédures mobilisées par l'élève lors du sous-processus de production de résultat. C'est l'objet du paragraphe suivant.

2 Un point sur les liens entre les connaissances des élèves en calcul et les activités en RPAV

Au début de l'atelier, afin de situer notre questionnement, nous avons évoqué de façon succincte des recherches antérieures, en didactique ou en psychologie, pour montrer l'intérêt de questionner les connaissances des élèves en calcul afin de mieux comprendre comment ils résolvent des problèmes. Certains résultats peuvent sembler contrastés et/ou conduire à des interprétations opposées.

En effet, Van Dooren et al. (2005) expliquent que les élèves qui sont entraînés à produire des raisonnements proportionnels appliquent ces raisonnements à certains problèmes non proportionnels. Cela conduit ces auteurs à dire, au moins dans ce cas, « *qu'un automatisme de calcul, bien entraîné et fortement ancré dans la base de connaissances des sujets, interfère avec la mobilisation du modèle mathématique adapté* » (ibid., p. 207). Par ailleurs, Van Dooren et al. (2015) expliquent qu'un certain type de travail fait à l'école élémentaire pourrait entraîner l'acquisition d'une expertise dans l'application d'un modèle mais pas dans le fait de reconnaître quelles situations relèvent de ce modèle. Les élèves utiliseraient alors des indices de surface pour décider de l'utilisation de ce modèle.

Quant à Butlen (2004), il indique qu'un entraînement au calcul mental permettrait des progrès en RPAV qui ne seraient pas limités à l'activité dans le sous-processus de production du résultat mais qui affecteraient les différents sous-processus :

« Un entraînement au calcul mental, en améliorant les habiletés calculatoires des élèves [favoriserait] une "prise de sens" et [contribuerait] ainsi à accélérer le processus d'automatisation de la reconnaissance [...] cette aisance [contribuerait] à alléger la charge en mémoire consacrée au traitement opératoire au profit du stockage des données et de la représentation du problème » (ibid., p. 72).

Le lien entre les procédures de calcul et le sous-processus de modélisation est à mettre en perspective avec le travail mené dans les classes. Or, selon les recherches, ce n'est pas toujours étudié, les auteurs ne faisant le lien qu'*a posteriori* avec leurs résultats. Pour regarder ce lien, nous n'étudions pas l'effet d'une certaine pratique régulière de calcul mental sur la réussite ou les démarches des élèves en résolution de problèmes arithmétiques. Nous avons choisi d'analyser une recherche/formation (Figure 1) qui comporte entre autres la conception et l'expérimentation d'une ingénierie évaluative en résolution de problèmes (Annexe 1).

juger la validité de sa production, voire de l'autorégulation - apprendre à l'élève à repérer comment modifier sa production (Mottier-Lopez, 2015, p. 85).

3 Un détour par la classe : illustration de la complexité pour l'enseignant d'accéder à l'activité cognitive de l'élève

3.1 Objectifs et modalités du visionnage collectif proposé lors de l'atelier

Après la présentation des éléments théoriques précédents, les participants de l'atelier ont visionné un court moment de classe (Annexe 2), issu du dispositif évaluatif (Annexe 1) duquel sera également extrait les vidéos d'élèves en calcul mental analysées ultérieurement. Ce moment de classe permet d'illustrer la fonction ambivalente (levier ou obstacle) des connaissances en calcul d'un élève de début de cycle 2 lorsqu'il est en activité de RPAV. Il permet également de souligner la complexité pour l'enseignant à prendre des indices sur l'ensemble des connaissances en jeu à mobiliser *a priori* (en mathématiques mais aussi en français, construction de l'espace, du temps...) et qui doivent être disponibles effectivement chez les élèves. Il s'agit pour l'enseignant de les prendre en compte pour diriger ses observations, relancer et écouter les élèves de façon ajustée (Salliot, 2020) au service de l'apprentissage des élèves et de la régulation de son enseignement *in situ* / à moyen terme (suite de la séquence) / à long terme (programmation annuelle par période au sein d'une année d'un cycle).

Durant l'atelier, le visionnage en discontinu a offert un espace d'échanges après la présentation en collectif du problème par l'enseignante (L*) puis après les quatre premières minutes d'activité de recherche des élèves lors desquelles L* est rapidement interpellée par un élève (G*) avec qui elle décide de prendre un temps pour mieux comprendre son raisonnement (Annexe 2). Les participants de l'atelier ont reçu pour consigne de :

1. Caractériser la façon dont le problème est présenté aux élèves (cf. Figure 4) ;
2. Émettre des hypothèses d'une part sur le type d'informations que L* cherche à recueillir à propos de l'activité de certains élèves et d'autre part sur les dilemmes et les difficultés éprouvées par L* (cf. Figure 5).

Nous avons ainsi collectivement dégagé la façon dont L* présente le quatrième et dernier problème de la séance dont l'énoncé est le suivant :

« On a deux sachets de jetons et une boîte vide. Dans un sachet il y a 20 jetons d'une couleur. Dans l'autre sachet il y a 30 jetons d'une autre couleur. Je verse les deux sachets dans la boîte vide. Quel est le nombre de jetons dans la boîte à la fin ? ».

Pour ce problème de réunion avec recherche du tout, L* réalise deux mimes successifs sans faire référence au texte écrit de l'énoncé (possiblement consultable par les élèves sur leur livret individuel) et en mimant les actions de versement sans les sachets (elle utilise ses poings fermés puis ouverts). L* se retrouve gênée pour coordonner le versement simultané des deux sachets, ce qui la conduit à « renouveler » le mime en l'exécutant de façon continue et plus rapide lors d'une deuxième lecture orale de l'énoncé ; ce qu'elle n'avait pas fait pour les trois problèmes de transformation précédents.

Annnonce de la lecture du 4^{ème} problème 13s	Mime (1) de la situation par L* 1' <u>Caractéristiques du mime :</u> -Lecture de l'énoncé : accent tonique sur les données numériques ; bafouement autour de la dernière action (je verse 2 jetons... mes 2 sachets de jetons). -Tempo lent : le texte est scandé de silences. -Réalisation sans le matériel « réel » : recours à son corps -les 2 bras-avant-bras-mains (ouvertes-fermées) pour signifier les sachets- et à une boîte métallique. -Alternance de regards entre les élèves, chacun des 2 bras et le texte de l'énoncé déposé sur le bureau. <u>Elèves :</u> silencieux ; ont le texte du problème écrit (4 ^{ème} page du livret) qu'ils ne semblent pas « suivre » lors du mime.	Mime (2) de la situation par L* 20s <u>Caractéristiques du mime :</u> -Lecture de l'énoncé : confusion entre « sachet » et « jetons » lors de la formulation de la question. -Tempo rapide en faisant de courtes pauses entre chacune des phrases de l'énoncé dites en continu. -Plus grande fluidité par rapport au mime précédant avec des gestes moins emphatiques et une meilleure coordination des différentes actions ; même matériel utilisé. -Regard davantage dirigé vers 2 élèves en difficultés de l'îlot gauche. <u>Elèves :</u> silencieux ; certains semblent commencer (se penchent vers l'espace feuille pour répondre).
---	--	---

Figure 4. Présentation du 4^e problème (durée 1min 30)

Les participants ont ensuite pris plus particulièrement connaissance de ce qui s'est passé entre L* et G* lors de la phase d'activité de recherche des élèves (Figure 5).

EPISODES concernant les interactions entre l'enseignante, L* et un élève, G* environ 4'15

Interventions de L* à l'îlot central 4s	Interventions de L* à l'îlot de droite, à la place de G* 4'08			
Sollicitation immédiate de G* envers son enseignante (L*). G* a quitté sa table (située à moins d'1 mètre de L*) pour venir se positionner à côté de L* en lui tendant ce qu'il a écrit (page du 4 ^{ème} problème) et en lui demandant « c'est + ou - ». L* dit qu'elle ne sait pas tout et qu'elle va lui refaire la scène, tout en amenant G* à se réasseoir.	1-Représentation du problème par L* près d'1' -2 mimes de 15s reprenant la gestuelle de la présentation en collectif mais la durée n'est pas utilisée de la même façon. L* étire le temps lors du mime 1 sur le début de l'énoncé et sur le mime 2 sur la question. -Un élève (Lou) donne la réponse à la volée	2-Echanges autour de la bonne réponse de G* près de 2' G* pour justifier le choix du signe « + » explique sa procédure de calcul (qui est juste) et ne revient pas à la situation (contexte, question)	3-Echanges autour de la bonne réponse de G* près de 1'05 L* relance sur le choix de l'opération. G* est toujours incapable de le justifier en revenant à la situation	4-L* Invite G* à écrire sa réponse sur sa feuille quelques secondes

Figure 5. Épisodes concernant les interactions entre L* et un élève G*

3.2 Analyse de l'extrait de classe

À la lecture du problème conçu par les chercheurs, lors de la préparation, l'enseignante (L*) et sa collègue (C*) ont fait quelques remarques sur le lexique mais aussi sur la faisabilité des calculs⁵ :

L* : « Non là il n'y aura pas de pas de problème...Je pense... (pause 2s) Et là, à mon avis, on n'aura pas le 30

⁵ Dans le cadre de la recherche/formation, les chercheurs ont demandé aux enseignantes, durant la planification, d'exprimer à voix haute et d'enregistrer tout ce à quoi elles étaient en train de penser (méthode du *think aloud*, Charters (2003)). Les extraits sont issus de ces enregistrements.

plus 20. Il passera mieux ici qu'en calcul mental parce qu'ils ont le support de l'écrit, la place de poser le calcul, de l'écrire, et le temps d'établir une procédure pour parvenir au résultat. Ok ».

C : « Pour celui-ci du coup les étapes sont plus évidentes en tout cas elles sont, c'est annoncé de façon plus évidente (...). Les nombres en jeu sont importants mais ... mais ils ne me semblent pas être justement hors de portée des enfants, même les plus fragiles, parce qu'il y a le repérage de dizaines qui est assez évident ici ».*

En classe, le sous-processus de production du résultat est au centre de l'interaction entre l'enseignante L* et l'élève G*. Ainsi L* choisit-elle, après deux lectures mimées en collectif, de renouveler cette même présentation de l'énoncé du problème pour que G* s'en empare. Elle ne diversifie pas les moyens d'appropriation de la situation à résoudre (retour au texte ; récit du problème à résoudre ; dessin ; proposition de matériel pour « jouer la situation » ...) afin d'enquêter sur « le modèle de la situation » de G*. La justification par G* du choix du signe opératoire (témoignant possiblement de son modèle mathématique) aurait pu le permettre. On peut penser alors que c'est le sous-processus de modélisation que L* cherche à appréhender⁶. Mais l'attention de G* est focalisée sur la réalisation du calcul et de son résultat ; L* se retrouve alors à évaluer les connaissances en numération de G*, avec toute la difficulté qu'ont les jeunes élèves d'expliquer après coup leur procédure. Après l'avoir relancé en vain sur le choix du signe opératoire (le retour à la situation est donc avorté), L* clôture l'interaction en invitant G* à écrire le résultat alors que les autres élèves commencent à lever le doigt et qu'elle n'a pas pris d'informations sur l'activité des deux élèves très fragiles de l'îlot de gauche. Il s'est donc écoulé quatre minutes pendant lesquelles L* a été confortée sur le point de vue qu'elle a sur G* (« élève en difficultés en français et qui s'en sort en mathématiques », d'après le think aloud) sans prendre d'indices précis sur les obstacles qu'il rencontre lors de la résolution d'un problème mathématique.

Finalement, à la vue de la gestuelle des doigts de G*, coordonnée à certains mots et à son discours, ce n'est pas un manque de connaissances en calcul qui nous semble être l'obstacle principal à ce que G* résolve le problème. On peut alors penser que si les habilités en calcul de G* lui ont permis de s'engager dans la résolution du problème en cherchant « quoi faire avec les nombres du problème », elles peuvent en même temps être un frein à ce qu'il s'engage dans la tâche scolaire « résoudre un problème mathématique » avec le projet de comprendre « ce qui se passe » afin de repérer « ce qui est à résoudre ». En ce début de scolarité en élémentaire, G* ne semble pas faire beaucoup de différence entre les tâches prescrites par l'enseignant en séance de calcul mental ou de construction de la numération décimale et celles de résolution de problèmes.

4 Problématisation

Nos réflexions, basées en particulier sur les recherches citées et sur les échanges avec les PE de notre groupe de recherche/formation, nous ont poussé à investiguer les connaissances en-acte (Vergnaud, 1990) dans le calcul mental et à voir en quoi elles pourraient intervenir en RPAV. De manière générale, en étudiant les procédures des élèves, nous nous sommes demandé :

- En quoi certaines connaissances sur les nombres et les opérations pourraient-elles influencer sur le processus de résolution de problèmes ? De quels problèmes ?
- Dans quelles tâches de calcul mental ces connaissances pourraient-elles être en jeu (et travaillées en classe) ? Comment les repérer ?
- En quoi cela pourrait-il aider les enseignants ?

⁶ Une autre élève, Lou, a répondu « signe plus » à la place de G*. L* cherche à savoir si G* aurait aussi spontanément répondu la même chose.

Nous formulons une hypothèse pour la formation des PE enseignant en début de cycle 2 : une meilleure connaissance des procédures des élèves pourrait participer à développer une activité évaluative au quotidien au service des apprentissages. Par exemple, lors de la conception d'une séance, il s'agirait de pouvoir aider les enseignants dans les choix des données numériques des problèmes, dans la conduite d'une éventuelle phase collective de mise en commun/correction ; ou encore, en classe, dans la prise d'indices sur l'activité des élèves pour rétroagir individuellement et/ou collectivement.

La suite de l'atelier se centre sur l'étude de la robustesse de la grille d'analyse que nous avons produite pour repérer les procédures et connaissances relevant du « sous processus de production du résultat » (Figure 3). Notre objectif principal est donc ici de discuter de l'aide que la grille pourrait apporter aux enseignants pour évaluer les connaissances de leurs élèves potentiellement impliquées dans le processus de modélisation en résolution de problèmes.

III - ETUDE DE PROCEDURES D'ELEVES POUR DETERMINER DES SOMMES EN DEBUT DE CE1

Nous abordons ici la partie centrale de l'atelier qui a pour enjeu l'étude de procédures d'élèves de début de CE1 pour déterminer des sommes (qui fait écho dans la sphère professionnelle des enseignants et des formateurs à une tâche de calcul mental comme nous l'avons déjà signalé). Après avoir exposé le déroulement de ce moment de l'atelier, nous présentons les modalités expérimentales de recueil des vidéos d'élèves qui ont été données à voir aux participants. Vient ensuite la présentation de la grille d'analyse des procédures des élèves et sa mise en œuvre par les différents groupes lors de l'atelier. Nous terminons par une synthèse sur les connaissances mathématiques en jeu dans chaque procédure.

1 Présentation générale

1.1 Un déroulement en cinq phases de travail

Nous avons proposé cinq phases de travail pour amener les participants à découvrir et discuter de l'intérêt de la grille pour déterminer les procédures et les connaissances des élèves de début de cycle 2 pour calculer des sommes :

- Phase 1 : les participants déterminent individuellement les procédures qu'un élève de CE1 peut utiliser pour trouver le résultat de $2 + 5$ et de $20 + 30$;
- Phase 2 : nous présentons la méthodologie de recueil de données issues du dispositif d'évaluation que nous avons conçu (Annexe 1) ; certaines des données recueillies sont exploitées dans la phase 4 ;
- Phase 3 : la mutualisation des procédures identifiées par les participants en phase 1 conduit à la présentation de la grille d'analyse ;
- Phase 4, à l'aide de la grille :
 - o 1^{er} temps : collectivement, les participants visionnent à la suite huit vidéos d'élèves en train de déterminer la somme de deux nombres. Il leur est demandé de déterminer individuellement la procédure de l'élève au fur et à mesure du visionnage, comme s'ils observaient l'élève en classe ;
 - o 2^e temps : en groupe, les participants sont invités à déterminer les procédures précises employées par les élèves avec la possibilité de visionnages successifs sur tablette numérique ;
- Phase 5 : la mise en commun conduit à une synthèse sur les procédures utilisées par chaque élève et sur les connaissances mathématiques mises en jeu dans ces procédures.

1.2 Présentation de la méthodologie de recueil de données en phase 2

Le dispositif évaluatif (les « défis maths ») s'est déroulé en deux parties : une première partie sur le calcul mental et une deuxième partie sur la résolution de problèmes. Nous n'avons retenu pour cet atelier que la partie dédiée au calcul mental, mais nous revenons sur ce lien entre calcul mental et résolution de problèmes dans la conclusion.

Les calculs que nous avons sélectionnés sont des sommes dont les deux termes sont soit des « petits nombres » (PN), inférieurs ou égaux à 5, soit des « grands nombres ronds » (GNR), égaux à un nombre entier de dizaines inférieur ou égal à trois. Ainsi, la somme de deux PN est inférieure ou égale à 10 et celle de deux GNR est inférieure ou égale à 50. Le tableau ci-dessous (Tableau 1) récapitule l'ensemble des additions proposées aux élèves au cours de trois séries.

	PN	GNR
1 ^{ère} série	$5+3 ; 3+2$	$30+20$
2 ^e série	$5+2 ; 2+3$	$30+10$
3 ^e série	$2+5 ; 3+5$	$20+30 ; 10+30$

Tableau 1. Listes des sommes proposées aux élèves

Ces calculs ont d'abord été proposés aux élèves de trois classes de CE1 par leur enseignant, sans aide ni correction (ces séances ont été filmées). Nous avons au préalable demandé à chaque PE de sélectionner quatre élèves de sa classe à profil spécifique : un élève sans difficulté ni en mathématiques ni en maîtrise de la langue ; un élève sans difficulté en mathématiques, avec des difficultés en maîtrise de la langue ; un élève avec des difficultés en mathématiques, sans difficulté en maîtrise de la langue ; un élève avec des difficultés en mathématiques et en maîtrise de la langue.

Dans chacune des trois classes, ces quatre élèves ont alors repassé individuellement, avec un chercheur, l'ensemble des défis, en particulier la partie calcul mental. Ces passations individuelles ont été menées sur trois jours différents (Tableau 1). Le chercheur a lu deux fois la somme avant d'inviter l'élève à écrire le résultat sur papier blanc puis de lui demander comment il avait procédé pour la trouver. Afin de pouvoir étudier l'activité de l'élève, une caméra fixe tournée vers le chercheur et l'élève a enregistré l'ensemble des passations.

L'analyse *a priori* en termes de procédures et de connaissances qui a conduit à l'élaboration de la grille d'analyse didactique présentée ci-après a ensuite permis d'étudier l'activité des élèves à partir des vidéos.

2 La grille des procédures introduite en phase 3

Les procédures proposées par les participants pour déterminer le résultat de $2 + 5$ et de $20 + 30$, lors de la phase 1, rejoignent celles que nous avons listées dans notre analyse (Grapin & al., en révision). Plus généralement, nous avons dégagé quatre catégories de procédures pour déterminer la somme de deux PN et de deux GNR selon les connaissances qu'elles mettent en jeu (ce que nous développons au paragraphe 4) : par reconnaissance immédiate (P1), par comptage ou surcomptage (P2), par calcul sans mobiliser le nombre de dizaines (P3) et en mobilisant le nombre de dizaines (P4). Différentes procédures peuvent relever de chacune des catégories ; ces déclinaisons ont été explicitées lors de l'atelier et une synthèse a été fournie (Annexe 3). Pour chaque procédure, des exemples ont été donnés comme l'illustre le tableau 2 ci-dessous pour les catégories de procédures P1 et P3.

P1 : Procédure par reconnaissance immédiate
Exemple pour un plus deux (PN) : L'élève visualise dans sa tête une première collection d'un objet et une deuxième collection de deux objets puis il reconnaît par subitizing que cela forme une collection de trois objets et dit trois.
Exemple pour quatre plus deux (PN) : L'élève représente sur une main quatre par connaissance des configurations de doigts à partir du nom du nombre puis sur l'autre main deux ; il reconnaît six et dit six.
P3 : Procédure par calcul sans mobiliser le nombre de dizaines
P31 : Connaissance automatisée de la somme des nombres en commutant ou non les termes.
Exemple pour trois plus cinq (PN) : l'élève sait que <i>trois plus cinq</i> ou <i>cinq plus trois</i> est égal à <i>huit</i> .
Exemple pour trente plus vingt (GNR) : l'élève sait que <i>trente plus vingt</i> ou que <i>vingt plus trente</i> est égal à <i>cinquante</i> .
P32 : Calcul réfléchi à partir de la décomposition additive d'un terme ou des deux.
Exemple pour cinq plus trois (PN) : l'élève sait que <i>cinq plus trois</i> est égal à <i>cinq plus un plus deux</i> , puis il sait que <i>cinq plus un</i> est égal à <i>six</i> tandis que <i>six plus deux</i> est égal à <i>huit</i> .

Tableau 2. Quelques procédures illustrées par des exemples de somme

3 Exploitation de la grille pour étudier les procédures des élèves en phase 4

3.1 Présentation des vidéos d'élèves

Huit vidéos ont été extraites des entretiens entre les chercheurs et les élèves lors des passations individuelles. Pour faciliter l'analyse par les participants, ces vidéos ont été sous-titrées, faisant apparaître les échanges entre élève et chercheur. Elles ont été sélectionnées pour montrer, d'une part, la diversité des procédures mobilisées par les élèves de début de CE1 pour déterminer des sommes de PN et de GNR et, d'autre part, la complexité à déterminer la(les) procédure(s) employée(s) par l'élève. Nous avons d'abord demandé aux participants (1^{er} temps) de déterminer individuellement la procédure de chaque élève pour trouver le résultat du calcul mental à l'aide de la grille d'analyse des procédures (Annexe 3) ; les participants ont ensuite (2^e temps) dû échanger par groupe sur leurs hésitations et les indicateurs retenus pour choisir la procédure puis indiquer les connaissances mathématiques mises en jeu dans les procédures.

Une mise en commun a été menée à la suite de ce temps de travail collectif et les connaissances sous-jacentes ont été présentées aux participants au fil des procédures rencontrées. Nous avons choisi de rendre compte de ce travail en deux parties : d'abord en revenant sur les échanges entre les participants lors de l'analyse des vidéos (en groupe) puis en présentant la synthèse sur les connaissances en jeu dans les procédures.

3.2 Analyse de l'activité des élèves

Faute de temps, seules six des huit vidéos proposées ont été analysées durant le temps de l'atelier. Nous choisissons de les présenter par type de calcul (d'abord les PN puis les GNR) en donnant au début une brève description (encadrée) de chaque vidéo. Un récapitulatif des procédures des élèves relevées par les animateurs et les participants est donné en annexe 4.

2+5 par Ralf

Ralf : Je savais déjà. Avant je savais que *cinq plus trois* est égal à *huit* et un jour je me suis dit et si on faisait moins un et plus un. Peut-être plein de truc par cœur et j'ai commencé à faire plein plein plein de calculs et ça fait pareil et après j'ai réussi à connaître par cœur.

De façon consensuelle, nous avons conclu avec les participants que Ralf a mis en œuvre une procédure par calcul (P3) basée sur la commutativité de l'addition (il calcule *cinq plus deux*), l'utilisation d'un résultat

mémorisé (*cinq plus trois est égal à huit*) et du calcul réfléchi (*cinq plus deux c'est un de moins que cinq plus trois*). Les échanges ci-dessous recueillis au sein d'un groupe soulèvent la question de l'automatisation du résultat et de ce qui motive la justification apportée par Ralf. Est-ce sa procédure pour déterminer $5+2$? Ou est-ce qu'il explique comment il a mémorisé $5+2$?

- « Moi j'ai l'impression qu'il dit comment avant ça lui a permis d'automatiser.
[...]
- En même temps il est très rapide pour dire que $5 + 2$ ça fait 7.
- Ouais mais si tu as automatisé, en se basant sur $5 + 3$ ça fait 8, je le sais, je suis sûr, $5 + 2$ hop j'enlève un à huit, c'est possible mais bon est ce que...
- Oui mais bon après il dit qu'on peut ajouter un ou soustraire un. »

Ces échanges témoignent de la difficulté pour identifier une procédure : est-ce que l'élève a mémorisé le résultat (P31) ou le construit-il par un calcul réfléchi (P32) ? Cela soulève la question de la méthodologie et de l'influence du contrat didactique sur les réponses des élèves ; nous y revenons en conclusion.

2+5 par Lalie

Lalie : [Elle lève l'annulaire et l'auriculaire de la main gauche qu'elle encercle momentanément par sa main droite] J'ai deux [puis elle lève successivement ses doigts, d'abord de la main gauche, puis de la main droite, jusqu'à en avoir sept levés].

Chercheur : Tu en as mis deux ici [montre les deux doigts de départ] et ensuite ?

Lalie : J'ai mis deux, j'ai mis trois et j'ai mis deux. [Elle lève spontanément deux doigts puis, successivement, le pouce, l'annulaire et l'auriculaire de cette même main puis deux doigts de la main droite] et écrit 7.

Cet exemple illustre l'existence possible de procédures hybrides, basées sur une succession de procédures décrites dans la grille, ou des allers-retours entre différentes procédures :

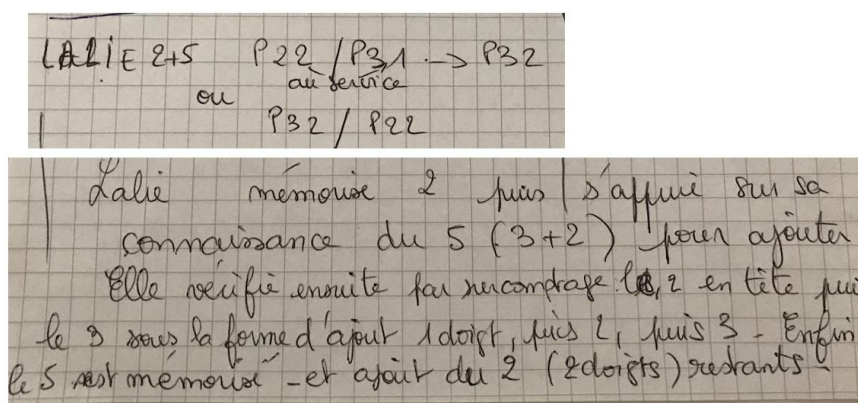


Figure 6. Extrait du travail d'un groupe

Comme on le voit sur le document de travail de l'un des groupes (Figure 6), plusieurs hypothèses peuvent être émises. Lalie aurait-elle surcompté (P22) en ayant en amont décomposé 5 en $3+2$ de manière automatisée ? Aurait-elle décomposé 5 en $3+2$ et ensuite surcompté de 3 puis de 2 ? Elle pourrait également savoir, en appui sur ses doigts, que 5 c'est 3 et 2, et on pourrait envisager qu'elle surcompte (P22) pour obtenir le résultat ou qu'elle reconnaisse le résultat par reconnaissance immédiate (P1). Si les procédures recherchées sont celles permettant de déterminer la somme, nous observons ici des procédures hybrides en appui sur la décomposition additive de nombres et il n'est pas possible de déterminer si la décomposition de 5 en $3+2$ relève de P31 (connaissance automatisée) ou P32 (calcul réfléchi).

5+2 par Marie

Marie : elle lève le pouce de la main gauche et chuchote six puis lève l'index de la main gauche et chuchote sept puis écrit 7.

Les participants ont déterminé de façon consensuelle que Marie surcompte à partir de l'un des deux termes de la somme (P25). Un des participants explicite d'ailleurs : « *c'est très limpide* », mais ses échanges avec sa collègue témoignent de la rapidité d'exécution de la procédure par l'élève et de l'intérêt pour les participants de pouvoir revoir la vidéo :

- « *Elle a mis 5 dans sa tête et elle a fait 6 et 7.*
- *Tu l'as vue faire 6 et 7 ? Ça j'ai pas vu. Refait voir ses doigts ? Si elle montre bien 6 et 7 ? Ça va vite hein.*
- *Regarde tiens. »*

Dans ce cas, la procédure a été déterminée sans aucun doute, aussi bien par les participants que par les animateurs. Mais les choix méthodologiques se sont avérés cruciaux car de multiples visionnages ont été nécessaires.

5+2 par Isaï

Isaï affiche d'un seul coup (environ une seconde) cinq doigts sur une main et deux doigts sur l'autre main et regarde le chercheur. Isaï écrit 7.

Isaï : *Parce que j'en ai cinq [montre ses cinq doigts de la main gauche] et j'en rajoute deux [montre l'index et le majeur de la main droite] ça va faire sept ou sinon si tu sais pas, bah tu comptes et ça fait sept.*

Chercheur : *Et comment tu fais si tu sais pas ?*

Isaï : *Ben en fait, moi, ben je le savais déjà que cinq plus deux ça faisait sept.*

Un premier groupe de participants explique avoir choisi une procédure basée sur la reconnaissance immédiate d'une somme à partir de représentations mentales (P1) :

- « *Il utilise les deux mains et il compte six, sept.*
- *On le voit pas compter.*
- *C'est carrément une reconnaissance immédiate.*
- *Ouais parce qu'il a cinq il a 2 il dit 7.*
- *Moi je savais déjà que cinq et deux ça fait 7 parce qu'il compte rien il dit 5 et 2 ça fait 7 donc c'est facile je le sais donc c'est P1. »*

Mais un autre groupe opte pour une procédure en appui sur la connaissance automatisée de la somme (P31) :

- « *Isaï, ce qui est intéressant, c'est que visiblement il savait déjà le faire mais il revient à l'explication.*
- *Ouais mais c'est l'attente aussi d'expliquer peut-être.*
- [...]
 - *Pour moi c'est P31.*
 - *Il se souvient encore de comment il a appris finalement avec les doigts. »*

Ces exemples viennent compléter l'analyse faite pour Lalie et nous amènent à conclure de façon générale sur l'impossibilité de trancher entre des procédures par reconnaissance immédiate d'une somme à partir de représentations mentales (P1) et par connaissance automatisée de la somme (P31).

30+10 par Iban

Iban : *En fait j'ai fait trois et après j'en ai rajouté un ça fait quatre et plus les zéros unités donc ça fait quarante.*

Animateurs et participants infèrent tous la même procédure, à savoir passer d'un GNR au PN correspondant au nombre de dizaines, ajouter des PN puis utiliser la signification des chiffres dans l'écriture chiffrée (P41). Seul un groupe hésite entre P41 et P42 :

- « J'hésitais parce qu'il dit aussi je fais 4 et 1 et 0 et 0 c'est presque la P42 je sais pas.
- J'ai ajouté 3 et j'ai ajouté un 1 et le 0 des unités ça fait 40, il réfléchit sur les unités de numération quand même.
- Et bah donc c'est la P42 tu as raison.
- Il pose pas quand même.
- P42 il pose dans sa tête ?
- En tout cas il réfléchit sur les unités de numération.
- Il fait pas 0+0 donc c'est P41. »

Iban utilise explicitement les nombres de dizaines (trois et un) mais il ne précise pas qu'ils réfèrent à des dizaines, ce qui peut compliquer le repérage d'une procédure P4.

30+10 par Lalie

Lalie lève trois doigts sur la main gauche (pouce, index, majeur) et dit *trente*, elle lève le pouce de la main droite et dit *trente plus dix, ça fait trois, et trente plus dix, ça fait quarante*.

Lalie peut être passée du GNR au nombre de dizaines (P41) ou elle peut avoir surcompté de dix en dix à partir de l'un des deux termes de la somme (P25). L'extrait suivant témoigne de ces deux interprétations :

- « Elle compte de dix en dix ?
- Non je crois qu'elle a trente, elle a trois et elle a dit quarante.
- Elle passe d'un GNR à un PN c'est P41. »

Un autre groupe précise que P41 est toujours accompagnée d'une autre procédure :

« Mais il y a deux procédures en fait, il y a une procédure où elle passe par les petits nombres mais il y a aussi une procédure avec ses doigts, donc il y a à la fois P41 et il y a aussi une procédure de surcomptage. »

A la différence d'Iban (paragraphe précédent), Lalie ne fait pas référence au « zéro », renvoyant à l'écriture chiffrée et aux unités de numération. De manière générale, si un élève traite la somme de deux GNR en appui sur les doigts, un doute subsiste entre les procédures P41 et P25.

4 Connaissances associées aux procédures en phase 5

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe III.2, nous avons choisi de catégoriser les procédures selon les connaissances mathématiques qui leurs sont associées (Tableau 3).

Procédures	Connaissances associées
P1 : Procédures par reconnaissance immédiate	✓ représentations mentales des petites quantités inférieures à 3 ✓ connaissance des configurations de doigts pour les nombres de 1 à 10, c'est à dire association d'une quantité de doigts à un mot-nombre (sans passer par le comptage), par exemple associer quatre doigts à quatre à partir de la représentation ci-contre

P2 : Procédures par comptage ou surcomptage	Connaissances en jeu pour les PN et les GN : ✓ configurations de doigts pour les nombres de 1 à 10 Connaissances en jeu pour les PN : ✓ récitation de la petite comptine en levant simultanément un doigt à chaque mot énoncé Connaissances en jeu pour les GNR : ✓ récitation de la comptine des dizaines en levant simultanément un doigt à chaque mot énoncé ✓ correspondance entre le repérant (par exemple <i>trente</i>) et le nombre de dizaines (par exemple, <i>dix plus dix plus dix</i>) ✓ association entre un doigt et une dizaine
P3 : Procédures par calcul	✓ les tables d'addition et les décompositions additives des nombres ✓ les doubles dans le cas de la somme de deux nombres identiques ou ayant un écart de un
P4 : Procédures mobilisant le nombre de dizaines	Pour P41 : ✓ passage du nom du nombre à son écriture chiffrée et réciproquement (pour déterminer le nombre de dizaines à partir de son nom ou lire le nombre à partir de son écriture chiffrée) ✓ somme de deux PN (3+2 dans l'exemple choisi) ✓ numération écrite chiffrée (aspect positionnel) Pour P42 : ✓ algorithme de l'addition posée

Tableau 3. Connaissances associées aux procédures (tableau exposé aux participants)

Ce tableau nous permet de dégager les connaissances associées aux procédures utilisées par les élèves pour déterminer une somme. Il pourrait motiver l'intérêt de faire évoluer des procédures en fonction des connaissances visées sans pour autant chercher à les hiérarchiser. Par exemple, un élève pourrait utiliser P4, témoignant ainsi de connaissances sur la numération écrite chiffrée, sans pour autant maîtriser la comptine *de un en un* suffisamment loin indispensable pour P2.

IV - BILAN DE L'ATELIER ET PERSPECTIVES

Dans un premier temps, nous revenons sur les potentialités et les limites de la grille pour analyser l'activité des élèves. Le second temps est dévolu aux retombées pour la formation des PE sur la RPAV. Nous terminons par des perspectives de recherche.

1 Potentialités et limites de la grille pour analyser l'activité des élèves

La présentation puis l'exploitation de la grille des différentes procédures et connaissances sous-jacentes a conduit en fin d'atelier à des échanges oraux en collectif. Nous les avons croisés avec nos analyses des traces audios de la partie centrale de l'activité (cf. partie III) et aussi avec des réflexions issues de nos recherches.

La grille a l'ambition de distinguer les procédures des élèves de manière fine. Nous remarquons que les participants n'ont véritablement éprouvé les difficultés à coder les procédures des huit élèves filmés qu'au cours du deuxième visionnage en groupe. Les conditions de visionnage « à son rythme » des huit vidéos, en maîtrisant les arrêts et les retours en arrière pour revoir et discuter avec les autres, ont permis de prendre des informations plus précises sur la gestuelle et le regard de l'élève ainsi que sur ce qu'il verbalise. Ceci a conduit bon nombre de participants à réinterroger leur codage initial pour certains élèves

notamment⁷. Nous avons aussi retrouvé, dans la teneur des échanges entre les participants, les doutes et hésitations que nous avons vécus nous-mêmes pour coder la procédure de chaque élève avec la grille. Néanmoins, pour la grande majorité des élèves, nous relevons une convergence des analyses des participants et des animateurs sur l'identification des procédures (Annexe 4). Il semblerait alors que, pour les données vidéos recueillies, la grille aide effectivement à déterminer les procédures des élèves en les identifiant parmi celles listées, mais aussi à discriminer celles qui semblent à première vue identiques.

Le petit panel d'élèves dont l'activité a été étudiée dans l'atelier témoigne d'une certaine diversité des connaissances en jeu. C'est un autre argument en faveur de l'intérêt d'une grille d'analyse des procédures à un grain fin, basée sur la distinction entre d'une part les connaissances relevant du comptage et d'autre part les connaissances relevant de la numération orale et de la numération écrite chiffrée. Pour les GNR, on voit en particulier l'utilisation conjointe de connaissances déjà repérées pour les PN (doigts, surcomptages, résultats mémorisés) et d'autres liées à des principes de la numération écrite décimale, tel que le fait de concevoir « quarante » comme quatre dizaines, associé potentiellement à l'écriture chiffrée « 40 ».

La question se pose néanmoins de l'influence de ces connaissances dans l'activité en RPAV au-delà du sous-processus de production de résultat (Figure 3). Notre ambition est de mieux comprendre le rôle joué par des « habiletés en calcul » dans la RPAV, afin d'éclairer les résultats contrastés de Van Dooren et al. (2005) et Butlen (2004) que nous avons mentionnés. Il nous semble alors nécessaire de revenir sur la méthodologie consistant à analyser l'activité en « calcul mental » (ici la somme de PN et GNR) indépendamment de celle de la RPAV (Figures 2 et 3). En effet, la tâche concernant les nombres n'est pas rigoureusement identique dans le dispositif de calcul mental (partie 1 des « défis ») et en résolution de problèmes (partie 2 des « défis »). En premier lieu, les conditions de réalisation de cette tâche sont différentes : nombres donnés à l'oral *vs* disponibles en écritures chiffrées dans un texte ; aucun matériel excepté un crayon pour écrire la réponse *vs* espace de travail, gomme et crayon. Ces différences pourraient avoir un impact important sur l'activité des élèves, particulièrement en début de cycle 2. En second lieu, contrairement aux situations de calcul mental, l'activité déployée en RPAV dans le sous-processus de production de résultat ne répond pas à une tâche prescrite mais, potentiellement, à une sous-tâche que l'élève s'est redéfinie, la tâche prescrite étant celle de résoudre le problème. Pour étudier le rôle des connaissances en calcul mental dans l'activité en RPAV, il apparaît alors nécessaire de développer une méthodologie tenant compte de ces remarques ; nous y revenons à la fin de ce bilan avec nos perspectives de recherche.

Le degré de précision de la description des procédures de la grille d'analyse nous apparaît cependant avoir aiguisé le regard des participants, ce qui nous amène à des réflexions sur la formation.

2 Retombées pour la formation des PE sur la RPAV

De manière unanime, les auteurs de ce texte et les participants sont d'accord sur le fait que la grille d'analyse des procédures des élèves n'est pas un outil destiné au PE dans sa classe. Afin d'en voir l'intérêt pour la formation, nous donnons tout d'abord des éclairages généraux sur l'accès par un PE à l'activité cognitive de chacun de ses élèves.

⁷ Nous n'avons pas pensé à lancer la mise en commun finale (phase 5) avec un sondage demandant à chaque participant de préciser pour quels élèves il a changé le codage de la procédure entre les deux temps (individuel puis en groupe) de la phase 4. Il nous semble que cela aurait été intéressant pour avoir des données plus précises mais aussi pour animer ce moment de mutualisation sur la grille complète avec, pour chaque procédure, le lien avec les connaissances mathématiques en jeu.

2.1 Hypothèses sur la complexité du travail de l'enseignant lorsqu'il fait classe

Au-delà de l'étude de cas présentée au début de l'atelier (L* et ses 12 élèves), nous avons croisé des observations réalisées depuis 2017 à des pratiques narrées par des enseignants préparant l'examen pour devenir maître-formateur (Bretagne, Créteil). Au regard de nos travaux sur l'évaluation au quotidien des élèves (Blanchouin, Grapin, Mounier, accepté), nous avons pu formuler des hypothèses sur les difficultés pour l'enseignant en classe d'accéder à l'activité cognitive de chacun de ses élèves pour réguler son enseignement, en particulier lors de séances de RPAV.

L'enseignant a-t-il ou pas un temps d'observation de l'activité d'un (plusieurs) élève(s) ? L'organisation de la classe choisie, les modalités de travail, voire les supports des élèves, offrent des potentialités différentes à l'enseignant pour regarder un (plusieurs) élève(s) silencieusement et/ou avec des questions ciblées et ajustées à ses observations. S'ajoute la difficulté d'interprétation de ce que dit un élève dans le « feu de l'action de la classe » obligeant le PE à décider d'allouer du temps ou non à ce moment, alors qu'il doit gérer le groupe classe.

L'enseignant a-t-il ou non en tête les critères et indicateurs lors du recueil d'indices de l'activité de l'élève ? Ces informations peuvent le renseigner sur les connaissances mathématiques mobilisées par chacun de ses élèves.

L'enseignant guide-t-il ou pas son regard sur ses élèves afin de décider d'intervenir ou non individuellement et si oui sur quel objet ? En fonction des outils des élèves (ardoise, cahier de mathématiques, de brouillon, fichier, affichages, etc.), il s'agit en outre de faire des choix *in situ* sur les modalités d'intervention entre par exemple un oral collectif et des retours individualisés.

A ceci s'ajoute la nécessité d'une analyse différée (potentiellement coûteuse en temps) qu'il faudrait articuler avec une pratique d'évaluation au quotidien. En formation, on voit ici l'importance de considérer ce que peut observer un PE en classe et ce qu'il peut interpréter de ses observations.

2.2 Utilisation de la grille en formation

La grille et les vidéos d'élèves permettent d'apporter des connaissances fines sur la diversité des procédures employées par les élèves. Elles peuvent être mises en relation avec les connaissances à enseigner, notamment sur les deux numérations. Ainsi, en formation, la grille peut aider un PE à accéder à l'activité cognitive de chacun de ses élèves pour réguler son enseignement. Au regard des difficultés relatées ci-avant, il reste que cette dimension de l'activité en classe ne peut être traitée avec cet unique outil. Par ailleurs, si la grille traite des procédures de calcul, peut-elle aussi servir pour aiguïser le regard du PE sur la RPAV ?

Notre travail dans les dispositifs de recherche/formation nous a amené récemment à envisager trois profils archétypaux de PE selon leurs préoccupations durant l'accompagnement de leurs élèves dans la RPAV : une entrée par la compréhension d'un texte de français (accent mis sur la méthodologie d'étude du texte), une entrée par les techniques mathématiques (accent mis sur les habiletés en calcul dans le sous-processus de production de résultat), une entrée par la modélisation mathématique (accent mis en particulier sur l'opération à choisir). Ces profils nous semblent à mettre en relation avec la polyvalence du PE, mais aussi avec deux finalités de la RPAV présentes dans les instructions officielles : apprendre à chercher et donner du sens aux opérations. La poursuite conjointe de ces deux finalités nous apparaît difficile à gérer par les PE. La grille d'analyse met l'accent sur le sous-processus de production de résultat et, prise isolément, le risque est qu'elle ne concoure pas à ce que les enseignants en formation prennent pleinement conscience des deux finalités. C'est pourquoi, pour l'utiliser en formation, il y aurait lieu de circonscrire le rôle des « habiletés de calcul » dans l'activité en RPAV, par exemple en utilisant la modélisation de Verschaffel (Figure 2, schéma qui est aussi dans le document institutionnel concernant la résolution de problèmes destiné aux enseignants de l'école élémentaire (MENJS, 2022)) ou l'interprétation

que nous en avons faite (Figure 3). Être performant en calcul mental n'assure pas la réussite en RPAV (Fagnant, 2018).

Comme nous allons le voir maintenant, il est cependant envisageable de relier de manière plus étroite les « habiletés en calcul » et l'activité en RPAV, mais nous pensons que des recherches complémentaires aideraient à en faire un outil pour la formation.

3 Nos perspectives de recherche

En premier lieu, il nous semble nécessaire de faire évoluer notre protocole pour analyser l'activité des élèves dans des tâches de « calcul mental ». Ce dernier doit pouvoir s'adapter à différentes situations, par exemple si l'élève formule une réponse ou réalise des actions visibles. Il nous faut également faire attention à des effets de contrat, l'élève essayant de répondre à ce qui lui semble attendu, par exemple en explicitant une procédure qui vient juste d'être introduite en classe. Nous devons, en outre, réfléchir aux potentialités et limites des échanges verbaux entre un chercheur et un élève de 6 à 7 ans afin de comprendre l'activité de ce dernier. Il pourrait aussi être pertinent de proposer des tâches complémentaires en ajoutant du matériel (de numération comme des cubes emboîtables, ou un espace de travail sur feuille) ou des aides, mais aussi des tâches supplémentaires en jouant sur les valeurs de la variable didactique « nombre ».

Ce dernier point donne alors une autre possibilité pour identifier les procédures puis les connaissances des élèves : recouper les analyses concernant l'activité déployée dans des tâches mobilisant un panel plus important de nombres (que les PN et GNR), mais aussi dans des tâches autres que des sommes (des différences ou encore des tâches dont la formulation est de type « pour aller de ... à ... »).

Qu'en est-il des liens avec l'activité en RPAV ? Certains éléments méthodologiques décrits ci-avant devraient nous aider à analyser une partie de cette activité concernant les procédures (dans le sous-processus de production de résultat). Au regard de nos dernières recherches, il semble qu'une piste se dégage : celle de l'influence sur la démarche en RPAV de la disponibilité d'un certain nombre de procédures maîtrisées et considérées comme fiables par l'élève. Ce serait donc moins les connaissances en jeu dans les procédures qui joueraient le plus grand rôle, que leur nombre, leur variété et leur disponibilité. Ces connaissances resteraient cependant utiles à connaître pour le PE pour qu'il puisse les enseigner afin de déployer ce panel de procédures auprès du plus grand nombre de ses élèves. Une fois précisé le rôle des procédures et connaissances sur les nombres, il serait plus facile de porter attention à d'autres composantes de l'activité déployée dans l'activité en RPAV (Figure 3).

BIBLIOGRAPHIE

- Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situations didactiques. *Les cahiers du Laboratoire Leibniz*, 91.
- Blanchouin, A., Grapin, N. et Mounier, E (accepté). Documenter l'activité évaluative des professeurs des écoles à partir de leurs gestes évaluatifs - Etude de cas en mathématiques. *e-Jiref*.
- Blanchouin, A., Grapin, N., Mounier, E. et Sayac, N. (2021). Les pratiques d'évaluation en mathématiques à l'école élémentaire : deux dispositifs de recherche formation. *Education & didactique, numéro spécial LEA*, 15-3, 65-84.
- Burgermeister, P-F. et Coray, M. (2008). Processus de contrôle en résolution de problèmes dans le cadre de la proportionnalité des grandeurs : une analyse descriptive. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(1), 63-106.

- Butlen, D. (2004). Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles. Habilitation à diriger des recherches. Université Paris 8.
- Charters, E. (2003). The Use of Think-aloud Methods in Qualitative Research. An Introduction to Think-aloud Methods. *Brock Education Journal*, 12-2, 68-82.
- Conne, F. (1989). Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9-1, 71-116.
- Coppé, S. (1995). Types de connaissances mises en œuvre par les élèves dans la détermination de la composante publique de son travail, *Différents types de savoirs et leur articulation*. La Pensée Sauvage Éditions, 129-144.
- Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques ? *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM*, 94-113.
- Grapin, N., Chenevotot, F., Ledan, L., Beylot, D., Mounier, E et Blanchouin, A. (2022). Etude exploratoire de procédures d'élèves de 7-8 ans en calcul mental additif. *Revue de Mathématiques pour l'École (RMÉ)*, 238, 29-40.
- Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, 16, 67-96.
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*. Presses universitaires de Rennes.
- Margolinas, M. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. La pensée sauvage.
- Mazollier, M-S, Mounier, E. et Pfaff, N. (2016-2018). *Mon année de Maths CP, CE1, CE2*. Éditions SED.
- MENJS, Ministère de l'Education Nationale de la Jeunesse et des Sports (2022). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen.
- Mottier-Lopez, L. (2015). *Evaluations formative et certificative des apprentissages*. De Boeck.
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343 – 388.
- Salliot, E. (2020). *(S') ajuster au cœur de l'activité d'enseignement-apprentissage. Construire une posture d'ajustement*. L'Harmattan.
- Sander, E. (2016). Enjeux sémantiques pour les apprentissages arithmétiques. *Bulletin de psychologie*, 546, 463-469.
- Van Dooren W., Essens, A., Janssens, D., De Bock, D. et Verschaffel, L. (2005). Not Everything Is Proportional: Effects of Age and Problem Type on Propensities for Overgeneralization. *Cognition and instruction*, 23(1), 57-86.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., De Bock, D. et Crahay, M. (2015). La modélisation des problèmes mathématiques. *Psychologie des apprentissages scolaires*, 8, 199-219.

- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 133-170.
- Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Hollande: Swets & Zeitlinger.
- Villani, C. et Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Rapport pour le Ministère de l'Education Nationale.
- Voyer, D., Beaudoin, I. et Goulet, M-P. (2012). De la lecture à la résolution de problèmes : des habiletés spécifiques à développer. *Revue canadienne de l'éducation*, 35-2, 401-421.

ANNEXE 1 : PRESENTATION DU DISPOSITIF EVALUATIF DES « DEFIS MATHS » EN DEBUT D'ANNEE EN CE1

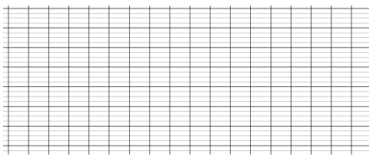
1. Contexte d'élaboration du dispositif d'évaluation : le besoin des PE rejoint un besoin de chercheurs

Le dispositif évaluatif a été négocié avec les PE de trois classes de CE1 pour les aider à débiter leur enseignement en résolution de problèmes avec leurs anciens élèves de CP, lors d'une année qui a vu les élèves ne pas être à l'école sur plus de 50% de l'année scolaire (novembre 2019-janvier 2020 mouvements sociaux en France contre la réforme des retraites donnant lieu à des grèves répétées d'enseignants puis la crise du COVID-année 1). La préoccupation des PE à faire le point sur les connaissances de leurs élèves afin de repartir de « là où ils en étaient effectivement » a été saisie par les chercheurs pour tester des hypothèses lors de la conception de l'ensemble des tâches évaluatives proposées aux élèves. L'implémentation auprès des PE s'est faite en congruence avec nos façons collaboratives de travailler ensemble précédemment, en dépit de la situation inédite de « mettre en œuvre une ingénierie évaluative pensée par les formateurs-chercheurs ». Les PE ont donc eu un moment de découverte et de réactions / suggestions pour faire évoluer les tâches avant que la version 2 proposée aux élèves soit arrêtée par les formateurs-chercheurs arbitrant entre le fait de pouvoir tester leurs hypothèses et les différentes propositions d'adaptation des PE.

2. Contenu

L'ensemble des « défis maths » est composé de deux parties :

- 20 calculs répartis en 3 séries ;
- 12 problèmes additifs, répartis dans 3 livrets différents.

Exemple d'une série de calcul mental (dont sont extraits certains des calculs traités en partie III)	Extrait d'un livret en résolution de problèmes (page 4) concernant l'extrait de classe visionné lors de l'atelier (paragraphe II.3)
1^{ère} série de calculs : A. $5 + 3$ B. $3 - 2$ C. $30 + 20$ D. $3 + 2$ E. $5 - 3$ F. $30 - 20$ G. De 2 pour aller à 5	On a deux sachets de jetons et une boîte vide. Dans un sachet il y a 20 jetons d'une couleur. Dans l'autre sachet il y a 30 jetons d'une autre couleur. Je verse les deux sachets dans la boîte vide. Quel est le nombre de jetons dans la boîte à la fin ? Écris ta réponse sur les pointillés.  A la fin, il y a jetons.

3. Dispositif mis en place avec trois classes de CE1

3.1 Organisation générale des passations d'évaluations des connaissances des élèves en classe

Six séances par classe en veillant à un décrochage temporel entre chaque séance évaluative de calcul mental et de résolution de problèmes.

3.2 Moments de mise à distance de ce qui s'est passé en classe

Trois types de situations d'échanges entre les différents acteurs :

1. Des échanges réguliers post séance (15' à 45') avec les enseignantes observées et filmées avec leurs élèves ;
2. Un échange collectif entre [PE-Formateurs-Chercheurs] 1 mois après ;
3. Des entretiens individuels avec 12 élèves menés par les formateurs en mathématiques-chercheurs, 8 jours après les 6 passations en classe.

ANNEXE 2 : PRESENTATION DE L'EXTRAIT DE CLASSE VISIONNE

1. Contexte classe

L'extrait de classe concerne une professeure des écoles expérimentée (près de 10 ans d'exercice) travaillant en cycle 2 depuis 4 ans (en alternant CP et CE1) que nous désignons par L*. L* conduit début novembre 2020 la première séance de résolution de problèmes du dispositif évaluatif. Exerçant dans un contexte de « CE1 dédoublé », L* et sa collègue ont décidé de conduire cette séance en demi-groupe ; L* se retrouve alors bibliothèque avec 12 élèves, élèves qu'elle a eus en CP l'année scolaire précédente qui avait été marquée par des grèves récurrentes en France (novembre à janvier) puis par la crise sanitaire du Covid (à partir de mi-mars).



2. L'extrait de séance visionné

D'une durée totale de 6 minutes, l'extrait concerne la passation du dernier problème à résoudre (1'30) puis la première moitié de la durée d'activité de résolution à réaliser individuellement (4'10/8'30).

1-L'avant défi du jour 4'			2-Les 4 résolution de problèmes (défi du jour) environ 23'				3-Clôture 3'
A la fin du Calcul Mental en début de matinée, L* a annoncé « les défis » aux élèves par « on se creuse la tête »			(75% de la durée de la séance) dont la durée totale de présentation des 4 problèmes : environ 5' & la durée totale de recherche environ 18'				
Annonce de l'activité de la séance et des règles de fonctionnement 1'25	Distribution des livrets 35s	Activité d'écriture du prénom par les élèves 2'	$2+3 = x$ $\approx 3'$ <i>Problème de Transformation avec recherche de l'état final</i> Présentation : 1'15 Activité : 1'45	$30-10 = x$ $\approx 7'$ <i>Transformation avec recherche de l'état final</i> Présentation : 1' Activité : 6'	$5 - x = 2$ $\approx 3'$ <i>Transformation avec recherche de la transformation.</i> Présentation : 1'10 Activité : 2'	Sachets 20 et 30=x $\approx 10'$ <i>Réunion, recherche du tout</i> Présentation : 1'30 Activité : 8'30 Extrait visionné	-Ramassage des livrets en annotant si besoin ; -récupération du matériel -Clôture : « je vous annonce qu'on refera un défi la semaine prochaine »

ANNEXE 3 : PROCEDURES PERMETTANT DE CALCULER LA SOMME DE DEUX PETITS NOMBRES ET DE DEUX GRANDS NOMBRES RONDS

1. Procédures par reconnaissance immédiate (P1)

P1 : Reconnaissance immédiate de la somme à partir de représentations mentales ou de configurations de doigts (sans comptage).

2. Procédures par comptage ou surcomptage (P2)

P21 : Représentation sur les doigts d'une main d'un des termes de la somme par reconnaissance de configuration de doigts puis représentation sur les doigts de la même main, et si nécessaire de l'autre main, du second terme, par comptage en levant un doigt à chaque nouveau mot, puis...
 ... reconnaissance immédiate de la configuration
ou
 ... recomptage de l'ensemble des doigts

P22 : Représentation sur les doigts d'une main d'un des termes de la somme par comptage puis complétion de cette main et si nécessaire, suite sur les doigts de l'autre main par comptage, puis...
 ...reconnaissance immédiate de la configuration
ou
 ...recomptage de l'ensemble des doigts

P23 : Représentation sur chacune des mains d'un des termes de la somme par comptage (nombre d'unités pour les PN ou nombre de dizaines pour les GNR) puis...
 ...reconnaissance immédiate de la configuration
ou
 ...recomptage de l'ensemble des doigts

P24 : Représentation sur chacune des mains d'un des termes de la somme par reconnaissance de configuration de doigts puis recomptage de l'ensemble des doigts (nombre d'unités pour les PN ou nombre de dizaines pour les GNR).

P25 : Surcomptage à partir de l'un des deux termes de la somme (représentation sur les doigts d'un seul des deux termes de la somme).

3. Procédures par calcul (P3)

P31 : Connaissance automatisée de la somme des nombres en commutant ou non les termes.

P32 : Calcul réfléchi à partir de la décomposition additive d'un terme ou des deux.

4. Procédures par connaissance de la numération écrite chiffrée (P4)

P41 : Passer d'un GNR au PN correspondant au nombre de dizaines, ajouter des PN puis...

... passage du PN qui représente des dizaines au GNR par récitation de la comptine des dizaines (en appui éventuel sur les doigts) et production de l'écriture chiffrée.

ou

... utilisation de la signification des chiffres dans l'écriture chiffrée.

P42 : Simulation mentale de l'algorithme écrit de l'addition posée et « pose dans la tête » de l'opération en colonnes en alignant les unités avec les unités et les dizaines avec les dizaines, puis en calculant la somme colonne par colonne.

ANNEXE 4 : IDENTIFICATION DES PROCEDURES DES ELEVES

Sommes et élèves	Animateurs de l'atelier	Participants
2+5 Ralf	P32	P31 ou P32
2+5 Lalie	P21	P21 ou P22 ou P31 ou P32
5+2 Marie	P25	P25
5+2 Isai	P1 au début puis abandon et P31	P1 ou P31
30+10 Lalie	P25	P25 et P41
30+10 Iban	P41	P41 ou P42

Pour la signification du codage, voir l'annexe 3.